

UKF 기반 2-자유도 진자 시스템의 파라미터 추정

Parameter Estimation of 2-DOF System Based on Unscented Kalman Filter

승지훈¹, 김태영¹, 아티야 아미어², 팔로스 알렉산더³, 정길도^{1,✉}
 Jihoon Seung¹, Taeyeong Kim¹, Amir Atiya², Alexander Parlos³, and Kil To Chong^{1,✉}

¹ 전북대학교 전자공학부 (School of Electronic Engineering, Chonbuk National Univ.)

² Department of Electronics Engineering, Cairo University, Egypt

³ Department of Mechanical Engineering, Texas A&M University, USA

✉ Corresponding author: kitchong@jbnu.ac.kr, Tel: 063-270-2478

Manuscript received: 2011.12.29 / Revised: 2012.4.19 / Accepted: 2012.6.28

In this paper, the states and parameters in a dynamic system are estimated by applying an Unscented Kalman Filter (UKF). The UKF is widely used in various fields such as sensor fusion, trajectory estimation, and learning of Neural Network weights. These estimations are necessary and important in determining the stability of a mobile system, monitoring, and predictions. However, conventional approaches are difficult to estimate based on the experimental data, due to properties of non-linearity and measurement noises. Therefore, in this paper, UKF is applied in estimating the states and parameters needed. An experimental dynamic system has been set up for obtaining data and the experimental data is collected for parameter estimation. The measurement noises are primarily reduced by applying the Low Pass Filter (LPF). Given the simulation results, the estimated error rate is 39 percent more efficient than the results obtained using the Least Square Method (LSM). Secondly, the estimated parameters have an average convergence period of four seconds.

Key Words: Parameter Estimation (파라미터 추정), Unscented Kalman Filter (언센티드 칼만 필터), 2-DOF System (2-자유도 시스템), Non-linear Equation (비선형 방정식)

1. 서론

현재 산업체에서 사용하는 대부분의 기계 시스템과 전기 시스템은 제어의 편의와 용이성을 위하여 각각 기본적인 질량, 감쇠기, 스프링과 인덕턴스, 저항, 캐패시터로 구성된 2 차 동역학 모델로 표현이 가능하다. 이러한 동역학 시스템의 제어 및 시스템 모니터링에 있어서 파라미터 값을 추정하거나 결정하는 것은 매우 중요하다. 파라미터 추정은 다양한 연구를 통하여 진행되어 왔으나, 실 시스템의 데이터를 활용한 파라미터 추정은 매우 어려운 문제 중 하나이다.¹ 이러한 어려움은 실

험 데이터에 존재하는 센서 잡음과 시스템 비선형성에 기인한다. 본 연구에서는 이러한 문제를 해결하는 방법으로 상태 추정에 다양하게 이용되는 필터를 이용하는 연구를 수행하였다.

지금까지 보고된 본 연구와 관련된 파라미터 추정에 대한 연구 결과를 살펴보면 Least Square Method (LSM), Recursive Least Squares (RLS), Maximum Likelihood (MLH) 등 기존의 방법들과 Extended Kalman Filter (EKF), Unscented Kalman Filter (UKF), Square Root Unscented Kalman Filter (SRUKF) 등 필터를 이용한 방법이 있다. 기존의 방법들의 연구결과는 다음과 같다.

B. David²는 MLH (Maximum Likelihood)를 적용하여 통계적인 방법으로 공분산의 역행렬을 계산함으로써 파라미터를 추정하였으며, Dawei Fan³은 Discrete Fourier Transform (DFT)를 적용한 LSM를 제안하였고, Xi Zhang⁴은 PLS (Partial Least Squares)를 기반으로 새로운 방법인 KPLS (Kernel Partial Least Squares)에 대해 Computer simulation을 통해 성능을 분석하였다.

필터를 이용한 연구 결과를 살펴보면, Emmanuel Blanchard⁵는 동역학 시스템에 EKF를 적용한 추정 방법을 제안하였고, Sahar Pirooz⁶는 UKF를 이용한 추정 방법을 제시했으며, UKF 기반의 SRUKF를 Xiaoun Tang⁷이 소개한 바 있다. 또한 Jun-ichi Kano⁸는 Tubular Microreactors의 파라미터 추정에 PF (Particle Filter)를 적용하였다.

기존의 방법은 입출력 데이터만으로 시스템 방정식에 의존하여 파라미터를 추정할 수 있는 반면, 비선형성과 미분방정식을 갖는 동역학 시스템에 적용하기 어려운 단점이 있으며, EKF 알고리즘의 선형화 과정 및 오차 공분산을 업데이트 과정에서 오차가 발생하는 단점이 있다.

또한 지금까지 살펴본 기존 연구들은 대부분 파라미터 추정을 위해 수식적 접근법으로 추정 성능에 대해 Computer Simulation을 다루고 있다. 일반적인 동역학 시스템은 비선형성이 존재하고 실험을 통한 데이터를 이용할 경우 많은 측정 오차가 존재하기 때문에 실제 시스템으로의 적용 가능성이 중요하다.

본 연구에서는 주어진 동역학 식을 이용한 Computer Simulation이 아닌 실제 동역학 시스템의 실험데이터를 이용하여 파라미터 추정을 실시하였다. 또한 비선형 변환을 통해 선형화를 필요로 하지 않으며, 이로 인해 선형화 오차가 발생하지 않는 특성을 지닌 UKF를 활용하므로, 실험데이터를 이용한 파라미터 추정을 실시하였다. 파라미터 추정과정 중 시스템의 측정 노이즈를 제거하는 오차 공분산 업데이트 과정을 반복적으로 수행하여, 최적값을 추정하고, 그에 따라 파라미터를 추정하므로, 파라미터 또한 최적으로 추정하였다. 특히, 본 연구에서는 시스템에 존재하는 마찰 계수와 진자 마찰계수를 추정하는 연구를 수행하였다.

연구 수행을 위해 질량, 감쇠기와 스프링의 요소를 갖는 실험 장치를 구성하였으며, NI DAQ board와 MATLAB을 이용하여 시스템 데이터를 수집하였다. Low Pass Filter (LPF)를 이용하여 수집된

입력과 출력 Data의 측정 노이즈를 일차적으로 제거하고, 여분의 측정 노이즈는 UKF의 오차 공분산 업데이트를 통하여 제거하여 필요한 상태와 파라미터를 추정하였다. 추정된 파라미터의 정확도를 기존의 방법인 LSM 및 RLS와 비교하여 제안한 방법의 우수성을 확인하였다.

논문의 구성은 2장에서 연구 수행에 사용된 2-DOF 동역학 시스템 구성, 수학적 모델링과 데이터 수집에 대해 소개하고, 3장에서 추정 알고리즘인 UKF, LPF 및 LSM의 기본적인 이론을 정리한다. Experiment data의 측정 노이즈 제거 및 LPF 설계, 파라미터 추정 및 결과 분석은 4장에 기술하였으며, 마지막으로 5장에서는 수행한 연구의 결론과 향후 연구 내용을 정리하였다.

2. 동역학 시스템

이 장에서는 실험장치 및 파라미터 추정에 사용된 2차 동역학 시스템의 상태방정식, 그리고 실험 데이터 수집에 대하여 기술한다.

2.1 2-자유도 진자 시스템

2-자유도를 갖는 진자, 슬라이드 시스템은 Fig. 1과 같이 구성하였으며, 시스템의 도식화는 Fig. 2와 같이 나타낼 수 있다. 시스템 구성 요소로는 진자, 슬라이드, 스프링, 그리고 댐퍼가 있다.

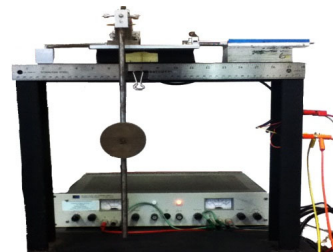


Fig. 1 2-DOF system

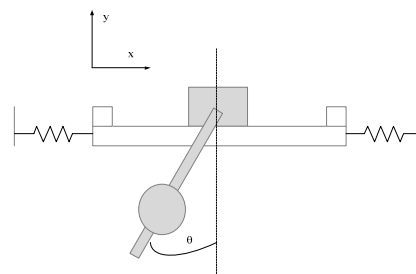


Fig. 2 Diagram of 2-DOF system

실험 장비 구축에 활용된 시스템 각 요소의 파라미터는 Table 1 과 같다. 대부분 파라미터는 직접 측정하거나 이미 알려진 값들이다.

Table 1 Parameter values of the 2-DOF system

Description	Sym.	Val.	Unit
슬라이더 질량	m_1	1.15	kg
진자 질량	m_2	0.78505	kg
스프링 상수	k	294	N/m
진자 길이	l	0.457	m
스프링의 초기 길이	l_0	0.002	m
중력	g	9.81	m/s^2
관성 모멘트	I_c	0.0014	$kg \times m^2$
진자 마찰계수	M_0	0.05	$m \text{ deg}/s^2$
대차 마찰 계수	μ	0.03	

파라미터 중에서 진자 마찰계수와 대차의 마찰 계수는 실험적으로 구한 결과이다.

시스템을 구동하고 데이터를 측정하는 장비구성 및 사양은 Table 2 와 같다. 데이터 샘플링 시간은 0.001 초이며, 측정된 출력은 전압 볼트 수에 비례하며 DAQ Board 를 통해 MATLAB 의 SIMULINK 로 전송되어 측정한다. 모든 측정장비의 영점 조준은 시스템을 구동하기 전에 실시하였다.

Table 2 System specification of measurements

Item	Specification
Computer	
Hewlett Packard 6253A	Regulation: 0.01% Ripple: 200 μV
BNC-2120 Connector Block	Analog I/O Digital I/O
NI PXI 8145-RT	Real-time Embedded Controller. Processor: 266 MHz low-power Intel Pentium MMX Interface: Serial, CAN, MXI-3 chassis expansion
NI PCI 6064E DAQ Board	Resolution: 12, 16 bit 1 Channel: 500 ks/s Multichannel: 250 ks/s
NI PXI 1031-Chassis	Accuracy: ± 25 ppm Maximum Clock: 250 ps

실험을 위한 진자 및 슬라이더의 초기 설정은 Table 3 과 같다.

Table 3 Set of initial values

Description	Value
슬라이더 위치	0
슬라이더 속도	0
진자 각도	$\pi / 2$
진자 각속도	0

2.2 Mathematical model

필터를 이용하여 실험 데이터의 파라미터를 추정하는 과정에 시스템의 상태방정식이 필요하다. 그림 1 시스템의 동역학 방정식은 뉴턴 또는 에너지 방법을 이용하여 구하면 식(1)과 같다.⁹⁻¹¹

$$\begin{aligned}
 \text{Equation(1)} \rightarrow & (m_1 + m_2)\ddot{x} - m_2l(\cos\theta - \mu\sin\theta)\ddot{\theta} \\
 & + m_2l(\sin\theta - \mu\cos\theta)\dot{\theta}^2 + \mu(m_1 + m_2)g \\
 & + 2k(x - l_0) = U
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Equation(2)} \rightarrow & -m_2l\cos\theta\ddot{\theta} + (m_2l^2 + I_c)\ddot{\theta} \\
 & + m_2gl\sin\theta = -M_0\dot{\theta}
 \end{aligned}$$

위의 비선형 방정식을 상태 방정식으로 표현하기 위하여 다음과 같이 상태변수를 정의 하자.

$$\begin{aligned}
 X_1 = x, X_2 = \dot{x}, X_3 = \theta, X_4 = \dot{\theta} \\
 \dot{X}_1 = X_2, \dot{X}_3 = X_4
 \end{aligned} \tag{2}$$

정의된 변수를 이용해서 다음과 같은 행렬식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 + m_2 & 0 & -m_2l(\cos X_3 - \mu\sin X_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -m_2l\cos X_3 & 0 & m_2l^2 + I_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} X_2 \\ -m_2l(\sin X_3 - \mu\cos X_3)X_4^2 - \mu(m_1 + m_2)g - 2k(x - l_0) + U \\ X_4 \\ -M_0X_4 - m_2gl\sin X_3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3}$$

위 방정식 (3)을 상태 방정식 형태로 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1+m_2 & 0 & m_2l(\cos X_3 - \mu \sin X_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & m_2l \cos X_3 & 0 & I_c+m_1l^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_2 \\ m_2l(\sin X_3 - \mu \cos X_3)X_4^2 - \mu(m_1+m_2)g - 2k(X_1-l_0)+U \\ X_4 \\ -M_0X_4 - m_2gl \sin X_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

위의 시스템 상태 방정식 (4)를 $\dot{X} = G^{-1}F$ 로 정의하고, 미지 파라미터(a, b)를 포함한 상태 방정식으로 표현하면 다음과 같게 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{a} \\ \dot{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G^{-1}F \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

3. 추정 알고리즘

파라미터 추정은 UKF 를 이용하며, 노이지 제거는 LPF 가 사용된다. 그리고 제안한 방법을 가장 많이 사용되는 기존 방법인 LSM 과 비교 검토하였다. 이 장에서는 이와 관련된 기본적인 이론을 정리한다.

3.1 Unscented Kalman Filter

UKF 는 비선형 필터로서 Julier^{12,13} 와 Uhlmann 에 의해 제안되었으며, 가우시안 분포에 대하여 프로세서 오차 및 측정 오차에서 대하여 Taylor 시리즈 확장에 의해 2 차 근사화를 제공한다. 이 필터의 장점은 UT 변환을 이용하기 때문에 비선형 방정식의 선형화가 필요하지 않으며, 시그마 포인트를 통해 여러 샘플에 대한 평균과 공분산을 추정하므로 확률적으로 EKF 의 1:1 매칭에서 보다 정확한 값을 추정할 수 있다.

시간 k 에서의 추정 값 $\hat{x}_{k|k}$ 가 오차 공분산 $P_{k|k}$ 를 갖는다면 시그마 포인트는 Table 4 알고리즘을 통해 얻을 수 있다.

n 은 시스템의 차수를 나타내며, α 는 시그마 포인트의 분산 정도를 계산하는 스케일 파라미터이며, 항상 작은 양의 값 ($1 \leq \alpha \leq 10^{-4}$) 을 이용한다. β 는 랜덤 변수의 분포에 대한 사전지식을 포함하

며 가우시안 분포를 따를 경우 $\beta=2$ 이 최적의 결과를 도출한다. $w_i^{(m)}, w_i^{(c)}$ 은 가중치를 나타내며, $(\sqrt{(n+\lambda)}P_{k|k})_i$ 는 Square root 행렬 (Lower-Triangular Cholesky Factorization)의 i 번째 열이다.

그리고 λ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n \quad (6)$$

κ 는 2 차 스케일 파라미터이며 대부분 0 으로 설정한다.

Table 4 The Unscented Transformation algorithm

$\chi_{K K}^0 = \hat{x}_{k k}$
$\chi_{K K}^i = \hat{x}_{k k} + (\sqrt{(n+\lambda)}P_{k k})_i$
$\chi_{K K}^{i+n} = \hat{x}_{k k} - (\sqrt{(n+\lambda)}P_{k k})_{i+n}$
$w_0^{(m)} = \lambda / (n + \lambda)$
$w_0^{(c)} = \lambda / (n + \lambda) + (1 - \alpha^2 + \beta)$
$w_i^{(m)(c)} = 1 / \{2(n + \lambda)\}$

구해진 (2n+1)개의 시그마 포인트는 다음과 같이 시스템 상태 방정식을 통과하여 x 의 상태와 공분산을 예측 할 수 있다.

$$Z_i = f(\chi_i) \quad i = 1, \dots, 2n \quad (7)$$

$$\bar{z} \approx \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} Z_i \quad (8)$$

$$P_z \approx \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} \{Z_i - \bar{z}\} \{Z_i - \bar{z}\}^T \quad (9)$$

위의 UT 알고리즘을 Kalman Filter 에 적용한 방식이 UKF 이다. UKF 알고리즘은 표 5 와 같다.

3.2 Noise Filter

이 절에서는 측정데이터의 오차를 제거를 위해 일반적으로 사용되는 DFT 와 LPF 를 소개한다.

일반적으로 신호 $x(n)$ 의 잡음 및 오차가 포함되었을 경우, 시간 도메인에서 이를 제거하는 것은 많은 계산량을 요구한다. 따라서 주파수 도메인으로 변환하여 보다 쉽게 잡음 및 오차를 제거하고, 다시 시간 도메인으로 변환하는 방법이 효

Table 5 The Unscented Kalman Filter algorithm

<p>Initialize with:</p> $\hat{x}_0 = E[x_0]$ $P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T]$ <p>For $k \in \{1, \dots, \infty\}$</p> <p>Calculate sigma points:</p> $\chi_{k-1}^i = [\hat{x}_{k-1}, \hat{x}_{k-1} + \sqrt{(n+\lambda)P_{k-1}}, \hat{x}_{k-1} - \sqrt{(n+\lambda)P_{k-1}}]$ <p>Time update:</p> $\chi_{k k-1}^i = F[\chi_{k-1}^i]$ $\hat{x}_{k k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} \chi_{k k-1}^i$ $P_{k k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} [\chi_{k k-1}^i - \hat{x}_{k k-1}][\chi_{k k-1}^i - \hat{x}_{k k-1}]^T$ $Z_{k k-1}^i = H[\chi_{k k-1}^i]$ $\hat{z}_{k k-1} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(m)} Z_{k k-1}^i$ <p>Measurement update equations:</p> $P_{k k-1}^{zz} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} [Z_{k k-1}^i - \hat{z}_{k k-1}][Z_{k k-1}^i - \hat{z}_{k k-1}]^T$ $P_{k k-1}^{xz} = \sum_{i=0}^{2n} w_i^{(c)} [\chi_{k k-1}^i - \hat{x}_{k k-1}][Z_{k k-1}^i - \hat{z}_{k k-1}]^T$ $K = P_{k k-1}^{xz} (P_{k k-1}^{zz})^{-1}$ $\hat{x}_{k k} = \hat{x}_{k k-1} + K(z_k - \hat{z}_{k k-1})$ $P_{k k} = P_{k k-1} - K(P_{k k-1}^{zz})K^T$ <p>여기에서, P_k 는 상태 오차 공분산, $P_{k k}^{xz}$ 는 상관 오차 공분산, $w_i^{(m)}, w_i^{(c)}$ 는 위 Table 1 에서 계산된 가중치이다.</p>

울적이다. 이산시간에서 신호 $x(n)$ 의 DFT 는 다음과 같이 정의된다.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j(2\pi/n)k} \quad (10)$$

변환된 $X(k)$ 는 데이터 $x(n)$ 의 주파수 특성을 각 주파수 대역에서 에너지로 표현된다. 따라서

신호의 변화율이 빠를수록 고주파 대역에 에너지가 집중되며, 느릴수록 저주파 대역에 에너지가 집중된다. $x(n)$ 의 데이터 특성에 맞도록 설계 목적에 따라 Filter 를 LPF, HPF (High Pass Filter), BPF (Band Pass Filter) 등으로 설계한다.

필터를 이용하여 잡음을 제거한 주파수 영역의 신호를 시간영역의 신호로 변환하는 IFT (Inverse Fourier Transform)는 다음과 같이 정의 된다.

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{-j(2\pi/n)k} \quad (11)$$

본 논문에서 적용되는 2-DOF 시스템은 저주파 대역에 데이터가 집중되므로 적용 필터로 LPF 를 설계하여 오차를 제거한다.

설계되는 LPF 는 Digital Filter 방식으로, 대표적인 설계 방식은 IIR (Infinite Impulse Response)와 FIR (Finite Impulse Response)가 있다. 두 설계 방식은 Filtering 해야 하는 입력 신호와 신호의 특성에 따라 설계 방식이 달라지며, 어떤 모양의 Filter 를 만들 것인지에 따라 IIR 또는 FIR 을 적절히 선택해서 설계한다. FIR Filter 는 일정한 값들을 가지고 필터링을 수행하며, 그에 따라 특성함수인 Impulse Response 가 유한한 길이를 갖는다. 그리고 위상변이가 발생하지 않으며, 수식적으로 Feedback 이 필요 하지 않으므로 항상 안정성을 보장한다. IIR Filter 는 입력신호와 출력신호의 값이 Feedback 되어 필터링이 수행된다. 따라서, 특성함수인 Impulse Response 는 무한한 길이를 갖는다. 그리고 IIR Filter 방식은 FIR Filter 에 비해 차수가 적어 경제성이 있지만, 위상특성의 비선형성을 가지므로, 입력과 출력 파형이 유사한 파형을 갖지 않고, 진폭이나 주파수축의 왜곡이 발생할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 안정성과 위상변이가 나타나지 않는 장점을 가진 FIR Filter 를 이용하여 파라미터를 추정하기 전 단계에서 데이터의 잡음을 제거하도록 한다.

3.3 Least Square Method

LSM 는 회귀 분석법을 이용하여 시스템의 분석적 모델로부터 구한 데이터와 Experiment 사이의 오차를 최소화 하는 방법이다. LSM 알고리즘을 도출하기 위해 다음과 같은 일반적인 방정식을 고려하자.

$$b_k = A_k w_k \quad (12)$$

w 는 미지의 파라미터이며, A , b 는 파라미터의 관계식을 나타낸다. 시스템에 LSM을 적용하기 위하여 먼저 1 차 2 차 도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = \frac{x_t - x_{t-\Delta}}{\Delta}, \quad \ddot{x} = \frac{x_t - 2x_{t-\Delta} + x_{t-2\Delta}}{\Delta^2} \quad (13)$$

여기서, Δ 는 샘플링 간격이며, 0.001 sec 이다. 식 (13)을 식 (1)에 대입하여 파라미터 중심으로 정리하면 식 (12)의 행렬과 벡터는 다음과 같다.

$$A = \begin{pmatrix} \vdots & \vdots \\ c_t & 0 \\ 0 & \theta_t - \theta_{t-\Delta} \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} \vdots \\ d_t \\ e_t \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$w = \begin{pmatrix} \mu \\ M_0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

위 행렬과 벡터의 요소들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} c_t &= m_2 l \sin \theta_t (\theta_t - 2\theta_{t-\Delta} + \theta_{t-2\Delta}) / \Delta^2 \\ &\quad - m_2 l \cos \theta_t ((\theta_t - \theta_{t-\Delta}) / \Delta)^2 + (m_1 + m_2) g \\ d_t &= -(m_1 + m_2)(x_t - 2x_{t-\Delta} + x_{t-2\Delta}) / \Delta^2 \\ &\quad + m_2 l \cos \theta_t (\theta_t - 2\theta_{t-\Delta} + \theta_{t-2\Delta}) / \Delta^2 \\ &\quad - m_2 l \sin \theta_t (\theta_t - \theta_{t-\Delta}) / \Delta - 2k(x_{t-\Delta} - l_0) + U \\ e_t &= m_2 l \cos \theta_t (x_t - x_{t-\Delta} + x_{t-2\Delta}) / \Delta^2 \\ &\quad - m_2 l^2 (\theta_t - 2\theta_{t-\Delta} + \theta_{t-2\Delta}) / \Delta^2 \\ &\quad - I_c (\theta_t - 2\theta_{t-\Delta} + \theta_{t-2\Delta}) / \Delta^2 - m_2 g l \sin \theta_t \end{aligned} \quad (16)$$

위의 변환을 통한 LSM의 해는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$w = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (17)$$

4. 파라미터 추정

이 장에서는 제안한 UKF의 파라미터 추정 능

력을 검증하는 시뮬레이션을 실시하였다. 시스템 예제인 2-DOF 시스템의 시뮬레이션을 위한 설정과 실제 실험으로 얻은 데이터에 LPF를 적용하여 1차로 노이즈를 제거한다. 노이즈가 제거된 데이터를 이용하여 UKF 알고리즘을 통해 상태 및 파라미터 추정된 결과 및 성능을 분석한다.

4.1 Design the LPF

Experiment data는 시스템 외부로부터의 오차, 센서 오차 등이 포함되어 있다. 따라서 이 절에서는 이러한 오차를 제거하기 위해 DFT (Discrete Fourier Transform)와 LPF (Low Pass Filter)를 적용한다. Fig. 3는 DFT를 수행한 측정 데이터의 스펙트럼을 나타낸다.

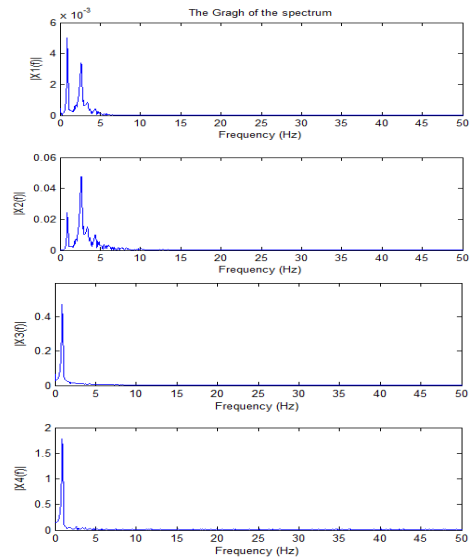


Fig. 3 The graph of data spectrums

일반적으로 시스템의 측정 오차는 고주파 특성을 갖는다. Fig. 3에서 측정 데이터의 스펙트럼은 5 Hz 미만의 영역에 분포하고, 그 이외의 주파수 영역에는 측정 오차들이 분포하는 것을 볼 수 있다.

Experiment data의 오차를 제거하기 위한 LPF의 설계 사양은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Impulse response Type} &= \text{Equiripple FIR} \\ \text{Frequency pass} &= 5 \text{ Hz} \\ \text{Frequency stop} &= 6 \text{ Hz} \end{aligned} \quad (18)$$

MATLAB의 fdatool을 이용하여 설계 사양에

맞는 LPF 를 설계한다. 설계된 LPF 를 통과한 Experiment data 는 Fig. 4 와 같다.

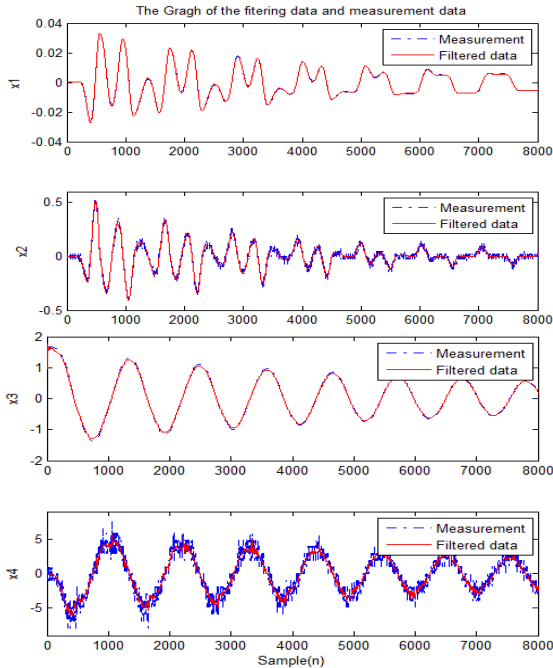


Fig. 4 The graph of measurement data and filtered data

Fig. 4 를 살펴보면, 노이즈가 줄어든 것을 확인할 수 있다. 하지만 저주파 대역에 포함되어 있는 측정 오차는 실제 측정 값의 스펙트럼 내부에 포함되어 있기 때문에 LPF 만으로는 모두 제거할 수 없다. 따라서 다음 절에서는 LPF 를 통해 제거할 수 없는 저주파수 대역의 측정 오차까지 UKF 를 통해 제거하여, 상태 및 파라미터 추정을 동시에 수행하였다.

4.2 Experimental

실제 동역학 시스템으로부터 얻은 Experiment data 의 Sampling time 은 0.001 sec 이며, 추정 알고리즘 UKF 초기 설정 값은 다음과 같이 설정한다.

$$x_0 = 0_{1 \times 6}, P_0 = I_{6 \times 6} \quad (19)$$

실험에서 동역학 시스템의 마찰 계수 μ , 진자 마찰 계수 M_0 를 미지의 파라미터로 가정하고, UKF 를 통하여 상태 및 파라미터를 추정하였다.

Fig. 5 에서 실선은 Experiment data 의 상태를

나타내며, 점선은 상태의 추정 데이터를 나타낸다. 그림에서 Experiment data 의 노이즈가 제거되었으며, 필터를 이용한 상태 추정 결과를 볼 수 있다.

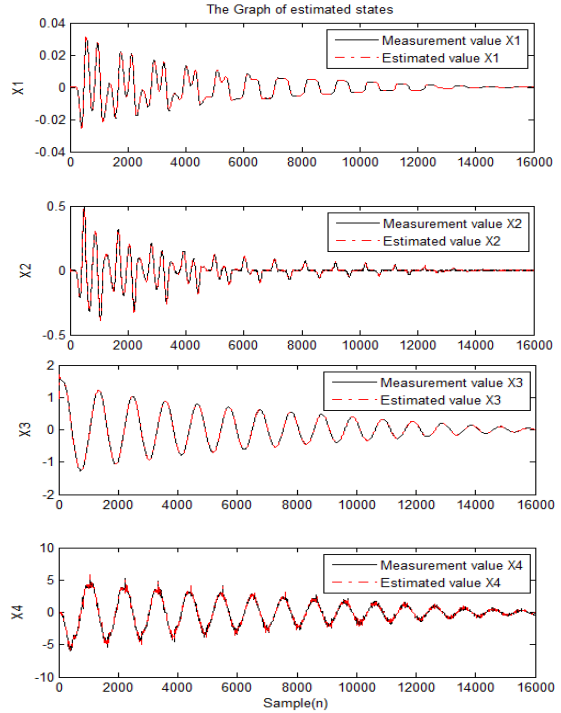


Fig. 5 Measurement data and estimated state values

Fig. 6 은 RLS 알고리즘과 UKF 알고리즘의 파라미터 추정 결과를 나타낸다. 점-실선은 RLS 알고리즘으로 표시하였으며, 실-실선은 UKF 알고리즘의 추정 결과이다. Fig. 6 에서 첫 번째 추정 그래프는 마찰 계수 μ 추정 값을 나타내며, 두 알고리즘을 이용한 추정 값이 모두 초기 파라미터의 오차가 불안정한 값으로 나타나지만 각각, 데이터의 가중치 및 공분산 업데이트를 통해 작은 값으로 수렴하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 6 의 두 번째 그래프는 진자 마찰 계수 M_0 추정 결과이다. UKF 알고리즘의 추정 값은 시간이 지날 수록 기준 값으로 수렴하는 반면에, RLS 알고리즘의 추정 그래프는 수렴하지 못하는 결과를 볼 수 있다. 이는 RLS 알고리즘의 데이터 업데이트 과정에서 결정된 이득 값이 최적의 상태 추정을 위한 UKF 의 칼만 이득에 비하여 부족한 것으로 인해 본 시스템의 파라미터 추정에서 수렴

하지 못하는 것을 알 수 있다.

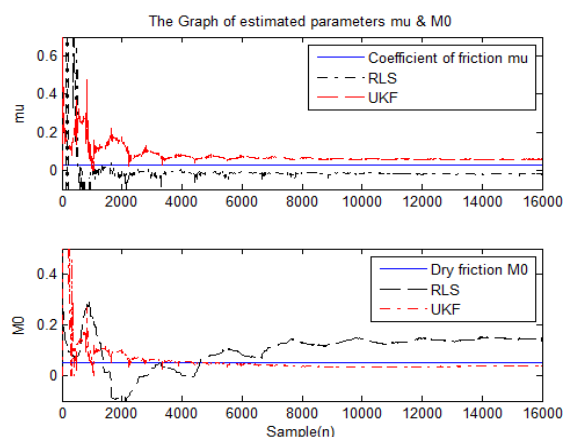


Fig. 6 The graph of estimated parameter values

Fig. 7 에서 각각 실-점선은 RLS 알고리즘의 오차 그래프이며, UKF 알고리즘은 실-실선으로 나타내었다. RLS 알고리즘의 파라미터 추정 오차가 UKF 알고리즘의 추정 오차보다 큰 추정을 발생하는 것을 볼 수 있으며, UKF 알고리즘의 오차 그래프를 통하여 추정 값이 수렴하기 까지 4 초 미만의 시간이 소요되는 것을 확인할 수 있다. UKF 알고리즘의 마찰 계수 μ , 진자 마찰 계수 M_0 의 추정 오차는 각각 0.0297 과 0.0107 이다.

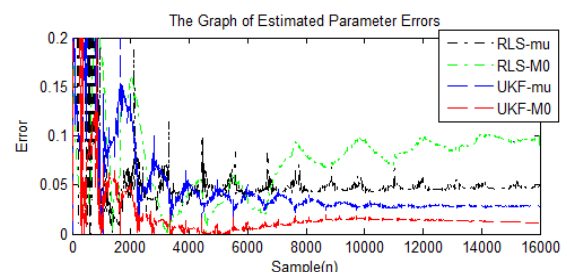


Fig. 7 The graph of errors of estimated parameters

4.3 Analysis results

이 절에서는 앞서 추정된 결과와 파라미터 추정에 널리 사용되는 LSM, RLS 의 추정 결과와 비교를 통해 성능을 분석하고 결과를 정리한다.

Table 6, 7 에 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 실험의 유효성을 확인하고, 실험데이터에 기반한 파라미터 추정 결과를 나열하였다.

Table 6 The results of the estimation based on computer simulation

Unknown Parameter	$\mu (= 0.03)$		$M_0 (= 0.05)$	
	Value	Error	Value	Error
LSM	0.0298	0.0002	0.0482	0.0018
RLS (rmse)	0.029	0.001	0.0484	0.0016
UKF (rmse)	0.0295	0.0005	0.0498	0.0002

위의 Table 6 를 통하여 Computer Simulation 상에서는 LSM, RLS 와 UKF 알고리즘을 통하여 얻은 결과는 세가지 알고리즘 모두 좋은 결과를 보였다. 또한, 추정 오차로 대차 마찰 계수 μ 과 진자 마찰계수 M_0 를 최대 오차 범위 3.6%미만으로 추정하는 것을 확인할 수 있다. 따라서, LSM, RLS 와 UKF 알고리즘 모두 파라미터 추정에 있어서 좋은 특성을 보임을 확인 하였다.

위와 같은 특성에 의거하여 실제 시스템으로부터 얻은 측정데이터에 두 방법을 적용한 결과는 Table 7 에 나타내었다.

Table 7 The results of the estimation based on experiment

Unknown Parameter	$\mu (= 0.03)$		$M_0 (= 0.05)$	
	Value	Error	Value	Error
LSM	0.1056	0.0756	-0.022	0.0720
RLS (rmse)	0.1206	0.0906	0.1150	0.0650
UKF (rmse)	0.0597	0.0297	0.0607	0.0107

Table 7 의 결과에 따라서, 실험데이터를 이용한 파라미터 추정은 제안한 UKF 알고리즘이 다른 알고리즘을 통한 추정 결과보다 우수한 결과를 얻는 것을 확인하였다.

RLS 알고리즘은 LSM 의 단점을 개선한 방법으로, LSM 의 추정 결과보다 오차가 줄어든 것을 확인할 수 있다. 하지만, 알고리즘 과정에서 추정 파라미터 업데이트시 결정하는 이득 값이 최적이지 아닌 가중치 벡터에 의하여 결정되는 방식으로 인해 큰 오차를 발생하는 것을 확인할 수 있다. 반면에 UKF 알고리즘은 최적의 상태를 추정하도록 하는 칼만 이득을 결정하고 재귀적으로 상태 및 파라미터를 추정해 감으로써 결과적으로 우수한 성능을 보였다.

결과로 LSM 의 진자 마찰 계수 M_0 경우 0.072 의 큰 추정 오차를 포함하고 있는 걸 볼 수 있고,

UKF의 추정 결과는 LSM보다 미지의 파라미터 μ , M_0 모두 39% 이상 오차가 감소하는 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 실제 동역학 시스템인 2-DOF 시스템을 모델링하고, UKF를 이용하여 상태 및 파라미터 추정을 살펴 보았다. 특히, 측정이나 실험을 통해서 구하기 어려운 마찰 계수 μ 와 진자 마찰 계수 M_0 를 실험 데이터에 적용하여 동시에 추정하였고, UKF 추정 성능을 확인하기 위해 LMS, RLS와 비교하는 시뮬레이션을 수행하였다. 실험을 수행하기 위하여 실험 장비를 구성하였고, 데이터를 직접 NI DAQ board와 MATLAB을 이용하여 수집하였다. 상태 및 파라미터 추정 결과를 Computational 결과와 Experimental 결과를 통하여 성능을 비교하였다.

추정 결과를 통하여 제안한 UKF이 파라미터의 추정에 적합하며 LSM, RLS보다 우수함을 확인하였다. 또한, Experimental results에서 UKF의 파라미터 추정 결과에서 파라미터는 LSM방법에 비해 39% 이상의 오차를 감소할 수 있으며, 4 sec 이내로 수렴하는 결과를 얻었다. UKF추정 결과의 비교대상의 파라미터 값이 실험적으로 구해진 값이고 시간이 지남에 따라 시스템 내부에서의 마찰로 인한 변경이 되었거나, 노후화로 인한 것으로 추정한다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임 (No. 20110027689).

참고문헌

- Lee, J., Kim, P., Seok, J., and Oh, B.-J., "Dynamic Parameters Identification of an Air Spring for Vibration Isolation of a Complex Testing System of COG Bonding Process," J. of the KSPE, Vol. 27, No. 7, pp. 13-20, 2010.
- David, B. and Bastin, G., "A Maximum Likelihood Method for Nonlinear Parameter Estimation Dynamical Systems," Decision and Control, Vol. 1, pp. 612-617, 1999.
- Fan, D. and Centeno, V., "Least-Squares Estimation in Phasor-Based Synchronized Frequency Measurements," IEEE Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, pp. 1-6, 2008.
- Zhang, X., Zhu, Y., Yan, W., and Shao, H., "Nonlinear Parameter Prediction and Estimation of Fossil Power Plant Based on Kernel Partial Least Squares," Information and Automation (ICIA), pp. 1964-1967, 2010.
- Blanchard, E., Sandu, A., and Sandu, C., "Parameter Estimation Method using an Extended Kalman Filter," Proc. of the Joint North America, Asia-Pacific ISTVS Conference and Annual Meeting of Japanese Society for Terramechanics, 2007.
- Azad, S. P. and Tate, J. E., "Parameter Estimation of Doubly Fed Induction Generator Driven by Wind Turbine," IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition (PSCE), pp. 1-8, 2011.
- Tang, X., Zhao, X., and Zhang, X., "The Square-Root Spherical Simplex Unscented Kalman Filter for State and Parameter Estimation," Signal Processing (ICSP), pp. 260-263, 2008.
- Kano, J., Tonomura, O., Kano, M., and Hasebe, S., "State and Parameter Estimation for Tubular Microreactors Using Particle Filter," ICCAS-SICE, pp. 3278-3282, 2009.
- Chong, K. T., Park, J. H., and Parlos, A. G., "Control-Relevant Discretization of Nonlinear Systems With Time-Delay Using Taylor-Lie Series," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 127, pp. 153-159, 2005.
- Stimac, A. K., "Standup and Stabilization of the Inverted Pendulum," M.Sc. Thesis, Department of Mechanical Engineering, MIT, 1999.
- Hwang, J. M., Pyo, B. S., and Kim, J. H., "Control of Inverted Pendulum using Twisted Gyro Wheel," J. of the KSPE, Vol. 28, No. 10, pp. 1181-1188, 2011.
- Julier, S. J. and Uhlmann, J., "A new extension of the Kalman filter to nonlinear systems," Proc. SPIE, Vol. 3068, pp. 182-193, 1997.
- Julier, S. J., "The Scaled Unscented Transformation," Proc. of the American Control Conference, Vol. 6, pp. 4555-4559, 2002.