

◆ 특집 ◆ 공작기계의 정적, 동적 FEM 모델링 자동화

공작기계 LM 베어링의 정동적 특성을 반영하는 전산 모델링

A Computational Modeling Reflecting Static and Dynamic Characteristics of LM Bearings for Machine Tools

김혜연¹, 정종규¹, 원종진², 정재일^{2,✉}Hye Yeon Kim¹, Jong Kyu Jeong¹, Jong Jin Won², and Jay Il Jeong^{2,✉}

1 국민대학교 대학원 기계설계학과 (Graduate School of Mechanics and Design Engineering, Kookmin Univ.)

2 국민대학교 기계시스템공학부 (School of Mechanical System Engineering, Kookmin Univ.)

✉ Corresponding author: jayjeong@kookmin.ac.kr, Tel: 02-910-5039

Manuscript received: 2012.7.24 / Accepted: 2012.8.21

This paper suggests a computational modeling to reflect static/dynamic characteristics of LM bearings. A theoretical study for modeling LM bearings is elucidated by using the Hertz contact theory, the Lagrange's equation of motion, normal mode analysis and a calculation of equivalent moment center. The complex geometry of LM bearings is replaced by a simplified model with eight springs only. The suggested model reflects static and dynamic characteristics of LM bearings without any consideration for the shape of the bed or stages on the LM bearings. The modal experimental results are compared to the simulation results with the suggested computational modeling. The difference between the experiments and simulation is calculated less than 8%.

Key Words: LM Bearing (LM 베어링), Computational Modeling (전산 모델링), Stiffness (강성)

1. 서론

LM 베어링은 기계장비의 직선 운동 부분에 필수적으로 사용되는 기계요소로, 모든 기계의 성능과 정밀도를 좌우하는 핵심부품이다. 반도체를 비롯한 LCD, PDP 등의 제조장비는 물론 기타 IT 부문, 공작기계와 산업기계, 정밀 측정기기, 자동차 제조 관련 장비 등에 사용된다. 특히 LM 베어링은 기존의 미끄럼 베어링에 비하여 위치 결정도가 높고, 고속 운동이 가능하며 높은 강성을 갖는 것이 장점이다.

초정밀을 요구하는 생산 장비 시스템에서는 직선결합부의 정/동적 특성을 예측하는 것이 중요하다. 이는 전체 거동에 큰 영향을 미치게 되는 직

선 결합부의 거동이 중요시되기 때문이다. LM 베어링에서 강성은 하중을 가할 때, 그 변형에 저항하는 정도를 나타내는 것이다. 하중의 종류에 따라, 하중이 일정하게 가해지고 베어링에 변형이 생길 경우 정적 처짐이라 하고, 이 때 하중과 변위와의 관계를 정적 특성이라 정의한다. 또한 하중이 시간적으로 변화하여 장비에 진동이 발생하는 경우 동적 처짐이라 하고, 하중과 진동과의 관계를 동적 특성이라 한다. LM 베어링의 거동 오차는 운동정밀도에 영향을 미치고, 이는 가공 오차에 직접적인 영향을 미치기 때문에 정/동적 특성의 예측이 가능해야 한다.

LM 베어링의 경우 제품 형상 그대로 전산 모델링을 하기에는 다소 어려운 점이 있다. 블록을

형성하는 부품이 여러 가지이고, 각각의 물성치도 다르기 때문이다. 또한 부품들은 볼트 결합으로 이루어져 있으며, 일부분에서는 굴곡이 형성되어 있다. 특히, LM 베어링의 접촉부를 이루는 볼을 그대로 3 차원 모델링하고 메쉬(mesh)를 생성하여 정적 동적 특성을 얻기 위해서는 많은 시간과 많은 모델링 계산 비용이 소요된다.

기존에 정적/동적 특성을 반영하는 전산 모델링은 오랫동안 연구되어 왔다. Kim¹ 등은 각각의 볼에 대한 반력을 계산하여 수직방향의 베어링 강성을 수치해석적인 접근 방법 없이 예측하는 연구를 진행하였다. 그러나 수평 방향에 대한 강성도 동시에 예측할 수 있어야 강성에 대한 정확도가 높아지기 때문에 수평 방향의 강성도 고려되어야 한다. Choi² 등은 Hertz 의 접촉 이론과 비선형 운동방정식을 이용하여 볼 베어링의 선형적인 강성과 고유 진동수를 계산하여 동적 특성을 파악할 수 있는 방법을 연구하였다.

이러한 연구들은 대부분 정적/동적 특성에 대하여 각각의 구속조건을 개별적으로 적용하여 예측하고 있다. 정적/동적 특성에 대한 정확한 거동을 동시에 예측하기 위해서는 상세한 모델링을 해야 하나, 전산 모델링 시 이러한 점을 고려하기 위해서는 많은 유한요소가 필요해 시간이 많이 걸리고, 복잡성으로 인한 수렴성의 보장이 어렵게 된다. 따라서, LM 베어링에 대한 전산 모델에 대하여 정적/동적 특성을 그대로 반영하면서도 간단한 전산 모델링을 제시하여 해석 시간을 줄이고 모델링에 들어가는 계산 비용을 줄일 수 있는 단순화 과정이 필요하다.

본 연구에서는 공작기계의 LM 베어링에 대하여 정적/동적 특성을 동시에 반영하는 단순화된 전산 모델링을 제시하고자 한다. 복잡한 형상을 단순화하여 모델링하고 전산 해석에 용이하도록 LM 베어링에 수 개의 스프링으로 강성을 분배하여 정동특성을 예측하고, 이를 동시에 반영하는 전산 해석을 위한 단순화 모델로 이용할 수 있도록 한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2 절은 Hertz 접촉이론 및 라그랑지안 운동방정식, 정규 모드 해석을 통한 정/동강성 예측을 위한 방법론에 대하여 제시했다. 3 절은 접촉면 모멘트 분석을 통한 스프링의 위치 및 강성 분배에 대한 이론적 결과를 제시했다. 그리고 4 절에서 결론을 제시한다.

2. 강성 모델링의 이론적 방법론

2.1 단순화 모델링 방법

LM 베어링은 스프링 댐퍼 요소를 이용해 Fig. 1 과 같이 단순화 모델링할 수 있다. 하나의 특정 파트의 경계 부분이 다른 파트의 경계부분과 접촉이 일어날 경우, 즉 LM 베어링에서 레일과 LM 블록 사이의 볼 베어링의 접촉점에 스프링 댐퍼 요소를 이용하여 단순하게 모델링할 수 있다. 탄성이 있는 물체는 접촉점에서 진동이 발생하며, 비선형 스프링 요소로 연결할 수 있다.

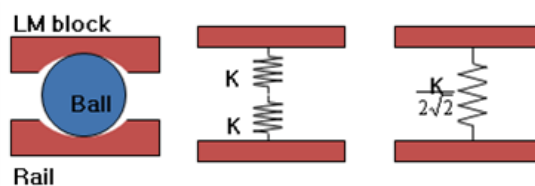


Fig. 1 Contact surface of LM bearing

Hung³ 등은 LM 베어링의 메커니즘 진동 분석을 위하여 유한요소 해석으로 접근했다. 이러한 분석 접근 방식에서 리니어 가이드를 강체로 간주하고 다자유도의 스프링-질량 시스템에 의해 시뮬레이션 할 수 있다. 유한요소해석에서 볼-그루브의 롤링 인터페이스는 스프링 요소를 점대점 접촉 모드로 모델링 할 수 있다. Chang⁶ 등과 Wo⁷ 등은 롤링 가이드의 진동 특성을 예측하기 위하여 다른 예압에 따른 유한요소 접근 방식을 이용하기도 한다. 리니어 가이드의 접촉 요소 모델에서 롤링 인터페이스는 롤링 인터페이스에서 체로 두께의 접촉 요소를 도입하여 표면 접촉 모드로 모델링하기도 한다.

LM 베어링의 모델링 기법과 관련하여 수행된 대부분의 기존 연구들은 LM 블록과 레일에 접촉하는 볼 베어링을 스프링요소로 모델링 하되, 많은 개수의 스프링 요소를 사용하거나, 다자유도를 갖는 한 개의 스프링 요소로 대체하여 모델링하고, 정/동적인 해석을 통해 강성을 추출하는 방법을 사용한다. 또한 상단과 하단의 볼 베어링에 같은 강성을 대입하고 볼 베어링을 형상 그대로 모델링하여 전산 해석을 하기도 한다. 따라서 LM 베어링에 대하여 정적/동적 특성을 동시에 반영할 수 있는 단순화된 전산 스프링 모델링에 대한 방법을 제시하고자 한다.

2.2 Hertz 접촉 이론

Hertz 접촉이론에서는 단순한 기하학적 형상을 가진 문제에 대하여 두 물체가 접촉하면 접촉 지점에 작용된 하중, 접촉 영역의 크기, 변형의 관계에 따라 접촉영역의 압력분포 및 접촉 강성에 대한 예측이 가능하다.² 압축하중 F 가 작용했을 때, 두 물체의 접촉면이 α 의 값만큼 수직 변형이 발생하면 타원 모양을 나타내고 이를 작용하중과 변형과의 관계에 따라 구성하면 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F = k_h \alpha^{3/2} \tag{1}$$

$$k_h = \frac{4}{3} \frac{q_k}{(\delta_1 + \delta_2) \sqrt{A+B}} \tag{2}$$

$$\delta_i = \frac{1 - \mu_i}{\pi E_i} \tag{3}$$

여기서 α 는 접촉면의 수직 변형이고, k_h 는 Hertz 상수이며, $\delta_i, \delta_1, \delta_2$ 는 Hertz 접촉이론의 물성치이다. E 와 μ 는 탄성계수(Young's modulus)와 푸아송비(Poisson's ratio)를 나타낸다.

식(1)로부터 압축하중 F 에 대해 미분하면 강성을 구할 수 있다.

$$K_n = \frac{dF}{d\alpha} = \frac{3}{2} k_h \alpha^{(1/2)} \tag{4}$$

이송방향을 제외한 강체 모드들은 LM 블럭과 레일 사이에 위치한 볼 베어링이 접촉 요소로 작용함으로써, Hertz 접촉 이론에 따른 접촉 강성을 가짐으로써 나타나는 모드들이다. Hertz 접촉 이론을 통해 LM 가이드 볼 베어링의 접촉 강성을 유도하여 시스템의 동적 특성을 파악할 수 있는 방법을 제시한다.

$$k = \frac{dP}{d\delta} = \frac{3}{2} \left(\frac{\pi(0.6E^*)}{\sqrt{2}} (R'R'') \right)^{\frac{1}{4}} \delta^{\frac{1}{2}} \equiv \frac{3}{2} C \delta^{\frac{1}{2}} \tag{5}$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \tag{6}$$

$$R' = r_1 \tag{7}$$

$$R'' = \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2} \tag{8}$$

식(5)를 사용하여 LM 베어링 블럭에 들어가는 볼베어링의 강성을 이론적으로 구할 수 있다. E_1 와 E_2 는 볼베어링과 블럭의 탄성계수(Young's modulus)이며, μ_1 와 μ_2 는 볼베어링과 블럭의 푸아송비(Poisson's ratio)이다. R' 과 R''는 볼베어링과 블럭 그루부의 유효반지름이다. δ 은 볼 베어링의 예압 즉, 음의 공차를 나타낸다.

2.3 라그랑지안 운동방정식 및 정규모드 분석

라그랑지안 운동방정식은 시스템의 일반화 좌표계를 기준으로 물체가 가지는 운동에너지, 위치에너지, 감쇠에너지 등을 이용하여 운동방정식을 유도하는 접근법으로 식(9)와 같다. 일반화 좌표계는 시스템의 운동을 나타내는 최소의 서로 독립된 좌표 변수들의 집합을 나타내며, 시스템이 갖는 자유도의 수와 일반화 좌표계의 수가 같다. 좌표 변수는 직교좌표계의 경우 x, y, z 이고, 극 좌표계는 r, θ , θ 로 나타낸다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial U}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} = Q_j, j = 1, 2, \dots, n \tag{9}$$

여기서 q_j 는 일반화 좌표 변수, T는 운동에너지, U는 위치에너지, D는 감쇠에너지, 그리고 Q_j 는 q_j 에 대응하는 비보존 일반화된 힘을 나타낸다. 운동에너지는 시스템이 운동하면서 가지는 에너지이고, 위치에너지는 시스템이 현재의 위치에서 보유한 에너지로 변위차에 의해 발생하며, 감쇠에너지는 시스템에 운동함에 따라 사라지는 에너지로 마찰 및 댐퍼에 의해 소실되는 에너지이다.

정규 모드는 계의 운동방정식의 해를 찾아 구할 수 있고, 일반적으로 운동방정식은 계의 질량과 강성이 포함되어 있으며, 고유치 문제로 해결할 수 있다. 단일 자유도계에서 작용하는 힘들에 대한 힘의 평형관계로부터 변위에 대한 단일자유도 운동방정식을 식(10)과 같이 나타낼 수 있다.⁸

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = f(t) \tag{10}$$

m은 질량, c는 감쇠계수, k는 탄성계수를 나타내고, $m\ddot{u}(t)$ 는 관성력의 크기이고, $c\dot{u}(t)$ 는 감쇠력 크기이며, $ku(t)$ 는 탄성력의 크기를 나타낸다. 여기서 $f(t) = 0$ 으로 두면 고유진동에 대한 방정식이 되고, 여기에 $c = 0$ 인 조건을 추가하면 비감쇠 고유진동방정식이 된다. 감쇠를 고려하지 않는 경우,

외력이 가해졌을 때, 다물체 동역학에서의 식은 고유치 문제를 풀어 해결할 수 있고, 고유 진동수를 찾아 고유 진동모드를 해결할 수 있다. 그리고 $f(t)$ 를 임의의 시간에 대한 가진력으로 두면 강제 진동 해석문제가 되고, 모드 중첩법을 이용해 해를 구할 수 있다.

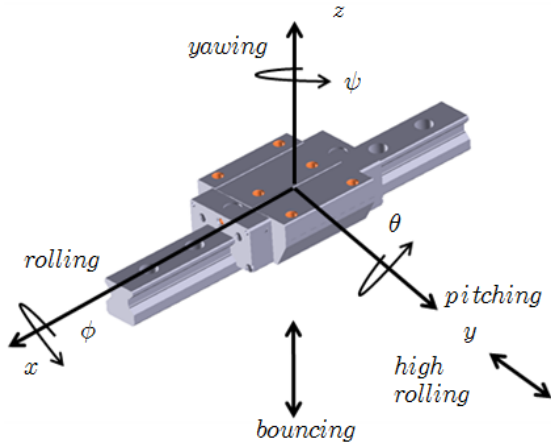


Fig. 2 Rigid body mode

Fig. 2는 LM 베어링의 형상과 강제 모드의 방향을 나타낸다. 블록이 이동하는 방향은 x 축이고, y 축과 z 축은 가진 방향인 수평, 수직방향으로 하이롤링, 바운싱 모드의 변위이다. x, y, z 축을 기준으로 한 회전 변위는 π, θ, ϕ 이며, 롤링, 피칭, 요잉의 모드 변위에 해당한다. M은 carriage의 질량, J_x, J_y, J_z 는 x, y, z 축의 관성 모멘트를 나타낸다. 식(11)는 5 자유도에 해당하는 운동에너지를 나타낸다.

$$T = \frac{1}{2}M\dot{y}^2 + \frac{1}{2}M\dot{z}^2 + \frac{1}{2}J_x\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}J_y\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}J_z\dot{\psi}^2 \quad (11)$$

3. 결과 및 토의

3.1 운동방정식 및 정규모드 분석의 응용

Fig. 3의 그림에서 볼 수 있듯이 α 는 상부 볼 베어링의 접촉 각도를 나타낸 것이며 기존의 연구들은 $\pi/2$ 인 경우에 국한하여 강제 모드의 운동 방정식을 구하고 있다. 따라서 상/하단 볼 베어링의 접촉 각도를 모두 반영하며, 정/동적 강성을 동시에 예측 가능한 전산 모델링을 이론적 근거를 토대로 제시하고자 한다.^{2,3} Fig. 3는 LM 베어링 모

델이며, O는 질량 중심의 위치, a, b, c_1, c_2 는 볼 베어링의 질량 중심에서 y 축, z 축 방향으로의 거리, α, β 는 볼 베어링의 접촉 각도를 나타낸다. 각 항들은 각각의 볼 베어링 위치에너지를 나타내고, k_1, k_2 는 각각 상단과 하단 스프링의 단위길이 당 강성을 나타낸다.

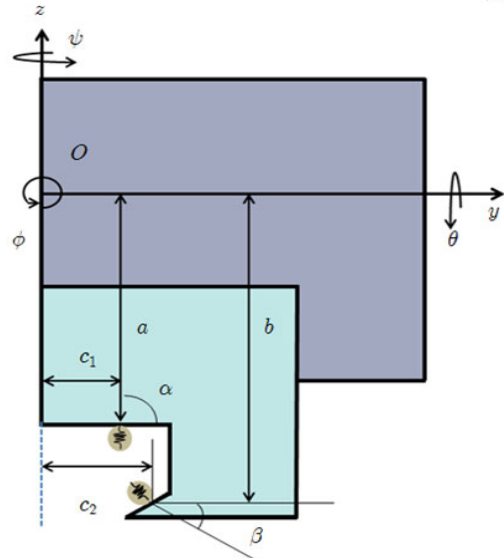


Fig. 3 Geometry of LM bearing

식(12)는 볼 베어링의 위치 에너지이며, 볼에 작용하중을 가했을 때, 베어링이 늘어선 길이 L에 대한 적분형태로 나타낼 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_{-L}^L [k_1 \{ (y + a\theta + l\phi)\cos\alpha + (z + c_1\theta - l\theta)\sin\alpha \}^2 + k_2 \{ (y + b\theta + l\phi)\cos\beta - (z + c_2\theta - l\theta)\sin\beta \}^2 + k_1 \{ -(y + \alpha\theta + l\phi)\cos\alpha + (z - c_1 - l\theta)\sin\alpha \}^2] dl \quad (12)$$

운동에너지와 위치에너지를 식(11), (12)를 이용하여 식(13)과 같이 5 자유도의 일반화 좌표의 운동 방정식으로 나타낼 수 있다.

식(13)과 같이 고차롤링, 바운싱, 롤링, 피칭, 요잉의 5개의 모드의 운동방정식으로 나타낼 수 있다. y, θ 는 서로 연성되어 있으므로 롤링과 고차롤링의 모드 중첩이 발생한다.

$$\begin{aligned}
 & M\ddot{y} + 2L(k_1\cos^2\alpha + k_2\cos^2\beta)y \\
 & + L\{k_1(2a\cos^2\alpha + c_1\sin 2\alpha) \\
 & + k_2(2b\cos^2\beta - c_2\sin 2\beta)\}\phi = 0 \\
 & M\ddot{z} + 2L(k_1\sin^2\alpha + k_2\sin^2\beta)z = 0 \\
 & J_x\ddot{\theta} + 2L\{k_1(a^2\cos^2\alpha + ac_1\sin 2\alpha + c_1^2\sin^2\alpha) \\
 & + k_2(b^2\cos^2\beta - bc_2\sin 2\beta + c_2^2\sin^2\beta)\}\phi \quad (13) \\
 & + L\{k_1(2a\cos^2\alpha + c_1\sin 2\alpha) \\
 & + k_2(2b\cos^2\beta + c_2\sin 2\beta)\}y = 0 \\
 & J_y\ddot{\theta} + \frac{L^3}{6}(k_1\sin^2\alpha + k_2\sin^2\beta)\theta = 0 \\
 & J_z\ddot{\phi} + \frac{L^3}{6}(k_1\cos^2\alpha + k_2\cos^2\beta)\phi = 0
 \end{aligned}$$

식(12), 식(13)을 이용하여 라그랑지안 방정식을 풀어서 식(14), 식(15), 식(16), 식(17), 식(18)의 z 축 병진운동인 바운싱, y 축 병진운동, 롤링, 요잉, 피칭의 강성식을 구한다. 여기서 x 축 방향의 병진운동은 LM 블록의 이송방향과 동일하므로 고려하지 않았다. 식(19)는 y 축 병진운동과 x 축 회전운동인 롤링이 중첩된 강성이다.

$$k_{yy} = 2(k_1\cos^2\alpha + k_2\cos^2\beta) \quad (14)$$

$$k_{zz} = 2(k_1\sin^2\alpha + k_2\sin^2\beta) \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 k_{\alpha\alpha} = 2 \{ & k_1(a^2\cos^2\alpha + ac_1\sin 2\alpha + c_1^2\sin^2\alpha) \\
 & + k_2(b^2\cos^2\beta + bc_2\sin 2\beta + c_2^2\sin^2\beta) \} \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$k_{\beta\beta} = \frac{L^2}{6}(k_1\sin^2\alpha + k_2\sin^2\beta) \quad (17)$$

$$k_{\gamma\gamma} = \frac{L^2}{6}(k_1\cos^2\alpha + k_2\cos^2\beta) \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 k_{y\alpha} = 2(k_1ac\cos^2\alpha + k_2bc\cos^2\beta \\
 + \frac{1}{2}k_1c_1\sin 2\alpha - \frac{1}{2}k_2c_2\sin 2\beta) \quad (19)
 \end{aligned}$$

3.2 접촉면 모멘트 분석 및 스프링 강성 분배

다음과 같은 결과를 이용하여 M 과 K 에 따른 행렬식으로 나타내면 식(20)과 같다.

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \quad (20)$$

식(21)을 이용하여 6 자유도에 대한 강성행렬을 얻을 수 있다. 전산 모델링 시 Fig. 4 와 같이 LM 블록과 레일에 접촉된 볼 베어링을 6 자유도를 갖는 1 개의 스프링으로 대체하여 모델링할 수 있으며, 동적 특성을 예측할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 M = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_z \end{bmatrix} \\
 K = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 & K_{y\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{\alpha y} & 0 & K_{\alpha\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\beta\beta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\gamma\gamma} \end{bmatrix} \quad (21)
 \end{aligned}$$

6 자유도 스프링 강성식에서 롤링강성($k_{\alpha\alpha}$)을 구하기 위해서는 Fig. 3 에서 알 수 있듯이 질량중심에서 상단 면과 하단 면의 접촉위치까지의 길이 변수 a, b가 필요하다. 그러나 길이 변수 a, b는 전산 해석 시 모델 생성 중 계산되는 변수로써 카탈로그에서 얻을 수 있는 변수가 아니므로 LM 베어링의 모델만 가지고는 롤링 강성을 계산하기에는 어려움이 있다.

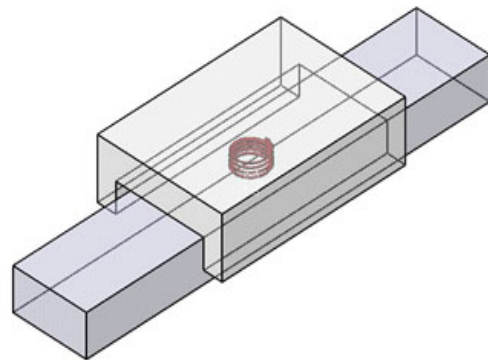


Fig. 4 One spring model of 6-DOF

따라서 6 자유도 1 개 스프링과 동등한 강성을 가지면서 길이 변수 a, b 가 없이도 강성 계산이 가능한 모델이 필요하므로, 1 자유도를 가지는 8 개의 스프링을 이용하여 6 자유도의 1 개 스프링과 동등

한 강성을 가지는 단순화된 모델링을 다음과 같이 연구하였다.

상단의 4 개 스프링의 x 축으로부터의 위치를 Fig. 5 와 같이 롤링 일 때를 고려하여 무게중심을 기준으로 상단 접촉면에 롤링 모멘트를 계산하고 같은 롤링 모멘트를 발생시키는 스프링 위치를 식 (22)와 같이 계산했다.

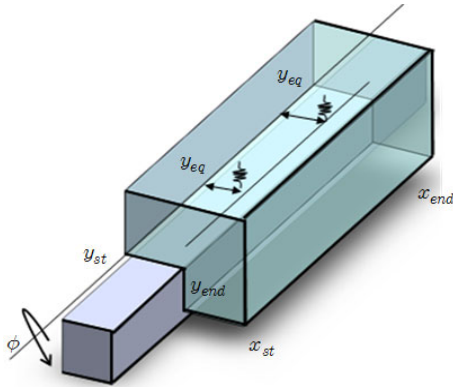


Fig. 5 Rolling moment of LM block and rail

$$M_{\phi} = \int_{x_{st}}^{x_{end}} \int_{y_{st}}^{y_{end}} (\vec{r}_{da})^T (\vec{k}_{da}) \delta(x, y) dy dx$$

$$M_{\phi} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{y_{st}}^{y_{end}} y k_{da} y \Delta\phi dy dx$$

$$= \frac{k}{2} (y_{end}^2 + y_{end} y_{st} + y_{st}^2) \frac{2\Delta\phi}{3}$$

$$\frac{k}{2} (y_{end}^2 + y_{end} y_{st} + y_{st}^2) \frac{2\Delta\phi}{3} = y_{eq} k_1 y_{eq} 2\Delta\phi$$

$$\frac{1}{3} (y_{end}^2 + y_{end} y_{st} + y_{st}^2) = y_{eq}^2$$

$$y_{eq} = \sqrt{\frac{1}{3} (y_{end}^2 + y_{end} y_{st} + y_{st}^2)}$$

여기서 y_{st} 는 중심으로부터 접촉면이 시작되는 부분의 위치를 나타내며, y_{end} 는 중심으로부터 접촉면이 끝나는 부분의 위치를 나타낸다. y_{eq} 는 x 축으로부터 스프링이 위치하는 위치를 나타낸다. x_{st} 와 x_{end} 는 중심으로부터 블록의 길이를 나타낸다.

상단의 4 개 스프링의 y 축으로부터의 위치를 Fig. 6 과 같이 피칭 일 때를 고려하여 무게중심을 기준으로 상단 접촉면에 피칭 모멘트를 계산하고

같은 피칭 모멘트를 발생시키는 스프링 위치를 식(23)과 같이 계산했다.

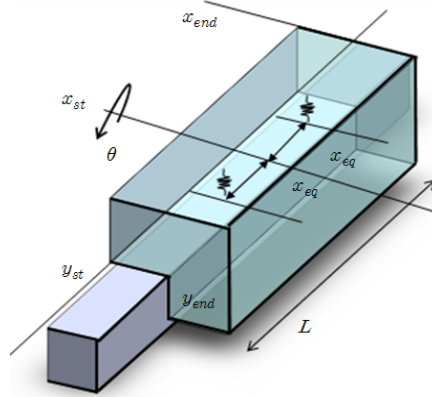


Fig. 6 Pitching moment of LM block and rail

$$M_{\theta} = \int_{x_{st}}^{x_{end}} \int_{y_{st}}^{y_{end}} (\vec{r}_{da})^T (\vec{k}_{da}) \delta(x, y) dy dx$$

$$M_{\theta} = \int_{-L/2}^{L/2} \int_{y_{st}}^{y_{end}} x k_{da} x \Delta\theta dy dx$$

$$= (x_{end}^2 + x_{end} x_{st} + x_{st}^2) \frac{1}{3} = x_{eq}^2$$

$$\frac{L}{2\sqrt{3}} = x_{eq}$$

x_{eq} 는 Fig. 7 와 같이 중심으로부터 x 축 방향으로의 스프링 위치를 나타내며 모멘트 계산 결과 $L/2\sqrt{3}$ 의 위치에 스프링이 위치하게 되는 것을 알 수 있었다. 하부의 스프링 위치도 상부 스프링 위치와 같게 되며 스프링의 접촉각도는 볼의 접촉각도와 동일하다.

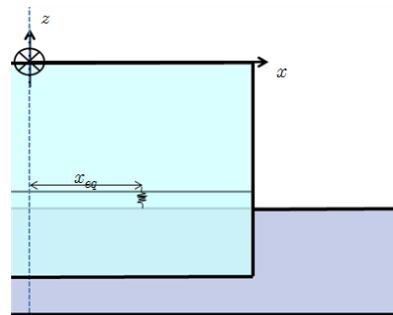


Fig. 7 Spring position about the x-axis

이렇게 LM 베어링에서 상부 4 개, 하부 4 개, 총 8 개의 스프링의 위치를 Fig. 8 과 같이 알 수 있었고, 상·하부의 스프링 한 개당 각각 스프링의 강성을 분배했다. 수직, 수평방향의 축 당 강성과 상부 및 하부의 한 개당 스프링 강성을 Table 1 과 같이 구할 수 있다. 여기서 k_{yy} 는 y 축의 강성이고, k_{zz} 는 z 축의 강성이다. k_{s1} 는 상부 스프링 한 개당 강성이고, k_{s2} 는 하부 스프링 한 개당 강성이며, θ_1, θ_2 는 상하부 스프링의 접촉 각도이다.

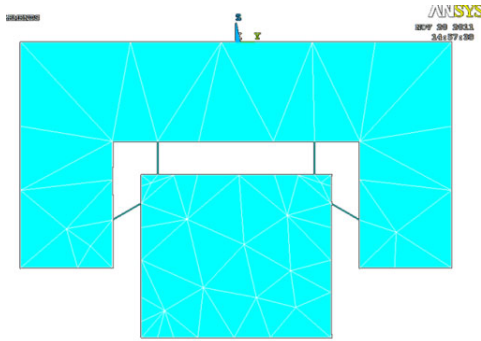


Fig. 8 Location of 8 springs for a simplified model

Table 1 Spring stiffness distribution

| | |
|---------------------------------|---|
| Stiffness about the x-axis | $k_{yy} = 2(k_1 \cos^2 \alpha + k_2 \cos^2 \beta)$ |
| Stiffness about the z-axis | $k_{zz} = 2(k_1 \sin^2 \alpha + k_2 \sin^2 \beta)$ |
| Upper stiffness per unit spring | $k_{s1} = \frac{k_{yy} \sin^2 \theta_2 - k_{zz} \cos^2 \theta_2}{4(\cos^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 - \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2)}$ |
| Lower stiffness per unit spring | $k_{s2} = \frac{k_{yy} \sin^2 \theta_1 - k_{zz} \cos^2 \theta_1}{4(\cos^2 \theta_2 \sin^2 \theta_1 - \sin^2 \theta_2 \sin^2 \theta_1)}$ |

스프링 한 개당 강성을 10000 N/mm, 스프링의 접촉 각도를 상부 90°, 하부 30°로 하고 Fig. 9 과 같이 y 축 방향으로 50 N의 하중을 주었을 때, 이론상 변위는 1 μ m, 시뮬레이션으로 검증한 값은 하중을 압력 조건으로 주었을 때의 변위가 1.05 μ m인 것으로 확인되어 정적 특성의 타당성을 검증하였다. 또한 Fig. 10 과 같이 동특성 실험 및 시뮬레이션을 통하여 비교한 결과 오차 9% 이내이므로 동적 특성에 대한 타당성을 검증하였다 (Table 2).

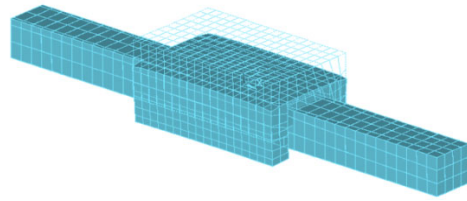


Fig. 9 Static characteristic analysis



Fig. 10 Dynamic characteristic analysis

Table 2 Comparison of dynamic characteristic test and simulation

| | Experiment | Simulation | Error |
|----------------------|------------|------------|-------|
| 1 st mode | 0 Hz | 0 Hz | 0% |
| 2 nd mode | 149.0 Hz | 136.5 Hz | 8.38% |
| 3 rd mode | 422.0 Hz | 451.5 Hz | 7.0% |
| 4 th mode | 467.0 Hz | 473.2 Hz | 1.28% |
| 5 th mode | 1190.0 Hz | 1224.3 Hz | 5.54% |
| 6 th mode | 1590.0 Hz | 1640.5 Hz | 3.14% |

본 연구는 LM 베어링에 하중을 갖는 더미의 형상 및 질량중심에 관계되는 변수를 이용해 계산되는 것이 아니므로 기존의 연구보다 간편하게 정/동적 특성을 예측하는 것이 가능하다.

4. 결론

본 연구에서는 LM 베어링에 대하여 정적/동적 특성을 동시에 반영하는 간단한 전산 모델링을 제시하고, 정적/동적 특성에 대한 타당성을 실험 및 시뮬레이션을 통해 결과 오차 9% 이내로 검증하였다. Hertz 접촉 이론 및 라그랑지안 운동 방정식, 정규모드 분석, 접촉면의 모멘트 계산을 통하여 볼베어링을 대체할 수 있는 8 개의 스프링 위치를 제시하여 복잡한 형상을 단순화하여 모델링할 수 있는 이론적 연구를 진행했다. 또한 전산

해석에 용이하도록 LM 베어링에 8 개의 스프링으로 강성을 분배하여 정동특성을 예측하고, 이를 동시에 반영하는 전산 해석을 위한 단순화 모델로 이용할 수 있도록 했다.

후 기

본 연구는 지식경제부 산업원천기술개발사업인 기계장비 정밀도 시뮬레이션 플랫폼 기술개발 과제 의 지원으로 수행 되었습니다.

참고문헌

1. Kim, G. and Park, C. H., "Stiffness Prediction and Experimental Characteristics of Linear Motion Bearings," Proc. of KSPE Autumn Conference, pp. 327-328, 2010.
2. Choi, J. S., Yoo, J. H., Yi, Y. S., Kim, Y. Y., Lee, D. J., and Lee, S. J., "Vibration Analysis and Its Application of a Linear Motion Guide Supported by Rolling Ball Bearings," Transactions of the KSME A, Vol. 29, No. 7, pp. 955-963, 2005.
3. Wu, J. S. S., Chang, J. C., Tsai, G. A., Lin, C. Y., and Ou, F. M., "The effect of bending loads on the dynamic behaviors of a rolling guide," Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 26, No. 3, pp. 671-680, 2012.
4. Hung, J. P., "Load effect on the vibration characteristics of a stage with rolling guides," Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 23, pp. 89-99, 2009.
5. Yi, Y. S., Kim, Y. Y., Choi, J. S., Yoo, J. H., Lee, D. J., Lee, S. W., and Lee, S. J., "Dynamic analysis of a linear motion guide having rolling elements for precision positioning devices," Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 22, No. 1, pp. 50-60, 2008.
6. Chang, J. C., Wu, J. S. S., and Hung, J. P., "Characterization of the dynamic behavior of a linear guideway mechanism," Structural Engineering and Mechanics, Vol. 25, No. 1, pp. 1-10, 2007.
7. Wu, J. S. S., Chang, J. C., and Hung, J. P., "The effect of contact characteristic on dynamic behaviors of rolling contact elements," Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 74, No. 6, pp. 454-467, 2007.
8. Lee, S. Y. and Lee, J. M., "A Study on the Dynamic Modeling of Bearing Joints in Machine Tools," J. of the KSPE, Vol. 9, No. 2, pp. 61-68, 1992.
9. Jeong, J. K., Kang, M. G., Shin, D. H., Lee, G. Y., Shin, S. H., Won, C. J., and Jeong, J. I., "Dynamic Stiffness of 5-axis Stage with Vacuum applied LM Guide Equivalence Stiffness Model," Proc. of KSPE Autumn Conference, pp. 481-482, 2011.
10. Jeong, J. I. and Noh, K. H., "Simplified modeling of Roller LM guide bearing," Proc. of KSMTE Spring Conference, pp. 116-117, 2011.
11. Noh, K. H., Choi, Y. S., Won, J. J., and Jeong, J. I., "A Study on Linear Motion Guide of Ball Retainer Type to Simplify Modeling," Proc. of KSPE Spring Conference, pp. 463-464, 2010.