

## 수상선박의 위치 및 자세제어시스템 설계에 관한 연구 : 강인제어기법에 의한 관측기 설계

김 영 복\*†

\* 부경대학교 기계시스템공학과

### Dynamic Positioning Control System Design for Surface Vessel: Observer Design Based on $H_\infty$ Control Approach

Young Bok Kim\*†

\*Dept. of Mechanical System Engineering, Pukyong Nat'l Univ.

(Received March 12, 2012 ; Revised July 7, 2012 ; Accepted July 11, 2012)

**Key Words:** Surface Vessel(수상선), Dynamic Positioning System(DPS), 2DOF(2자유도), Servosystem(서보계), Actuator(액추에이터), Observer(관측기), Robust Control(강인제어)

**초록:** 본 논문에서는 선박운동제어를 위한 제어시스템 설계문제에 대해 고찰한다. 특히 강인한 추종성능을 가진 2자유도 서보계 설계법을 이용하여 선박의 위치 및 자세제어를 위한 제어기를 설계하고, 실험 등의 실제적인 제어시스템 구축시 센서로부터 모든 정보를 획득할 수 없으므로 이에 필요한 상태를 추정하기 위한 관측기 설계 문제에 대해 고려하고 있다. 그래서 본 논문에서는 실제 상태정보와 추정된 상태정보와의 오차를 최소화하도록  $H_\infty$  오차 바운드를 설정하는 기법으로 관측기의 이득을 구한다. 특히  $H_\infty$  오차 바운드를 만족하는 관측기가 존재하기 위한 조건을 LMI형식으로 변환하여 표현함으로써 관측기 이득 계산을 효율적으로 수행하여 최적의 이득을 구할 수 있음을 보이고 시뮬레이션을 통해 그 유용성을 확인한다.

**Abstract:** In this study, we consider a dynamic positioning system (DPS) design problem that can be extended to many application fields. Toward this end, tracking and positioning control problems are discussed. In particular, we design a tracking control system that incorporates an observer based on the 2-DOF servo system design approach in order to obtain the desired state information. In the case of observer design, a weighted  $H_\infty$  error bound approach for a state estimator is considered. Based on an algebraic Riccati equation (inequality) approach, a necessary and sufficient condition for the existence of a full-order estimator that satisfies the weighted  $H_\infty$  error bound is introduced. The condition for the existence of the estimator is denoted by a linear matrix inequality (LMI) that yields an optimized solution and the observer gain.

### 1. 서론

해상에서 운용되는 선박 및 부유체(floating units)는 목적에 따라 설정된 항로를 추종하거나, 일정위치에 장기간 혹은 일시적으로 정지된 상태를 유지해야 한다. 예를 들어 시추선과 이와 관련된 작업을 하는 특수목적의 해상설비 등은 해양 자원을 채굴하기 위해 목적위치로 이동하거나 일정위치에 정지된 상태에서 장기간의 작업을 수행하기도 한다. 이와 관련된 특수목적 작업선의 위

치제어를 위해서는 일반적으로 별도의 보조추진 장치를 설치한다. 그 대표적인 것이 회전식 스톨러(rotatable thruster) 장치이다. 이것은 대부분 전기모터를 기반으로 회전이 가능하여 선박의 운동제어성능을 획기적으로 향상시킬 수 있다. 일반 선박을 비롯하여 특수 목적선인 FPSO, Rigs 및 Drill Ship 등에도 설치·운용되고 있는데 FPSO, Rigs 및 Drill Ship에는 이러한 보조추진장치 외에 로우프를 이용한 계류장치(mooring winch system)를 갖는다. 이것은 앵커링(anchoring)으로 선박을 구속하기 위한 것으로, 어느 정도의 위치확보를 위한 제어성능을 가지면서 장기간 일정위치를 유지해야 할 필요가 있을 경우에 이용한다. 또한, 로

† Corresponding Author, [kpjiwoo@pknu.ac.kr](mailto:kpjiwoo@pknu.ac.kr)

© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

우프 계류장치로 일정위치를 확보한 상태에서 보조추진장치(side thruster)로 고정도 위치제어를 수행하는 경우도 있다. 이때 대상선박의 크기에 따라 계류장치 및 보조추진장치의 수도 달라지나 모두 DPS(Dynamic Positioning System) 기술<sup>(1~6)</sup>을 기반으로 한 것이다. DPS 기술은 GPS 등의 센싱 시스템을 통해 확보한 선박 위치정보 및 운동정보를 이용하여 선박운동을 제어하는 기술이다. 운항하거나 일정위치를 확보하면서 작업을 해야 하는 모든 수상선에 필수적인 제어기술이지만 이와 관련된 확고한 기술을 확보하지 못한 것이 국내 현실이다.

따라서 본 연구에서는 선박운용에 필수적인 DPS 기술개발을 위해 수상선의 자세 및 위치제어시스템 구축문제에 대해 고찰한다. 자세하계는 4기 혹은 그 이상으로 이루어지는 액추에이터 제어를 통해 선박의 위치 및 자세를 제어하는 문제를 고려한다.

DPS 기술의 적용범위는 앞서 기술한 것과 너무나 다양하다. 이미 선진연구자에 의해 개발되고 실선에 적용된 점을 감안한다면 보다 창의성 있는 접근이 필요불가결하다. 즉, 기존연구나 기술과는 차별성 있는 연구방법 및 접근법이 필요함을 의미한다. 따라서 본 연구에서는 선박을 적용대상으로 하되, 기술적용영역을 달리한다. 기존 기술의 적용범위가 선박이 항해중이거나 원양영역인데 반해, 본 연구에서는 선박이 운항을 마치고 항만으로 접안하는 영역에서의 선박운동제어 문제를 다룬다. 이 영역, 즉 접안하는 경우에는 선박운동제어에 많은 제약이 존재한다. 좁고 복잡한 항내로 접근하기 때문에 파일럿과 터그보트의 지원을 받을 수밖에 없는 것이 현실이다. 안전문제로 선박자체 추진장치는 거의 사용할 수 없으며 터그보트에 의존해야 한다. 터그보트의 추진력에 의해 선박운동제어가 수행되며 접안작업의 성패는 파일럿의 경험과 터그보트와의 협조체제에 달려 있다. 이러한 현실을 개선하기 위한 방안을 모색하기 위해, 육성에 의해 통제되는 파일럿과 터그보트간의 통제시스템을 지능적인 제어시스템구축을 통해 해결하고자 하는 것이 본 연구의 최종목적이다.

우선 제어대상인 선박에 4기의 터그보트가 적절한 각도로 접근해 있다고 가정한다. 적절한 각도가 의미하는 것은 안전상 선박자체 추진장치를

사용하지 않으며, 4기의 터그보트에 의해 수평면 상에서의 모든 운동제어가 가능함을 의미한다. 이것은 굳이 터그보트를 갖는 선박운동제어문제 뿐만 아니라, 4기의 보조추진장치나 계류시스템에 의해 제어되는 문제에도 적용이 가능하다.

먼저 제어계 설계를 위해 본 연구에서는 강인한 추종성능을 달성할 수 있도록 하는 2자유도 서보계(2DOF servosystem) 설계법<sup>(7~9)</sup>을 도입하여 추종제어계를 설계한다. 이때 2자유도 서보계는 상태피드백 시스템 설계에 기초한 설계법이므로 시스템 상태에 대한 모든 정보를 필요로 한다. 따라서 2자유도 설계법의 기본적인 관점에서 상태추정을 위한 관측기(observer)를 설계한다. 여기서 관측기의 상태추종능력은 추종제어시스템 구축의 기본 목표인 위치제어성능을 결정짓는다. 따라서 본 논문에서는  $H_\infty$  제어이론에 기초하여 상태추정을 위한 관측기를 설계한다. 이 방법은 추정오차에 대한 정량적인 평가가 가능한 방법이다. 즉, 추정오차를  $H_\infty$  norm으로 정량적으로 평가하여 가능한 그 오차가 작도록 하는 관측기를 설계하는 방법이다.

특히 본 논문에서는 관측기 이득의 존재조건으로 주어지는  $H_\infty$  설계사양을 LMI문제로 표현한다. 이러한 문제 전환을 통해 보다 체계적으로 관측기를 설계할 수 있음을 확인하고 시뮬레이션을 통해 그 유용성을 검증한다.

## 2. 대상시스템의 표현

본 논문에서 고려하는 수상선박은  $XY$  평면에서 서로 대칭이고 무게 및 회전중심도 좌표중심 근처에 있다고 가정한다. 그리고 선박운동방정식을 다음과 같은 선형모델로 나타낸다.<sup>(10)</sup>

$$\begin{aligned} M\dot{\nu} + D\nu &= \tau, \\ \dot{\eta} &= R(\varphi)\nu \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $M \in R^{3 \times 3}$ 은 관성행렬이고,  $D \in R^{3 \times 3}$ 는 댐핑행렬로 각각 식 (2)와 같이 표현된다. 그리고  $\eta = [x, y, \varphi]^T \in R^3$ 는 지구고정좌표(Earth Fixed Frame)에서의 위치  $(x, y)$ 와 각도  $\varphi$ 에 대한 관성 위치이다.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m - X_u & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_v & -Y_r \\ 0 & -N_v & I_z - N_r \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} -X_u & 0 & 0 \\ 0 & -Y_v - Y_r \\ 0 & -N_v - N_r \end{bmatrix}$$

또한  $\mathbf{v} = [u, v, r]^T \in R^3$ 는 선체고정좌표(Body Fixed Frame)에서의 서지(surge), 스웨이(sway) 및 요우(yaw)방향 속도를 나타낸다. 그리고  $\mathbf{R}(\varphi)$ 는 선박좌표를 관성좌표로 변환시키는 변환행렬로 다음 식과 같다.

$$\mathbf{R}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

액추에이터(터그보트)에 의해 선박에 작용하는 서지, 스웨이 및 요우방향의 외력 및 모멘트  $\boldsymbol{\tau} = [X, Y, N] \in R^3$ 는 Fig. 1과 같은 힘의 조합으로 구성된다.

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{B}(\alpha)\mathbf{f} \quad (4)$$

식 (4)에서  $\mathbf{f} = [f_1, f_2, f_3, f_4]^T \in F$ 는 4기의 액추에이터에 의해 발생하는 제어력을 나타낸다.

여기서 몇가지 가정을 둔다.

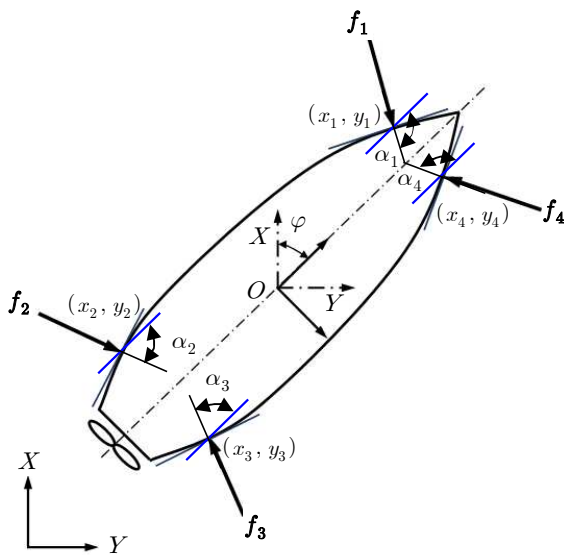


Fig. 1 Controlled system description with 4 actuators

먼저 본 연구에서는 액추에이터가 발생시키는 제어력은 제어대상 선박에 대해 단방향성, 즉 미는 힘 만 작용한다고 가정한다. 그리고 4기의 액추에이터가 적절한 위치에 배치되어 있다고 하고,  $i^{th}$ 번째 액추에이터 위치를  $(x_i, y_i)$ , 선박중심선과 액추에이터에 의해 선박에 가해지는 힘이 이루는 각도를  $\alpha_i$ 라 둔다.

이 때 시계방향의 값을 양의 값으로 둔다. 이 값은 모두 선체고정좌표를 기준으로 나타낸 것이다. 그러면 식 (4)에서의 행렬  $\mathbf{B}(\alpha)$ 는 각각의 액추에이터 위치와 각도를 고려하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{B}(\alpha_i) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i) \\ -l_{iy}\cos(\alpha_i) + l_{ix}\sin(\alpha_i) \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (5)에서  $l_{ix}, l_{iy}$ 는 선박무계중심점에서 액추에이터 위치  $(x_i, y_i)$ 까지의 거리를 각각 나타낸다. 이때 4기의 액추에이터를 조합하면 힘과 모멘트 벡터와의 관계는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} c\alpha_1 s\alpha_1 - l_{y1}c\alpha_1 + l_{1x}s\alpha_1 \\ c\alpha_2 s\alpha_2 - l_{2y}c\alpha_2 + l_{2x}s\alpha_2 \\ c\alpha_3 s\alpha_3 - l_{3y}c\alpha_3 + l_{3x}s\alpha_3 \\ c\alpha_4 s\alpha_4 - l_{4y}c\alpha_4 + l_{4x}s\alpha_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서  $s\alpha_i = \sin(\alpha_i)$ ,  $c\alpha_i = \cos(\alpha_i)$ 이다.

단, 여기서 주의할 것은 터그보트에 의해 선박운동을 제어하는 경우에 있어서 터그보트와 선박중심선이 이루는 각도문제이다.

터그보트는 제어해야 할 선박에 고정되지 않고 터그보트 추진력으로 밀고 있을 뿐이다. 즉, 선박에 고정되지 않기 때문에 선박과 이루는 각도와는 상관없이 터그보트 추진력은 선박과의 접촉면에 수직방향으로만 그 힘이 전달될 뿐이다.

이 점을 감안하면 가능한 최대의 추진력을 선박에 전달하기 위해 항상 최적의 각도를 유지해야 한다.

따라서 본 연구에서는 터그보트와 선박이 이루는 각도는 접촉면에 항상 수직이 되도록 일정한 각도를 유지할 수 있다고 가정한다.

### 3. $H_\infty$ 제어기법을 이용한 상태추정 관측기 설계

제어계 설계에 있어서 가장 기본적인 문제 중의 하나는 제어대상의 모델링 오차나 외란이 존재함에도 불구하고 목표신호에 오차없이 추종하도록 제어계를 설계하는 것이다. 이것을 강인서보문제(robust servo problem)라고 한다. 본 연구에서 도입하는 제어계 설계법은 정상상태에서 뿐만 아니라 과도상태에 있어서도 강인성이 확보되는 설계법으로 Fig. 2에 나타난 것과 같은 2자유도(two-degree-of-freedom) 서보계를 기본으로 한다.<sup>(7-9)</sup> Fig. 2에서  $F_0, F_{1s}$ 는 상태피드백이득,  $H_0$ 는 피드포워드이득이다. 그리고  $G$ 는 적분보상효과를 조정하기 위한 이득이다. 일반적으로 모든 상태를 직접 관측할 수 없기 때문에 본 장에서는 필요한 상태를 추정하기 위한 관측기 설계문제에 대해 중점적으로 다룬다. 먼저 제어대상이

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= A_r x_r + B_r u \\ y_r &= C_r x_r + D_r u \end{aligned} \quad (7)$$

와 같이 주어진다면, 상태  $x_r$ 를 추정하기 위한 동일차원관측기로 일반적으로 다음과 같이 표현되는 것을 고려할 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}_r(t) = A_r \hat{x}_r(t) + B_r u(t) + L\{y_r(t) - C_r \hat{x}_r(t)\} \quad (8)$$

이때  $\hat{x}_r$ 는 식 (7)에서의 상태  $x_r$ 의 추정값이며,  $L$ 은  $A_r - LC_r$ 을 안정하게 하는 이득이다. 최적제어이론을 이용하면 사양에 맞는 적당한 이득을 구할 수 있으나, 수차의 반복적인 시뮬레이션을 통해 재설계해야 하는 등의 다소 복잡하고 체계적이지 못한 것이 사실이다. 그래서 본 논문에서는 상태추정오차를 최소로 하는 정량적인 설계사양을 설정하고 체계적인 접근법을 통해 관측기를 설계하는 방법을 소개한다.

$H_\infty$  설계사양을 만족하는 관측기 설계문제를 가중함수(weighting function)를 갖는  $H_\infty$  추정문제라 한다.

이것은 관측기의 주파수 특성을 성형하기 위해 특정 주파수 대역의 추종오차에 중점을 두고 가중함수를 평가함수에 도입하는  $H_\infty$  추정문제라

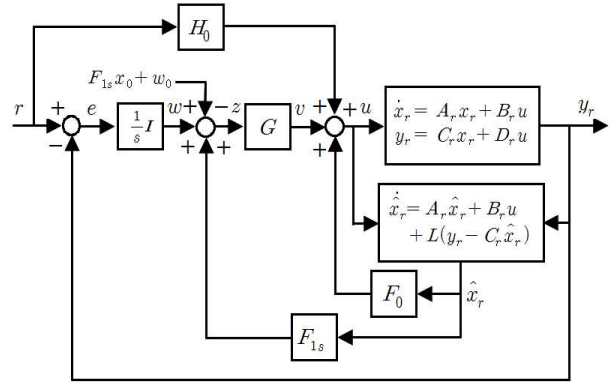


Fig. 2 2DOF(two-degree-of-freedom) servosystem incorporating an observer

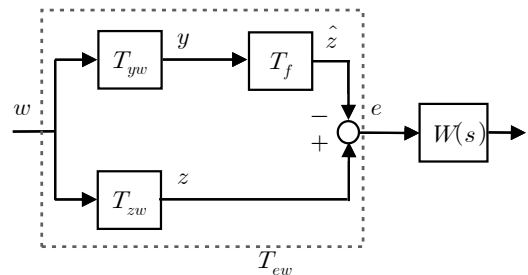


Fig. 3 Block diagram of the weighted  $H_\infty$  estimation problem<sup>(8)</sup>

다를 수 있다. 예를 들어 이 문제는 Fig. 3과 같이 표현할 수 있다. 이것을 기본으로 본 논문에서는 제어대상과 동일차원 관측기가 존재하기 위한 존재조건을 제시한다. 그리고 이 조건을 LMI 형식으로 변환하여 보다 체계적으로 관측기 이득을 구하도록 한다.

먼저 Fig. 2에 나타난 서보계를 기준으로 다음 식으로 표현되는 선형시불변시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= A_r x_r + B_r w \\ y_r &= C_r x_r + D_r w \\ z &= E x_r \end{aligned} \quad (9)$$

여기서,  $x_r \in R^m$  : 상태,  $y_r \in R^{p1}$  : 관측값,  $z \in R^{p2}$  : 추정해야 할 출력,  $w \in R^m$  : 그 크기가 유한한 외란 또는 잡음으로 정의한다.

Fig. 3에서  $T_{yw}(s)$ 는 제어대상을 나타낸 식 (9)에서 외란  $w$ 로부터 관측값  $y_r$ 까지의 전달행렬,  $T_{zw}(s)$ 는  $w$ 로부터 추정해야 할 상태출력까지의

전달행렬을 나타낸다. 그리고  $T_f(s)$ 는 설계해야 할 관측기로서 관측값  $y_r$ 에서 추정값  $\hat{z}$ 까지의 관측기 전달행렬을 나타낸다.  $T_{ew}(s)$ 는 외란  $w$ 에서 추정오차  $e: z - \hat{z}$ 까지의 오차전달행렬이고 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$T_{ew}(s) = T_{zw}(s) - T_f(s)T_{yw}(s) \quad (10)$$

여기서 각각의 전달행렬은 다음과 같이 정의한다.

$$T_{zw}(s) = \begin{bmatrix} A_r & B_r \\ E & 0 \end{bmatrix}, \quad T_{yw}(s) = \begin{bmatrix} A_r & B_r \\ C_r & D \end{bmatrix} \quad (11)$$

본 논문에서는  $\|WT_{ew}\|_\infty < \gamma (> 0)$ 을 만족하는 동일차원 관측기를 설계하는 것을 목표로 설정하고 있으며, 이때  $W(s) \in RH_\infty^{p_2 \times p_2}$ 는 가중함수이며 전달행렬은 다음과 같이 표현한다.

$$W(s) = \begin{bmatrix} A_w & B_w \\ C_w & D_w \end{bmatrix} \quad (12)$$

그리고  $A_w$ 는 적절한 차원의 안정행렬이라고 한다. 여기서 동일차원 관측기를 아래 식 (13)과 같이 정의하고, 관측기는 모델링오차나 외란이 없을 경우에는 추정오차가 시간의 경과와 함께 '0'으로 접근한다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_r &= A_r \hat{x}_r + L(y_r - C_r \hat{x}_r) \\ \hat{z} &= E \hat{x}_r \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $L \in R^{m \times p_1}$ 은 설계해야 할 필터의 이득(관측기 이득)이다. 이것으로부터 관측기의 전달행렬은

$$T_f(s) = \begin{bmatrix} A_r - LC_r & L \\ E & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

와 같이 표현되며, 이것으로부터 오차전달행렬을 포함한 각각의 전달행렬은 식 (15)~(17)과 같이 표현된다.

$$T_{ew}(s) = \begin{bmatrix} A_r - LC_r & B_r - LD_r \\ E & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} W(s)T_{ew}(s) &= \begin{bmatrix} A_r - LC_r & 0 & B_r - LD_r \\ B_w E & A_w & 0 \\ D_w E & C_w & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{A} - \bar{L}\bar{C} & \bar{B} - \bar{L}D \\ \bar{E} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \begin{bmatrix} A_r & 0 \\ B_w E & A_w \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B_r \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{L} = \begin{bmatrix} L \\ 0 \end{bmatrix} \\ \bar{C} &= \begin{bmatrix} C_r & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{E} = \begin{bmatrix} D_w E & C_w \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

결국, 가중행렬(weighting matrix)이 부여된  $H_\infty$  제어기 설계사양인  $\|WT_{ew}\|_\infty < \gamma$ 를 만족하는 동일차원 관측기 설계문제는  $\|WT_{ew}\|_\infty < \gamma$ 를 만족하는 필터이득  $L$ 을 구하는 문제로 귀착되며 이것은 다음의 조건으로 정리된다.

**[정리]** 가중  $H_\infty$  오차사양  $\|WT_{ew}\|_\infty < \gamma$ 를 만족하는 필터이득  $L$ 이 존재하기 위한 필요충분조건은 식 (18) 및 식 (19)를 만족하는 식 (20)의 정정행렬(positive definite matrix)이 존재하는 것이다.

$$\bar{A}P + P\bar{A}^T + P(\gamma^{-2}\bar{E}^T\bar{E} - \bar{C}^T\bar{C})P + \bar{B}\bar{B}^T + \Pi = 0 \quad (18)$$

$$\Pi_3 - P_2^T C^T C P_2 > 0 \quad (19)$$

$$P = P^T = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2^T & P_3 \end{bmatrix} > 0, \quad \Pi = \Pi^T = \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 \\ \Pi_2^T & \Pi_3 \end{bmatrix} > 0 \quad (20)$$

식 (18)은 Riccati 방정식으로 이것을 선형행렬 부등식(LMI)으로 변환시켜 MatLab LMI 툴을 이용하면 보다 해석적으로 그 해를 구할 수 있다. 그래서 식 (18)을 다음과 같이  $P$ 에 대한 선형행렬부등식으로 표현한다.

$$\begin{bmatrix} \bar{A}P + P\bar{A}^T + \bar{B}\bar{B}^T & P\bar{C}^T & P\bar{E}^T \\ \bar{C}P & I & 0 \\ \bar{E}P & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

$$\Pi > 0$$

이것으로부터 결국 설계사양을 만족하는 관측기 이득  $L$ 을 구하는 문제는 위의 식 (18) 및 식 (19)의 두 개의 부등식을 만족하는  $P$ 를 구하는

문제로 귀착되고, 관측기 이득은 다음과 같이 계산된다.

$$L = P_1 C_r^T - \Pi_2 \Pi_3^{-1} P_2^T C_r^T \quad (22)$$

#### 4. 시뮬레이션

3장의 결과를 기초로 하여 제어대상에 대해 관측기를 설계하고 평가하도록 한다.

먼저 Fig. 1과 같이 4개의 제어력이 작용하는 간이화된 선형모델<sup>(6)</sup>을 제어대상으로 하고 그것을 식 (23)으로 나타낸다. 해당 선박모델은 길이 1.19[m], 무게 17.6[kg]이다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \dot{\boldsymbol{\nu}} &= \mathbf{n} \boldsymbol{\nu} + \boldsymbol{\tau} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{R}(\varphi) \boldsymbol{\nu} \approx \boldsymbol{\nu} \quad (\text{if } \varphi \text{ is small}) \end{aligned} \quad (23)$$

여기서  $\mathbf{M} \in R^{3 \times 3}$ 은 관성행렬이고,  $\mathbf{n} \in R^{3 \times 3}$ 은 댐핑행렬로 각각 다음과 같이 나타낸다.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m - X_u & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_v & -Y_r \\ 0 & -N_v & I_z - N_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & M_{23} \\ 0 & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} -X_u & 0 & 0 \\ 0 & -Y_v & 0 \\ 0 & 0 & -N_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{11} & 0 & 0 \\ 0 & n_{22} & 0 \\ 0 & 0 & n_{33} \end{bmatrix} \quad (25)$$

그리고  $\boldsymbol{\eta} = [x, y, \varphi]^T \in R^3$ 는 지구고정좌표에서의 위치  $(x, y)$ 와 각도  $\varphi$ 에 대한 관성위치를 나타낸다.  $\boldsymbol{\nu} = [u, v, r]^T \in R^3$ 는 선체고정좌표에서의 서지(surge), 스웨이(sway) 및 요우(yaw)방향 속도를 나타낸다. 그리고  $\mathbf{R}(\varphi)$ 는 선박좌표를 관성좌표로 변환시키는 변환행렬로 다음 식과 같다.

$$\mathbf{R}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

단, 저속으로 운항하는 조건, 즉, 항내에서나 일정위치를 유지시키기 위한 DPS 문제의 경우에는 식 (26)을 단위행렬로 취급해도 무방하다.

식 (23)~(26)로부터 식 (9)의 상태방정식으로 변환하면 각 계수행렬은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} A_r &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -0.2105 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1729 & -0.0206 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1235 & -1.0351 \end{bmatrix} \\ B_r &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.0526 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0288 & 0.0206 \\ 0 & 0.0206 & 1.0351 \end{bmatrix} \\ C_r &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ D_r &= [\mathbf{0}] \\ E &= [\mathbf{I}] \end{aligned} \quad (27)$$

이때 상태는  $x_r = [\boldsymbol{\eta}^T, \boldsymbol{\nu}^T]^T = [x, y, \varphi, u, v, r]^T$ 이다. 이것으로부터 제어대상에 대해 3장에서 고개한 설계법을 이용하여 주어진 설계사양을 만족하는 관측기를 설계하였다. 가중함수  $W(s)$ , 정수행렬  $\Pi$ 는 반복적인 계산을 통해 아래 식 (28), 식 (29)와 같이 각각 결정하였고, 이때 식 (21)의 LMI를 만족하는 정정해(positive definite solution)  $P$ 는 식 (30)과 같이 구해졌다.

$$W(s) = \begin{bmatrix} A_w & B_w \\ C_w & D_w \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$A_w = \text{diag}\{-2, -12, -2\}, \quad B_w = \text{diag}\{1, 1, 1\}, \\ C_w = \text{diag}\{1, 1, 1\}, \quad D_w = [\mathbf{0}]$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} 10 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2^T & P_3 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 189.9919 & 189.4173 & 189.7679 & 251.1218 & 265.6655 & 58.5413 \\ 189.4173 & 188.8554 & 188.2191 & 244.2531 & 258.7660 & 569.0432 \\ 188.7679 & 188.2191 & 187.6044 & 235.7667 & 249.7912 & 59.3234 \\ 251.1218 & 244.2531 & 235.7667 & 1.1333 \times 10^7 & 9.6450 \times 10^3 & 1.0118 \times 10^3 \\ 265.6655 & 258.7660 & 249.7912 & 9.6450 \times 10^3 & 1.4136 \times 10^7 & -4.7611 \times 10^5 \\ 58.5413 & 59.0432 & 59.3234 & 1.0118 \times 10^3 & -4.7611 \times 10^5 & 2.3133 \times 10^5 \end{bmatrix}$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} -181.0445 & -372.1256 & -110.7724 \\ -180.5060 & -372.1876 & -110.3150 \\ -179.8307 & -372.2498 & -109.8387 \\ 178.2274 & 59.2577 & 457.0408 \\ 193.5924 & 61.0818 & 505.4074 \\ 49.9528 & 54.2718 & 48.9429 \end{bmatrix}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} 677.6972 & -48.8436 & -226.8470 \\ -48.8436 & 5.0251 \times 10^3 & -35.0737 \\ -226.8470 & -35.0737 & 563.9308 \end{bmatrix}$$

이것으로부터 구해진 관측기 이득은

$$L = \begin{bmatrix} 19.05140 & 18.99274 & 18.92802 \\ 18.99274 & 18.93535 & 18.87206 \\ 1.892802 & 18.87206 & 18.81058 \\ 24.86052 & 24.14230 & 23.31975 \\ 26.49777 & 25.63355 & 24.73694 \\ 5.59820 & 5.60906 & 5.63641 \end{bmatrix} \quad (31)$$

와 같으며 이때  $\gamma = 2.05$  이었다.

여기서 Fig. 2에 나타낸 2자유도 서보계의 각 이득은 확대계(augmented system)에 대해 도입되는 평가함수<sup>(7-9)</sup>를 최소로 하는 최적의 값이며 다음과 같다.

$$F_0 = \begin{bmatrix} -14.1563 & 0 & 0 & -46.5379 & 0 & 0 \\ 0 & -10.0100 & 0.0061 & 0 & -35.7240 & 0.1974 \\ 0 & -0.0073 & -11.9642 & 0 & 0.1820 & -37.1180 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$F_{1s} = \begin{bmatrix} -3.5701 & 0 & 0 & -1.3430 & 0 & 0 \\ 0 & -4.1686 & 0.0178 & 0 & -3.5188 & 0.0700 \\ 0 & 0.0178 & -3.1860 & 0 & 0.0607 & -0.0820 \end{bmatrix}$$

$$H_0 = \begin{bmatrix} 14.1563 & 0 & 0 \\ 0 & 10.0100 & -0.0061 \\ 0 & 0.0073 & 11.9642 \end{bmatrix}$$

$$G_0 = \begin{bmatrix} 2.8256 & 0 & 0 \\ 0 & 1.9980 & -0.0012 \\ 0 & 0.0015 & 2.3881 \end{bmatrix}$$

Fig. 1에서 각 액추에이터가 선체에 위치하는 표는 각각 다음과 같다.

$$(x_1, y_1) = (0.5, -0.2), (x_2, y_2) = (-0.5, -0.2) \quad (33)$$

$$(x_3, y_3) = (-0.5, 0.2), (x_4, y_4) = (0.5, 0.2)$$

터그보트는 선체와 항상 일정한 각도를 유지해야 하므로 터그보트가 선체중심선과 이루는 각도를 각각 다음과 같다고 가정한다.

$$\alpha_1 = \frac{3}{4}\pi[\text{rad}], \alpha_2 = \frac{1}{4}\pi[\text{rad}], \quad (34)$$

$$\alpha_3 = -\frac{1}{4}\pi[\text{rad}], \alpha_4 = -\frac{3}{4}\pi[\text{rad}]$$

제어기로부터 계산된 제어신호를 4기의 터그보트에 전달하기 위해 식 (5)를 이용해야 한다. 그러나 식 (5)의  $B(\alpha)$ 가 정칙이 아니므로 Pseudo-Inverse<sup>(11,12)</sup>를 이용한다. 따라서 제어기로부터 계산된 출력인 제어신호  $\tau$ 와 액추에이터에 전달되는 제어력  $u_t$ 와의 관계를 Pseudo-Inverse를 이용하여 식 (35)와 같이 정의하고,  $B^*$ 로 식 (36)을 도입한다.

$$u_t = B^* \tau \quad (35)$$

$$B^* = B(\alpha)^T \{B(\alpha)B(\alpha)^T\}^{-1} \quad (36)$$

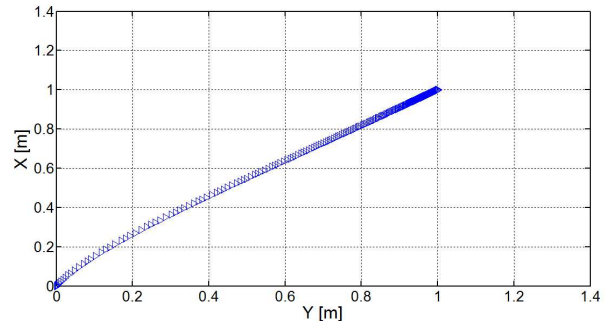


Fig. 4 Positioning control performance

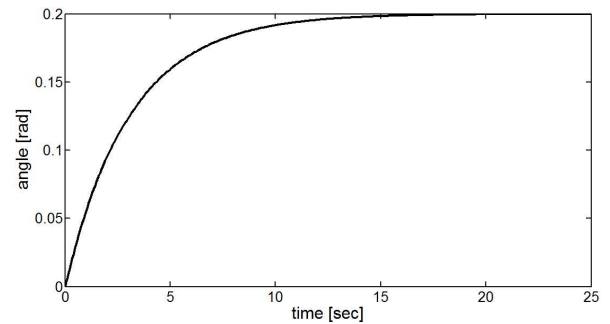


Fig. 5 Step response to a command angle

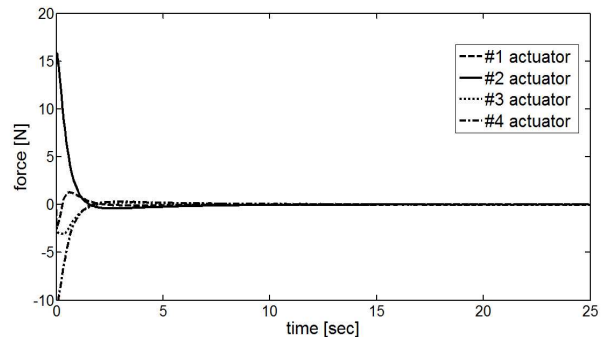


Fig. 6 Thruster forces produced from 4 tug boats

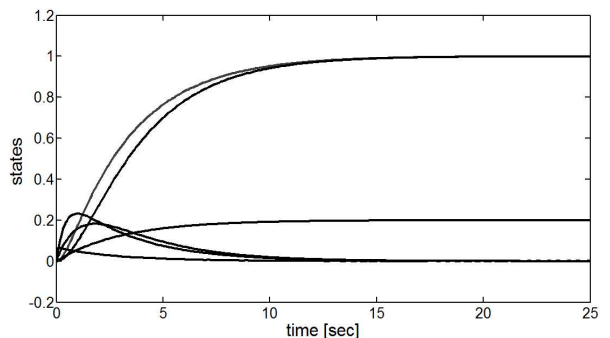


Fig. 7 Actual and estimated States

이것으로부터 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 4는 선박위치좌표  $(x, y)$ 가 원점인  $(0[m], 0[m])$  위치에서  $(1[m], 1[m])$ 로 이동하는 경우의 시뮬레이션결과를 나타낸 것이다. 목표위치에 오차없이 도달하고 있음을 알 수 있다. 이와 동시에 Fig. 5는 선박의 회전각도 추종성능을 나타내고 있는데, 이 또한 오차없이 목표치에 잘 추종하고 있다. Fig. 6은 위 선박운동제어를 위해 4기의 터그보트에서 발생하는 제어력을 각각 나타내고 있다. Fig. 7은 상태추정성능을 평가하기 위한 시뮬레이션 결과이다. 즉, 실제 상태와 관측기로부터 추정된 상태를 동시에 나타내고 있는데 초기상태부터 거의 오차없이 상태정보를 추정할 수 있음을 알 수 있다.

## 5. 결 론

본 논문에서는 선박운동제어를 위한 제어시스템 설계문제에 대해 고찰하였다. 특히 강인한 추종성능을 가진 2자유도 서보계 설계법을 이용하여 선박의 위치 및 자세제어를 위한 제어기를 설계하였고, 실험 등의 실제적인 제어시스템 구축시 센서로부터 모든 정보를 획득할 수 없으므로 이에 필요한 상태를 추정하기 위한 관측기 설계문제에 대해 고려했다. 주어진 목표에 오차없이 추종하기 위해서는 정확한 상태정보가 필요하며 이것은 서보계의 성능을 결정짓는 중요한 요소 중의 하나가 된다. 그래서 본 논문에서는 실제 상태정보와 추정된 상태정보와의 오차를 최소화하도록  $H_{\infty}$  오차 바운드를 설정하는 기법으로 관측기의 이득을 구하였다. 특히  $H_{\infty}$  오차 바운드를 만족하는 관측기가 존재하기 위한 조건을 LMI형식으로 전환하여 표현함으로써 관측기 이득 계산을 효율적으로 수행하여 최적의 이득을 구할 수 있음을 보였고 시뮬레이션을 통해 그 유용성을 확인하였다.

## 후 기

이 논문은 2011년 국토해양부의 재원으로 한국해양과학기술진흥원의 지원을 받아 수행된 연구임(해양플랜트 거주용 부선의 계류위치 제어시스템 개발).

## 참고문헌

- (1) Nomoto, K. T., Taguchi, K. H. and Hirano, S., 1957, "On the Steering Qualities of Ships," *Technical Report, International Shipbuilding Progress*, pp. 3554~370.
- (2) Holzhuter, T., 1997, "LQG Approach for the High Precision Track Control of Ships," *Proc. of IEE Control Theory Applications*, Vol. 144, No.2, pp. 121~127.
- (3) Fossen, T. I. and Berge, S. P., 1997, "Nonlinear Vectorial Backstepping Design for Global Exponential Tracking of Marine Vessels in the Presence of Actuator Dynamics," *Proc. of 36th Conference on Decision and Control*, pp. 4237~4242.
- (4) Zhang, R. C., Sun, Z., Sun, F. and Xu, H., 1998, "Path Control of a Surface Ship in Restricted Waters Using Sliding Mode," *Proc. of 37th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 4237~4244.
- (5) Im, K. H., Chwa, D. and Choi, J. Y., 2006, "Multi Input Multi Output Nonlinear Autopilot Design for Ship to Ship Missiles," *International Journal of Control, Automation, and System*, Vol. 4, No. 2, pp. 255~270.
- (6) Jammazi, C., 2008, "Backstepping and Partial Asymptotic Stabilization: Application to Partial Attitude Control," *International Journal of Control, Automation, and System*, Vol. 6, No. 6, pp. 859~872.
- (7) Fujisaki, Y. and Ikeda, M., 1991, "Synthesis of Two-Degree-of-Freedom Servosystem," *Trans. on SICE of Japan*, Vol. 27, No. 8, pp. 907~914.
- (8) Kim, Y. B., Ikeda, M. and Fujisaki, Y., 1996, "Robust Stability and High-gain Integral Compensation of Two-Degree-of-Freedom Servosystem," *Trans. on SICE of Japan*, Vol. 32, No. 2, pp. 180~187.
- (9) Kim, Y. B., 2000, "Robust Stability of a Two-Degree-of-Freedom Servosystem with Structured and Unstructured Uncertainties," *KSME International Journal*, Vol. 14, No. 11, pp. 1198~1205.
- (10) Fossen, T. I., 2002, *Marine Control System : Guidance, Navigation, Rigs and Underwater Vehicle*, Trondheim, Norway, Norwegian University of Science and Technology.



- (11) Sordalen, O. J., 1997, "Optimal Thrust Allocation for Marine Vessels," *Control Engineering Practice*, Vol. 5, No. 9, pp. 1223~1231.
- (12) Bodson, M., 2002, "Evaluation of Optimization Methods for Control Allocation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 4, pp. 703~711.