http://dx.doi.org/10.5050/KSNVE.2012.22.9.889

# 수상함에서 발사된 수직 발사 유도탄 초기 거동의 통계적 해석

## Statistical Analysis of Initial Behavior of a Vertically-launched Missile from Surface Ship

## 김 경 태\*

## Kyungtae Kim

(2012년 7월 3일 접수 ; 2012년 8월 3일 심사완료)

Key Words: Vertical Launching System(수직발사장치), Flyout Analysis(이탈영역 해석), Monte-Carlo Simulation(몬테 카를로 해석), Ship Motion(함정운동)

#### ABSTRACT

A vertical launching system(VLS) is a system for holding and firing missiles on surface ships. When a missile is launched in VLS, relative motion between canister and missile and drag force induced by wind can cause initial unstability of a missile. Thus dynamic analysis of initial behavior of vertically launched missile should be performed to prevent collision with any structure of a ship. In this study, dynamic analyses of initial behavior of vertically launched missile are performed using Monte-Carlo simulation, which relys on random sampling and probabilistic distribution of variables. Each parameter related with dynamic behavior of a missile is modeled with probability variables and Recurdyn, a commercial software for multi body dynamic analysis, is used to perform Monte-Carlo simulation. As a result, initial behavior of a missile is evaluated with respect to various performance indexes in a probabilistic sense and sensitivity of the each parameters is calculated.

#### 1. 서 론

수직 발사 장치(vertical launching system)는 함정 과 잠수함에서 유도탄을 보관하고 발사하기 위한 장 치이다. 수직 발사 장치 내부에는 셀 형태의 발사관 이 내장되어 있으며, 발사관 내부에 유도탄이 다양 한 지지 방식으로 장입, 보관되어 있다가 수직 방향 으로 발사된 후, 표적 방향으로 제어가 이루어진다.

수직 발사 장치에서 유도탄이 발사될 때 유도탄 은 발사관의 상대 운동을 통해 지지점을 잃으며 각 운동량을 발생하게 된다. 이때 각운동량은 유도탄이 일정 속도에 이르러 유도탄 자체 기구를 통한 자세 제어가 이루어지기 전까지의 유도탄 초기 안정성과 밀접한 연관이 있다. 특히 수직 발사 장치가 운용되 는 함상 환경에서는 함정 운동, 바람에 의한 항력, 추진 기관의 정렬 오차에 의한 영향이 유도탄에 복 합적으로 작용하기 때문에, 이를 고려하여 초기 안 정성을 확보하는 일이 매우 중요하다.

이와 관련하여 과거 발사 초기 동역학과 관련된 연구로서 포탑-포신 발사 시스템<sup>(1)</sup>, 지상 발사 유도 탄<sup>(2,3)</sup> 및 함정 발사 유도탄<sup>(4-6)</sup>에 대한 연구들이 수 행되었다. 최근에는 유도무기 체계에서 무장 탑재 성, 방호 성능, 신뢰성에서 장점을 가지는 함정 수 직 발사 방식이 증가됨에 따라 발사 초기 거동에 대한 연구들이<sup>(7)</sup> 진행되고 있다.

이 연구의 목적은 수상함에서 발사되는 수직 발사 유도탄에 대한 초기 거동을 통계적으로 분석하여 초 기 거동에 대한 보다 신뢰성 있는 결과를 확인하는

 <sup>\*</sup> 교신저자; 정회원, 국방과학연구소
 E-mail: pehtin@add.re.kr
 Tel: (042)821-2640, Fax: (042)823-3400



Fig. 2 Vertical launching system aboard a ship

데 있다. 이를 위해 상용 다물체 동역학 해석 프로 그램인 Recurdyn을 이용하여 유도탄 등의 동역학 해석 모델을 구축하였다. 유도탄 및 초기 거동에 영 향을 미치는 주요 인자들은 확률적 형태로 정의되 어 해당 동역학 모델에 대입되었으며, 이를 기반으 로 Monte-Carlo 해석을 수행, 유도탄 초기 거동에 대한 주표 지표들을 도출하여 통계적 분석을 수행 하였다. 분석 결과로 유도탄의 이탈 영역, 각운동량, 슈-레일간의 접촉력 등을 제시하였으며, 이를 기반 으로 발사 초기 안정성을 판단하였다.

#### 2. 수직 발사 장치

#### 2.1 유도탄 및 수직 발사 장치

수직 발사형 유도탄은 Fig. 1, Fig. 2와 같이 발사 관에 장입되어 함정에 설치된 수직 발사대에 설치 된다. 발사관내 유도탄은 발사전에는 유도탄 상, 하 단에 위치된 탄 고정 장치를 통해 고정되어 있다가 유도탄의 발사시에는 Fig. 1과 같이 유도탄에 길이 방향으로 2곳, 원주방향 상/하로 2개씩 설치된 슈를 이용, 발사관에 설치된 레일을 따라 이동하며 안정 적으로 유도탄이 발사관 밖으로 이동할 수 있도록 돕는다.

#### 2.2 유도탄의 수직 발사 과정

해석에 적용한 유도탄은 발사시 슈-레일간의 간 극, 상호간의 복잡한 접촉 현상에 의하여 다양한 조 건을 발생시킬 수 있으나, 이를 간단히 구분하면 Fig. 3과 같이 4단계로 구분할 수 있다. 1단계는 발사





Fig. 3 Stages of missile launch : 1st~4th stage

전 상태로, 슈-레일간의 간극이 확보되어 접촉이 일 어나지 않으며 탄 고정 장치를 통해 유도탄이 지지 되어 있는 상태이다. 2단계는 탄 고정 장치가 해제 되어 유도탄이 전/후방에 위치한 슈-레일의 접촉에 의해 지지되는 단계이다. 주로 함정의 상대운동에 의해 슈-레일의 접촉이 발생하며, 슈-레일의 기하학 적 특성으로 인해 유도탄의 각운동량이 제한된다. 3 단계는 전방 슈가 레일을 이탈하고, 유도탄이 유도 탄 후방의 슈와 레일의 접촉에 의해 지지되는 단계 이다. 이때 유도탄은 함정의 상대 운동, 바람에 의 한 항력 등에 의해 후방 슈를 중심으로 강체 회전 및 침하 현상(tip off)이 발생한다. 4단계는 후방 슈 가 레일을 이탈한 후 3단계까지 발생한 각운동량을 가진 상태로 추력에 의해 자유비행하는 단계이다.

#### 3. 유도탄 발사역학 해석

#### 3.1 동역학 해석 모델

이 연구에 적용한 유도탄의 발사 역학 해석을 위 해 상용 다물체 동역학 해석 프로그램인 Recurdyn 을 이용하여 해석 모델을 구축하였다. 이는 유도탄 이 수직 발사되는 과정에서 유도탄 내/외부의 많은 인자들에 의한 영향이 작용하게 되고, 슈와 레일간 의 접촉과 같은 복잡한 현상들이 나타나게 되는데 이를 고려한 수학적 해석 모델과 그 해를 구하는 것은 굉장히 어렵기 때문이다.

또한 각 인자들은 환경 조건과 해석 시점에 따라 다양한 값을 가질 수 있으며, 각 인자간에 연관성을 가지고 있기 때문에 이러한 인자들을 특정한 하나 의 조건으로 정의하는 것은 매우 어렵다. 그러므로 각 인자들을 특정값으로 정의하기 보다는 각 인자



Fig. 4 Recurdyn model of the missile



Fig. 5 6DOF motion of a ship

<b>TADIC I</b> AIIDITUUC AIIU DETIOU OI ODOI <sup>1</sup> III
---

		Surge	Sway	Heave	Roll	Pitch	Yaw
		(m)	(m)	(m)	(deg)	(deg)	(deg)
Max	Amplitude	0.82	1.08	1.00	6.26	1.40	2.4
roll	Period(s)	14.9	19.3	34.7	12.5	12.3	11.9
Max	Amplitude	0.24	0.38	1.04	0.60	1.90	0.86
pitch	Period(s)	27.6	27.6	21.5	12.38	5.57	6.11

<b>Table 2</b> Wind speed and direction <sup>(6)</sup>	n <sup>(8-9</sup>	direction	and	speed	Wind	2	Table
--	-------------------	-----------	-----	-------	------	---	-------

	Case	Wind speed	Ship speed
Max roll	Speed	25 kts (12.85 m/s)	18 kts (9.25 m/s)
condition	Direction	Athwart	Fore/Aft
Max pitch	Speed	25 kts (12.85 m/s)	18 kts (9.25 m/s)
condition	Direction	Fore/Aft	Fore/Aft

들이 가질 수 있는 확률 분포의 형태를 정의하고, 그 인자들에 의한 유도탄 초기 거동을 확률적으로 제시하여야 한다. 이와 관련하여 이 연구에서는 함 정 운동, 항력, 추력에 대해서 주요 인자를 선정하 였으며, 각 인자의 모델링 방법을 이하와 같이 제시 하였다.

#### (1) 유도탄 모델링

Fig. 4에 Recurdyn을 이용하여 모델링한 유도탄 및 발사관, 레일의 형상을 나타내었다. 일반적으로

수직 발사되는 유도탄은 경사형 발사 방식 등과 비 교하여 작용되는 굽힘 하중의 크기가 상대적으로 작기 때문에 이 해석에서 유도탄은 강체로 가정하 였고, 접촉 요소를 사용하여 유도탄에 부착된 슈와 발사관 레일의 접촉 효과를 표현하였다.

#### (2) 함정 운동 모델링

수직 발사 장치가 장착된 함정의 움직임은 유도 탄 발사시 초기 방향 및 속도를 결정하며, 유도탄이 발사되어 발사관을 이탈하는 과정에서는 유도탄과 발사관 사이의 상대 가속도를 유발하여 유도탄의 회전 운동을 유발하게 된다.

함정 운동은 Fig. 5와 같이 surge, sway, heave로 이루어진 병진운동과 roll, pitch, yaw로 이루어진 회전 운동으로 정의할 수 있다. 이러한 함정 운동을 모델링하는 방법은 크게 시간의 흐름에 따른 함정 의 운동을 제시하고 발사 시점을 확률 변수로 정의 하는 transient model과 병진 및 회전 방향의 함정 운동을 함정의 종류와 해상 상태에 따라 식(1)과 같이 sinusoidal 함수의 형태로 진폭(A, amplitude) 과 주기(B, period)를 제시하고, 위상(C, phase)을 확률 변수로 정의하는 sinusoidal model이 있다.

$$x = A\sin(Bt + C) + D \tag{1}$$

해석에 적용될 함정 운동은 sinusoidal model의 형태로 제시하였다. 세부적으로는 여러 함정 운동 조건 중 가장 큰 함정 운동을 나타내는 최대 roll, 최대 pitch 조건으로 분류하여, 각 방향의 함정 운 동의 진폭과 주기를 Table 1과 같이 제시하였다. 이 는 함정이 운용되는 해상 상태인 sea state 5 조건 과 함정의 동적 특성을 고려하여 함정의 부면심 (center of flotation)을 기준으로 도출한 결과이다. 이때 함정 운동의 위상은 균일 분포를 가지는 확률 분포의 형태로 정의하였다.

#### (3) 항력 모델링

유도탄에 작용되는 항력은 해상 상태에 의한 항 력과 함정의 상대 운동에 의한 항력으로 분류할 수 있다. 특히 유도탄이 발사관에서 이탈하는 과정에서 작용하는 항력은 유도탄에 병진 방향의 힘과 회전 방향의 모멘트를 동시에 유발하기 때문에, 이를 유 도탄과 발사관의 상대적 위치에 따라 변하는 외력의



Fig. 6 Thrust offset and misalignment



Fig. 7 Contact forces between a contact fair(L) contact stiffness estimation(R)



Fig. 8 Finite element model and deformed shape of missile and rail to unit force

	Table 5	Cm-sqaure	test result	
Parameter	Surge phase	Sway phase	Heave phase	Roll phase
$x^2$	0.067	0.17	0.033	0.1
	Pitch	Vaw	Thrust	Thrust

· ? Chi anana taat

	0.007	0.17	0.055	0.1
Parameter	Pitch phase	Yaw phase	Thrust offset	Thrust misaligment
$x^2$	0.1	0.1	0.078	0.05

형태로 적용하였다. 해석에 적용된 풍속 및 함속 조 건은 함정 운동 조건에 따라 최대 roll 조건과 최대 pitch 조건으로 구분하여 Table 2와 같이 적용하였 으며, 이는 함정이 운용되는 해상 환경(sea state 5) 과 함속을 반영한 것이다.

#### (4) 추력 모델링

유도탄의 추력은 추진체의 연소에 의해 얻어지며, 유도탄의 후방에서 유도탄의 길이 방향으로 작용하 는 병진 방향의 힘으로 모델링된다. 유도탄의 추력 이 작용할 때 유도탄의 제작 및 조립 오차에 따라 추력 벡터가 유도탄의 중심 라인(무게중심)으로부터 벗어나거나(offset), 틀어지는(misalignment) 현상이 발생하는데, 이는 유도탄의 초기 거동에서 유도탄의 각운동량을 발생시키는 원인이 된다. 이 해석에서는 offset과 misalignment에 대해 각각 평균값이 0이며 표준 편차가 각각 0.5 mm, 0.007°인 정규분포의 형 태를 가진다고 가정하여 해석을 수행하였다. Fig. 6 에 해당 개념을 설명하였다.

#### (5) 접촉 요소 모델링

발사관 내에서 유도탄이 이탈되는 과정에서 유도 탄의 운동은 발사관의 레일과 유도탄의 슈의 접촉에 의해 유도된다. 이때 레일과 슈의 접촉에 의해 발생 되는 접촉력은 선형 스프링과 댐퍼로 표현될 수 있 으며, 이때의 선형 스프링 강성 예측을 위해 레일과 유도탄의 강성을 유한요소 해석을 통해 예측하여 접 촉 요소 값을 결정하였다. 이때 도출된 접촉 요소의 강성 값은 약 10,000 N/mm이며, Fig. 7에 접촉 요소 의 모델링 형상을, Fig. 8에 구축된 레일과 유도탄 슈 의 유한요소 해석 모델을 나타내었다.

#### 3.2 확률 분석

#### (1) Monte-Carlo simulation

함정에 탑재된 유도탄이 발사될 때는 3.1에서 정의

한 각 인자들이 복합적으로 시스템에 외란 및 초기 조건으로 작용하게 된다. 하지만 이를 고려한 응답을 단일 계산을 통해 확률적 분포로 제시하는 것은 수학 적으로 불가능에 가까우므로, 이 연구에서는 Monte-Carlo 해석을 적용하여 각 인자들의 확률적 분석을 수행하도록 한다. 즉 각 인자들의 확률 분포에 맞게 인자들의 조합을 생성한 후, 각각의 경우에 대해 해 석을 반복적으로 수행하고 이에 따른 성능 지표를 출 력하여 분석할 수 있도록 해석을 수행하였다.

#### (2) 적합도 검정

주어진 변수의 조합을 가지고 구축된 동역학 해석 모델에서 Monte-Carlo 해석을 수행할 때의 유의점은 관측된 각 변수들의 분포가 이론적 모형에 부합하도록 적합하게 생성되어야 한다는 점이다. 이 연구에서는 이런 측면에서 변수들의 조합을 위해 latin hypercube algorithm(LHA)을 이용, 총 300개의 변수 조합을 생 성하였으며, 생성된 결과에 대해 변수별로 적합도 검정 방법인 chi-square test(카이 제곱 검정) 를 수 행하였다. Chi-square test는 관측된 데이터가 예측되 는 데이터의 분포를 잘 따르는지 검증하는 방법으 로, 식 (2)<sup>(10)</sup>와 같이 정의된다. 이때 식 (2)의  $x^2$ 은 카 이 제곱값,  $f_0$ 는 관찰도수,  $f_e$ 는 기대도수를 내타낸다.

$$x^{2} = \sum \frac{\left(f_{0} - f_{e}\right)^{2}}{f_{e}}$$
(2)

이 연구에서는 함정 운동 위상 및 유도탄 추력 과 관련된 총 8개의 인자들에 대해서 관찰도수를 10개의 구간으로 나누어(9자유도) 카이 제곱 검증 을 실시하였다. 9자유도의 유의 수준 1%의 카이 제곱값은 2.087이며<sup>(11)</sup>, 식 (2)에서 계산된 카이 제 곱값이 이보다 큰 값을 가지면 생성된 파라미터의 분포가 적합하지 않음을 의미한다. 이 연구에서 적용된 각 인자들의 카이 제곱값은 Table 3과 같 으며, 최대 0.17의 카이 제곱값을 가지므로 이론 적 모형의 분포를 충분히 따른 변수가 생성되었음 을 확인하였다.

#### 4. 해석 결과

구축된 동역학 해석 모델을 기반으로 총 300개의



Fig. 9 Configuration of flyout envelope of a missile



Fig. 10 Flyout envelope under max roll and max pitch condition at altitude of 25 m

 Table 4
 Flyout envelope under max roll and max pitch condition at altitude of 25 m(unit : mm)

Case	Direction	Mean	Standard deviation	Maximum absolute value
Max roll conditon	Fore/Aft	-129.2	202.5	853.1
	Athwart	136.4	736.4	1608.4
Max pitch condition	Fore/Aft	-447.3	546.6	1382.9
	Athwart	5.2	96.9	513.2

변수 조합을 생성, Monte-Carlo 해석을 수행하였다. Monte-Carlo 해석 결과는 flyout envelope, 각운동 량, 접촉력의 지표에 대해서 분석을 수행하였으며, 각 변수 조합에 대한 지표들의 최대, 최소값 및 평 균값과 표준 편차와 같은 통계적 분포에 대해서 분 석을 수행하였다.

#### 4.1 Flyout envelope

Flyout envelope은 Fig. 9와 같이 유도탄이 발사 되어 수직으로 상승하였을 때 그 과정에서 발생하 는 특정 고도에서의 이탈 영역의 크기를 말하며, 이 는 유도탄의 초기 안정성 확보와 함상 구조물과의 충돌 회피 여부를 판단하는 주요 성능 지표가 된다. 이 연구에서는 유도탄이 수직으로 25 m(수직발사대 근방의 함상 구조물의 높이를 고려함) 만큼 상승하 였을때를 판단 기준으로 하여, 최대 이탈 영역과 함 상 구조물과의 간격을 비교하여 충분한 안정성을 확보하였는지를 판단하게 된다. Flyout envelope에 대한 해석 결과를 Fig. 10과 Table 4에 수록하였으 며, 최대 roll 조건에서 유도탄 이탈 영역은 좌현/우 현 방향으로 약 1.6 m, 최대 pitch 조건에서 함수/함 미 방향으로 약 1.4 m로 나타났다. 이때 유도탄 최 대 이탈 영역과 함상 구조물과의 최소 간격은 2.5 m로, 최대 이탈 영역의 크기 대비 150% 이상의 마진을 확보함을 확인하였다. 또한 이탈 영역 크기 에 대한 평균값과 표준 편차를 통해 실제 운용 환 경에서 발생할 수 있는 이탈 영역 발생의 통계적 경향을 확인하였다.

#### 4.2 각운동량 및 접촉력

유도탄의 각 운동량은 유도탄의 자세 안정성 측면에서 초기 외란으로 작용하므로 유도탄이 발 사될 때 각운동량을 줄이는 것이 유도탄의 초기 안정성 측면에서 보다 유리하다. 유도탄 각운동량 은 일반적으로 유도탄의 각속도 등을 통해 정량 적인 판단과 비교 분석을 수행한다. 또한 발사 과 정에서 유도탄과 레일 사이에서 발생하는 접촉력 은 유도탄이 발사되는 과정에서 레일과 슈가 유 도탄을 안정적으로 유도할 수 있는지를 판단하는 파라미터로 사용할 수 있다. Fig. 11과 Fig. 12에 최대 roll 조건에 대해 유도탄이 발사관을 이탈할 때 까지의 유도탄 각속도와 슈-레일간 최대 접촉 력의 통계적 분포를 수록하였다. 해당 결과를 분 석한 결과 유도탄 슈-레일간 접촉력은 슈가 구조 적으로 지지 가능한 하중과 비교하여 충분한 안 전 여유가 있음을 확인하였으며, 유도탄의 각속도 는 유도탄의 초기 자세 안정성 확보를 위해 억제 해야 할 각속도 수준을 만족함을 확인하였다. 또 한 유도탄의 초기 외란으로서의 유도탄 각속도의

통계적 분포를 제시하여 유도탄 시스템 성능의 신뢰성을 분석하는데 활용하였다.

#### 4.3 각 변수별 영향 분석

4.1장에서 수행한 발사 역학 해석 결과, flyout



Fig. 11 Frequency distribution of missile roll rate under max roll condition



Fig. 12 Frequency distribution of contact force between shoe and rail under max roll condition



Fig. 13 Sensitivity analysis result

envelope은 최대 이탈 영역을 기준으로 최대 roll 조건에서 좌현/우현 방향으로, 최대 pitch 조건에서 함수/함미 방향으로 가장 큰 값을 가진다. 이때 최 대 이탈 영역의 경우를 기준으로 각 주요 인자들이 이탈 영역에 미치는 영향을 분석하면, 유도탄 초기 거동에 미치는 각 인자들의 상대적인 영향을 예측 할 수 있다. Fig. 13은 구축된 동역학 해석 모델을 이용, 각각의 인자가 단독으로 적용되었을 때 미치 는 영향을 발생하는 이탈 영역의 크기를 통해 분석 하였다.

분석 결과 함정에서 수직 발사되는 유도탄의 초 기 거동에 대해서 함정 운동과 항력이 주요한 영향 을 미치는 것을 확인할 수 있으며, 향후 다른 함정 및 유도탄에 대해서도 초기 거동의 안정성을 확인 하기 위해서는 이에 대한 고려가 필수적임을 확인 하였다.

### 5. 결 론

이 연구에서는 수상함에서 발사된 수직 발사 유 도탄 초기 동적 거동의 통계적 해석과 관련하여, 동 역학 해석 프로그램인 Recurdyn을 이용한 유도탄 및 주요 인자들의 모델링 방법과 이를 고려한 Monte-Carlo 해석과 그 결과의 통계적 처리에 대해 서 다루었다. 해석을 통해 함정에 탑재된 유도탄의 발사 초기 안정성과 관련하여 함정과의 충돌을 회 피할 수 있는 공간적 여유가 있음을 확인하였고, 유 도탄의 피치각속도와 접촉력은 각각 유도탄 초기 자세 제어와 구조적 안정성 측면에서 충분한 여유 를 가지고 있음을 확인하였다.

이 연구의 결과로 수상함에 탑재된 유도탄 초기 거동 분석을 위해서는 이탈 영역, 각운동량, 접촉력 등의 지표에 대해 판단을 수행하여야 한다는 점을 확인하였다. 또한 이러한 지표에 대해 신뢰성 있는 판단을 수행하기 위해서는 Monte-Carlo 해석과 같 은 확률적 특성을 고려할 수 있는 해석 기법의 적 용이 필수적이며, 지표에 대한 통계적 분석이 다각 도로 병행되어야 한다는 점을 확인하였다.

이 결과물은 최근 국내에서 다양한 함정 탑재 수직 발사 시스템이 도입, 개발 및 운용되고 있는 시점에서 주요한 참고 자료로 활용될 것이라 예 상된다.

## 참 고 문 헌

(1) Kim, S. S. and You, J. Y., 1998, Gun System Vibration Analysis Using Flexible Multibody Dynamics, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 8, No. 1, pp. 203~211.

(2) Peizhen, L., 2011, Dynamic Simulation of Rocket Launch System Based on Virtual Prototype Technology, Mechanic Automation and Control Engineering(MACE), 2011 Second International Conference, pp. 1258~1261.

(3) Yoo, W. S., 1992, Research of Launcher CAE System Development, Busan National University, Buasan.

(4) Ahn, J. S. and Lim, B. S., 2001, Flexible Multibody Dynamic Analysis of Missile Behavior for Initial Launching, ADAMS User Conference.

(5) Cungui, Y., Dawei, M. and Xuefeng, Z., 2007, Launch Process Simulation of a Ship-borne Multiple Launch Rocket System, World Journal of Modelling and Simulation, Vol. 3, No. 1, pp. 58~65.

(6) Chae, A., Bae, D. and Jeon, H., 2008, A Developement of Numerical Analysis Software on Dynamic Analysis for Launching System, Transactions of the KSME(A), Vol. 32, No. 12, pp. 1146~1152.

(7) Ahn, J. S. and Lim, B. S., 2006, Study on Initial Behavior of a Vertically-launched Missile from Ship, Proceeding of the Korea Institute of Military Science and Technology 2006 annual Conference, pp 819~822.

(8) Fleet Ocenographic and Acoustic Reference Manual, 1999, Naval Oceanographic Office, RP33, Stennis Space Center, MS.

(9) von Arx, W. S., 1974, An Introduction to Physical Oceanography, Addison-wesley Publishing.

(10) Kenney, J. F. and Keeping, E. S., 1951, Mathematics of Statistics, Pt. 2, 2nd ed., Princeton, NJ; Van Nostrand.

(11) Hill, T. and Lewichki, P., 2007, Statistics : Methods and Applications, Statsoft, Tulsa, OK.