IE Interfaces
Vol. 25, No. 3, pp. 283-289, September 2012.

휴가기간이 고객의 도착에 영향을 받는 휴가형 우선순위 M/G/1 대기행렬 분석

정보영[1] · 박종훈[2]† · 백장현[3] · 이창훈[4]

[1]메리츠화재 / [2]대구가톨릭대학교 경영학과
[3]전북대학교 산업정보시스템공학과 / [4]서울대학교 산업공학과

Analysis of the M/G/1 Priority Queue with vacation period depending on the Customer's arrival

Bo Young Jeong[1] · Jong Hun Park[2] · Jang Hyun Baek[3] · Chang Hoon Lie[4]

[1]Meritz Fire and Marine Insurance / [2]Department of Business Administration, Catholic University of Daegu
[3]Department of Industrial and Information systems Engineering, Chonbuk National University
[4]Department of Industrial Engineering, Seoul National University

M/G/1 queue with server vacations period depending on the previous vacation and customer's arrival is considered. Most existing studies on M/G/1 queue with server vacations assume that server vacations are independent of customers' arrival. However, some vacations are terminated by some class of customers' arrival in certain queueing systems. In this paper, therefore, we investigate M/G/1 queue with server vacations where each vacation period has different distribution and vacation length is influenced by customers' arrival. Laplace-Stieltjes transform of the waiting time distribution and the distribution of number of customers waiting for each class of customers are respectively derived. As performance measures, mean waiting time and average number of customers waiting for each class of customers are also derived.

Keyword: M/G/1 queue, priority queue, vacation, sleep mode operation

1. 서 론

서비스를 요구하는 고객과 서비스를 제공하는 서버로 구성된 대기행렬 시스템(queueing system)은 우리의 주변에서 쉽게 찾아볼 수 있다. 이러한 대기행렬 시스템은 대부분의 경우 그 수행 과정이 확정적(deterministic)이지 않고, 확률적(stochastic)이기 때문에 이러한 확률적인 대기행렬 시스템의 분석을 위해 수많은 연구자들이 다양한 시스템을 대상으로 연구를 수행하였다. 이러한 다양한 경우 중, 시스템 내에 고객이 존재함에도 불구하고 어떠한 이유로 인하여 서비스를 제공하지 않는 대기행렬 시스템을 휴가형 대기행렬(server vacation queue)이라고 한다(Lee, 2006). 휴가형 대기행렬은 Levy and Yechiali(1976)에 의해 소개된 후 많은 학자들에 의해 다양한 경우의 모형이 소개되었으며(Doshi, 1986), 특히 포아송 도착과정과 일반 서비스 분포를 가지고 휴가가 존재하는 휴가형 M/G/1 대기행렬 시스템의 연구가 가장 활발하게 이루어져왔다.

이러한 기존의 연구들은 서버의 휴가는 고객의 도착에 무관하게 주어지며, 휴가기간 중에는 고객이 도착하더라도 서비스를 제공하지 않는다는 가정에 충실하여 연구되었다. 그러나 통신시스템의 경우 IEEE 802.16e 수면모드 작동(sleep mode operation)과 같이 휴가를 강제로 종료시킬 정도로 우선권이 높은 고객

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No.2012006725).
†연락저자 : 박종훈, 712-702 경북 경산시 하양읍 금락로 5 대구가톨릭대학교 경영학과, Tel : 053-850-3451, E-mail : icelatte@cu.ac.kr
투고일(2011년 05월 12일), 심사일(1차 : 2011년 07월 05일, 2차 : 2011년 09월 02일), 게재확정일(2011년 09월 02일).

이 존재하는 대기행렬 시스템도 존재한다.

수면모드작동 메커니즘은 다음과 같다. 이동국이 처리할 서비스가 없을 경우, 이동국은 수면 요청 패킷(sleep request packet)을 기지국에 전송하고 응답까지 대기하며, 기지국으로부터 수면 응답 패킷(sleep response packet)을 받으면 수면 모드로 전환한다. 이동국이 수면모드로 전환되면 기지국으로부터 도착하는 패킷(incoming packet)이 있다하더라도 처리를 하지 않고 대기하고 있다가 미리 약속된 수면기간이 종료되면 활성모드(wake mode)로 전환되어 처리를 한다(<Figure 1> 참조). 그러나 수면기간중이라 하더라도 사용자의 요청에 의해 발생하는 패킷(outgoing packet)이 있으면 즉시 수면모드를 종료하고 활성모드로 전환하여 정상작동을 수행한다(<Figure 2> 참조).

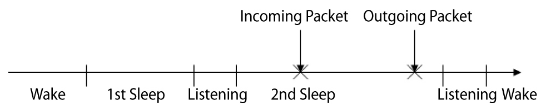


Figure 1. Sleep Mode Termination by Incoming Packet

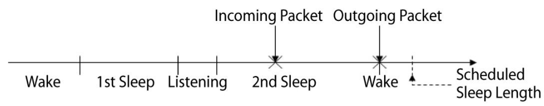


Figure 2. Sleep Mode Termination by Outgoing Packet

위에 설명한 수면모드 작동의 경우에서 기지국으로부터 도착하는 패킷은 시스템의 휴가에 영향을 주지 않는 일반고객이며, 사용자의 요청에 의해 발생하는 패킷은 시스템의 휴가를 강제로 종료시킬 수 있는 우선순위고객으로 정의 되어 대기모형으로 모형화 될 수 있으나, 일반고객의 대기시간은 우선순위 고객의 도착으로 인해 영향을 받게 되므로 기존에 존재하는 대기행렬로 표현 할 수 없게 된다.

따라서 본 연구에서는 통신 시스템에서 사용되는 수면모드 작동과 같이 고객의 계층에 따라 휴가를 강제로 종료시키는 경우가 존재하는 휴가형 우선순위 M/G/1 대기행렬을 정의하고 그 성능분석을 수행하였다.

분석대상인 대기행렬 시스템은 각각의 휴가가 다른 분포를 따르고, 고객의 계층에 따라 휴가를 강제로 종료시키는 경우가 존재하는 비축출형(non-preemptive) 우선순위 M/G/1 대기행렬 시스템이며, 완성시간(Graver, 1962)과 T-사이클(Kella and Yechiali, 1988)을 이용하여 대기시간분포와 고객수분포를 유도하였다.

2. 고객 계층별 대기시간과 대기고객수 분포

본 연구는 서버의 휴가를 강제로 종료시킴으로써 휴가의 길이에 영향을 주는 계층-1 고객과 휴가의 길이에 영향을 주지 못하는 계층-2 고객이 존재하며, 휴가의 기간이 이전 휴가에 영향을 받는 우선순위 M/G/1 대기행렬 분석을 위하여 다음과 같은 가정과 기호를 사용하여 진행되었다.

<가정>

(1) 서비스할 고객이 없으면 서버는 휴가를 떠난다.

(2) 예정된 휴가기간 종료 이전에 계층-1 고객이 도착하면 즉시 휴가를 종료한다.

(3) 예정된 휴가기간 종료 이전에 계층-2의 고객이 도착하면 예정된 휴가를 마치고 돌아온다.

(4) 계층-2 고객의 서비스 도중에는 계층-1 고객이 도착하더라도 계층-2 고객의 서비스가 끝날 때 까지 기다렸다 계층-1 고객에게 서비스를 제공한다.

(5) (4)의 경우를 제외하고는 항상 계층-1 고객의 서비스가 우선하고, 같은 계층에서의 서비스는 선입선출(FCFS : First Come First Service)을 따른다.

(6) 서비스 시간의 분포는 계층별로 다른 일반분포를 따르며, 각 고객에 대한 서비스 시간은 서로 독립이다.

<기호>

λ_i : 계층-i 고객의 도착률

X_{V_k} : k번째 휴가일 때, 예정된 휴가길이의 확률변수

X_i : 계층-i 고객이 휴가 시작 후 도착하는 시간의 확률변수

X_{RV_k} : k번째 휴가일 때, 실제 휴가 길이의 확률변수

S_i : 계층-i 고객의 서비스 시간의 확률 변수

$s_i(x)$: 계층-i 고객의 서비스 시간의 확률밀도함수

$S_i(x)$: 계층-i 고객의 서비스 시간의 분포함수

$v_k(x)$: k번째 휴가일 때, 휴가의 예정된 길이의 확률밀도함수

$V_k(x)$: k번째 휴가의 예정된 길이의 분포함수

$rv_k(x)$: k번째 휴가의 실제 휴가길이의 확률밀도함수

$RV_k(x)$: k번째 휴가의 실제 휴가 길이의 분포함수

$V_k^*(\theta)$: k번째 휴가일 때, 휴가의 예정된 길이의 LST

$RV_k^*(\theta)$: k번째 휴가일 때, 실제 휴가 길이의 LST

$S_i^*(\theta)$: 계층-i 고객의 서비스 시간의 LST

$X_i^*(\theta)$: 계층-i 고객의 도착 시간 간격의 LST

$P_k^{(0)}$: k번째 휴가가 고객의 도착 없이 종료될 확률

$P_k^{(i)}$: k번째 휴가가 계층-i 고객의 도착으로 종료될 확률

ρ_i : 임의의 시점에 서버가 계층-i 고객을 서비스하고 있을 확률

ρ : 임의의 시점에 서버가 고객을 서비스하고 있을 확률 $(=\rho_1+\rho_2)$

휴가기간이 종료되는 경우는 다음의 세 가지가 존재한다.

① 고객의 도착이 없이 예정된 휴가 종료 시점에 종료하는 경우

② 계층-1 고객의 도착으로 인해 휴가가 예정된 길이 이전에 종료하는 경우

③ 계층-1 고객의 도착은 없고 계층-2 고객의 도착은 있어 예정된 휴가 종료 시점에 종료하는 경우

따라서 k번째 휴가의 실제 길이는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$RV_k = \begin{cases} X_{V_k} & , \ if \ X_1 > X_{V_k} \\ X_1 & , \ if \ X_1 \le X_{V_k} \end{cases}. \tag{1}$$

위 식을 이용하여 실제의 휴가 길이에 대한 확률밀도 함수를 구하면 다음과 같다.

$$rv_k(x) = \begin{cases} v_k(x) & , \ if \ X_1 > X_{V_k} \\ \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} & , \ if \ X_1 \le X_{V_k} \end{cases}. \tag{2}$$

휴가의 종료확률을 구하기 위해 다음의 세 가지 경우가 고려된다.

ⓐ 고객의 도착 없이 휴가가 종료되는 경우
ⓑ 계층-1 고객의 도착으로 휴가가 종료되는 경우
ⓒ 계층-2 고객의 도착으로 휴가가 종료되는 경우

ⓑ와 ⓒ의 경우는 휴가기간 종료 후 바쁜 기간이 시작된다. 그러나 ⓐ의 경우는 휴가기간 종료 후 $k+1$번째 휴가가 시작된다. 따라서 각 경우를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_k^{(0)} = \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)x} dV_k(x), \tag{3}$$

$$P_k^{(1)} = 1 - \int_0^\infty \lambda_1 e^{-\lambda_1 x}[1 - V_k(x)]dx, \tag{4}$$

$$\begin{aligned} P_k^{(2)} &= \int_0^\infty e^{-\lambda_1 x} dV_k(x) - V^{(0)}(k) \\ &= \int_0^\infty \left(1 - e^{-\lambda_2 x}\right)\lambda_1 e^{-\lambda_1 x} dV_k(x). \end{aligned} \tag{5}$$

2.1 휴가길이에 영향을 주는 계층-1 고객의 대기시간과 대기고객수 분포

휴가 길이에 영향을 주는 계층-1 고객에 대해 <Table 1>과 같은 관찰이 가능하며, (관찰 2)와 (관찰 3), (관찰 4)를 통해 계층-1 고객에 대해서는 휴가가 대기시간에 아무런 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다. 따라서 휴가가 없는 M/G/1 우선순위 대기행렬 시스템의 틀로 분석할 수 있다.

Table 1. Observations for Class-1 Customer Who Affects Vacation Period

(관찰 1)	예정된 휴가 길이 동안 고객의 도착이 없으면 다음 휴가가 시작된다.
(관찰 2)	계층-2 고객은 현재 서비스 받고 있는 고객을 제외하면 계층-1 고객의 대기시간에 영향을 미치지 않는다.
(관찰 3)	예정된 휴가 길이 이전에 계층-1 고객이 도착하면 즉시 서비스가 시작된다.
(관찰 4)	예정된 휴가 길이 동안 계층-1 고객의 도착이 없고 계층-2 고객의 도착이 있으면 예정된 휴가기간 종료 후 계층-2 고객으로부터 서비스가 시작된다.
(관찰 5)	바쁜 기간 중에는 S_2-사이클만이 시작될 수 있다.

T-사이클 개념을 이용하면 계층-1 고객의 도착은 다음과 같은 세 가지 경우로 나누어 생각할 수 있다.

㉠ 서버가 유휴 중
㉡ S_2-사이클
㉢ S_1-사이클

서버가 유휴중일 확률은 $1-\rho$이고, 그 때의 대기시간은 0이다. 따라서 대기시간의 LST $W_{q(1)}^*(\theta)=1$이다. 서버가 S_2-사이클일 때 도착할 확률 ϕ_2는 단위시간당 S_2-사이클이 차지하는 길이이므로 다음이 성립하고,

$$\phi_2 = \lambda_2 \cdot \frac{E(S_1)}{1-\rho_1} = \frac{\rho_2}{1-\rho_1}, \tag{6}$$

대기시간의 LST는 다음과 같다.

$$W_{q(1)}^*(\theta | S_2 - \text{사이클}) = \frac{(1-\rho_1)[1-S_2^*(\theta)]}{E(S_2)[\theta - \lambda_1 + \lambda_1 S_1^*(\theta)]}. \tag{7}$$

서버가 S_1-사이클일 때 도착할 확률 ϕ_1은 $\phi_1+\phi_2=\rho$이므로 식 (6)에 의해

$$\phi_1 = \frac{\rho_1(1-\rho)}{1-\rho_1}, \tag{8}$$

그리고 대기시간의 LST는 다음과 같다.

$$W_{q(1)}^*(\theta | S_1 - \text{사이클}) = \frac{(1-\rho_1)[1-S_1^*(\theta)]}{E(S_1)[\theta - \lambda_1 + \lambda_1 S_1^*(\theta)]}. \tag{9}$$

따라서 모든 경우를 고려한 대기시간의 LST는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W_{q(1)}^*(\theta) &= (1-\rho)\cdot 1 + \phi_2 \cdot W_{q(1)}^*(\theta | S_2 - \text{사이클}) \\ &\quad + \phi_1 \cdot W_{q(1)}^*(\theta | S_1 - \text{사이클}) \\ &= \frac{\theta(1-\rho) + \lambda_2(1-S_2^*(\theta))}{\theta - \lambda_1 + \lambda_1 S_1^*(\theta)}. \end{aligned} \tag{10}$$

평균 대기시간은 다음과 같다.

$$W_{q(1)} = \frac{\lambda_1 E(S_1^2) + \lambda_2 E(S_2^2)}{2(1-\rho_1)}. \tag{11}$$

이상의 결과는 휴가가 없는 우선순위 M/G/1 대기행렬 시스템에서의 최우선순위를 갖는 고객의 대기시간과 같다.

계층-1 고객의 고객수분포는 휴가가 없는 대기행렬 시스템과 같은 고객수분포를 가진다. 따라서 다음과 같이 고객수분포를 구할 수 있다.

안정상태의 임의의 시점에서의 계층-1 고객의 수를 N_1이라고 하면, 그 확률 $P_{n(1)}$과 N_1의 PGF를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$P_{n(1)} = \Pr[N_1 = n] \tag{12}$$

$$P_{(1)}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{n(1)} z^n. \tag{13}$$

계층-1 고객은 한 명씩 도착하고 한 명씩 서비스 받으므로, 임의의 계층-1 고객이 떠날 때 남기는 계층-1 고객 수의 PGF를 $\Pi_1(z)$라고 하면 PASTA와 Burke의 이탈정리에 의해 다음이 성립한다.

$$P_{(1)}(z) = \Pi_{(1)}(z). \tag{14}$$

T_1을 계층-1 고객의 시스템 체재시간이라고 하면 그 LST는

$$W_1^*(\theta) = W_{q(1)}^*(\theta) S_1^*(\theta) \tag{15}$$

이고, 같은 계층 내에서는 선입선출(FCFS)를 따르므로 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} P_{(1)}(z) &= \Pi_{(1)}(z) \\ &= W_{q(1)}^*(\lambda_1 - \lambda_1 z) S_1^*(\lambda_1 - \lambda_1 z) \\ &= \frac{\begin{bmatrix} \lambda_1(1-z)(1-\rho) \\ +\lambda_2(1 - S_2^*(\lambda_1 - \lambda_1 z)) \end{bmatrix} S_1^*(\lambda_1 - \lambda_1 z)}{\lambda_1 \left[S_1^*(\lambda_1 - \lambda_1 z) - z \right]}. \end{aligned} \tag{16}$$

평균 대기고객수는 Little's law에 의해

$$L_{q(1)} = \lambda_1 W_{q(1)} = \frac{\lambda_1 \left[\lambda_1 E(S_1^2) + \lambda_2 E(S_2^2) \right]}{2(1-\rho_1)} \tag{17}$$

이며, 이상의 결과는 대기시간에서와 마찬가지로 휴가가 없는 우선순위 M/G/1 대기행렬 시스템에서의 고객 수와 같다.

2.2 휴가길이에 영향을 주지 않는 계층-2 고객의 대기시간과 대기고객수 분포

휴가 길이에 영향을 주지 않는 계층-2 고객에 대해서는 휴가의 길이가 대기시간에 영향을 미친다. 이 경우 시스템에서 계층-2 고객에 대해 <Table 2>와 같은 관찰이 가능하며, 그로부터 계층-2의 고객은 $V_k^{(1)}$-사이클과 $V_k^{(2)}$-사이클 중 하나에 도착하게 된다.

Table 2. Observations for Class-2 Customer Who Does Not Affect Vacation Period

(관찰 1)	예정된 휴가 길이 동안 고객의 도착이 없으면 다음 휴가가 시작된다.
(관찰 2)	예정된 휴가 길이 이전에 계층-1 고객이 도착하면 즉시 서비스가 시작된다. (관찰 1)과 함께 생각하면 매 휴가를 떠날 때마다 계층-1 고객의 도착으로 인해 종료되는 k번째 휴가 길이 X_1과 $C_{S_1(1)}^+$의 합을 최초지체기간으로 갖는 지체사이클이 형성된다. 이 사이클을 $V_k^{(1)}$-사이클이라 하자.
(관찰 3)	예정된 휴가 길이 동안 계층-1 고객의 도착이 없고 계층-2 고객의 도착이 있으면 예정된 휴가기간 종료 후 계층-2 고객으로부터 서비스가 시작된다. (관찰 1)과 함께 생각하면 매 휴가를 떠날 때마다 예정된 k번째 휴가 길이 X_{V_k}를 최초지체기간으로 갖는 T-사이클이 형성된다. 이 사이클을 $T_{V_k^{(2)}}$-사이클이라 하자.
(관찰 4)	바쁜 기간 중에는 새로운 사이클이 시작되지 않는다.

$B_1^*(\theta)$를 계층-1 고객 한 명의 서비스로 시작하여 그들의 자손들로 이루어지는 바쁜 기간의 길이로 정의하면 식 (18)과 같다.

$$B_1^*(\theta) = S_1^*[\theta + \lambda_1 - \lambda_1 B_1^*(\theta)]. \tag{18}$$

편의를 위해 식 (18)과 같이 기호를 정의한다.

$$\sigma_1 = \theta + \lambda_1 - \lambda_1 B_1^*(\theta) \tag{19}$$

$V_k^{(1)}$-사이클에 고객이 도착할 확률은 $k-1$번째 휴가까지 고객의 도착이 없고 k번째 휴가에서 계층-1 고객이 도착하여 사이클의 시작이 이루어지는 경우로 다음과 같으며,

$$\phi_{k(1)} = \prod_{i=1}^{k-1} P_i^{(0)} \cdot P_k^{(1)}, \tag{20}$$

$V_k^{(2)}$-사이클에 고객이 도착할 확률은 다음과 같다.

$$\phi_{k(2)} = \prod_{i=1}^{k-1} P_i^{(0)} \cdot P_k^{(2)}. \tag{21}$$

$V_k^{(1)}$-사이클에서 대기시간의 LST를 구하는 과정은 다음과 같다. <Figure 3>을 보면 $C_{S_1(1)}^+$는 최초지체기간이 S_1이고 그 동안에 도착하는 계층-1 고객들과 그들의 자손들로 이루어지는 지체사이클이고, $V_k^{(1)}$-사이클은 X_1과 $C_{S_1(1)}^+$의 합을 최초지체기간으로 갖는 지체사이클이다.

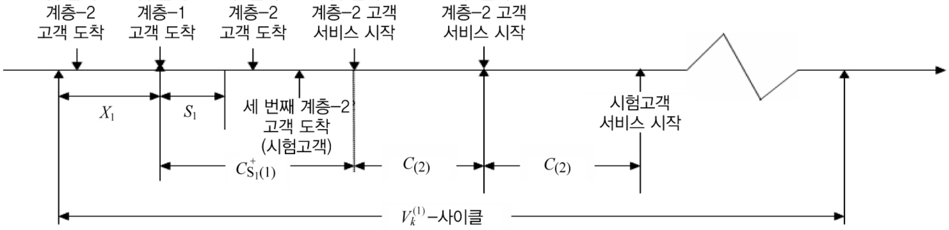


Figure 3. $V_k^{(1)}$-Cycle

즉, X_1과 S_1의 합을 최초지체기간으로 갖는 T-사이클이다. 휴가 종료 이전에는 계층-1 고객의 도착이 없으며, 도착 즉시 휴가를 종료시킨다. 휴가를 종료시킨 계층-1 고객은 대기시간 없이 바로 서비스를 받기 시작한다. 따라서 대기시간의 LST는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$
\begin{aligned}
&W^*_{q(2)}(\theta | V_k^{(1)} - \text{사이클}) \\
&= \frac{\left[1 - X_1^*(\theta)\, C^{+*}_{S_1(1)}(\theta)\right]\left[1 - \lambda_2 E(C_{(2)})\right]}{E\left[X_1 + C^{+}_{S_1(1)}\right][\theta - \lambda_2 + \lambda_2 C_2^*(\theta)]} \\
&= \frac{(1-\rho)\left[1 - X_1^*(\theta) S_1^*(\sigma_1)\right]}{\left[(1-\rho_1)E(X_1) + E(S_1)\right]\left[\theta - \lambda_2 + \lambda_2 S_2^*(\sigma_1)\right]}.
\end{aligned}
\tag{22}
$$

$V_k^{(2)}$-사이클에서 대기시간의 LST를 구하는 과정은 다음과 같다. $V_k^{(2)}$-사이클은 V_k를 최초지체기간으로 갖는 지체사이클이다(<Figure 4> 참조). 휴가기간 동안 계층-1 고객의 도착은 없으며, 예정된 휴가 종료 후에 휴가 중 도착한 계층-2 고객에 대해서 선입선출(FCFS) 규칙에 따라 서비스가 진행된다. 이를 고려하면 대기시간의 LST는 다음과 같다. 따라서 모든 경우를 고려한 대기시간의 LST는 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&W^*_{q(2)}(\theta) \\
&= \sum_{k=1}^{\infty}\left[\begin{array}{l}\phi_k^{(1)} \cdot W^*_{q(2)}(\theta | V_k^{(1)} - \text{사이클}) \\ + \phi_k^{(2)} \cdot W^*_{q(2)}(\theta | V_k^{(2)} - \text{사이클})\end{array}\right] \\
&= \frac{(1-\rho)}{\theta - \lambda_2 + \lambda_2 S_2^*(\sigma_1)} \\
&\quad \times \sum_{k=1}^{\infty}\left[\prod_{i=1}^{k-1} P_i^{(0)}\right]\left[\begin{array}{l}\dfrac{P_k^{(1)}\left[1 - X_1^*(\theta) S_1^*(\sigma_1)\right]}{(1-\rho_1)E(X_1) + E(S_1)} \\ + \dfrac{P_k^{(2)}\left[1 - V_k^*(\theta)\right]}{E(V_k)}\end{array}\right]
\end{aligned}
\tag{23}
$$

식 (23)에서 계층-1 고객의 도착으로 인해 종료되는 부분인 $\dfrac{P_k^{(1)}\left[1 - X_1^*(\theta) S_1^*(\sigma_1)\right]}{(1-\rho_1)E(X_1) + E(S_1)}$ 부분은 휴가기간 동안 도착한 계층-2 고객과 휴가를 종료시킨 계층-1 고객들의 서비스시간 동안 도착하는 계층-1 고객들의 바쁜기간(ρ_1)만큼 연장된 대기시간을 나타내고, $\dfrac{P_k^{(2)}\left[1 - V_k^*(\theta)\right]}{E(V_k)}$ 부분은 휴가기간 동안 계층-2 고객만이 도착하고 그 이후의 완성시간들로 이루어진 대기시간임을 알 수 있다. 평균 대기시간은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
W_{q(2)} = &\frac{1}{2(1-\rho_1)} \sum_{k=1}^{\infty}\left[\prod_{i=1}^{k-1} P_i^{(0)}\right] \\
&\times \left[\begin{array}{l}\dfrac{P_k^{(1)} E[(X_1+S_1)^2]}{(1-\rho_1)E(X_1) + E(S_1)} + \dfrac{P_k^{(2)} E[(V_k)^2]}{E(V_k)} \\ + \dfrac{[1 - P_k^{(0)}(k)] E[(\lambda_1 S_1 + \lambda_2 S_2)^2]}{(\lambda_1 + \lambda_2)(1-\rho)}\end{array}\right].
\end{aligned}
\tag{24}
$$

계층-2 고객에 대해서는 휴가가 영향을 미친다. 그러나 같은 계층에서의 서비스는 선입선출(FCFS)로 이루어지고 고객의 도착과 이탈은 한 명씩 일어나므로 2.1에서와 같은 방법으로 고객수분포를 구할 수 있다.

안정상태의 임의의 시점에서의 계층-2 고객의 수를 N_2이라고 하면, 그 확률 $P_{n(2)}$과 N_2의 PGF를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$P_{n(2)} = \Pr[N_2 = n], \tag{25}$$

$$P_{(2)}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{n(2)} z^n. \tag{26}$$

임의의 계층-2 고객이 떠날 때 남기는 계층-2 고객 수의 PGF를 $\Pi_2(z)$라고 하면 PASTA와 Burke의 이탈정리에 의해 다음이 성립한다.

$$P_{(2)}(z) = \Pi_{(2)}(z). \tag{27}$$

T_2을 계층-2 고객의 시스템 체재시간이라고 하면 그 LST는 다음과 같다.

$$W_2^*(\theta) = W^*_{q(2)}(\theta) S_2^*(\theta). \tag{28}$$

같은 계층 내에서는 선입선출(FCFS)을 따르므로 다음이 성립한다.

$$
\begin{aligned}
P_{(2)}(z) &= \Pi_{(2)}(z) = W^*_{q(2)}(\lambda_2 - \lambda_2 z) S_2^*(\lambda_2 - \lambda_2 z) \\
&= \frac{S_2^*(\lambda_2 - \lambda_2 z)(1-\rho)}{\theta - \lambda_2 + \lambda_2 S_2^*(\sigma_1)} \\
&\quad \times \sum_{k=1}^{\infty}\left[\prod_{i=1}^{k-1} P_i^{(0)}\right]\left[\begin{array}{l}\dfrac{P_k^{(1)}\left[1 - X_1^*(\theta) S_1^*(\sigma_1)\right]}{(1-\rho_1)E(X_1) + E(S_1)} \\ + \dfrac{P_k^{(2)}\left[1 - V_k^*(\theta)\right]}{E(V_k)}\end{array}\right] \\
&\text{where } \ \sigma_1' = \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_1 B_1^*(\lambda_2 - \lambda_2 z) - \lambda_2 z
\end{aligned}
\tag{29}
$$

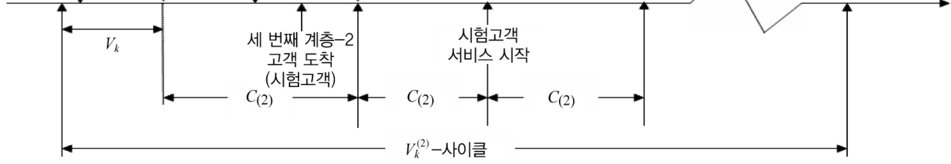


Figure 4. $V_k^{(2)}$-Cycle

평균 대기고객 수는 Little's law에 따라 다음과 같다.

$$L_{q(2)} = \lambda_2 W_{q(2)} = \frac{\lambda_2}{2(1-\rho_1)} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\prod_{i=1}^{k-1} P_i^{(0)} \right] \times \left[\frac{P_k^{(1)} E[(X_1+S_1)^2]}{(1-\rho_1)E(X_1)+E(S_1)} + \frac{P_k^{(2)} E[(V_k)^2]}{E(V_k)} + \frac{[1-P_k^{(0)}(k)]E[(\lambda_1 S_1 + \lambda_2 S_2)^2]}{(\lambda_1+\lambda_2)(1-\rho)} \right]. \quad (30)$$

3. 수치예제

본 장에서는 휴가를 강제로 종료시키는 고객이 존재하는 우선순위 M/G/1 대기행렬 시스템의 대상 실례로 서론에서 언급했던 IEEE 802.16e의 수면모드 상황을 가정하여 수치예제를 실시함으로써, 본 연구의 활용성을 확인하였다.

수치예제를 위한 변수 및 모수는 다음과 같이 정의하였다.

(1) 계층-1 고객은 outgoing packet으로 정의한다. 따라서 계층-1 고객의 도착률 λ_1은 outgoing packet의 도착률로 정의되며, Outgoing packet의 도착은 사용자가 통신을 위해 packet의 발생을 유발하는 어떤 입력을 한 것을 의미한다.

(2) 계층-2 고객은 incoming packet으로 정의한다. 따라서 계층-2 고객의 도착률 λ_2는 incoming packet의 도착률로 정의되며, Incoming packet의 도착은 여러 곳에서 발생한 패킷이 기지국에 모였다가 사용자에게 보내져 이동국에서 수신하는 것을 의미한다.

(3) 서버는 무선 단말 장치로, 서비스는 변조와 복조로 정의한다. 따라서, outgoing packet의 변조 시간에 대한 확률 변수가 S_1, incoming packet의 복조 시간에 대한 확률 변수가 S_2로 정의되며, 각각의 서비스 시간 분포는 μ_1, μ_2의 서비스율을 가지는 지수분포로 가정하였다.

(4) 휴가는 수면 기간으로 정의하며 outgoing packet의 도착으로 수면모드가 즉시 종료되는 경우를 계층-1 고객의 도착으로 휴가가 종료되는 경우로, incoming packet의 도착으로 수면모드가 예정된 시간 후 종료되는 경우를 계층-2 고객의 도착으로 휴가가 종료되는 경우로 정의하였으며, 청취 간격은 l, 최소수면간격은 sl_1으로 정의한다.

이상의 내용을 본 연구의 내용에 따라 정리하면 각각의 확률변수 및 확률분포는 다음과 같이 정의 된다.

$s_1(x) = \mu_1 e^{-\mu_1 x}$: outgoing packet 서비스 시간의 확률밀도함수

$s_2(x) = \mu_2 e^{-\mu_2 x}$: incoming packet 서비스 시간의 확률밀도함수

$v_k = 2^{k-1} sl_1 + l$: k번째 수면모드의 길이

$v_k(x) = \begin{cases} 1, & x = v_k \\ 0, & x \neq v_k \end{cases}$: k번째 수면모드 길이의 확률밀도함수

$V_k(x) = \begin{cases} 1, & x \geq v_k \\ 0, & x < v_k \end{cases}$: k번째 수면모드 길이의 분포함수

<Table 3>은 $\mu_1 = 2$, $\mu_2 = 8$, $sl_1 = 1$, $l = 1$라고 가정하고, 도착률 λ_1과 λ_2를 변화시킨 경우의 평균 대기시간과 평균 대기수를 계산한 결과이다. <Table 3>의 결과를 통해서는 도착률이 증가할수록 평균 대기시간과 평균 대기수가 증가하고 있는 극히 상식적인 해석만이 가능하다.

Table 3. Mean Queuing Time and Queue Size Respect to the Arrival Rates

λ_1	λ_2	$W_{q(1)}$	$W_{q(2)}$	$L_{q(1)}$	$L_{q(2)}$
0.1	2.0	0.05921	1.05326	0.00592	2.10652
0.1	2.5	0.06743	1.06734	0.00674	2.66835
0.1	3.0	0.07566	1.08790	0.00757	3.2637
0.1	3.5	0.08388	1.11484	0.00839	3.90194
0.3	2.0	0.12500	1.20029	0.03750	2.40058
0.3	2.5	0.13419	1.22375	0.04028	3.05938
0.3	3.0	0.14338	1.25679	0.04302	3.77038
0.3	3.5	0.15257	1.30154	0.04577	4.55538
0.5	2.0	0.20833	1.47972	0.10417	2.95944
0.5	2.5	0.21875	1.51958	0.10938	3.79895
0.5	3.0	0.22917	1.57823	0.11458	4.7347
0.5	3.5	0.23958	1.66380	0.11979	5.82331
0.7	2.0	0.31731	1.93299	0.22212	3.86598
0.7	2.5	0.32933	2.01230	0.23053	5.03075
0.7	3.0	0.34135	2.13840	0.23894	6.4152
0.7	3.5	0.35337	2.34684	0.24736	8.21395

이는 본 연구의 목적이 IEEE 802.16e의 수면모드의 성능분석이 아니라, 휴가를 강제로 종료시키는 고객이 존재하는 특징을 가지는 우선순위 M/G/1 대기행렬 시스템의 성능분석이기 때문이며, 만약 IEEE 802.16e의 수면모드와 관련된 정책 및 파라미터, 예를 차단정책(block policy), 비용 및 전력사용 등, 들을 함께 고려한다면 현실적인 성능척도 확인 및 분석이 가능하리라 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서는 휴가를 강제로 종료시키는 고객이 존재하는 우선순위 M/G/1 대기행렬 시스템을 분석하였다. 그 결과로 각 계층의 대기시간분포와 고객수분포를 유도하였으며, 성능척도로 평균 대기시간과 평균 대기고객수를 구하였다.

본 연구의 대상이 되는 시스템은 IEEE 802.16e의 수면모드와 같은 통신 시스템에서 그 실례를 찾아 볼 수 있었으며, 수치예제를 통하여 관련 통신 시스템에서의 활용성을 보였다.

그러나 통신 시스템의 경우, 그 분석이 대기행렬분석을 기반으로 하고 있으나 성능을 평가하기 위한 척도가 평균 대기시간과

평균대기고객수와 같은 일반적인 대기행렬의 척도가 아닌, 패킷 손실률이나 차단확률(block probability) 또는 비용 및 전력사용량 등의 통신특성을 반영한 척도를 사용하기 때문에 본 연구의 결과를 직접적으로 성능평가 척도로 사용하기에는 모자란 점이 존재한다. 그러나 IEEE 802.16e의 수면모드를 적용하는 통신 시스템의 운영정책과 관련 파라미터들이 함께 정의 된다면, 해당 통신 시스템의 성능평가에 본 연구의 결과가 높게 활용될 것이라 판단된다.

이에 본 연구의 결과의 활용이 가능한 통신 시스템에서의 관련 파라미터를 고려한 수리적 해석 및 시뮬레이션에 의한 그 결과의 타당성 검증이 추후 연구로 필요하다고 판단된다. 또한 통신시스템에서는 포아송 도착 과정이 적절하지 않다는 연구[Paxson and Floyd(1995)]도 존재하는 바, MAP/G/1 대기행렬 시스템에 관한 연구 역시 추가적으로 가능하리라 판단된다.

참고문헌

Doshi, B. T. (1986), Queueing systems with vacations- a survey, *Queueing Systems*, 1(1), 29-66.

Gaver, D. P., Jr. (1962), A waiting line with interrupted service, including priorities, *Journal of the Royal Statistical Society*, *Series B*, 24(1), 73-90.

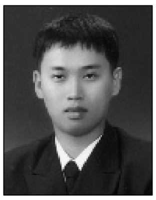
IEEE 802.16e (2005), IEEE Standard for Local and metropolitan area networks-Part 16 : *Air Interface for Fixed and Mobile Broadband Wireless Access Systems*, IEEE Std 802.16e-2005, February.

Kella, O. and Yechiali, U. (1988), Priorities in M/G/1 queue with server vacations, *Naval Research Logistics*, 35, 23-34.

Lee, H. W. (2006), Queueing theory 3rd ed., Sigmapress, Seoul, Korea.

Levy, Y. and Yechiali, U. (1976). An M/M/s queue with servers' vacations, *Canadian Journal of Operational Research and Information Processing*, 14, 153-163.

Paxson, V. and Floyd, S. (1995), Wide Area Traffic : The Failure of Poisson Modeling, *IEEE/ACM Transactions On Networking*, 3, 226-244.



정 보 영
서울대학교 산업공학과 학사
서울대학교 산업공학과 석사
(前) 해군사관학교 국방경영과학과 전임강사
(現) 메리츠화재 자동차보험상품팀
관심분야 : 대기행렬이론, 확률모형, 응용통계

박 종 훈
동국대학교 산업공학과 학사
서울대학교 산업공학과 석사
서울대학교 산업공학과 박사
현재 : 대구가톨릭대학교 경영학과 조교수
관심분야 : 신뢰성공학, 품질공학, 응용통계, 확률모형

백 장 현
서울대학교 산업공학과 학사
서울대학교 산업공학과 석사
서울대학교 산업공학과 박사
현재 : 전북대학교 산업정보시스템공학과 교수
관심분야 : 정보통신, 경영과학, 응용통계

이 창 훈
서울대학교 공과대학대학 졸업
캔사스 주립대학 산업공학 석사
캔사스 주립대학 산업공학 박사
현재 : 서울대학교 산업공학과 명예교수
관심분야 : 신뢰성공학, 품질공학, 이동통신망 성능분석 등