

나카가미 페이딩 채널에서 물리 계층 네트워크 부호화 시스템의 심볼 오류율

도 푸 틴*, 왕 진 수*, 박 진 배*, 김 윤 희^o

Symbol Error Probability of a Physical Layer Network Coded System in Nakagami Fading Channels

Do Phu Think*, Jin Soo Wang*, Jin Bae Park*, Yun Hee Kim^o

요 약

본 논문에서는 물리 계층 네트워크 부호화를 적용하는 릴레이의 협력 하에 두 사용자 노드가 두 전송 단계로 데이터를 교환하는 양방향 릴레이 시스템을 고려한다. 이 시스템은 첫 전송 단계에서 두 사용자가 동시에 이진위상변조 심볼을 전송하고, 릴레이 노드는 수신 신호로부터 두 사용자 정보 비트의 배타 합을 복호화한 뒤 다시 재변조하여 두 번째 전송 단계에서 방송함으로써, 각 사용자가 상대방 정보를 복호화하도록 한다. 이 때 시스템 성능은 나카가미-m 페이딩 채널에서의 사용자 노드가 겪는 평균 최종 심볼 오류율로 살펴보고, 이에 대한 정확한 상한을 닫힌 식으로 유도함으로써 성능을 빠르고 정확하게 제공한다. 성능 평가 결과 본 논문에서 얻은 이론적 상한은 다양한 채널 및 시스템 환경에서 모의실험 결과와 일치함을 볼 수 있다. 또한 분석 결과를 이용하면 다양한 채널 및 시스템 환경에 대한 최적 릴레이 위치와 전력 할당 값 등의 유용한 정보를 빠르게 얻을 수 있다.

Key words : 양방향 릴레이, 물리계층 네트워크 부호화, 나카가미 페이딩, 심볼 오류율, 감마 확률변수

ABSTRACT

In this paper, we consider a two-way relay (TWR) system, where two user nodes exchange their information within two transmission phases, by the help of a relay node adopting physical layer network coding. In the system, two users transmit their binary phase shift keying symbols simultaneously in the first phase, and the relay node decodes the XORed version of two user data and broadcasts it back to two users in the second phase. The performance of the system is analyzed in terms of the average end-to-end symbol error probability in Nakagami-*m* fading channels, for which a tight upper bound is derived in a closed form to provide an accurate and handy estimate on the performance. The results show that our upper bounds are almost indistinguishable from simulation results for various channel and system configurations. In addition, the optimal relay location and power allocation for various conditions can be obtained quickly with our analysis.

I. 서 론

통신 노드 사이의 협력 또는 릴레이 통신 방식은 송신 전력 증가 없이 신호 전송 영역을 확대할 수

* 이 논문은 2012년 정부 (교육과학기술부) 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업과 (과제번호 2012-0001867) 지식경제부 및 정보통신산업진흥원의 대학 IT연구센터 지원 사업의 (NIPA-2012-H0301-12-2005) 지원을 받아 수행된 연구임.

◆ 주저자 : 경희대학교 전자·전파공학과 디지털통신연구실, dopthinh@gmail.com, 준회원

o 교신저자 : 경희대학교 전자·전파공학과 디지털통신연구실, yheekim@khu.ac.kr, 종신회원

* 경희대학교 전자·전파공학과 디지털통신연구실, delta310@khu.ac.kr, bubilife@gmail.com

논문번호 KICS2012-04-182, 접수일자 : 2012년 4월 13일, 최종논문접수일자 : 2012년 6월 7일

있는 장점으로 무선 통신 시스템 설계자로부터 큰 관심을 받고 있다¹⁻³⁾. 주로 사용되는 릴레이 프로토콜은 증폭-후-전달 (AF) 방식과 복호-후-전달 (DF) 방식이 있는데 AF 방식은 릴레이가 수신 신호를 그대로 증폭하여 전송하는 방식으로 릴레이 복잡도가 적으며, DF 방식은 릴레이가 수신 신호에서 정보를 복호한 뒤 다시 부호화하여 보내는 방식으로 복잡도가 높지만 잡음 증폭을 낮출 수 있다. 이러한 릴레이 전송 방식을 양방향 통신에 그대로 적용할 경우 네 번의 전송 단계가 필요하기 때문에 주파수 효율이 현저히 나빠지게 된다.

이러한 주파수 효율 저하 문제를 극복하기 위해 양방향 릴레이 전송에서 전송 단계를 줄이는 방법들이 차례로 제안되었다⁴⁻¹²⁾. 먼저 세 단계 양방향 릴레이 통신에서는 각 사용자가 자신의 신호를 서로 다른 단계에 전송하도록 하여 릴레이가 사용자 데이터를 간섭 없이 복호하도록 하고, 릴레이가 두 사용자 데이터의 배타 합을 마지막 세 번째 단계에서 전송하도록 하여 전송 단계를 하나 줄였다^{4,7)}. 한편, 필요한 전송 단계를 더 줄이기 위하여 두 사용자가 동시에 신호를 전송하도록 하는 두 단계 양방향 릴레이 통신 방법이 제안되었다⁵⁻¹²⁾. 이러한 두 단계 전송 방식은 AF 기반의 아날로그 네트워크 부호화 방법과^{5,10,12)}, 릴레이가 두 사용자 데이터의 배타 합을 복호하는 DF 기반의 물리계층 네트워크 부호화 방법이 있다^{6,9,11)}.

아날로그 네트워크 부호화는 릴레이 노드의 구현이 쉬우나 사용자 노드 수신 신호에 자가 간섭이 존재하기 때문에 이를 소거하기 위해 채널 추정 등 사용자 복잡도가 증가하는 단점이 있다. 이러한 단점에도 불구하고 사용자 노드에서 자가 간섭 소거가 완벽하다고 가정하면 이론적 성능 분석이 용이하기 때문에, [12]의 참고 문헌에서 볼 수 있듯이 다양한 관점에서 성능 분석이 이루어졌다. 반면, 물리계층 네트워크 부호화는 릴레이 복잡도가 증가하지만 사용자 노드의 하드웨어 복잡도 증가 없이 성능을 향상시킬 수 있는 장점이 있다. 그러나, 릴레이 복호로 인하여 성능 분석이 용이하지 않기 때문에 성능 분석에 대한 논문은 그리 많지 않다.

물리계층 네트워크 부호화를 적용한 양방향 릴레이 통신 시스템의 성능 분석에 관련한 초기 연구로 Craig 방식을 이용한 가산 정규 잡음 환경에서의 심볼 오류율과⁹⁾ 페이딩 채널에서의 근사화된 성능 분석이⁶⁾ 있다. 이와 같은 연구는 두 사용자가 신호가 같은 위상으로 수신될 때만을 고려한 것이다. 최근

두 사용자 신호가 위상이 다른 페이딩 채널로 수신될 때 릴레이가 근사 최대 우도로 정보 비트의 XOR 값을 검출할 때 최종 평균 심볼오류율 성능이 분석되었다¹¹⁾. 이와 같은 물리계층 네트워크 부호화 시스템에 대한 성능 분석은 주로 레일리 페이딩 채널에서만 이루어졌으며, 좀 더 복잡한 페이딩 채널에서 분석한 결과는 아직 없다.

본 논문에서는 비산란 신호와 산란 신호가 섞인 실제 채널 특성을 잘 반영하는 나카가미- m 페이딩 채널에서¹³⁾ 물리계층 네트워크 부호화 시스템의 성능을 이론적으로 분석한다. 나카가미- m 페이딩 채널에서의 성능은 특별한 경우로 레일리 페이딩 ($m=1$) 채널과 가산 정규 잡음 ($m \rightarrow \infty$) 채널에서의 성능을 포함한다. 또한, [12]에서 볼 수 있듯이 m 과 신호대잡음비를 알맞게 설정하면 최대비송신 (maximal ratio transmission: MRT) 또는 최대비결합 (maximal ratio combining: MRC) 수신 기법을 적용할 때의 성능을 얻을 수 있다. 이에, 본 논문에서는 나카가미- m 페이딩 채널에서의 평균 최종 심볼 오류율에 대한 상한 값을 정확하게 닫힌 식으로 얻음으로써, 다양한 무선 페이딩 채널 환경 및 안테나 다양성 기법에 대한 물리 계층 네트워크 부호화 기법의 성능을 모의실험 없이 빠르게 구할 수 있도록 한다. 또한 분석 결과를 이용하면 다양한 채널 및 시스템 환경에 대한 최적 릴레이 위치와 전력 할당 값 등의 유용한 정보를 빠르게 얻을 수 있다.

이후 논문 구성은 다음과 같다. II절에서 시스템 모형과 채널 모형을 설명하고, III절에서 성능 유도에 필요한 감마 확률 변수의 특성과 그에 따른 평균 최종 심볼 오류율 상한을 제공한다. IV절에서 이론적 분석 결과의 타당성을 보이고 다양한 채널 및 시스템 환경에서 성능을 살펴본 뒤 결론을 V절에서 맺는다.

II. 시스템 모형

그림 1은 본 논문에서 고려하는 두 전송 단계 양방향 릴레이 시스템 모형을 보인 것이다. 두 사용자 노드 S_1 과 S_2 는 릴레이 노드 R 을 통해 서로 데이터 정보를 교환한다. 시스템 내의 모든 노드는 반이중 (half-duplex) 모드로 통신하고, 따라서, 두 사용자 노드 사이의 직접 경로 채널은 이용하지 않는다. 사용자 S_i 와 ($i=1,2$) 릴레이 R 사이의 채널은 가역적이고 (reciprocal), 그에 대한 채널 이득 h_i 는

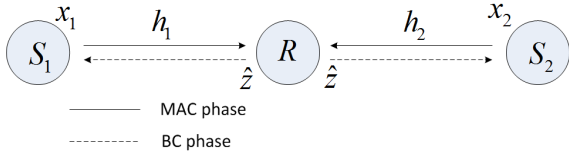


그림 1. 두 전송 단계 양방향 릴레이 시스템 모형.
Fig. 1. System model of a two-way relay system using two transmission phases.

나카가미 페이딩 특성을 보인다. 이 때, 나카가미 파라미터가 m_i 이고 평균 페이딩 전력 $E[|h_i|^2] = \Omega_i$ 라고 가정하면, 페이딩 채널 전력 $|h_i|^2$ 의 분포는 감마 (Gamma) 분포 $G(m_i, \Omega_i/m_i)$ 가 된다. 여기서, 나카가미 파라미터를 정수 값으로 제한하면 감마 분포 $G(m, \rho)$ 의 확률밀도함수와 누적분포함수는 다음과 같이 각각 나타낼 수 있다.

$$f_{G(m, \rho)}(x) = \frac{x^{m-1} e^{-x/\rho}}{\rho^m \Gamma(m)}, \quad x \geq 0 \quad (1)$$

$$F_{G(m, \rho)}(x) = 1 - e^{-x/\rho} \sum_{k=0}^{m-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{x}{\rho}\right)^k, \quad x \geq 0 \quad (2)$$

여기서, $\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt$ 는 감마 함수이다.

다중접속 단계라 (MAC phase) 불리는 첫 전송 단계에서는 각 사용자 노드 S_i 가 자신의 이진위상변조 심볼 $x_i = 1 - 2b_i$ 를 전송한다. 여기서, $b_i \in \{0, 1\}$ 이고 $x_i \in \{-1, 1\}$ 이다. 그에 따른 릴레이 노드에서의 수신 신호는 다음과 같다.

$$r = \sqrt{E_1} h_1 x_1 + \sqrt{E_2} h_2 x_2 + n_R \quad (3)$$

여기서, E_i 는 사용자 노드 S_i 의 송신 전력이고 $n_R \sim CN(0, N_R)$ 은 릴레이 노드 R 에서의 복소 가우시안 잡음으로, $CN(m, \Sigma)$ 는 평균이 m 이고 분산이 Σ 인 복소 가우시안 분포를 나타낸다.

릴레이 노드는 수신 신호 (3)로부터 두 사용자 정보 비트의 배타 합 $b = b_1 \oplus b_2$ 즉 이진 심볼 $z = 1 - 2b = x_1 x_2$ 를 검출한다. 여기서, \oplus 는 배타 합 기호를 나타낸다. 이진 심볼 x_1 와 x_2 의 발생 확률이 같으면 z 의 최대 우도 검출식은 다음과 같다^[11].

$$\hat{z} = \begin{cases} -1 & \text{if } e^{-D(1,1)/N_R} + e^{-D(-1,-1)/N_R} \geq e^{-D(1,-1)/N_R} + e^{-D(-1,1)/N_R} \\ 1 & \text{if } e^{-D(1,1)/N_R} + e^{-D(-1,-1)/N_R} < e^{-D(1,-1)/N_R} + e^{-D(-1,1)/N_R} \end{cases} \quad (4)$$

여기서, $D(x_1, x_2) = |r - \sqrt{E_1} h_1 x_1 - \sqrt{E_2} h_2 x_2|^2$ 이고, 최대-로그 근사식 $\ln(\exp(a_1) + \exp(a_2)) \approx \max[a_1, a_2]$ 을 적용하면, 식 (4)는 다음과 같이 근사식으로 표현된다.

$$\hat{z} = \begin{cases} -1 & \text{if } \min[D(1,1), D(-1,-1)] > \min[D(1,-1), D(-1,1)] \\ 1 & \text{if } \min[D(1,1), D(-1,-1)] \leq \min[D(1,-1), D(-1,1)] \end{cases} \quad (5)$$

릴레이 노드 R 은 방송 단계로 (BC phase) 불리는 두 번째 전송 단계에서 배타 합 심볼에 대한 검출 값 \hat{z} 를 두 사용자 노드 S_1 과 S_2 로 방송한다. 그러면, 사용자 노드 S_i 는

$$y_i = \sqrt{E_R} h_i \hat{z} + n_i \quad (6)$$

를 수신하게 된다. 여기서, E_R 는 릴레이 노드의 송신 전력이고 $n_i \sim CN(0, N_i)$ 는 사용자 노드 S_i 에서의 복소 정규 잡음이다. 사용자 노드 S_i 는 식 (6)로부터 최대 우도 검출 기준으로 \hat{z} 에 대한 검출식을 다음과 같이 얻는다.

$$\tilde{z}_i = \operatorname{argmin}_{\tilde{z} \in \{-1, 1\}} |y_i - \sqrt{E_R} h_i \tilde{z}|^2 \quad (7)$$

마지막으로, 사용자 노드 S_i 는 상대방 노드 S_j 로부터 온 정보를 $\hat{x}_j = \tilde{z}_i x_i$ 으로 얻는다. 여기서, $(i, j) \in \Omega = \{(1, 2), (2, 1)\}$ 이다.

III. 평균 최종 심볼 오류율 분석

3.1. 평균 최종 심볼 오류율 상한의 일반식

먼저 물리계층 네트워크 부호화를 적용한 시스템의 평균 최종 심볼 오류율 상한을 페이딩 분포에 상관없는 일반화된 식으로 나타내 보자. 시스템 내 채널 페이딩 이득이 $\mathbf{h} = (h_1, h_2)$ 로 주어지면, 사용자 노드 S_i 에서의 최종 (end-to-end) 순간 심볼오류율 P_{E_i} 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_{E_i} = P_{MAC}(1 - P_{BC,i}) + (1 - P_{MAC})P_{BC,i} \quad (8)$$

여기서, $P_{MAC} = \Pr[\hat{z} \neq z | \mathbf{h}]$ 는 채널이 고정일 때 다중접속 단계에서 배타 합 심볼 검출에 대한 순간

오류 확률이고 $P_{BC,i} = \Pr[\tilde{z}_i \neq \hat{z}|h_i]$ 는 방송 단계에서 사용자 노드 S_i 에서의 배타 합 심볼 검출에 대한 순간 오류 확률이다. 이 때 다중접속 단계에서의 순간 오류 확률의 상한과 하한은 다음과 같이 쓸 수 있다.^[11]

$$P_{MAC} < P_{MAC}^U = \sum_{i=1}^2 Q(\sqrt{2\alpha_i\gamma_{iR}}) \quad (9)$$

$$P_{MAC} > P_{MAC}^L = Q(\sqrt{2\min[\alpha_1\gamma_{1R}, \alpha_2\gamma_{2R}]}) \quad (10)$$

여기서, $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du$ 는 가우시안 Q-함수이고, $\alpha_i = |h_i|^2$, $\gamma_{iR} = E_i/N_R$ 이다. 한편, 방송 단계의 심볼 오류율은 식 (7)로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$P_{BC,i} = Q(\sqrt{2\alpha_i\gamma_{Ri}}) \quad (11)$$

여기서, $\gamma_{Ri} = E_R/N_i$ 이다. 따라서, 시스템 내 사용자가 겪는 평균 최종 심볼 오류율 $\overline{P_{E2E}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 E[P_{E2E,i}]$ 은 식 (8)으로부터 결국 다음의 상한을 가진다.

$$\overline{P_{E2E}^U} = \overline{P_M^U} + \frac{1}{2} \overline{P_B} - \frac{1}{2} \overline{P_M^U P_B} - \frac{1}{2} \overline{P_M^L P_B} \quad (12)$$

여기서,

$$\overline{P_M^U} = E[P_{MAC}^U] = \sum_{i=1}^2 E[Q(\sqrt{2\alpha_i\gamma_{iR}})] \quad (13)$$

$$\overline{P_B} = \sum_{i=1}^2 E[P_{BC,i}] = \sum_{i=1}^2 E[Q(\sqrt{2\alpha_i\gamma_{Ri}})] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \overline{P_M^U P_B} &= E\left[P_{MAC}^U \sum_{i=1}^2 P_{BC,i}\right] \\ &= \sum_{i=1}^2 E[Q(\sqrt{2\alpha_i\gamma_{iR}}) Q(\sqrt{2\alpha_i\gamma_{Ri}})] + \\ &\quad \sum_{(i,j) \in \Omega} E[Q(\sqrt{2\alpha_i\gamma_{iR}})] E[Q(\sqrt{2\alpha_j\gamma_{Rj}})] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \overline{P_M^L P_B} &= E\left[P_{MAC}^L \sum_{i=1}^2 P_{BC,i}\right] \\ &= \sum_{(i,j) \in \Omega} E[Q(\sqrt{2\alpha_i\gamma_{Ri}}) Q(\sqrt{2\min[\alpha_i\gamma_{iR}, \alpha_j\gamma_{jR}]})] \end{aligned} \quad (16)$$

본 논문에서 고려한 채널 모형에서 평균 최종 심볼 오류율을 얻기 위해서는 나카가미 페이딩 분포에 대한 식 (13)-(16)의 기댓값을 얻어야 한다. 본 논문에서는 나카가미 페이딩 채널에서 α_i 가 감마 확률 변수이고 상수 $c > 0$ 에 대해 $c\alpha_i$ 또한 감마 확률 변수인 점을 착안하여, 식 (13)-(16)을 얻는 데 필요한 감마 확률 변수의 특정 유도 함수에 대한 기댓값을 다음 절에 유도하였다.

3.2. 감마 확률 변수에 대한 주요 결과

정리 1: 감마 확률 변수 $X \sim G(m, \rho)$ 에 대해 m 이 정수이면, 가우시안-Q 유도 함수에 대한 기댓값은 다음과 같다.^[14]

$$E[Q(\sqrt{2X})] = \Phi_1(m, \rho) \quad (17)$$

여기서,

$$\Phi_1(m, \rho) = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{\rho}{1+\rho}} \sum_{i=0}^{m-1} \binom{2i}{i} \frac{1}{4^i (1+\rho)^i} \right] \quad (18)$$

정리 2: 감마 확률 변수 $X \sim G(m, \rho)$ 와 임의의 양수 a 에 대해 m 이 정수이면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} E[Q(\sqrt{2X}) Q(\sqrt{2aX})] &= \\ &= \frac{1}{2} \Phi_2(m, \rho, \tan^{-1}(\sqrt{a^{-1}})) + \frac{1}{2} \Phi_2(m, a\rho, \tan^{-1}\sqrt{a}) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Phi_2(m, \rho, \phi) &= \frac{\phi}{\pi} - \frac{\lambda}{\pi} \left\{ \left(\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\zeta \right) \sum_{i=0}^{m-1} \binom{2i}{i} \frac{1}{(4(1+\rho))^i} \right. \\ &\quad \left. + \sin(\tan^{-1}\zeta) \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^i \frac{T_{ij}}{(1+\rho)^i} [\cos(\tan^{-1}\zeta)]^{2(i-j)+1} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

이곳, $\phi \in [-\pi, \pi]$, $\lambda = \sqrt{\rho/(1+\rho)}$, $\zeta = -\lambda \cot \phi$, 그리고

$$T_{ij} = \frac{\binom{2i}{i}}{\binom{2(i-j)}{i-j} 4^j [2(i-j)+1]} \quad (21)$$

증명: 참고 문헌 [14]에 제시된

$$Q(x)Q(y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\tan^{-1}(x/y)} e^{-\frac{x^2}{2\sin^2 u}} du + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\tan^{-1}(y/x)} e^{-\frac{y^2}{2\sin^2 u}} du \quad (22)$$

를 이용하면,

$$E[Q(\sqrt{2X})Q(\sqrt{2aX})] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\tan^{-1}\sqrt{a^{-1}}} M_{G(m,\rho)}\left(-\frac{1}{\sin^2 u}\right) du + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\tan^{-1}\sqrt{a}} M_{G(m,\rho)}\left(-\frac{a}{\sin^2 u}\right) du \quad (23)$$

를 얻을 수 있다. 여기서, $M_X(s)$ 는 확률 변수 X 의 적률생성함수 (moment generating function)이다. 감마 확률 변수에 대해 $M_{G(m,\rho)}(s) = (1 - s\rho)^{-m}$ 임을 이용하면

$$E[Q(\sqrt{2X})Q(\sqrt{2aX})] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\tan^{-1}(\sqrt{a^{-1}})} \left(1 + \frac{\rho}{\sin^2 u}\right)^{-m} du + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\tan^{-1}\sqrt{a}} \left(1 + \frac{a\rho}{\sin^2 u}\right)^{-m} du \quad (24)$$

이므로, $\frac{1}{\pi} \int_0^\phi \left(1 + \frac{\rho}{\sin^2 u}\right)^{-m} du = \Phi_2(m, \rho, \phi)$ 이므로 [14, p. 155]에 식 (24)는 식 (19)로 표현할 수 있다.

정리 3: 서로 독립인 감마 확률 변수 $X \sim G(m, \rho_1)$, $Y \sim G(n, \rho_2)$ 와 양수 a 에 대해, m 과 n 이 정수이면 다음의 하한을 얻을 수 있다.

$$E[Q(\sqrt{2\min[X, Y]})Q(\sqrt{2aX})] \geq \Phi_3(m, n, \rho_1, \rho_2, a) \quad (25)$$

여기서, $\Phi_3(m, n, \rho_1, \rho_2, a)$ 는 아래 첨자 식 (26)과 같고, $B_1 = 2B_2 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}$, $\mu_i = 2B_i + \frac{1}{\rho_2}$ 이다.

증명: 식 (25)의 왼쪽 항은 다음과 같이 두 적분의 합으로 나타낼 수 있다.

$$E[Q(\sqrt{2\min[X, Y]})Q(\sqrt{2aX})] = I_1 + I_2 \quad (27)$$

여기서,

$$I_1 = \int_0^\infty \left(\int_x^\infty f_{G(n,\rho_2)}(y) dy \right) Q(\sqrt{2x})Q(\sqrt{2ax})f_{G(m,\rho_1)}(x) dx \quad (28)$$

$$I_2 = \int_0^\infty \left(\int_0^x Q(\sqrt{2y})f_{G(n,\rho_2)}(y) dy \right) Q(\sqrt{2ax})f_{G(m,\rho_1)}(x) dx \quad (29)$$

먼저 식 (28)을

$$I_1 = \int_0^\infty Q(\sqrt{2x})Q(\sqrt{2ax})f_{G(m,\rho_1)}(x)[1 - F_{G(n,\rho_2)}(x)] dx \quad (30)$$

으로 다시 쓰면, 식 (1)-(2)를 (30)에 대입하여 아래 식 (31)을 얻을 수 있다.

$$\Phi_3(m, n, \rho_1, \rho_2, a) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\Gamma(m+k)}{k! \Gamma(m)} \frac{\rho_1^k \rho_2^m}{(\rho_1 + \rho_2)^{m+k}} \left[\Phi_2\left(m+k, \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}, \tan^{-1} \sqrt{a^{-1}}\right) + \Phi_2\left(m+k, \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}, \tan^{-1} \sqrt{a}\right) \right] + \frac{1}{6} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\rho_2^n \mu_i^n} \Phi_1(m, a\rho_1) - \frac{1}{6} \sum_{i=1k=0}^2 \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\rho_1^m \rho_2^n} \binom{m+k-1}{k} \frac{\Phi_1(m+k, a/(\mu_i + \rho_1^{-1}))}{\mu_i^{n-k} (\mu_i + \rho_1^{-1})^{m+k}} \quad (26)$$

$$I_1 = \frac{1}{\rho_1^m \Gamma(m)} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} \frac{1}{\rho_2^k} \int_0^\infty Q(\sqrt{2x})Q(\sqrt{2ax})x^{m+k-1} e^{-\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)x} dx = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} \frac{\Gamma(m+k)}{\Gamma(m) \rho_1^m \rho_2^k} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)^{-(m+k)} E[Q(\sqrt{2Z})Q(\sqrt{2aZ})] \quad (31)$$

더 나아가, $Z \sim G\left(m+k, \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}\right)$ 이므로, 정리 1에 의해 I_1 을 다음과 같이 닫힌 식으로 얻을 수 있다.

$$I_1 = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{m+k-1}{k} \frac{\rho_1^k \rho_2^m}{(\rho_1 + \rho_2)^{m+k}} \times \left[\Phi_2\left(m+k, \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}, \tan^{-1} \sqrt{a^{-1}}\right) + \Phi_2\left(m+k, \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}, \tan^{-1} \sqrt{a}\right) \right] \quad (32)$$

한편, I_2 에 대한 닫힌 식을 정확하게 구하기 어렵다. 이에 최근에 제안된 $Q(x)$ 의 하한 $Q(x) \geq \frac{1}{6} \sum_{i=1}^2 e^{-B_i x^2}$, $B_1 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}$, $B_2 = \frac{\sqrt{3}}{\pi}$ 를 적용하면 [15], I_2 의 하한을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$I_2^L = \int_0^\infty \left(\int_0^x \frac{1}{6} \sum_{i=1}^2 e^{-2B_i y} f_{G(n, \rho_2)}(y) dy \right) \times Q(\sqrt{2ax}) f_{G(m, \rho_1)}(x) dx \quad (33)$$

여기서, 하한에 대한 닫힌 식은

$$\begin{aligned} I_2^L (a) &= \frac{1}{6} \int_0^\infty \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\Gamma(n)} \frac{1}{\rho_2^n (2B_i + 1/\rho_2)^n} \\ &\quad \times \gamma\left(n, \left(2B_i + \frac{1}{\rho_2}\right)x\right) Q(\sqrt{2ax}) f_{G(m, \rho_1)}(x) dx \\ (b) &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\rho_2^n (2B_i + 1/\rho_2)^n} \int_0^\infty Q(\sqrt{2ax}) f_{G(m, \rho_1)}(x) dx \\ &\quad - \frac{1}{6} \sum_{i=1k=0}^2 \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} \frac{1}{\rho_1^m \rho_2^n \left(2B_i + \frac{1}{\rho_2}\right)^{n-k}} \\ &\quad \times \int_0^\infty Q(\sqrt{2ax}) \frac{x^{m+k-1}}{\Gamma(m)} e^{-\frac{x}{\rho_1}} e^{-\left(2B_i + \frac{1}{\rho_2}\right)x} dx \\ (c) &= \frac{1}{6} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\rho_2^n \mu_i^n} E[Q(\sqrt{2aX})] \\ &\quad - \frac{1}{6} \sum_{i=1k=0}^2 \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{\rho_1^m \rho_2^n} \frac{\Gamma(m+k)}{k! \Gamma(m)} \frac{E[Q(\sqrt{2W_i})]}{\mu_i^{n-k} (\mu_i + 1/\rho_1)^{m+k}} \end{aligned} \quad (34)$$

으로, 여기서, $W_i \sim G\left(m+k, \frac{a}{\mu_i + 1/\rho_1}\right)$ 이다. 여기서, (a)는 불완전 감마 함수

$\gamma(n, x) = \int_0^x e^{-t} t^{n-1} dt$ 의 정의와 n 이 정수일 때

$\gamma(n, x) = (n-1)! \left[1 - e^{-x} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{x^i}{i!}\right]$ 인 사실을 [16] 이용

하여 얻고, 식 (34)는 $f_{G(m, \rho_1)}(x)$ 를 대입하여 얻을 수 있으며, (c)는 $\mu_i = 2B_i + \frac{1}{\rho_2}$ 로 치환하고 $w = x(\mu_i + 1/\rho_1)/a$ 의 변수 변환으로 얻을 수 있다.

최종적으로 정리 1을 대입하면 식 (34)는 다음과 같다.

$$I_2^L = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\rho_2^n \mu_i^n} \Phi_1(m, a\rho_1) - \frac{1}{6} \sum_{i=1k=0}^2 \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{\rho_1^m \rho_2^n} \times \binom{m+k-1}{k} \frac{\Phi_1(m+k, a/(\mu_i + \rho_1^{-1}))}{\mu_i^{n-k} (\mu_i + \rho_1^{-1})^{m+k}} \quad (35)$$

따라서, $I_1 + I_2^L = \Phi_3(m, n, \rho_1, \rho_2, a)$ 이므로 식 (25)의 하한을 얻을 수 있다.

3.3. 나카가미 페이딩에서의 평균 최종 심볼 오류율 상한

상기 3.2절의 결과와 $\alpha_i \sim G(m_i, \Omega_i/m_i)$ 이면 $\alpha_i \gamma_{iR} \sim G(m_i, \gamma_{iR} \Omega_i/m_i)$ 와 $\alpha_i \gamma_{Ri} \sim G(m_i, \gamma_{Ri} \Omega_i/m_i)$ 를 이용하여 나카가미 페이딩 채널에서 식 (13)-(16)에 대한 닫힌 식을 얻는다. 먼저 식 (13)과 식 (14)는 정리 1에 의해 다음과 같다.

$$\overline{P_M^U} = \sum_{i=1}^2 \Phi_1\left(m_i, \frac{\gamma_{iR} \Omega_i}{m_i}\right) \quad (36)$$

$$\overline{P_B} = \sum_{i=1}^2 \Phi_1\left(m_i, \frac{\gamma_{Ri} \Omega_i}{m_i}\right) \quad (37)$$

식 (15)는 정리 2에서 $X = \alpha_i \gamma_{iR}$, $Y = \alpha_i \gamma_{Ri}$, 그리고 $a = \gamma_{Ri}/\gamma_{iR}$ 로 두면 다음과 같이 닫힌 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{P_M^U P_B} &= \sum_{i=1}^2 \left[\frac{1}{2} \Phi_2\left(m_i, \frac{\gamma_{iR} \Omega_i}{m_i}, \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma_{iR}}{\gamma_{Ri}}}\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \Phi_2\left(m_i, \frac{\gamma_{Ri} \Omega_i}{m_i}, \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma_{iR}}{\gamma_{Ri}}}\right) \right] \\ &\quad + \sum_{(i,j) \in \Omega} \Phi_1\left(m_i, \frac{\gamma_{iR} \Omega_i}{m_i}\right) \Phi_1\left(m_j, \frac{\gamma_{Rj} \Omega_j}{m_j}\right) \end{aligned} \quad (38)$$

마지막으로 식 (16)은 정리 3에서 $X = \alpha_i \gamma_{iR}$, $Y = \alpha_j \gamma_{jR}$, 그리고 상수 $a = \gamma_{Ri} / \gamma_{iR}$ 를 적용하면 다음의 하한을 얻을 수 있다.

$$\overline{P_{MB}^L} \geq \sum_{(i,j) \in \Omega} \Phi_3 \left(m_i, m_j, \frac{\gamma_{iR} \Omega_i}{m_i}, \frac{\gamma_{jR} \Omega_j}{m_j}, \frac{\gamma_{Ri}}{\gamma_{iR}} \right) \quad (39)$$

최종적으로 $\overline{P_{E2E}}$ 의 상한은 식 (12)와 식 (36-39)로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{P_{E2E}^{U2}} &= \sum_{i=1}^2 \Phi_1 \left(m_i, \frac{\gamma_{iR} \Omega_i}{m_i} \right) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \Phi_1 \left(m_i, \frac{\gamma_{Ri} \Omega_i}{m_i} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \in \Omega} \Phi_1 \left(m_i, \frac{\gamma_{iR} \Omega_i}{m_i} \right) \Phi_1 \left(m_j, \frac{\gamma_{jR} \Omega_j}{m_j} \right) \\ &\quad - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^2 \left[\Phi_2 \left(m_i, \frac{\gamma_{iR} \Omega_i}{m_i}, \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma_{iR}}{\gamma_{Ri}}} \right) \right. \\ &\quad \quad \left. + \Phi_2 \left(m_i, \frac{\gamma_{Ri} \Omega_i}{m_i}, \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma_{Ri}}{\gamma_{iR}}} \right) \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \in \Omega} \Phi_3 \left(m_i, m_j, \frac{\gamma_{iR} \Omega_i}{m_i}, \frac{\gamma_{jR} \Omega_j}{m_j}, \frac{\gamma_{Ri}}{\gamma_{iR}} \right) \end{aligned} \quad (40)$$

식 (40)은 수치 적분 없이 기존 함수를 이용하여 때문에 빠르게 성능을 계산할 수 있다.

IV. 성능 분석

본 절에서는 III절에서 얻은 평균 최종 심볼 오류율 상한의 타당성을 보이고 다양한 시스템 및 채널 환경에서 성능을 도출하여 몇 가지 최적 조건을 살펴본다. 성능 도출을 위해 두 사용자 노드와 릴레이 노드가 모두 일직선에 있고, 사용자 노드 S_i 와 릴레이 노드 R 과의 거리는 d_i , 두 사용자 노드 사이의 거리 $d_1 + d_2$ 는 1로 정규화한다. 따라서, 채널 평균 전력은 $\Omega_i = d_i^{-\nu}$ 로 직접 경로 대비 릴레이 경로에 대한 상대적인 값으로 정의되며, 경로 손실 지수 ν 는 3으로 고정한다. 또한, 총 시스템 총 전력은 $E_T = E_1 + E_2 + E_R$ 로 두고 모든 노드에서의 잡음 전력은 $N_1 = N_2 = N_R = N_0$ 로 같다고 가정하였다.

그림 2는 릴레이가 가운데에 위치해 있을 때 ($d_1 = d_2 = 0.5$), 다양한 나카가미 페이딩 파라미터 (m_1, m_2)에 대한 이론적 성능과 몬테카를로 모의실험

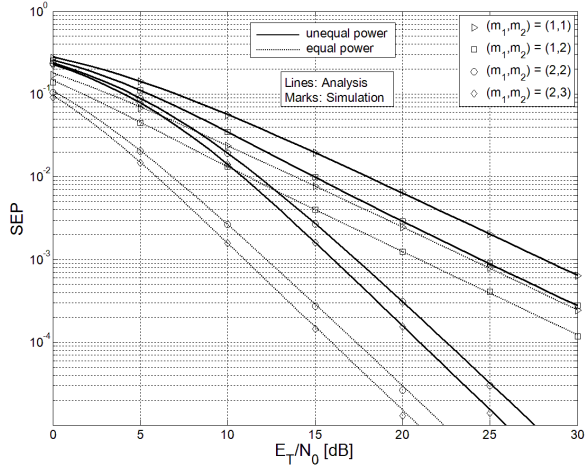


그림 2. 릴레이 위치가 정 가운데일 때 다양한 채널 및 시스템 환경에서의 평균 최종 심볼 오류율.

Fig. 2. Average end-to-end symbol error probabilities for various system and channel parameters when the relay node is located at the center.

험 성능을 비교한 것이다. 그림의 수평축은 E_T/N_0 에 대해 그린 것이며, 모든 노드가 송신 전력이 $\gamma_{iR} = \gamma_{Ri} = \frac{1}{3} E_T/N_0$ 로 같은 'equal power'인 경우와 송신 전력이 $\gamma_{1R} = \frac{3}{4} E_T/N_0$, $\gamma_{2R} = \frac{3}{16} E_T/N_0$

$\gamma_{Ri} = \frac{1}{16} E_T/N_0$ 로 서로 다른 'unequal power'인 경우에 대해 각각 심볼 오류율을 비교하였다. 이 때 선은 III절에서 유도한 이론적 상한이고 모양 표시는 ('Marks') 모의실험 결과를 나타낸다. 그림에서 볼 수 있듯이 다양한 채널 파라미터 및 시스템 조건에서 이론적 상한과 모의실험 결과가 일치함을 볼 수 있다. 따라서, 이후에는 III절의 결과를 이용하여 다양한 조건에서 성능을 비교할 것이다.

그림 3은 릴레이가 정 가운데에 있고 ($d_1 = d_2 = 0.5$), 평균 신호대잡음비가 모두 같은 $\gamma_{iR} = \gamma_{Ri} = \frac{1}{3} E_T/N_0$ 일 때 다양한 나카가미 파라미터 (m_1, m_2)에 대한 심볼 오류율 성능을 보인 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 두 링크에 대한 나카가미 파라미터 (m_1, m_2) 중 하나라도 증가하면 성능이 향상됨을 볼 수 있다. 그러나, 두 파라미터 가운데 하나만 값이 증가하면 그래프 기울기가 바뀌지 않고 왼쪽으로 이동하고, 두 파라미터가 모두 증가한 경우에만 기울기가 급격해짐을 볼 수 있다. 이는 릴레이 시스템에서 잘 알려져 있듯이 두 릴레이 링크 품질 가운데 나쁜 링크 품질에 의해 성능이

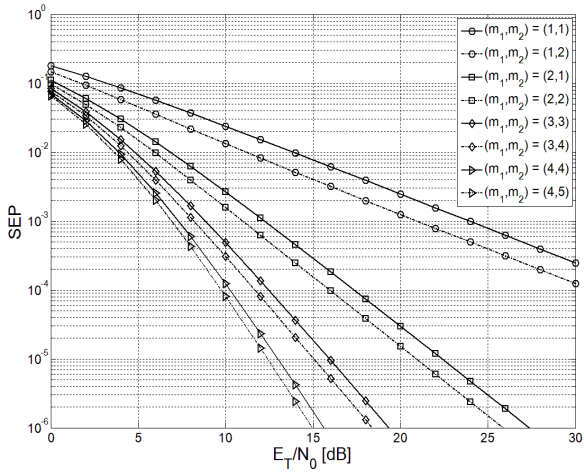


그림 3. 릴레이 위치가 정 가운데이고 모든 노드의 송신 전력이 모두 같을 때 나카가미 파라미터 (m_1, m_2) 에 대한 평균 최종 심볼 오류율.
Fig. 3. Average end-to-end symbol error probabilities for Nakagami parameter (m_1, m_2) when the relay node is located at the center and the transmit power is the same.

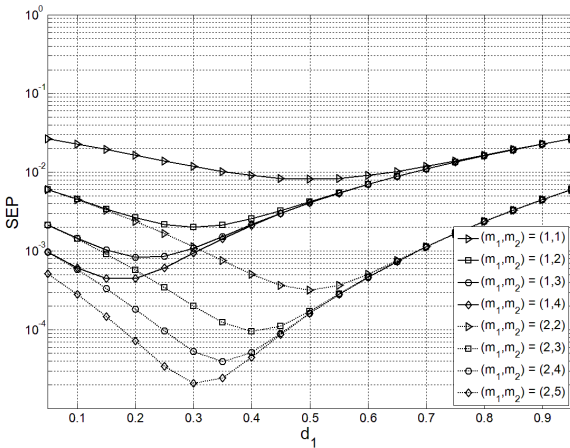


그림 4. 총 신호대잡음비가 $E_T/N_0 = 20$ dB일 때 릴레이 위치 d_1 에 따른 평균 최종 심볼 오류율.
Fig. 4. Average end-to-end symbol error probabilities for relay node location d_1 when $E_T/N_0 = 20$ dB.

결정되기 때문이다. 즉, 나카가미 페이딩 시스템이 제공하는 다양성 차수는 $d = \min(m_1, m_2)$ 라고 할 수 있다.

그림 4는 각 링크의 평균 신호대잡음비가 $E_T/N_0 = 20$ dB이고 모든 노드의 송신 전력이 같을 때 릴레이 위치 d_1 에 따른 심볼 오류율을 보인 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 최적 릴레이 위치는 나카가미 채널 파라미터 (m_1, m_2) 에 따라 바뀌는 것을 볼 수 있다. 최적 릴레이 위치는 두 릴레이 링크의 성능을 비슷하게 하는 점으로, m_1 값에 비해

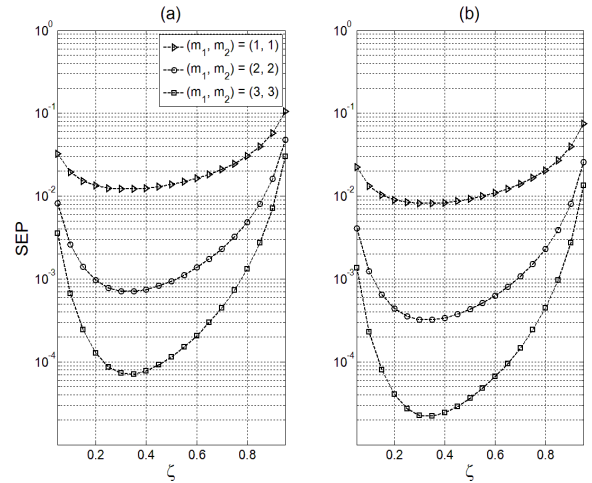


그림 5. 릴레이 전력 할당율 ζ 에 따른 평균 최종 심볼 오류율: (a) $E_T/N_0 = 20$ dB, (b) $E_T/N_0 = 30$ dB
Fig. 5. Average end-to-end symbol error probabilities for relay power allocation ζ : (a) $E_T/N_0 = 20$ dB, (b) $E_T/N_0 = 30$ dB.

m_2 값이 클수록 품질이 나쁜 S_1 과 R 사이의 링크 품질을 보상하기 위해 릴레이 노드는 사용자 노드 S_1 에 더 가까워진다. 그림으로 보이지 않았지만 반대의 경우인 $m_1 > m_2$ 일 때는 최적 릴레이 위치는 S_2 에 가깝게 될 것이다.

그림 5는 릴레이가 가운데 위치하고 있고 채널 링크 품질이 서로 대칭일 때 ($m_1 = m_2$) 사용자와 릴레이 전력 할당 비율 ζ 에 따른 성능을 비교한 것이다. 즉, 릴레이 전력은 $E_R = \zeta E_T$, 사용자 노드 전력은 $E_1 = E_2 = \frac{(1-\zeta)}{2} E_T$ 로 두고, E_T/N_0 가 20 dB인 경우와 E_T/N_0 가 30 dB인 경우 각각에 대해 성능을 보였다. 그림에서 알 수 있듯이 심볼 오류율을 최소화 하는 최적 ζ^* 는 1/3 부근에서 나옴을 알 수 있다. 이는, 각 사용자와 릴레이 노드에 전력을 동일하게 할당하는 경우로 릴레이 노드에 전력을 더 많이 할당해야 하는 아날로그 네트워크 부호화와는^[12] 다름을 볼 수 있다. 이는 물리 계층 네트워크 부호화를 쓸 경우 사용자 노드나 릴레이 노드가 같은 정보량을 동일한 방식으로 전송하기 때문이다.

V. 결론

본 논문에서는 물리계층 네트워크 부호화를 적용한 양방향 릴레이 시스템의 성능을 나카가미 페이

딩 채널에서의 평균 최종 심볼 오류율로 분석하였다. 이를 위해 나카가미 페이딩 채널의 확률적 특성을 나타내는 감마 확률 변수의 몇 가지 성질을 유도하고 가우시안 Q 함수에 대한 매우 근접한 상한을 적용함으로써 평균 최종 심볼 오류율의 상한을 닫힌 식으로 유도하였다. 다양한 채널 및 시스템 환경에서 성능을 도출한 결과 논문에서 유도한 상한은 모의실험 결과와 일치함으로 볼 수 있다. 또한 릴레이 채널을 구성하는 두 링크의 나카가미 파라미터 가운데 하나만 증가하는 경우 성능 향상이 미비하지만 두 파라미터가 함께 증가하면 성능 향상이 커짐을 볼 수 있다. 그 밖에도 제안한 평균 최종 심볼 오류율의 상한을 통해 다양한 채널 파라미터 조건에서 최적 릴레이 위치와 전력 할당 값 등을 빠르게 얻을 수 있으며, 그 결과 최적 전력 할당은 각 사용자와 릴레이 노드에 전력을 동일하게 할당하는 경우임을 볼 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] J. N. Laneman and G. W. Wornell, "Distributed space-time coded protocols for exploiting cooperative diversity in wireless networks," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2415-2525, Oct. 2003.
- [2] R. U. Nabar, H. Bolcskei, and F. W. Kneubuhler, "Fading relay channels: performance limits and space-time signal design," *IEEE J. Sel. Areas. Commun.*, vol. 22, no. 6, pp. 1099-1109, Aug. 2004.
- [3] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behavior," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 12, pp. 3062-3080, Dec. 2004.
- [4] P. Larsson, N. Johansson, and K.-E. Sunell, "Coded bi-directional relaying," *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, vol. 2, pp. 851-855, Melbourne, Australia, May 2006.
- [5] B. Rankov and A. Wittneben, "Spectral efficient protocols for half-duplex fading relay channels," *IEEE J. Sel. Areas. Commun.*, vol. 25, no. 2, pp. 379-389, Feb. 2007.
- [6] E. C. Y. Peh, Y.-C. Liang, and Y. L. Guan, "Power control for physical layer network coding in fading environments," in *Proc. IEEE PIMRC*, Cannes, France, Sep. 2008.
- [7] J. Ok, J. Lim, and D. Shin, "Network coding scheme using orthogonality for two-way relay channel", *J. Korea Inform. Commun. Society*, vol. 36, no. 3, pp. 170-174, Mar. 2011.
- [8] S. J. Kim, P. Mitra and V. Tarokh, "Performance bounds for bidirectional coded cooperation protocols," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 54, no. 11, pp. 5235-5241, Nov. 2008.
- [9] K. Lu, S. Fu, Y. Qian, and H. H. Chen, "SER performance analysis for physical layer network coding over AWGN channels," in *Proc. IEEE Globecom*, Honolulu, Hawaii, Dec. 2009.
- [10] R. H. Y. Louie, Y. Li, and B. Vucetic, "Practical physical layer network coding for two way relay channels: performance analysis and comparison," *IEEE Trans. Wireless. Commun.*, vol. 9, no. 2, pp. 764-777, Feb. 2010.
- [11] M. Ju and I. M. Kim, "Error performance analysis of BPSK modulation in physical layer network coded bidirectional relay networks," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, no. 10, pp. 2770-2775, Oct. 2010.
- [12] J. C. Park, I. Song, S. R. Lee, and Y. H. Kim, "Average rate performance of two-way amplify-and-forward relaying in asymmetric fading channels," *J. Commun., Networking*. vol. 13, no. 3, pp. 250-256, June 2011.
- [13] H. Suzuki, "A statistical model for urban radio propagation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 25, no. 27, pp. 673-680, July 1977.
- [14] M. K. Simon and M.-S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*, 2nd Edition, Wiley, 2004.
- [15] M. Wu, X. Lin and P.-Y. Kam, "New exponential lower bounds on the Gaussian Q-function via Jensen's inequality," in *Proc. IEEE VTC*, Budapest, Hungary, May 2011.
- [16] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products, 7th Edition*, Academic Press, 2007.

도 푸 틴 (Do Phu Thinh)



2010년 2월 HoChiMinh City University of Technology
통신공학과 공학사
2010년 9월~현재 경희대학교
전자전파공학과 석박통합과
정
<관심분야> WBAN, 채널추정

왕 진 수 (Jin Soo Wang)



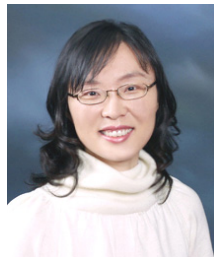
2009년 2월 경희대학교 전자정
보학부 공학사
2011년 2월 경희대학교 전자전
파공학과 공학석사
2011년 3월~현재 경희대학교
전자전파공학과 박사과정
<관심분야> MIMO-OFDM, 부
호화 협력, 이동통신

박 진 배 (Jin Bae Park)



2011년 8월 경희대학교 전자공
학과 공학사
2011년 9월~현재 경희대학교
전자전파공학과 석사과정
<관심분야> OFDM, 복호 후
전송기반 릴레이 시스템

김 윤 희 (Yun Hee Kim)



1995년 2월 한국과학기술원 전
기및전자공학과 공학사
1997년 2월 한국과학기술원 전
기및전자공학과 공학석사
2000년 1월~2000년 4월
UCSD 방문 연구원
2000년 8월 한국과학기술원 전
자전신학과 박사
2000년 9월~2004년 8월 한국전자통신연구원 선임
연구원
2004년 9월~현재 경희대학교 전자정보학부 조교수,
부교수
2006년 1월~현재 IEEE 준석학회원, 한국통신학회
논문지 편집위원
<관심분야> 이동/무선 통신, 통신이론, 통계학적 신
호처리, 부호이론