

## 압축-인장 비대칭을 고려한 AZ31 튜브의 압괴해석

윤종헌<sup>\*†</sup> · 이정환<sup>\*</sup>

\* 재료연구소

### FE Simulation of Axial Crushing Test for AZ31 Tube Considering Tension-Compression Asymmetry

Jong Hun Yoon<sup>\*†</sup> and Jung Hwan Lee<sup>\*</sup>

\* Korea Institute of Material Science

(Received January 26, 2012 ; Revised June 18, 2012 ; Accepted June 19, 2012)

**Key Words:** AZ31, Tension-Compression Asymmetry(압축-인장 비대칭), Axial Crushing Test(압괴 시험), CPB06(Cazacu-Plunkett-Barlat Yield Criterion), Anisotropic Coefficient(이방성 계수)

**초록:** 수송기기의 연비향상과 에너지 절감을 위하여 자동차 업계를 비롯한 각종 산업 전반에 마그네슘 합금의 적용이 확대되고 있는 추세이다. 조밀육방 격자 구조(HCP)를 갖는 마그네슘 합금의 경우, 낮은 성형성과 강한 소성 비대칭성 및 소성 이방성으로 인하여 실제 부품의 적용에 많은 제약조건이 수반되고 있다. 본 논문에서는 CPB06 항복함수를 이용하여 AZ31의 인장-압축 비대칭성을 모델링하고 이를 이용하여 AZ31 튜브의 압괴해석을 수행하고자 하였다.

**Abstract:** With the increasing demand for lightweight materials to reduce fuel consumption, especially in the transportation industry, magnesium alloys are being widely studied. However, there are several limitations to the large-scale application of magnesium alloys in a structure because of their low formability and strong anisotropy. In order to take into account both the strong anisotropy and tension-compression asymmetry of AZ31 sheet alloy, the Cazacu-Plunkett-Barlat yield criterion (Cazacu, 2006) was adopted in material modeling. The variation of the anisotropic coefficients that describe the yield surface evolution of AZ31 is optimized using an interpolation function based on specific calibration results. It generates continuous yield surfaces, which makes it possible to describe different hardening rates in tension and compression as well as the tension-compression asymmetry of magnesium alloys. The performance of the CPB06 yield criterion for simulating an axial crushing test was tested and compared with that of the Hill (1948) yield criterion.

- 기호설명 -

1. 서론

- $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$  : 변형된 주응력(principal stress)
- k : 인장과 압축의 소성 비대칭성 상수
- a : 항복함수의 균일도(degree of homogeneity)
- s : 편차응력(deviatoric stress)
- C : 4 차 변형텐서
- $\sigma_\theta^T, \sigma_\theta^C$  : 각 방향( $\theta$ )별 인장, 압축 유동응력

알루미늄이나 철계 합금에 비하여 비강도와 비강성이 높은 마그네슘 합금의 경우, 낮은 성형성과 강한 이방성 등으로 인하여 대체소재로의 전환 및 상용화에 많은 어려움이 있다. 특히, 인장과 압축 변형 시에 발생하는 소성 비대칭성으로 인하여 변형거동을 동시에 모델링하기 어려우며 압축변형에 수반되는 쌍정의 효과에 의하여 집합조직의 발달을 예측하기 어려운 단점이 있다.

마그네슘 합금의 이방성 및 압축-인장 비대칭을 동시에 모델링하기 위하여 Walde 등,<sup>(1)</sup> Yi 등,<sup>(2)</sup> Lévesque 등<sup>(3)</sup>은 결정소성학에 기반한 물리적 모델의 적용을 시도하였다. 그러나 결정소성학 모델

† Corresponding Author, [jhyoon@kims.re.kr](mailto:jhyoon@kims.re.kr)  
© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

의 경우 초기 결정의 방위분포를 비롯하여 재료의 미시적 상수 등이 필요할 뿐만 아니라 방대한 해석시간으로 인하여 실제적인 성형해석을 수행하기 어렵다. Li 등<sup>(4)</sup>은 마그네슘 합금의 인장-압축 비대칭성을 고려하기 위하여 평면응력 모델인 TWINLAW를 제안하여 변형률 상태에 따라 트위닝(Twinning)과 언트위닝(Untwining)의 효과를 실제적으로 구현하였다. 현상학적 접근 방법으로서, Cazacu-Plunkett-Barlat(CPB06, Cazacu 등<sup>(5)</sup>)는 마그네슘 및 타이타늄 합금 등의 소성 비대칭성을 고려할 뿐만 아니라 알루미늄 및 스틸 계열에 적용 가능한 항복함수를 제안하였다. Ertürk 등<sup>(6)</sup>은 Cazacu-Barlat의 항복함수를 수정하여 상용해석 프로그램인 ABAQUS/Explicit에 적용하였으며 이를 이용하여 마그네슘 합금의 열간 성형공정을 해석하였다. 본 논문에서는 마그네슘 합금(AZ31)의 소성 비대칭성과 이방성을 동시에 고려하기 위하여 CPB06 항복함수를 구성하였으며 이를 이용하여 인장 및 압축변형의 비대칭 경화를 동시에 연속적으로 표현할 수 있는 방법을 제안하였다. 또한, 구성된 항복함수의 효과를 검증하기 위하여 AZ31 튜브의 준정적 압괴해석을 수행하여 변형거동 및 형상을 비교 평가하였다.

## 2. AZ31 모델링

### 2.1 항복함수의 구성

Fig. 1은 상온에서 AZ31(3wt%Al, 1wt%Zn, Mg bal.) 판재의 인장(RD, rolling, 0°), 수직(TD, transverse, 90°), 대각선(DD, diagonal direction, 45°) 방향의 인장, 압축 유동응력 곡선을 나타낸다(Khan 등<sup>(7)</sup>). 압연 방향의 인장 유동곡선은 다음과 같이 Voce-type 경화식으로 표현할 수 있다.

$$\sigma_0^T(\bar{\epsilon}_p) = 300.4 - 134.2 \exp(-17.483\bar{\epsilon}_p) \quad (MPa) \quad (1)$$

AZ31의 소성 유동곡선의 경우, 변형률 초기에 쌍정의 발생으로 인하여 변형률이 증가함에 따라 경화율이 급격하게 증가하여 압축 유동응력 곡선은 인장 유동응력 곡선과는 다르게 아래로 볼록한 형태를 보이게 된다. 반면, 인장 유동응력 곡선은 변형률이 증가함에 따라 경화율이 작아지면서 위로 볼록한 형태의 일반적인 경화곡선을 갖는다.

해석에 적용된 항복함수 CPB06<sup>(5)</sup>는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$F = \phi(\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3) = (|\Sigma_1| - k\Sigma_1)^a + (|\Sigma_2| - k\Sigma_2)^a + (|\Sigma_3| - k\Sigma_3)^a \quad (2)$$

$\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ 는 변형된 주응력을 나타내며  $k$ 는 재료상수로서 인장과 압축의 소성 비대칭성을 고려하기 위하여 도입되었으며,  $a$ 는 항복함수의 균일도(degree of homogeneity)를 의미한다. 변형된 응력 텐서는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Sigma = C : s \quad (3)$$

$s$ 는 편차응력을 나타내며  $C$ 는 4차 변형텐서를 의미한다.

또한, CPB06를 이용한 AZ31의 모델링 결과를 비교하기 위하여 일반적으로 많이 사용되고 있는 Hill(1948)<sup>(8)</sup> 항복함수를 이용하여 결과를 비교하

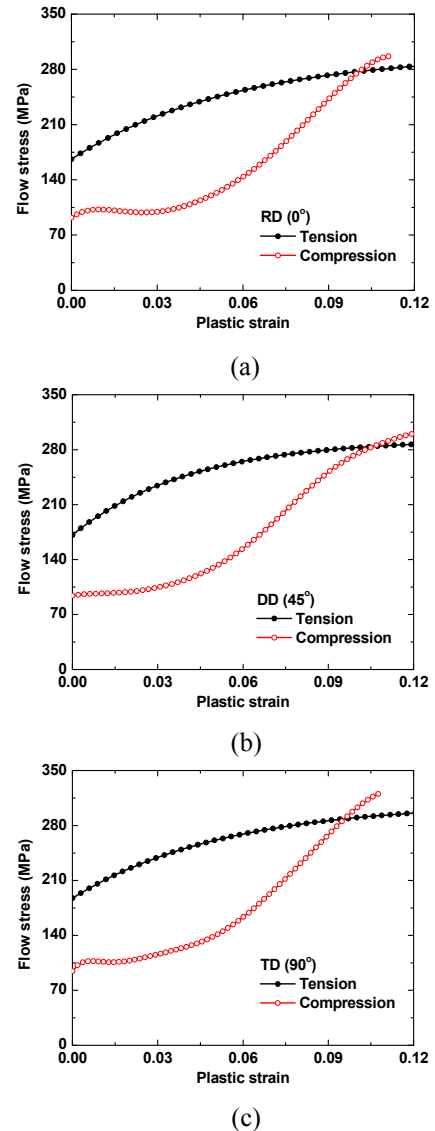


Fig. 1 Experimental stress-strain curve of AZ31sheet alloy: (a) RD (90°); (b) DD (45°); (c) TD (90°) (Khan et al., 2010<sup>(7)</sup>)

였다. Hill(1948) 항복함수는 직교 좌표계에서 다음 식과 같이 표현된다.

$$F(\boldsymbol{\sigma}) = \left\{ F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L(\sigma_{yz}^2) + 2M(\sigma_{zx}^2) + 2N(\sigma_{xy}^2) \right\}^{1/2}$$

F, G, H, L, M, 그리고 N 은 각기 다른 방향으로 부터 측정된 인장시험 값을 이용하여 계산된 재료 상수로서 아래 식과 같이 표현할 수 있다.

$$F = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{(\sigma_0^T)^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{(\sigma_0^T)^2} \right), \quad G = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{Z^2} + \frac{1}{(\sigma_0^T)^2} - \frac{1}{(\sigma_0^T)^2} \right)$$

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{(\sigma_0^T)^2} + \frac{1}{(\sigma_0^T)^2} - \frac{1}{Z^2} \right), \quad N = \frac{1}{2} \left( \frac{4}{(\sigma_{45}^T)^2} - \frac{1}{Z^2} \right) \quad (4)$$

Z 는 두께 방향(ND)으로의 항복응력을 나타낸다. 항복함수의 계수는 아래 식과 같이 정의된 오차 함수(error function)를 최소화하는 방법으로 계산한다.

$$\omega = \sum_i^n \alpha_i \left( 1 - \frac{(\sigma_0^T)^{th}_i}{(\sigma_0^T)^{exp}_i} \right)^2 + \sum_j^m \beta_j \left( 1 - \frac{(\sigma_0^C)^{th}_j}{(\sigma_0^C)^{exp}_j} \right)^2 \quad (5)$$

n, m 은 방향 별 인장시험과 압축시험의 개수를 의미하며(n, m=3, for  $\theta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ ) th, exp 는 이론 값과 실험 값, 그리고  $\alpha_i, \beta_j$  는 가중치를 나타낸다. Fig. 2 는 유효 소성변형률 0.0, 0.03, 0.06, 그리고 0.1 에서 오차함수를 최소화하여 얻어진 항복함수 계수를 적용하여 도시한 항복곡면을 나타낸다. CPB06 와 Hill(1948)의 항복함수를 이용하여 이론적인 인장 항복응력을 예측할 경우, 두 항복함수 모두 이론적인 인장 항복응력 예측 치가 실험값을 정확하게 묘사하고 있지만 CPB06 항복함수를 이용한 예측이 Hill(1948)의 항복함수를 이용한 인장 항복응력의 예측보다 높은 정확도를 보이고 있다. 그러나 압축 항복응력을 비교한 결과에서는 CPB06 항복함수를 이용한 예측 결과가 실험적인 압축 항복응력을 정확하게 예측하고 있는 반면 Hill(1948)의 항복함수를 이용한 압축 항복응력 예측은 큰 오차를 보이고 있다. 따라서 인장-압축의 소성 비대칭성을 보이는 HCP 소재를 이용한 성형 해석의 경우, 기존의 Hill(1948)의 항복함수를 이용한 해석결과의 신뢰도가 낮음을 알 수 있으며 CPB06 와 같이 인장-압축 비대칭성을 고려할 수 있는 항복함수의 적용이 요구된다.

2.2 항복곡면의 진화(evolution)

항복함수의 진화(Fig. 2)를 연속적으로 묘사하기

위하여 비연속적( $\bar{\epsilon}^p = 0, 0.03, 0.06, 0.1$ )으로 계산된 항복함수 계수의 분포를 특정 함수 및 다항식을 이용하여 연속적인 항복함수 계수로 구성하였다. Fig. 3 의 데이터 점들은  $\bar{\epsilon}^p = 0, 0.03, 0.06, 0.1, 0.13$  에서 CPB06 항복함수의 계수인 k,  $C_{12}$  의 계산된 값을 나타내며, 실선은 이를 바탕으로 근사한 결과를 나타낸다. k,  $C_{12}$  의 계산된 값을 근사하기 위한 함수는 아래와 같은 식을 사용하였다.

$$k(\bar{\epsilon}_p) = -0.0518 + 0.874 \cdot \exp(\bar{\epsilon}_p / 0.0735) \cdot \sin(\pi(\bar{\epsilon}_p + 0.0188) / 0.1326) \quad (6)$$

$$C_{12}(\bar{\epsilon}_p) = 0.675 + 0.659 \cdot \sin(\pi(\bar{\epsilon}_p + 0.722) / 0.598)$$

이와 같은 방법으로 근사함수를 이용하여 CPB06 의 이방성 계수인  $C_{13}, C_{22}, C_{23}, C_{33}, C_{66}$  의 연속적인 분포를 구성하였다. Hill 의 이방성 계수는 유효소성 변형률에 대한 3 차 다항식을 이용하여 기 계산된 항복함수 계수를 근사하여 Table 1 에 정리하였다.

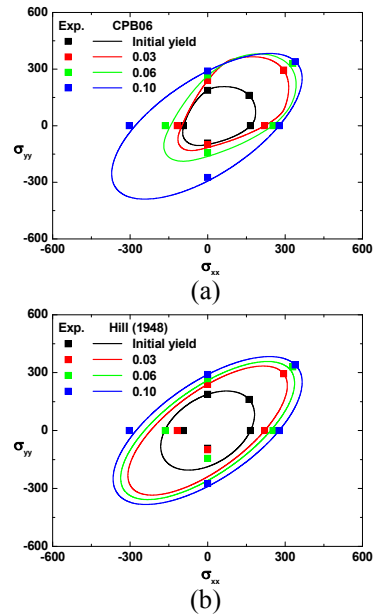


Fig. 2 Yield surface evolutions expressed with yield criteria: (a) CPB06; (b) Hill(1948)

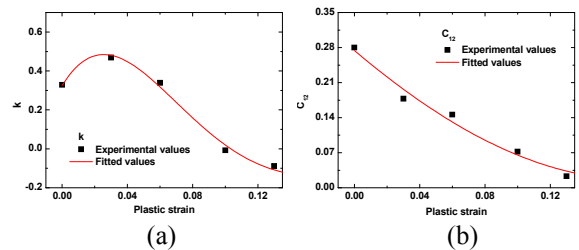


Fig. 3 Variation of anisotropic coefficients for CPB06 with increase of plastic strain: (a) k; (b)  $C_{12}$

**Table 1** Approximation function of Hill(1948) coefficients with respect to plastic strain

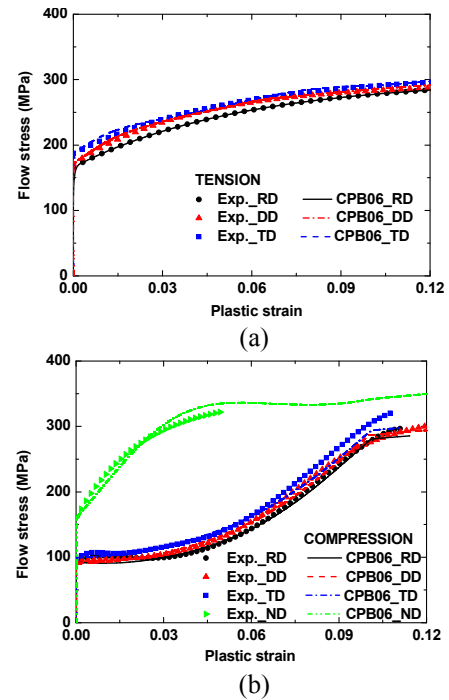
$$Y = A + B \times (\bar{\epsilon}^p) + C \times (\bar{\epsilon}^p)^2 + D \times (\bar{\epsilon}^p)^3$$

Y	A	B	C	D
F	0.271	-5.71	124.57	-661.48
G	0.484	-8.536	149.24	-751.190
H	0.516	8.536	-149.27	751.1905
N	1.505	-0.584	24.73	-101.984

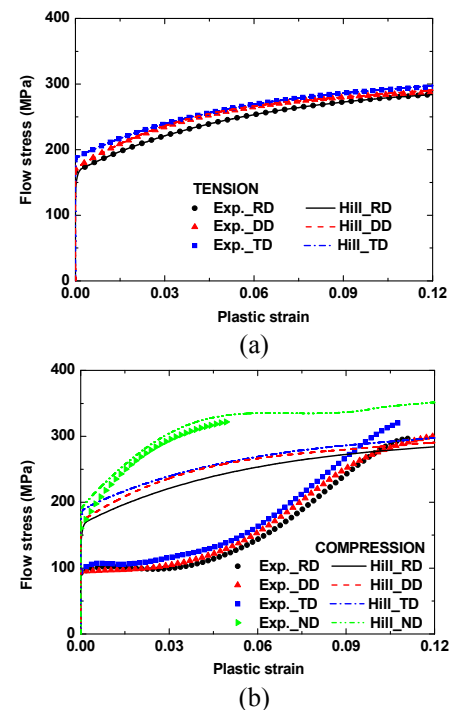
### 3. 유한요소 해석

#### 3.1 인장 및 압축시험

2.2절에서 제안된 방법을 검증하기 위하여 단순 인장 및 압축시험에 대한 유한요소 해석을 수행하였다. CPB06, Hill(1948) 항복함수를 적용하였으며 유동소성 변형률에 따른 항복곡면의 발전을 고려하기 위하여 상용 해석 프로그램인 ABAQUS /Explicit에 User material subroutine (VUMAT)을 구성하여 해석에 적용하였다. Fig. 4-5는 단순 인장 및 압축시험에 대한 유한요소해석과 실제 실험의 유동응력 곡선을 비교한 결과이다. CPB06 항복함수를 이용한 해석결과는 각 방향의 이방성을 고려할 수 있을 뿐만 아니라 인장-압축의 소성 비대칭을 성공적으로 묘사하고 있다(Fig. 4). AZ31 판재의 유동응력은 압축 변형 시에 쌍정의 발생으로 인하여 변형률이 증가함에 따라 경화율이 급격하게 증가하여 아래로 볼록한 형태의 경화곡선을 갖게 된다. 따라서 전위(dislocation)발생이 지배적인 인장 소성변형에서 나타나는 위로 볼록한 형태의 경화곡선과는 크게 다른 변형거동을 보이게 된다. 2.2절에서 제안된 연속적인 항복함수 계수의 적용으로 인하여 압축, 인장 시에 다르게 나타나는 복잡한 경화현상을 해석 상에서 재현할 수 있었으며 변형률의 증가에 따른 연속적인 유동응력 곡선의 정확한 묘사가 가능한 것으로 판단된다. CPB06 항복함수의 해석결과를 비교하기 위하여 Hill(1948)의 항복함수를 이용한 해석 결과를 추가적으로 수행하였고 그 결과를 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 5에서 제시된 바와 같이 Hill(1948)의 항복함수는 각 방향별 유동응력의 이차항을 사용하므로 인장 유동곡선은 정확하게 묘사하고 있지만, Fig. 5(b)와 같이 압축 유동곡선은 인장 유동곡선과 일치하는 결과만을 제시하고 있다. 따라서 AZ31을 이용하여 인장 및 압축 변형모드가 주요하게 작용하는 해석을 수행할 경우 Hill(1948)의 항복함수 적용은 많은 오차를 발생시키게 된다.



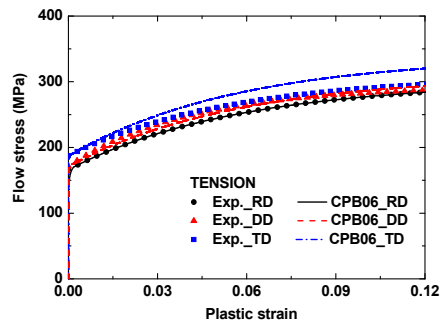
**Fig. 4** FE analysis in tension and compression with CPB06 yield criterion; (a) Tension; (b) Compression



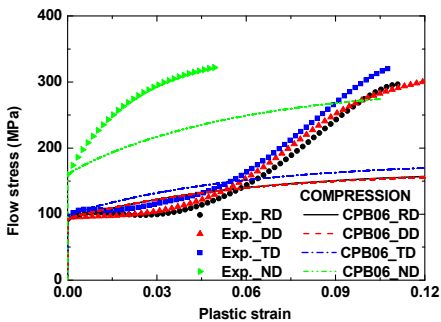
**Fig. 5** FE analysis in tension and compression with Hill(1948) yield criterion; (a) Tension; (b) Compression

연속적인 이방성 계수 진화(evolution)의 효과를 검증하기 위하여 초기 항복(initial yielding)에서 계산된 한 셋(set)의 이방성 계수만을 적용하여 단순 인장, 압축 해석을 수행하였다. Fig. 6(a)와 (b)에서 제시된 결과와 같이, 유한요소 해석을 수행하여

예측된 인장, 압축 유동응력 곡선은 유일하게 초기 항복점에서만 실험 결과와 일치하는 경향을 보인다. 이러한 이유는 CPB06 항복함수를 적용하는 과정에서 초기 항복점에서 계산된 한 셋의 계수만을 적용했기 때문에 변형률 증가에 따른 변형 경화율(strain hardening rate)을 연속적으로 재현하지 못하는 것으로 판단된다.



(a)



(b)

Fig. 6 FE analysis in tension and compression with CPB06 yield criterion without considering yield surface evolution; (a) Tension; (b) Compression

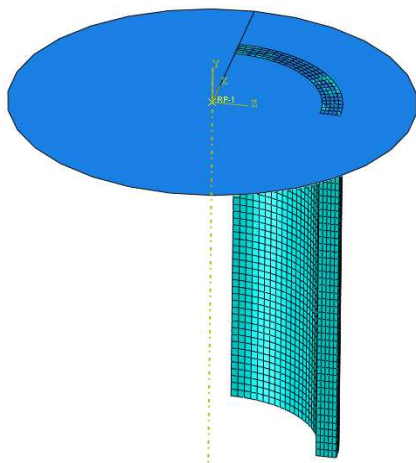


Fig. 7 Schematic FE model for axial crushing test

### 3.2 준정적 압괴시험

인장-압축의 소성 비대칭성 효과를 검증하기 위하여 인장 및 압축 변형모드가 동시에 발생하는 AZ31 튜브의 압괴시험 해석을 수행하였다. Fig. 7에 제시된 바와 같이 1/4 모델링을 사용하였으며 튜브의 두께와 내경(inner radius), 길이는 각각 2, 10.7, 38.1mm, 이다. 유한요소 해석은 ABAQUS/Explicit VUMAT 을 이용하였으며 CPB06 와 Hill(1948) 항복함수를 적용하여 이방성 계수의 발전에 따른 효과를 관찰하였다. 또한, 변형률속도에 따른 관성효과를 최소화하기 위하여 0.1mm/sec 의 속도로 경계조건을 부과하였다. 유한요소 해석 시, 튜브의 효과적인 압축변형 모드를 유도하기 위하여 Fig. 7 과 같은 모자형(hat-type) analytic surface 를 Tie 조건을 사용하여 튜브와 연결한 뒤, 이에 속도 경계조건을 부과하였다. 총 6mm 의 변위를 부과하여 튜브의 변형 거동 및 변형 양상을 관찰하였다.

Fig. 8 은 6mm 압괴 후의 튜브의 변형 형상을 도시한 그림으로서, Fig. 8(a), (b)는 각각 CPB06, Hill(1948)의 항복함수를 적용한 결과이다. 일반적으로 알루미늄이나 스틸의 모자형 튜브를 이용하여 압괴시험을 수행할 경우, Fig. 8(b)와 같이 일정한 변형 후에 튜브에 접힘(folding)이 발생하여 반경방향으로 블록해지는 형상을 갖게 된다. 그러나, AZ31 과 같이 압축-인장의 소성 비대칭이 큰 소재의 경우, 압축 변형이 진행될수록 유동응력이 급격하게 증가(Fig. 4(b))하므로 튜브 벽면이 상대적으로 높은 하중을 지지할 수 있게 된다. 따라서 Fig. 8(b)와 같이 튜브 벽면이 붕괴되지 않고 반경방향으로 팽창하면서 상대적으로 증가된 변형을 수용하게 된다(Fig. 9). Fig. 10 의 성형하중을 비교

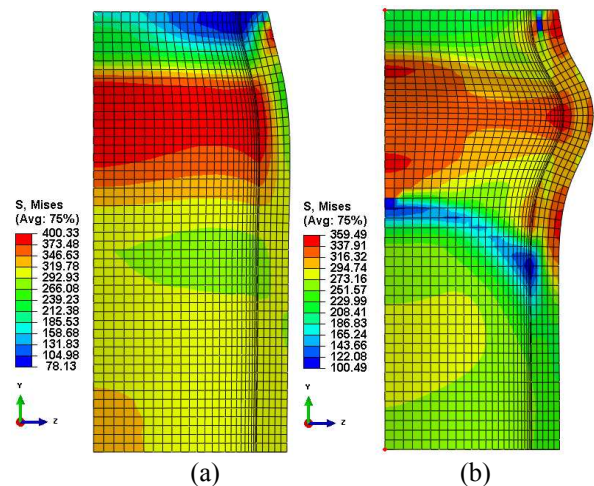


Fig. 8 Deformed shapes of FE simulation according to yield criteria; (a) CPB06; (b) Hill(1948)



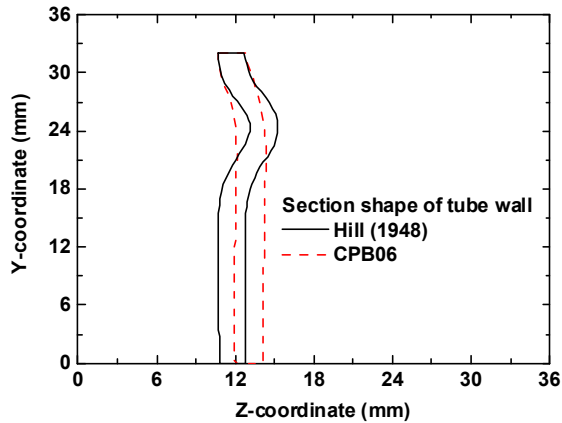


Fig. 9 Section shapes of tube wall according to yield criteria

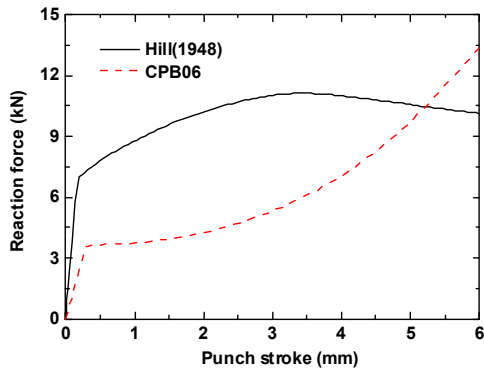


Fig. 10 Reaction forces during axial crushing test

하면 Hill의 항복함수를 적용한 튜브의 경우 스크로크 3.5mm 시점에서 접힘 현상이 발생하여 하중이 낮아지는 반면 CPB06의 항복함수를 적용하면 Fig. 8(a)와 같이 접힘 현상 없이 하중이 증가하는 것을 관찰할 수 있다.

실제 마그네슘 합금 튜브를 이용하여 압괴시험을 수행할 경우, 낮은 성형성으로 인하여 Fig. 8(a)과 같이 접힘 변형 없이 파단이 곧바로 발생하는 것을 관찰할 수 있다. 추후 연구에서는 마그네슘 합금의 파단 및 크랙의 발생 등을 추가로 모델링하여 AZ31 튜브의 파단 거동을 묘사할 수 있을 것으로 판단된다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 AZ31 판재의 소성변형을 모델링하기 위하여 CPB06 항복함수를 구성하였으며, 2.2절에서 제안된 방법을 이용하여 연속적으로 항복함수의 이방성 계수를 업데이트하여 항복곡면의

발전을 고려하였다. CPB06 항복함수를 적용함으로써 AZ31 판재의 인장-압축 소성 비대칭성을 유한요소 해석 상에서 표현할 수 있으며, 항복함수 계수를 소성변형률이 증가함에 따라 매 시간 증분상에서 연속적으로 계산하여 인장과 압축 변형 시에 다르게 발생하는 변형률 경화현상을 묘사할 수 있었다.

굽힘 변형과 같이 인장과 압축 변형모드가 동시에 작용하는 변형해석을 수행할 경우에는 이를 고려할 수 있는 항복함수를 적용하여야 할 뿐만 아니라 인장, 압축의 복잡한 변형률 경화를 동시에 고려할 수 있는 방법을 적용해야 한다. AZ31 튜브의 준정적 압괴시험을 해석함으로써 인장-압축 소성 비대칭성을 고려할 경우, 변형 모드가 크게 달라질 수 있음을 확인하였다.

#### 참고문헌

- (1) Walde, T. and Riedel, H., 2007, "Simulation of Earing During Deep Drawing of Magnesium Alloy AZ31," *Acta Mater.*, 55, pp. 867~874.
- (2) Yi, S., Bohlen, J., Heinemann, F. and Letzig, D., 2010, "Mechanical Anisotropy and Deep Drawing Behaviour of AZ31 and ZE10 Magnesium Alloy Sheets," *Acta Mater.*, 58, pp. 592~605.
- (3) Lévesque, J., Inal, K., Neale, K. W. and Mishra, R. K., 2010, "Numerical Modeling of Formability of Extruded Magnesium Alloy Tubes," *Int. J. Plasticity*, 26, pp. 65~83.
- (4) Li, M., Lou, X.Y., Kim, J. H. and Wagoner, R. H., 2010, "An Efficient Constitutive Model for Room-Temperature, Low-Rate Plasticity of Annealed Mg AZ31B Sheet," *Int. J. Plasticity*, 26, pp. 820~858.
- (5) Cazacu, O., Plunkett, B. and Barlat, F., 2006, "Orthotropic Yield Criterion for Hexagonal Close Packed Metals," *Int. J. Plasticity*, 22, pp. 1171~1194.
- (6) Ertürk, S., Steglich, D., Bohlen, J., Letzig, D. and Brocks, W., 2009, "Thermo-Mechanical Modelling of Indirect Extrusion Process for Magnesium Alloys," *Int. J. Mater. Form.*, 2 Suppl 1, pp. 49~52.
- (7) Khan, A. S., Pandey, A., Gnäupel-Herold, T. and Mishra, R. K., 2011, "Mechanical Response and Texture Evolution of AZ31 Alloy at Large Strains for Different Strain Rates and Temperatures," *Int. J. Plasticity*, 27, pp. 688~706.
- (8) Hill, R., 1948, "A Theory of Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals," *Proc. Roy. Soc. London A* 193, pp. 281~297.