

압전재료에서 비정상적으로 전파하는 투과형 모드 III 균열

이 광 호*†

* 경북대학교 자동차공학부

Unsteadily Propagating Permeable Mode III Crack in Piezoelectric Materials

Kwang Ho Lee*†

* Dept. of Automotive Engineering, Kyungpook Nat'l Univ.,

(Received January 18, 2012 ; Revised June 13, 2012 ; Accepted June 26, 2012)

Key Words: Unsteadily Propagating Crack(비정상전파균열), Stress and Displacement Fields(응력 및 변위장), Piezoelectric Materials(압전재료), Permeable Crack(투과균열)

초록: 면외 기계적하중과 면내 전기적하중을 받는 압전재료에서 비정상적으로 전파하는 전기투과형 균열에 대하여 연구하였다. 비정상적으로 전파하는 균열에 대한 평형방정식을 개발하였고 근접해법으로 투과형균열에 대한 응력장 및 변위장을 얻었다. 압전상수, 유전율 그리고 균열선단속도 및 응력확대계수의 시간 변화율이 비정상적으로 전파하는 균열선단부근의 응력 및 변위장에 미치는 영향을 명확히 나타내었다. 이러한 응력장과 변위장을 사용하여 비정상적으로 전파하는 균열선단의 응력장 및 변위장의 특성에 대하여 토론하였다.

Abstract: An unsteadily propagating permeable crack in piezoelectric materials (PMs) under anti-plane shear mechanical loading and in-plane electric loading is studied. The equilibrium equations for a transiently propagating crack in a PM are developed, and the solutions on the stress and displacement fields for a permeable crack through an asymptotic analysis are obtained. The influences of piezoelectric constant, dielectric permittivity, time rate of change of the crack tip speed and time rate of change of stress intensity factor on the stress and displacement fields at the transiently propagating crack tip are explicitly clarified. By using the stress and displacements, the characteristics of the stress and displacement at a transiently propagating crack tip in a PM are discussed.

1. 서 론

압전재료는 재료에 힘을 가하면 전기적 분극을 일으키고 전기를 가하면 기계적변형을 일으키는 전기-기계적인 이중거동을 갖는다. 이러한 성질 때문에 압전재료는 항공, 자동차, 의학 그리고 기타 전기분야 등의 지능 시스템 분야에 널리 사용되고 있다.^(1,2) 압전재료의 주성분은 세라믹이다. 그러나 세라믹은 취성 때문에 기본적으로 기계 및 전기적 충격에 취약하다. 따라서 사용 중에 종종 균열이 발생하고 전파한다. 이러한 압전재료의 성능 및 수명향상을 개선하기 위하여 많은 연구자들이 기계 및 전기적인 하중으로 인한 압전재료의 손상 및 파괴과정을 이론적으로 해석해왔다. 초기

압전재료의 파괴연구는 실험적인 연구로부터 수행되었다.^(3~5)

대부분 비커스 실험자국을 이용하여 압전재료의 파괴인성과 전기장에 관하여 연구되었다. 그 이후 실제적인 파괴 실험이 3 점 밴딩, 인장, 이중 외팔보 시험 등으로 기계적, 전기적 하중하에 수행되었다. 압전재료에 대한 이론적인 연구는 Parton⁽⁶⁾에서부터 시작되어 오늘날 왕성한 연구가 수행되고 있다.

지금까지 압전재료의 파괴와 관련된 중요한 논점은 균열 표면에 대한 전기적 경계 조건에 관한 것이다. 즉 상하 균열에서 전기 투과형과 전기 비투과형으로 구별되어 연구되어 왔다. 최근에는 개구형 균열(모드 I 균열)에 대해서 균열내부의 유전체를 고려한 연구도 진행되고 있다.

전기 비투과형 균열에 대하여는 Pak,⁽⁷⁾ Sosa,⁽⁸⁾ Suo 등,⁽⁹⁾ Pak 등,⁽¹⁰⁾ Chen 등,⁽¹¹⁾ Lee⁽¹²⁻¹⁴⁾ 등에 의하여 연구되어 왔으며, 전기투과형 균열에 대하여는 Parton,⁽⁶⁾ Hou

† Corresponding Author, khl@knu.ac.kr

© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

등,⁽¹⁵⁾ Soh 등,⁽¹⁶⁾ Piva 등,⁽¹⁷⁾ Li 등,⁽¹⁸⁾ Kwun 등,⁽¹⁹⁾ Li 등,⁽²⁰⁾ Lee⁽²¹⁾에 의해 연구되었다. 균열 내부의 유전체를 고려한 제한적 전기 투과형 균열에 대하여는 Liu 등⁽²²⁾과 Yan 등⁽²³⁾에 의하여 연구되었다. 사실 이러한 연구들은 시간에 의존되지 않는 정적균열 또는 등속으로 전파하는 압전체의 균열에 대한 연구이다. 그러나 충격하중을 받는 경우 균열은 시간에 의존하는 천이 균열 상태가 된다. Chen 등⁽²⁴⁾은 Laplace 적분 변환과 중첩법 사용한 수치해석으로 정지상태의 모드 III 비투과형 균열에 대하여 연구하였고, Li 등⁽²⁵⁾도 Laplace 적분 변환과 변수분리법을 이용한 수치해석법에 의하여 정지 상태의 모드 III 투과 및 비 투과 균열에 대하여 연구하였다. Ing⁽²⁶⁾ 등은 전파하는 모드 III 균열에 대하여 Laplace 적분 변환과 중첩법을 사용한 수치해석에 의하여 천이 전파균열에 대하여 연구를 수행하였으나 균열의 가속 또는 감속 상태는 고려되지 않았다. 그러나 균열 전파의 초기 상태에서 균열은 매우 높은 가속으로 전파하며, 이후 균열은 거의 등속으로 전파하다가 균열의 구동 에너지가 약화되면 균열은 감속한다. 따라서 이러한 비정상 상태의 전파 균열에 대한 응력 및 변위해석이 절실히 요구되나 지금까지 압전재료의 전기 투과형 균열이 가속 또는 감속으로 전파할 때 균열선단의 응력장 및 변위장에 대한 연구는 아직 보고된 바가 없다. 따라서 본 연구에서는 모드 III 하중을 받는 압전재료의 균열이 가속 또는 감속하는 경우에 균열선단부근의 응력 및 변위장, 전기장에 대하여 연구하는 것이 본 연구의 목적이다.

2. 압전재료에서 전파하는 투과형 균열의 탄성장 및 전기장

2.1 평형방정식 공식화

Fig. 1 과 같이 압전재료에서 모드 III 하중이 작용할 때 응력장 및 전기장은 식 (1), (2)와 같다.

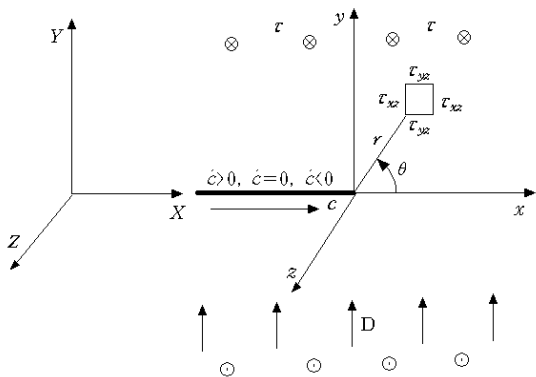


Fig. 1 Mode III crack tip field of a transiently propagating crack in piezoelectric materials

$$\tau_{xz} = C_{44} \frac{\partial w}{\partial X} + e_{15} \frac{\partial \phi}{\partial X}, \quad \tau_{yz} = C_{44} \frac{\partial w}{\partial Y} + e_{15} \frac{\partial \phi}{\partial Y} \quad (1)$$

$$D_x = e_{15} \frac{\partial w}{\partial X} - d_{11} \frac{\partial \phi}{\partial X}, \quad D_y = e_{15} \frac{\partial w}{\partial Y} - d_{11} \frac{\partial \phi}{\partial Y} \quad (2)$$

여기서 C_{44} 전단탄성계수를 나타내며 τ_{ij} 및 D_i 는 각각 응력 및 전기적 변위 텐서, w 는 변위, ϕ 는 전기적 포텐셜이며, $-\phi_i$ 는 전기장 E_i 을 나타낸다. 그리고 e_{15} 는 압전상수, d_{11} 는 유전체의 유전율이다. 한편 동적상태의 평형방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3)$$

여기서 ρ 는 밀도, t 는 시간을 나타낸다. 균열이 고정좌표계 (X, Y) 에서 일정한 속도 c 로 전파하는 경우 이동 좌표계 (x, y) $x = X - a(t)$, $y = Y$ 이다. 여기서 $a(t)$ 는 중앙균열인 경우 균열 길이의 반이며 측면균열인 경우 균열의 길이이다. 이러한 관계로부터 식 (1)을 식 (3)에 대입하면 식 (4)를 얻는다.

$$\alpha_s^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\rho}{C_{44}} (\dot{c} \frac{\partial w}{\partial x} + 2c \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}) + \frac{e_{15}}{C_{44}} (\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}) = 0 \quad (4)$$

여기서

$$\alpha_s = \sqrt{1 - (c/c_s)^2}, \quad c_s = \sqrt{C_{44}/\rho}, \quad \dot{c} = dc/dt$$

여기서 C_{44} , c_s 는 균열선단에서 전단탄성계수 및 전단 탄성파의 속도를 나타낸다. 한편 전기장의 평형방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

식 (2)를 식 (5)에 대입하면 식 (6)을 얻는다.

$$(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}) = \frac{e_{15}}{d_{11}} (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) \quad (6)$$

식 (6)을 식 (4)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$(\alpha_s^2 + \frac{e_{15}^2}{C_{44}d_{11}}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (1 + \frac{e_{15}^2}{C_{44}d_{11}}) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\rho}{C_{44}} (\dot{c} \frac{\partial w}{\partial x} + 2c \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}) = 0 \quad (7)$$

식 (7)의 일반해는 다음과 같이 가정한다.

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} w_n(z_{se}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n(t) z_{se}^{n/2} \quad (8)$$

여기서 $z_{se} = x + my$ 로 둔다. 식 (8)을 식 (7)에 대입하면 식 (7)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_{se}^2 \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_n}{\partial y^2} = -\frac{2c^{1/2}}{c_{se}^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(c^{1/2} \frac{\partial w_{n-2}}{\partial x} \right) + \frac{1}{c_{se}^2} \frac{\partial^2 w_{n-4}}{\partial t^2} \quad (9)$$

여기서 $n < 0$ 일 때 $w_n = 0$ 이며,

$$\alpha_{se} = \sqrt{1 - M^2}, \quad M = c/c_{se}, \quad c_{se} = \sqrt{\mu_e/\rho}, \quad \mu_e = C_{44} + e_{15}^2/d_{11} \text{이다.}$$

2.2 $n = 1, 2$ 일 때 응력장 및 변위장

식 (9)는 $n = 1, 2$ 일 때 다음과 같이 나타낸다.

$$\alpha_{se}^2 \frac{\partial^2 w_n(z_s, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_n(z_s, t)}{\partial y^2} = 0 \quad (10)$$

식 (10)의 일반해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w_n \equiv 2 \operatorname{Re}[\Phi_n(z_s, t)] = 2 \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} C_n(t) z_s^{\lambda_n} \quad (11)$$

식 (11)을 고려할 때 식 (6)의 전기적포텐셜 ϕ 의 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi \equiv \phi_n = 2 \operatorname{Re}[\varphi_n(z_d) + \lambda \Phi_n(z_s)] \quad (12)$$

여기서

$$z_d = x + iy, \quad z_s = x + i\alpha_{se}y, \quad \lambda = e_{15}/d_{11}$$

식 (11), (12)를 식 (1), (2)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tau_{xzn} &= 2 \operatorname{Re}[\mu_e \Phi_n'(z_s) + e_{15} \varphi_n'(z_d)] \\ \tau_{yzn} &= -2 \operatorname{Im}[\alpha_{se} \mu_e \Phi_n'(z_s) + e_{15} \varphi_n'(z_d)] \\ D_{xn} &= -2 \operatorname{Re}[d_{11} \varphi_n'(z_d)], \quad D_{yn} = 2 \operatorname{Im}[d_{11} \varphi_n'(z_d)] \\ E_{xn} &= -2 \operatorname{Re}[\lambda \Phi_n'(z_s) + \varphi_n'(z_d)] \\ E_{yn} &= 2 \operatorname{Im}[\lambda \alpha_{se} \Phi_n'(z_s) + \varphi_n'(z_d)] \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)에서 해석적인 함수 $\varphi_n(z_d)$ 및 $\Phi_n(z_s)$ 는 다음과 같이 멱급수열로 나타낼 수 있다.

$$\varphi_n(z_d) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n z_d^{\lambda_n}, \quad \Phi_n(z_s) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n z_s^{\lambda_n} \quad (14)$$

여기서 B_n, C_n 은 복소상수, λ_n 고유치로서 경계조건에서 결정된다.

전기적투과형(Permeable crack)의 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tau_{yz} &= 0(\theta = \pm\pi), \quad \phi(\theta = \pi) = \phi(\theta = -\pi) \\ D_y(\theta = \pi) &= D_y(\theta = -\pi) \end{aligned} \quad (15)$$

식 (14)를 식 (13)에 대입하고 식 (15)의 경계조건을 적용하면 식 (13)의 복소상수 및 고유치는 다음과 같이 결정된다.

$$\lambda_n = \frac{n}{2}, \quad B_n = \begin{cases} i\lambda C_n^+ : n=1 \\ B_n^+ : n=2 \end{cases}, \quad C_n = \begin{cases} -iC_n^+ : n=1 \\ C_n^+ : n=2 \end{cases} \quad (16)$$

식 (16)을 식 (14)에 대입하고 다시 식 (13)에 대입하면 $\tau_{yzn}, D_{yn}, E_{yn}$ 에 대하여 식 (17)과 같이 얻는다.

$$\begin{aligned} \tau_{yzn} &= n \operatorname{Re} \left\{ \begin{aligned} &\mu_e C_n^+ \alpha_{se} r_s^{\frac{n}{2}-1} \left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s + i \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s \right] \\ &- e_{15} \lambda C_n^+ r_d^{\frac{n}{2}-1} \left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d + i \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d \right] \end{aligned} \right\} \\ &\quad : n=1 \\ &+ n \operatorname{Re} \left\{ \begin{aligned} &i\mu_e C_n^+ r_s^{\frac{n}{2}-1} \left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s + i \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s \right] \\ &+ i e_{15} B_n^+ r_d^{\frac{n}{2}-1} \left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d + i \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d \right] \end{aligned} \right\} \\ &\quad : n=2 \end{aligned} \quad (17a)$$

$$\begin{aligned} D_{yn} &= n \operatorname{Re} \left\{ \begin{aligned} &d_{11} \lambda C_n^+ r_d^{\frac{n}{2}-1} \left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d + i \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d \right] \\ &- i d_{11} B_n^+ r_d^{\frac{n}{2}-1} \left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d + i \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d \right] \end{aligned} \right\} \\ &\quad : n=1 \\ &\quad : n=2 \end{aligned} \quad (17b)$$

$$\begin{aligned} E_{yn} &= n \operatorname{Re} \left\{ \begin{aligned} &\lambda C_n^+ r_d^{\frac{n}{2}-1} \left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d + i \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d \right] \\ &- \lambda \alpha_{se} C_n^+ r_s^{\frac{n}{2}-1} \left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s + i \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s \right] \end{aligned} \right\} \\ &\quad : n=1 \\ &- n \operatorname{Re} \left\{ \begin{aligned} &i B_n^+ r_d^{\frac{n}{2}-1} \left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d + i \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d \right] \\ &+ i \lambda C_n^+ \alpha_{se} r_s^{\frac{n}{2}-1} \left[\cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s + i \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s \right] \end{aligned} \right\} \\ &\quad : n=2 \end{aligned} \quad (17c)$$

여기서 $n \geq 1$

$$r_s = \sqrt{x^2 + (\alpha_{se}y)^2}, \quad \theta_s = \tan^{-1}\left(\frac{\alpha_{se}y}{x}\right)$$

$$r_d = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta_d = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

한편 식 (11)의 변위장 w 및 식 (12)의 전기적 포텐셜 ϕ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w_n = 2\text{Re} \begin{cases} -iC_n^+ r_s^{\frac{n}{2}} \left[\cos \frac{n}{2} \theta_s + i \sin \frac{n}{2} \theta_s \right] : n=1 \\ +iC_n^+ r_s^{\frac{n}{2}} \left[\cos \frac{n}{2} \theta_s + i \sin \frac{n}{2} \theta_s \right] : n=2 \end{cases} \quad (18a)$$

$$\phi_n = 2\text{Re} \begin{cases} \left\{ i\lambda C_n^+ r_d^{\frac{n}{2}} \left[\cos \frac{n}{2} \theta_d + i \sin \frac{n}{2} \theta_d \right] \right\} : n=1 \\ \left\{ -i\lambda C_n^+ r_s^{\frac{n}{2}} \left[\cos \frac{n}{2} \theta_s + i \sin \frac{n}{2} \theta_s \right] \right\} \\ + 2\text{Re} \begin{cases} \left\{ B_n^+ r_d^{\frac{n}{2}} \left[\cos \frac{n}{2} \theta_d + i \sin \frac{n}{2} \theta_d \right] \right\} : n=2 \\ \left\{ +\lambda C_n^+ r_s^{\frac{n}{2}} \left[\cos \frac{n}{2} \theta_s + i \sin \frac{n}{2} \theta_s \right] \right\} \end{cases} \end{cases} \quad (18b)$$

한편 전기장 변위확대계수 K_{III}^D 의 정의는 다음과 같다.

$$K_{III}^D = K_1^D = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi} (D_y)_{\theta=0} \quad (19)$$

식 (17b)를 식 (19)에 대입하면 미지의 상수 C_n^+ , B_n^+ 및 K_n^D 의 관계는 다음과 같이 얻어진다.

$$C_n^+ = \frac{K_n^D}{\sqrt{2\pi} d_{11} \lambda} \quad (n=1), \quad B_n^+ = -\frac{K_n^D}{\sqrt{2\pi} d_{11}} \quad (n=2) \quad (20)$$

모드 III 상태의 응력확대계수는 다음과 같이 정의된다.

$$K_{III}^r = K_1^r = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi} (\tau_{yz})_{\theta=0} \quad (21)$$

식 (17a)를 식 (21)에 대입하면 미지의 상수 C_n^+ , B_n^+ 및 K_n^r 의 관계는 다음과 같이 얻어진다.

$$C_n^+ = \frac{K_n^r}{\eta \sqrt{2\pi}} \quad : \quad n=1 \\ C_n^+ = \frac{(K_n^r + \lambda K_n^D)}{\mu_e \alpha_{se} \sqrt{2\pi}} \quad : \quad n=2 \quad (22)$$

여기서 $\eta = \mu_e \alpha_{se} - \lambda e_{15}$ 이며, $n=1$ 인 경우 즉 K_1^r, K_1^D 는 응력확대계수 또는 전기변위 확대계수이다. 무한판의 외부에서 $\tau_{yz}^\infty, D_y^\infty$ 가 작용할 때 균열 선단확대계수 $K_{III}^r = \tau_{yz}^\infty \sqrt{\pi a}$, $K_{III}^D = D_y^\infty \sqrt{\pi a}$ 이다. 또한 식 (20), (22)로부터 $K_{III}^r = K_{III}^D \eta / (d_{11} \lambda)$ 의 관계를 가짐을 알 수 있다. 식 (20), (22)를 식 (16)에

대입 후 식 (13)에 대입하면 전기장을 받는 재료에서 전파하는 모드 III 균열선단의 응력장은 다음과 같이 얻어진다.

$$\tau_{xz} = \frac{n}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \left[\frac{K_n^r}{\eta} \left[\mu_e r_s^{\frac{n-1}{2}} \sin \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \theta_s - \lambda e_{15} r_d^{\frac{n-1}{2}} \sin \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \theta_d \right] \right] : n=1 \\ \left[\frac{(K_n^r + \lambda K_n^D)}{\alpha_{se}} r_s^{\frac{n-1}{2}} \cos \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \theta_s \right. \\ \left. - K_n^D \frac{e_{15}}{d_{11}} r_d^{\frac{n-1}{2}} \cos \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \theta_d \right] : n=2 \end{cases} \quad (23)$$

$$\tau_{yz} = \frac{n}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \left[\frac{K_n^r}{\eta} \left[\mu_e \alpha_{se} r_s^{\frac{n-1}{2}} \cos \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \theta_s - \lambda e_{15} r_d^{\frac{n-1}{2}} \cos \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \theta_d \right] \right] : n=1 \\ \left[-(K_n^r + \lambda K_n^D) r_s^{\frac{n-1}{2}} \sin \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \theta_s + K_n^D \lambda r_d^{\frac{n-1}{2}} \sin \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \theta_d \right] : n=2 \end{cases}$$

식 (22)를 식 (18a), (18b)에 대입하면 변위장 및 전기포텐셜 ϕ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$w_n = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} r_s^{\frac{n}{2}} \begin{cases} \left[\frac{K_n^r}{\eta} \sin \frac{n}{2} \theta_s \right] : n=1 \\ \left[\frac{K_n^r + \lambda K_n^D}{\alpha_{se} \mu_e} \cos \frac{n}{2} \theta_s \right] : n=2 \end{cases} \quad (24)$$

$$\phi_n = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \left[-\frac{K_n^D}{d_{11}} \left[r_d^{\frac{n}{2}} \sin \frac{n}{2} \theta_d - r_s^{\frac{n}{2}} \sin \frac{n}{2} \theta_s \right] \right] : n=1 \\ \left[-\frac{K_n^D}{d_{11}} r_d^{\frac{n}{2}} \cos \frac{n}{2} \theta_d + \frac{\lambda (K_n^r + \lambda K_n^D)}{\alpha_{se} \mu_e} r_s^{\frac{n}{2}} \cos \frac{n}{2} \theta_s \right] : n=2 \end{cases} \quad (25)$$

식 (23), (24)로부터 투과형 균열의 응력장 및 변위장은 $n=1$ 인 경우에는 외부의 전기적하중에 관계없으나 $n=2$ 인 경우에는 기계적하중과 전기적하중이 서로 독립적으로 균열선단장에 영향을 미침을 알 수 있다. 또한 전기투과형 균열인 경우에는 표면파(Rayleigh wave)가 발생하며 그 속도 $C_R = \sqrt{[\mu_e^2 - (\lambda e_{15})^2] / [\rho \mu_e]}$ 임을 알 수 있다. 한편 식 (20), (22)를 식 (16)에 대입 후 다시 (13)에 대입하면 균열선단부근의 전기적변위장은 다음과 같이 얻어진다.

$$D_{xn} = \frac{n K_n^D}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \left[r_d^{\frac{n-1}{2}} \sin \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \theta_d \right] : n=1 \\ \left[r_d^{\frac{n-1}{2}} \cos \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \theta_d \right] : n=2 \end{cases} \quad (26a)$$

$$D_{yn} = \frac{nK_n^D}{\sqrt{2\pi}} r_d^{\frac{n-1}{2}} \begin{cases} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d : n=1 \\ + \frac{\sqrt{2\pi}}{nK_n^D} D_y^o : n=2 \end{cases} \quad (26b)$$

여기서 D_y^o 는 균열면에서 전기 변위장이다. 사실 D_y^o 값은 균열선단($r \rightarrow 0$)의 D_y 변화에 거의 영향을 미치지 않는다. 무한판의 외부에서 응력 τ_{yz}^∞ 및 전기변위장 D_y^∞ 가 작용하고 전기투과형 균열일 경우 $D_y(\theta = \pm\pi) \neq 0$ 이다. 한편 균열면 ($\theta = \pm\pi$)의 D_y^o 및 E_y^o 는 즉 식 (1), (2)로부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$D_y^o = D_y^\infty - \frac{e_{15}}{C_{44}} \tau_{yz}^\infty = \frac{E_y^o d_{11} (C_{44} + \lambda e_{15})}{C_{44}} \quad \text{: On the crack surface} \quad (27a)$$

$$E_y^o = \begin{cases} \frac{C_{44} D_y^\infty - e_{15} \tau_{yz}^\infty}{e_{15}^2 + d_{11} C_{44}} : \text{On the crack surface} \\ \frac{D_y^\infty}{d_{11}^o} - \frac{e_{15}}{C_{44}} \frac{\tau_{yz}^\infty}{d_{11}^o} : \text{Inside the crack} \end{cases} \quad (27b)$$

d_{11}^o 는 균열의 표면에서 진공 및 공기 등을 고려한 유전상수이다. 만약 상하 균열이 완벽히 접촉된 상태라면 d_{11}^o 는 d_{11} 가 된다. 식 (20), (22)를 식 (16)에 대입 후 다시 식 (13)에 대입하면 균열선단부근의 전기장은 다음과 같이 얻어진다.

$$E_{xn} = \frac{n}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \left[\frac{K_n^D}{d_{11}} \left[r_d^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d - r_s^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s \right] : n=1 \\ \frac{K_n^D}{d_{11}} r_d^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d - \frac{\lambda(K_n^\tau + \lambda K_n^D)}{\alpha_{se} \mu_e} r_s^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s : n=2 \end{cases} \quad (28a)$$

$$E_{yn} = \frac{n}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \left[\frac{K_n^D}{d_{11}} \left[r_d^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_d - \alpha_{se} r_s^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right)\theta_s \right] : n=1 \\ + \frac{\sqrt{2\pi}}{n} E_y^o : n=2 \end{cases} \quad (28b)$$

일반적으로 동적모드 I, II 상태(Inplane) 하의 동적 전파균열은 균열면을 따라 표면파가 전파하며, 균열의

전파속도가 표면파의 속도에 도달하면 균열선단의 무차원 응력 및 변위장이 무한대로 증가하며, 또한 균열의 속도가 표면파의 속도에 도달 직전과 직후의 응력 및 변위값은 그 부호(+,-)가 반대적인 현상을 나타내고 있다.⁽²⁸⁻³¹⁾ 그러나 동적 모드 III 상태(Out of Plane) 하의 전파균열은 이러한 현상이 나타나지 않는다.⁽³²⁾ 그러나 본 연구에서와 같이 전기투과형 동적 균열인 경우에는 균열전파가 모드 III 상태임에도 불구하고 균열의 표면을 따라 표면파가 전파하고 있음을 알 수 있다. 이러한 원인은 기계적 하중이 비록 면외(Out of Plane)상태이더라도 면내상태(Inplane)의 전기적하중이 균열면에 영향을 미치기 때문이라 여겨진다. 그러나 전기 비투과형 모드 III 균열인 경우에는 이러한 현상이 발생하지 않는다.⁽¹²⁻¹⁴⁾ 이것은 균열면에서 전기가 투과하지 못하므로 전기하중이 균열면에서는 면내 효과를 나타내지 못하기 때문이라 여겨진다.

2.3 $n=3, 4$ 일 때 응력장 및 변위장

식 (9)에서 $n=3, 4$ 일 때 평형방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_{se}^2 \frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_n}{\partial y^2} = -\frac{2c^{1/2}}{c_{se}^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(c^{1/2} \frac{\partial w_{n-2}}{\partial x} \right) \quad (29)$$

식 (8)을 식 (29)에 대입하면

$$\frac{n}{2} (\alpha_{se}^2 + m^2) C_n z_s^{n/2-2} = -\frac{2c^{1/2}}{c_{se}^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(c^{1/2} C_{n-2} z_s^{n/2-2} \right) \quad (30)$$

식 (30)으로부터 m 는 다음과 같다.

$$m = i \hat{\alpha}_{se} \quad (31)$$

여기서

$$\hat{\alpha}_{se} = \sqrt{\alpha_{se}^2 + k_3 \frac{2}{3} \left[\frac{c}{c_s^2} \left(\dot{c} + 2 \frac{\dot{C}_1^+}{C_1^+} - \frac{\dot{\alpha}_{se}}{2\alpha_{se}} (1 - \sin \frac{5\theta_s}{2} / \sin \frac{\theta_s}{2}) \right) \right]}$$

$: n=3$

$$\hat{\alpha}_{se} = \sqrt{\alpha_{se}^2 + k_4 \frac{1}{2} \left[\zeta + \frac{c}{c_s^2} \left(\dot{c} + 2 \frac{\dot{C}_2^+}{C_2^+} \right) \right]} : n=4$$

$$k_n = C_{n-2}^+ / C_n^+, \quad \dot{\alpha}_{se} = -c\dot{c} / (\alpha_{se} c_{se}^2)$$

$$\dot{C}_1^+ = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\dot{K}_1^\tau \eta - \mu_e \dot{\alpha}_{se} K_1^\tau}{\eta^2} \right)$$

$$\dot{C}_2^+ = \frac{1}{\mu_e \sqrt{2\pi}} \left(\frac{(\dot{K}_2^\tau + \lambda \dot{K}_2^D) \alpha_{se} - \dot{\alpha}_{se} (K_2^\tau + \lambda K_2^D)}{\alpha_{se}^2} \right)$$

따라서 m 는 균열전파속도(c), 가속도(\dot{c}), 응력확대 계수변화율(\dot{K}), 물성치(c_s)에 의존함을 알 수 있다. 또한 k_n 는 길이의 단위이다. $n=4$ 또는 천이 균열이 등속($\dot{c}=0$)으로 전파하는 경우 m 는 균열선단의 위치좌표 x, y 에 독립적이다. 그러나 $n=3$ 인 경우에

는 천이균열이 비정상적으로 전파하면 m 는 x, y 에 의존한다. 그러나 m 는 균열선단($r \rightarrow 0$) 근방에서는 전파하는 천이 균열의 천이 상수값(\dot{K}_{III}, \dot{c}) 이 아무리 높더라도 즉 균열이 아무리 비정상적으로 전파하더라도 거의 일정한 값을 가진다. 따라서 본 연구에서는 m 을 균열선단의 좌표에 독립적이라고 가정하여 해석하였다. m 이 식 (31)로 표현될 때 식 (29)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\alpha}_{se}^2 \frac{\partial^2 w_n(\hat{z}_s)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_n(\hat{z}_s)}{\partial y^2} = 0 \quad (32)$$

여기서 $\hat{z}_s = x + i\hat{\alpha}_{se}y$ 이다. 따라서 식 (32)의 일반해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w_n \equiv 2 \operatorname{Re}[\Omega_n(\hat{z}_s, t)] = 2 \operatorname{Re} \sum_{n=3}^4 \hat{C}_n(t) \hat{z}_s^{\lambda_n} \quad (33)$$

(33)식을 고려할 때 (6)식의 일반해는

$$\phi \equiv \phi_n = 2 \operatorname{Re}[\varphi_n(z_d) + \lambda \Omega_n(\hat{z}_s)] \quad (34)$$

식 (33), (34)를 식 (1)에 대입하면 식 (35)가 얻어진다.

$$\begin{aligned} \tau_{xzn} &= 2 \operatorname{Re}[\mu_e \Omega_n'(\hat{z}_s) + e_{15} \varphi_n'(z_d)] \\ \tau_{yzn} &= -2 \operatorname{Im}[\hat{\alpha}_{se} \mu_e \Omega_n'(\hat{z}_s) + e_{15} \varphi_n'(z_d)] \\ D_{xn} &= -2 \operatorname{Re}[d_{11} \varphi_n'(z_d)], D_{yn} = 2 \operatorname{Im}[d_{11} \varphi_n'(z_d)] \\ E_{xn} &= -2 \operatorname{Re}[\lambda \Omega_n'(\hat{z}_s) + \varphi_n'(z_d)] \\ E_{yn} &= 2 \operatorname{Im}[\lambda \hat{\alpha}_{se} \Omega_n'(\hat{z}_s) + \varphi_n'(z_d)] \end{aligned} \quad (35)$$

해석적인 함수 $\varphi_n(z_d)$ 및 $\Phi_n(\hat{z}_s)$ 는 다음과 같이 멱급수열로 나타낼 수 있다.

$$\varphi_n(z_d) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n z_d^{\lambda_n}, \quad \Omega_n(\hat{z}_s) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{C}_n \hat{z}_s^{\lambda_n} \quad (36)$$

균열표면에서 표면력이 0 라는 경계조건으로부터

$$\lambda_n = \frac{n}{2}, B_n = \begin{cases} i\lambda \hat{C}_n^+ : n=3 \\ B_n^+ : n=4 \end{cases}, \quad \hat{C}_n = \begin{cases} -i\hat{C}_n^+ : n=3 \\ \hat{C}_n^+ : n=4 \end{cases} \quad (37)$$

여기서

$$\begin{aligned} \hat{C}_n^+ &= \frac{\hat{K}_n^\tau}{\hat{\eta} \sqrt{2\pi}} = \frac{K_n^D}{d_{11} \lambda \sqrt{2\pi}} : (n=3), \\ \hat{C}_n^+ &= \frac{(\hat{K}_n^\tau + \lambda \hat{K}_n^D)}{\mu_e \hat{\alpha}_{se} \sqrt{2\pi}} : (n=4), \quad B_n^+ = -\frac{K_n^D}{\sqrt{2\pi} d_{11}} : (n=4) \end{aligned}$$

$\hat{\eta} = \mu_e \hat{\alpha}_{se} - \lambda e_{15}$ 이다. 식 (36)을 식 (35)에 대입하고, $\hat{C}_n^+ = \eta_{n-2} C_{n-2}^+ / k_n$ 을 적용하면 $n=3, 4$ 에 대한 응력장, 전기변위장, 그리고 전기장은 다음과 같이 얻는다.

$$\tau_{xzn} = \frac{n}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \frac{K_n^\tau}{\eta} \left[\mu_e \hat{r}_s^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right) \hat{\theta}_s - \lambda e_{15} r_d^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d \right] : n=3 \\ \frac{(K_n^\tau + \lambda K_n^D)}{\alpha_{se}} \hat{r}_s^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right) \hat{\theta}_s \\ -K_n^D \frac{e_{15}}{d_{11}} r_d^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d : n=4 \end{cases} \quad (38a)$$

$$\tau_{yzn} = \frac{n}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \frac{K_n^\tau}{\eta} \left[\mu_e \hat{\alpha}_{se} \hat{r}_s^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right) \hat{\theta}_s - \lambda e_{15} r_d^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d \right] : n=3 \\ -\left(K_n^\tau + \lambda K_n^D \right) \frac{\hat{\alpha}_{se}}{\alpha_{se}} \hat{r}_s^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right) \hat{\theta}_s + K_n^D \lambda r_d^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d : n=4 \end{cases} \quad (38b)$$

$$D_{xn} = \frac{n K_n^D}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} r_d^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d : n=3 \\ r_d^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d : n=4 \end{cases} \quad (38c)$$

$$D_{yn} = \frac{n K_n^D}{\sqrt{2\pi}} r_d^{\frac{n-1}{2}} \begin{cases} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d : n=3 \\ -\sin\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d : n=4 \end{cases} \quad (38d)$$

$$E_{xn} = \frac{n}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \frac{K_n^D}{d_{11}} \left[r_d^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d - \hat{r}_s^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right) \hat{\theta}_s \right] : n=3 \\ \frac{K_n^D}{d_{11}} r_d^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d - \frac{\lambda (K_n^\tau + \lambda K_n^D)}{\alpha_{se} \mu_e} \hat{r}_s^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right) \hat{\theta}_s : n=4 \end{cases} \quad (38e)$$

$$E_{yn} = \frac{n}{\sqrt{2\pi}} \begin{cases} \frac{K_n^D}{d_{11}} \left[r_d^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d - \hat{\alpha}_{se} \hat{r}_s^{\frac{n-1}{2}} \cos\left(\frac{n}{2}-1\right) \hat{\theta}_s \right] : n=3 \\ -\frac{K_n^D}{d_{11}} r_d^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right) \theta_d + \frac{\hat{\alpha}_{se} \lambda (K_n^\tau + \lambda K_n^D)}{\alpha_{se} \mu_e} \hat{r}_s^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n}{2}-1\right) \hat{\theta}_s : n=4 \end{cases} \quad (38f)$$

여기서 $K_n^\tau = \eta_{n-2} K_{n-2}^\tau / k_n, K_n^D = \eta_{n-2} K_{n-2}^D / k_n$

$$\hat{r}_s = \sqrt{x^2 + (\hat{\alpha}_{se}y)^2}, \quad \hat{\theta}_s = \tan^{-1}\left(\frac{\hat{\alpha}_{se}y}{x}\right) \text{이다.}$$

식 (37)을 식 (33)에 대입하면 $n = 3, 4$ 에 대한 변위장은 다음과 같이 얻는다.

$$w_n = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \hat{r}_s^{\frac{n}{2}} \begin{cases} \frac{K_n^r}{\eta} \sin \frac{n}{2} \hat{\theta}_s : n = 3 \\ \frac{K_n^r + \lambda K_n^D}{\alpha_{se} \mu_e} \cos \frac{n}{2} \hat{\theta}_s : n = 4 \end{cases} \quad (39)$$

그리하여 비정상적으로 전파하는 균열의 응력장 및 변위장은 다음과 같다.

$$\tau_{ij} = \sum_{n=1}^4 \tau_{ijn}, \quad w = \sum_{n=1}^4 w_n \quad (40)$$

균열선단에 매우 근접한 경우 ($r \rightarrow 0$), 응력 및 변위장은 $n=1$ 의 항에 주로 영향을 받으나 균열선단에 덜 근접한 경우는 $n \geq 2$ 의 항에도 어느 정도 영향을 받는다. 특히 본 연구의 비정상전파 균열에서는 $n=3$ 의 항의 계수 K_3^r 가 응력확대계수 K_1^r 에 영향을 받으므로 보다 정확한 균열 전파특성의 이해를 위해서는 적어도 K_3^r 의 항도 고려되어야만 한다.

3. 비 정상적 전파균열 특성

전기투과형 압전재료에서 전파균열선단의 응력 및 변위의 특성을 이해하기 위하여 적용된 응력장과 변위장의 고차항은 균열선단 부근의 응력확대계수에 영향을 받는 $n=1, 3$ 의 항을 적용하였다. 적용된 재료의 물성치 $C_{55} = 2.56 \times 10^{10} \text{N/m}^2$, $\rho = 7500 \text{kg/m}^3$, $e_{15} = 12.7 \text{C/m}^2$, $d_{11} = 0.64 \times 10^{-8} \text{C}^2/\text{Nm}^2$ 이다.⁽²⁷⁾

본 연구의 무차원 균열전파속도 $M \leq 0.7$ 이며 균열의 가속도 $\dot{c} = 0, \pm 2 \times 10^9 \text{m/s}^2$, 순간 응력확대계수 변화율 $\dot{K}_{III}^r = 0, 10^{6-7} \text{MPa(m)}^{1/2}/\text{s}$, 응력확대계수 $K_1^r = K_{III}^r = 1 \text{MPa(m)}^{1/2}$ 이다. $k_3 = 1 \text{m}(M=0.01)$, $0.1 \text{m}(M=0.1)$, $0.01 \text{m}(M=0.7)$ 이며 $K_3^r = 0.5K_1^r (M=0.01, 0.1)$, $K_3^r = 0.3K_1^r (M=0.7)$ 이다. 단 $e_{15} = 0$ 인 경우는 균열 전파속도에 관계없이 $K_3^r = 0.5K_1^r$ 을 적용하였다. 일반적으로 균열의 전파속도가 증가하면 무차원 응력 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 증가한다. 그러나 균열이 정상상태 ($\dot{c} = \dot{K} = 0$)로 전파하는 경우 균열선단부근($r \rightarrow 0$)의 $\theta = 0$ 에서 $(\tau_{yz}/\tau_{III}^+)_{\theta=0}$ 는 1에 근접해야 한다.⁽²⁸⁻³²⁾ 본 연구에서 선택한 미지의 계수값들은 이러한 조건들을 만족한다.

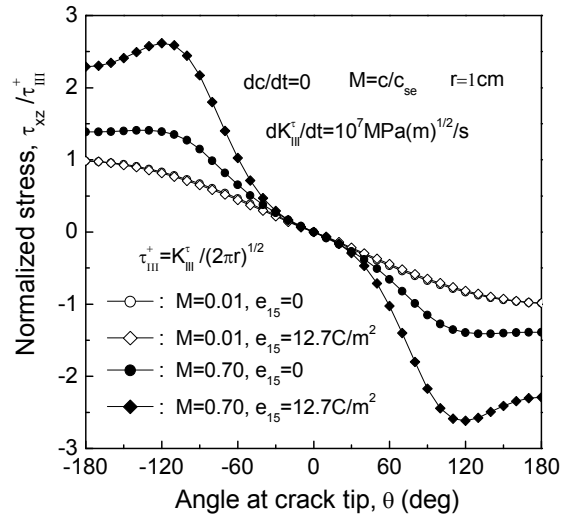


Fig. 2 Normalized stress τ_{xz}/τ_{III}^+ for variation of e_{15} and M

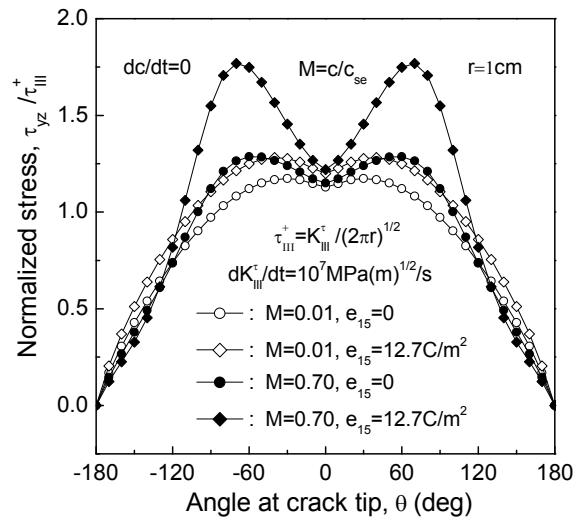


Fig. 3 Normalized stress τ_{yz}/τ_{III}^+ for variation of e_{15} and M

Fig. 2는 정지균열인 $M=0.01$ 과 고속전파균열인 $M=0.7$ 에서 압전상수 e_{15} 가 0 및 12.7C/m^2 인 경우 균열선단부근의 무차원응력 τ_{xz}/τ_{III}^+ 을 나타내고 있다. 이때 순간응력확대계수변화율 $\dot{K}_{III}^r = 10^7 \text{MPa(m)}^{1/2}/\text{s}$ 이다. 그림에서 알 수 있듯이 정지균열상태에서는 압전상수의 증가가 무차원 응력 τ_{xz}/τ_{III}^+ 에 미치는 영향은 거의 없다. 그러나 균열이 $M=0.7$ 로 전파하는 경우 압전상수 e_{15} 가 균열 선단 부근의 τ_{xz}/τ_{III}^+ 에 미치는 영향은 크며, e_{15} 가 증가하면 τ_{xz}/τ_{III}^+ 가 증가함을 알 수 있다. $M=0.7$ 인 경우 $\theta = \pm 120^\circ$ 에서 τ_{xz}/τ_{III}^+ 는 최대 값을 가지며, e_{15}

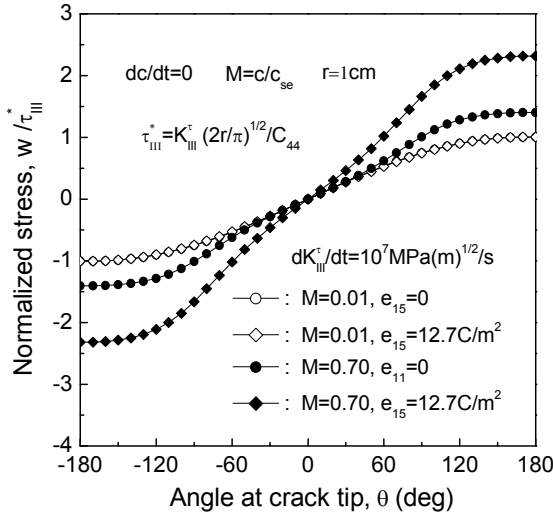


Fig. 4 Normalized displacement w/τ_{III}^* for variation of e_{15} and M

가 τ_{xz}/τ_{III}^+ 에 미치는 영향도 $\theta = \pm 120^\circ$ 부근에서 가장 크다.

Fig. 3 은 Fig. 2 와 같은 조건하에서 균열선단부근의 무차원응력 τ_{yz}/τ_{III}^+ 을 나타내고 있다. τ_{xz}/τ_{III}^+ 와는 달리 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 정지균열상태에서도 압전상수 변화에 크게 영향을 받는다. 균열이 $M=0.7$ 로 고속 전파하는 경우에는 압전상수 e_{15} 가 균열 선단부근의 τ_{yz}/τ_{III}^+ 에 미치는 영향은 매우 크며, e_{15} 가 증가하면 τ_{yz}/τ_{III}^+ 가 증가함을 알 수 있다. 또한 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 $M=0.01$ 에서 $e_{15} = 0$ 및 $e_{15} = 12.7C/m^2$ 인 경우는 각각 $\theta = \pm 30^\circ, \pm 40^\circ$ 에서, $M=0.7$ 인 경우 $e_{15} = 0$ 및 $e_{15} = 12.7C/m^2$ 인 경우는 각각 $\theta = \pm 60^\circ, \pm 70^\circ$ 에서 최대 값을 가진다. 압전상수 변화가 τ_{yz}/τ_{III}^+ 의 변화에 미치는 영향은 $M=0.01$ 인 경우에는 $\theta = \pm 80^\circ$, $M=0.7$ 인 경우에는 $\theta = \pm 70^\circ$ 부근에서 최대이다.

Fig. 4 는 Fig. 2 와 같은 조건에서 균열선단부근의 무차원변위 w/τ_{III}^* 을 나타내고 있다. 정지균열 상태에서는 압전상수 e_{15} 가 균열 선단 부근의 w/τ_{III}^* 에 미치는 영향은 거의 없다고 하겠다. 그러나 $M=0.7$ 인 경우에는 e_{15} 의 증가가 변위의 증가에 상당한 영향을 미침을 알 수 있다. 최대변위는 균열면 ($\theta = \pm 180^\circ$) 에서 발생하며 균열면에서 압전상수 변화가 w/τ_{III}^* 의 변화에 미치는 영향도 가

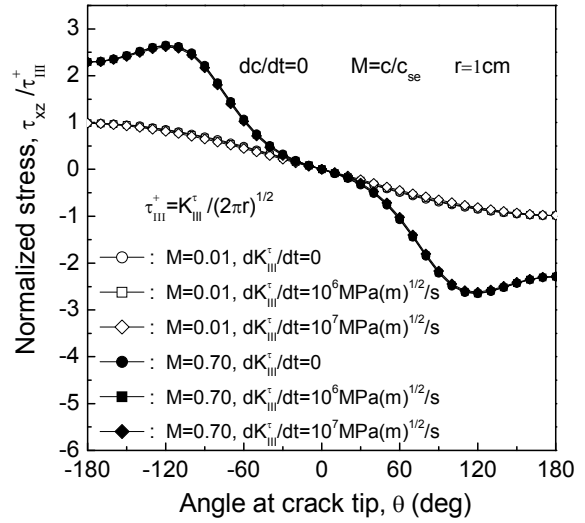


Fig. 5 Normalized stress τ_{xz}/τ_{III}^+ for variation of $\dot{K}_{III}^\tau (= dK_{III}^\tau / dt)$ when $e_{15} = 12.7C/m^2$

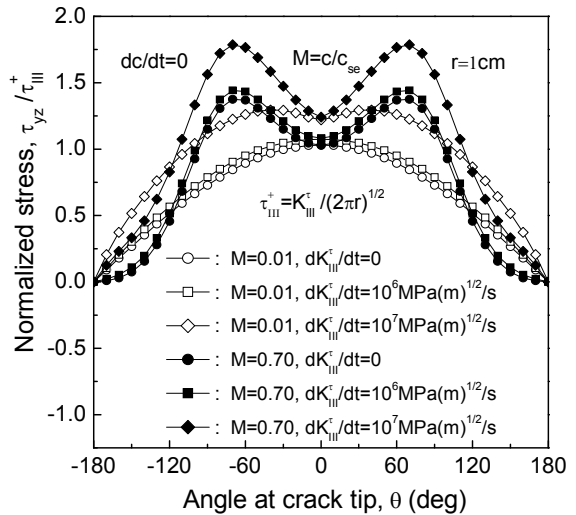


Fig. 6 Normalized stress τ_{yz}/τ_{III}^+ for variation of $\dot{K}_{III}^\tau (= dK_{III}^\tau / dt)$ when $e_{15} = 12.7C/m^2$

장 크다. Schneider and Heyer⁽⁴⁾의 실험 연구에 의하면 균열의 방향이 Fig. 1 과 같이 분극 방향(Polling direction)과 수직인 경우, 균열선단의 파괴인성치 (K_{III}^τ)는 낮아지고 균열선단의 변위(w)는 증가한다. 이것은 본 연구의 w/τ_{III}^* 를 증가하게 하므로 Fig. 4 결과와 부합한다.

Fig. 5 는 정지균열인 $M=0.01$ 과 고속전파균열인 $M=0.7$ 에서 순간 응력확대계수의 변화가 균열선단부근의 무차원응력 τ_{xz}/τ_{III}^+ 에 미치는 영향에 대하여 나타내고 있다. 여기서 압전상수 $e_{15} = 12.7C/m^2$ 이다. 균열속도에 관계없이 \dot{K}_{III}^τ 가 τ_{xz}/τ_{III}^+ 에

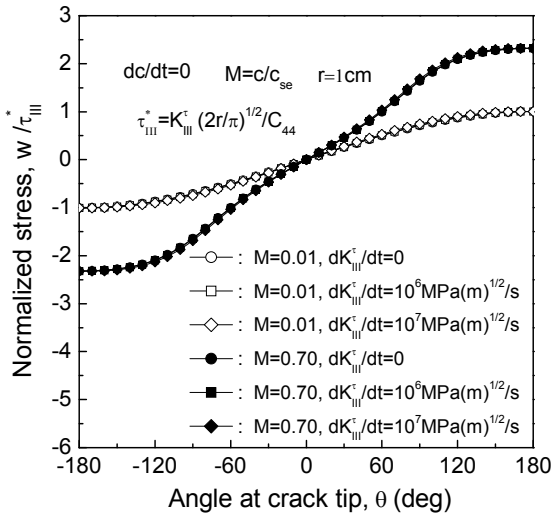


Fig. 7 Normalized displacement w/τ_{III}^* for variation of $\dot{K}_{III}^r (=dK_{III}^r/dt)$ when $e_{15}=12.7C/m^2$

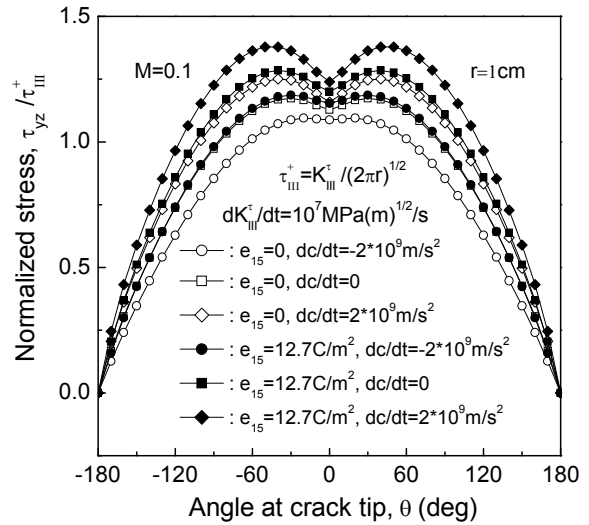


Fig. 9 Normalized stress τ_{yz}/τ_{III}^+ for variation of $\dot{c} (=dc/dt)$

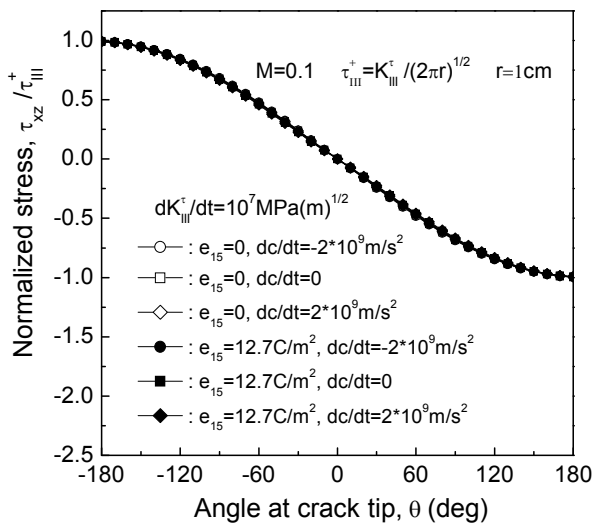


Fig. 8 Normalized stress τ_{xz}/τ_{III}^+ for variation of $\dot{c} (=dc/dt)$

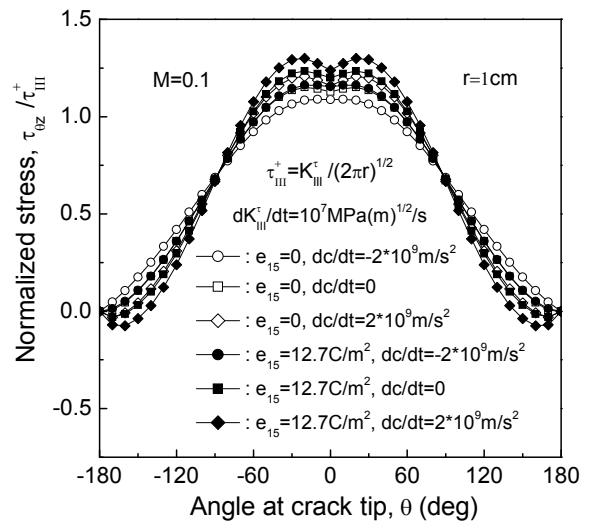


Fig. 10 Normalized stress τ_{oz}/τ_{III}^+ for variation of $\dot{c} (=dc/dt)$

미치는 영향은 거의 없다.

Fig. 6 은 Fig. 5 와 같은 조건하에서 정지균열인 $M=0.01$ 과 고속전파균열인 $M=0.7$ 에서 순간 응력 확대계수의 변화가 균열선단부근의 무차원응력 τ_{yz}/τ_{III}^+ 에 미치는 영향에 대하여 나타내고 있다. 정지균열상태($M=0.01$)에서 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 $\dot{K}_{III}^r = 0$ 및 $\dot{K}_{III}^r = 10^6 \text{MPa(m)}^{1/2}/\text{s}$ 에서는 $\theta = 0^\circ$ 에서 최대이나 $\dot{K}_{III}^r = 10^7 \text{MPa(m)}^{1/2}/\text{s}$ 인 경우에는 $\theta = \pm 50^\circ$ 에서 최대이다. $M=0.7$ 의 전파균열에서는 \dot{K}_{III}^r 에 관계없이 $\theta = \pm 70^\circ$ 에서 최대이다. τ_{xz}/τ_{III}^+ 에 미치는

영향은 상당하며 $M=0.01$ 인 경우에는 $\theta = \pm 80^\circ$ 에서 $M=0.7$ 인 경우에는 $\theta = \pm 70^\circ$ 부근에서 가장 크게 영향을 미친다.

Fig. 7 은 Fig. 5 와 같은 조건에서 균열선단부근의 무차원변위 w/τ_{III}^* 을 나타내고 있다. 균열전파 속도에 관계없이 \dot{K}_{III}^r 가 w/τ_{III}^* 에 미치는 영향은 거의 없다.

Fig. 8 은 균열 전파속도가 저속인 $M=0.1$ 이고 순간 응력확대계수변화율 $\dot{K}_{III}^r = 10^7 \text{MPa(m)}^{1/2}/\text{s}$ 인 상태에서 균열이 감속, 등속, 가속하는 경우에 균열선단부근의 무차원응력 τ_{xz}/τ_{III}^+ 을 나타내고 있

다. 압전상수 e_{15} 의 변화 및 균열의 가, 감속이 τ_{xz}/τ_{III}^+ 에 미치는 영향도 거의 없다.

Fig. 9는 Fig. 8과 동일한 조건하에서 전파하는 균열선단부근의 무차원응력 τ_{yz}/τ_{III}^+ 을 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 균열의 가속에 관계없이 $e_{15}=0$ 인 경우보다 $e_{15}=12.7C/m^2$ 인 경우가 더 크다. 또한 최대 τ_{yz}/τ_{III}^+ 는 $e_{15}=0$ 인 경우에는 $\dot{c}=-2\times 10^9, 0m/s^2$, 및 2×10^9 인 경우 각각 $\theta=\pm 20^\circ, \pm 30^\circ, \pm 40^\circ$ 에서 발생하며 $e_{15}=12.7C/m^2$ $\theta=\pm 30^\circ, \pm 40^\circ, \pm 50^\circ$ 에서 발생한다. 가속도 \dot{c} 의 변화가 τ_{yz}/τ_{III}^+ 의 변화에 미치는 영향은 $e_{15}=0$ 인 경우에는 $\theta=\pm 80^\circ$ 에서 $e_{15}=12.7C/m^2$ 인 경우에는 $\theta=\pm 90^\circ$ 에서 가장 크다. 그리고 정지 또는 저속 균열에도 $e_{15}, \dot{K}_{III}^r, \dot{c}$ 등이 τ_{yz} 의 변화에 미치는 영향은 상당하나 τ_{xz} 에 대한 영향은 거의 없다. 그 이유는 τ_{yz} 는 균열면에 수직인 면의 응력이고 τ_{xz} 평행한 응력이므로 이러한 형상이 나타난다고 여겨진다.

Fig. 10은 Fig. 8과 동일한 조건하에서 전파하는 균열선단부근의 무차원응력 $\tau_{\alpha z}/\tau_{III}^+$ 을 나타내고 있다. $\tau_{\alpha z}/\tau_{III}^+$ 는 압전상수 $e_{15}=0$ 이고 $\dot{c}=-2\times 10^9m/s^2$ 인 경우에는 $\theta=0^\circ$ 부근에서 최대값을 갖는다. 그러나 $\dot{c}=0, 2\times 10^9m/s^2$ 에서는 압전상수 e_{15} 의 변화에 관계없이 $\theta=\pm 20^\circ$ 부근에서 $\tau_{\alpha z}/\tau_{III}^+$ 의 최대값을 갖는다. 사실 균열 전파속도가 느린 경우에는 $\tau_{\alpha z}/\tau_{III}^+$ 는 $\theta=0^\circ$ 에서 최대값을 갖는다. 그러나 균열 전파속도 낮다고 하더라도 높은 \dot{K}_{III}^r 또는 \dot{c} 하에서는 $\theta\neq 0^\circ$ 에서 $\tau_{\alpha z}/\tau_{III}^+$ 가 최대값을 갖게 되어 분지 균열이 발생할 가능성이 높다고 하겠으며, 또한 비 압전재료보다는 압전재료에서 분지 균열이 발생할 가능성이 더 높다.

4. 결 론

본 연구에서는 균열면에 수직하는 전기투과형 압전재료 균열(Permeable propagating crack)이 비정상적으로 전파할 때 균열선단부근의 응력장, 변위

장 그리고 전기변위장등에 대하여 연구하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 모드 III 하중 상태라 할지라도 전기 투과형 압전재료에서는 균열의 표면을 따라 표면파가 전파하며 균열의 전파속도가 표면파의 속도에 도달하면 응력장 및 변위장은 무한대로 증가한다. 또한 균열의 속도가 표면파의 속도에 도달 직전과 직후의 응력 및 변위값은 그 부호(+,-)가 반대적인 현상을 나타내고 있다.

(2) e_{15} 변화가 균열선단의 τ_{xz} 의 변화에 미치는 영향은 정지균열($M=0.01$) 상태에서는 거의 없다. 그러나 $M=0.7$ 의 전파균열에서는 압전상수의 변화가 τ_{xz} 의 변화에 미치는 영향이 매우 크며, $\theta=\pm 120^\circ$ 부근에서 그 영향이 가장 크다. e_{15} 변화가 균열선단의 τ_{yz} 의 변화에 미치는 영향은 균열의 속도에 관계 없이 상당하며 균열 전파속도가 클수록 더 크다. $M=0.01$ 인 경우에는 $\theta=\pm 80^\circ$, $M=0.7$ 인 경우에는 $\theta=\pm 70^\circ$ 부근에서 최대이다. 압전상수 e_{15} 가 균열 선단 부근의 w/τ_{III}^* 에 미치는 영향은 정지균열($M=0.01$) 상태에서는 거의 없다고 하겠으나 $M=0.7$ 인 경우에는 e_{15} 의 증가가 변위의 w/τ_{III}^* 변화에 상당한 영향을 미치며 $\theta=\pm 180^\circ$ 에서 그 영향이 가장 크다.

(3) $\dot{K}_{III}^r(=dK_{III}^r/dt)$ 변화가 균열선단의 τ_{xz} 의 변화에 미치는 영향은 균열 전파속도에 관계 없이 거의 없다. \dot{K}_{III}^r 변화가 균열선단의 τ_{yz} 의 변화에 미치는 영향은 균열 속도에 관계 없이 상당하며, 또한 그 영향도 비슷하다. $M=0.01$ 인 경우는 $\theta=\pm 80^\circ$ 에서 $M=0.7$ 인 경우에는 $\theta=\pm 70^\circ$ 에서 가장 크다. \dot{K}_{III}^r 변화가 균열선단의 변위 w 의 변화에 미치는 영향은 균열 전파속도에 관계 없이 거의 없다.

(4) $M=0.1$ 에서 $\dot{c}(=dc/dt)$ 의 변화가 τ_{xz} 에 미치는 영향은 거의 없다. 그러나 가속도 \dot{c} 의 변화가 τ_{yz}/τ_{III}^+ 의 변화에 미치는 영향은 $e_{15}=0$ 인 경우에는 $\theta=\pm 80^\circ$ 에서 $e_{15}=12.7C/m^2$ 인 경우에는 $\theta=\pm 90^\circ$ 에서 가장 크다.

(5) 균열 전파속도 낮다고 하더라도 높은 \dot{K}_{III}^r 또는 \dot{c} 하에서는 $\theta\neq 0^\circ$ 에서 $\tau_{\alpha z}/\tau_{III}^+$ 가 최대값을 갖게 되어 분지 균열이 발생할 가능성이 높으며, 또한 비 압전재료보다는 압전재료에서 분지 균열

이 발생할 가능성이 더 높다.

후 기

이 논문은 경북대학교(2011 년도) 학술연구지원
금에 의해 연구되었음.

참고문헌

- (1) Gabbert, Y. and Tzou, H., 2001, "Smart Structure and Structonic Systems," *Proceedings of IUTAM-Symposium Magdeburg 2000*. Dordrecht. Springer.
- (2) Yang, W., 2006, "Mechanics and Reliability of Actuating Materials," *Proceedings of IUTAM-Symposium Beijing 2004*, Dordrecht. Springer.
- (3) Mehta, K. and Virkar, A.V., 1990, "Fracture Mechanisms in Ferroelectric-Ferroelastic Lead Zirconate Titanate (Zr:Ti=0.54:0.46)Ceramics," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 73, pp. 567~574.
- (4) Schneider, G.A. and Heyer, V., 1999, "Influence of the Electric Field on Vickers Indentation Crack Growth in BaTiO₃," *J. Eur. Ceram. Soc.*, Vol. 19, pp. 1299~1306.
- (5) Cao, H. C. and Evans, A. G., 1994, "Electric-Field-Induced Fatigue Crack Growth in Piezoelectrics," *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 77, pp. 1783~1786.
- (6) Parton, V.Z., 1976, "Fracture Mechanics of Piezoelectric Materials," *Acta Astron*, Vol. 3, pp. 671~683.
- (7) Pak, Y. E., 1990, "Crack Extension Force in a Piezoelectric Materials," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 647~653.
- (8) Sosa, H. A., 1992, "On the Fracture Mechanics of Piezoelectric Solids," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 29(21), 2613~2622.
- (9) Suo, Z., Kuo, C. M., Barnett, D.M. and Willis, J. R., 1992, "Fracture Mechanics for Piezoelectric Cermics," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 40, 739~765.
- (10) Pak S.B. and Sun C.T., 1995, "Fracture Criteria for Piezoelectric Ceramics," *J. Amer.Ceram.Soc.*, Vol.78, pp. 1475~1480.
- (11) Chen, Z.T., Karihaloo, B.L. and Yu, S. W., 1998, "A Griffith Crack Moving Along the Interface of Two Dissimilar Piezoelectric Materials," *Int.J. Fracture*, Vol. 91, pp. 197~203.
- (12) Lee, K. H., 2010, "Impermeable Mode III Crack Propagation in Orthotropic Piezoelectric Materials," *J. of Research Institute of Mech.Tech.*, Vol. 10, pp. 9~16.
- (13) Lee, K. H., 2010, "Stress and Displacement Fields for a Propagating Mode III Crack in Functionally Graded Piezoelectric Materials," *J. of Research Institute of Mech.Tech.*, Vol.11, pp. 11~20.
- (14) Lee, K. H., 2011, "A Dynamic Mode III Crack Propagation in Piezoelectric Materials," *Energy and Environment Research*, Vol. 8, pp. 13~23.
- (15) Hou, M. A., Quan, X. Q. and Bian, W. F., 2001, "Energy Release Rate and Bifurcation Angles of Piezoelectric Materials with Antiplane Moving Crack," *Int. J. Fract.*, Vol. 107, pp. 297~306.
- (16) Soh, A.K., Liu, J.X., Lee, K.L. and Fang, D.N., 2002, "On a Moving Griffith Crack in Anisotropic Piezoelectric Solids," *Arch. Appl. Mech.*, Vol.72, pp. 458~469.
- (17) Piva, A., Tornabene, F. and Viola, E., 2006, "Crack Propagation in a four-Parameter Piezoelectric Medium," *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 25, pp. 230~249
- (18) Li, X. F., Fan, T. Y. and Wu, X. F., 2000, "A Moving Mode III Crack at the Interface Between Two Dissimilar Piezoelectric Materials," *Int. J. Engng. Sci.*, Vol.38, pp. 1219~1234.
- (19) Kwon, S. M. and Lee, K. Y., 2001, "Constant Moving Crack in a Piezoelectric Block:Anti-Plane Problem," *Mechanics of Materials*, Vol. 33, pp. 649~657.
- (20) Li, X. F. and Fan, T. Y., 2002, "Transient Analysis of a Piezoelectric Strip with a Permeable Crack Under Anti-Plane Impact Load," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 40, pp. 131~143.
- (21) Lee, K.H., 2010, "Stress and Displacement Fields of a Propagating Mode III Crack in Orthotropic Piezoelectric Materials," *Trans of KSME (A)*, Vol. 34(6), pp. 701~708.
- (22) Liu, F. and Zhong, X. C., 2010, "Transient Response of Two Collinear Dielectric Cracks in a Piezoelectric Solid Under Inplane Impacts," *Applied Mechanics and Computation*, Vol. 217, pp. 3779~3791.
- (23) Yan, Z. and Jiang, L.Y., 2009, "Study of a Propagating Finite Crack in Functionally Graded Piezoelectric Materials Considering Dielectric Medium Effect," *Int. J. Solids Struct.*, 46 pp. 1362~1372.
- (24) Chen, Z.T. and Meguid, S.A., 2000, "The Transient Response of a Piezoelectric Strip with a Vertical Crack Under Electromechanical Impact Load," *Int. J. Solids Struct.*, Vol.37 pp. 6051~6062.
- (25) Li, X. F. and Tang, G. J., 2003, Transient Response of a Piezoelectric Ceramic Strip with an Eccentric Crack Under Electromechanical Impacts, *Int. J. Solids Struct.* Vol. 40, pp. 3571~3588
- (26) Ing, Y.S. and Wang, M. J., 2004, Transient Analysis of a Mode-III Crack Propagating in a Piezoelectric Medium *Int. J. Solids Struct.* Vol.41, pp. 6197~6214.
- (27) Li, S. and Metaga, P.A., 1996, "Dynamic Crack Propagation in Piezoelectric Materials-Part I. Electrode Solution," *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 44, No. 11, pp. 1799~1830.
- (28) Lee, K. H., Hawong, J. S. and Choi, S. H., 1996, "A Dynamic Stress Intensity Factors K_{I} , K_{II} and Crack Propagation Characteristics of Orthotropic Materials," *Engng. Fract. Mech*, Vol. 53(1), pp. 19~140.

- (29) Lee, K. H., 2000, "Stress and Displacement Fields for Propagating the Crack Along the Interface of Dissimilar Orthotropic Materials Under Dynamic Mode I and II Load," *J. Appl. Mech.*, Vol. 67, pp. 223~228.
- (30) Lee, K. H., 2004 "Characteristics of a Crack Propagating Along the Gradient in Functionally Gradient Materials," *Int. J. of Solids Struct.*, Vol. 41, pp. 2879~2898.
- (31) Lee, K. H., Lee, Y. J. and Cho, S. B., 2009, "Characteristics of a Transiently Propagating Crack in Functionally Graded Materials," *JMST*, Vol. 23, pp. 1306~1322.
- (32) Lee, K. H. and Cho, S. B., 2006, "Stress and Displacement Fields of a Propagating Mode III Crack in Orthotropic Functionally Gradient Materials with Property Graduation Along X Direction," *Trans of the KSME (A)*, Vol. 30(3), pp. 249~259.