

# 마찰력이 작용하는 동적 시스템의 점착 구현을 위한 마찰모델 제안 및 정확성 검증

## A Dry Friction Model to Realize Stick for Simulation of the System with Friction and Accuracy Verification of the Friction Model

최 찬 규\*·유 흥 희†

Chan Kyu Choi and Hong Hee Yoo

(2015년 5월 18일 접수 ; 2012년 6월 12일 심사완료)

**Key Words** : Coulomb Friction Model(쿨롱 마찰 모델), Stick(점착), Friction Oscillator(마찰진동자), Static Threshold Velocity(정적 천이 속도), Elastic Deformation Limit(탄성 변형 한계)

### ABSTRACT

Friction causes self-excited vibration, stick-slip vibration and any other friction-induced phenomena. That kinds of vibrations cause chatter and squeal. In order to predict such vibrations accurately, employing an accurate friction model is very important because a dynamic behavior of a system with friction is dominantly governed by a friction model. A Coulomb friction model is the most widely known model. Coulomb friction model is useful model to obtain analytical solutions of the system with friction and the model gives relatively good simulation result. However, defining a friction force at a stick state in simulation is hard because of the characteristic itself and a Coulomb friction model is discontinuous function between a static and a dynamic friction coefficient. Therefore, applying the Coulomb friction model to a simulation is not appropriate. In order to resolve these problems, an approximated Coulomb friction model was developed using simple and continuous function. However, an approximated Coulomb friction model cannot realize stick. Therefore, an approximated Coulomb friction model cannot describe friction phenomena accurately. In order to analyze a friction phenomenon accurately, a friction model for a simulation was proposed in this paper. A proposed friction model realizes stick and gives reasonably good results compared to results obtained by the simulation employing an approximated Coulomb friction model. Accuracy of a proposed friction model was verified by comparing experimental results.

### 1. 서 론

마찰은 대부분의 기계시스템에 존재하며 그 시스

템의 거동에 큰 영향을 미친다. 자전거 바퀴나 차량의 바퀴와 같이 마찰현상이 긍정적으로 활용되는 경우도 있지만 대부분의 기계시스템의 경우 마찰은 그 시스템에 부정적인 영향을 미친다. 마찰에 의해 불필요한 에너지 소모가 발생하여 기계시스템의 성능이 저하될 수 있으며 또한 진동 및 소음의 원인이 되기도 한다. 이러한 현상을 개선, 해결시키기 위해서는 정확한 해석을 통한 현상분석이 반드시 필요하며 정확한 해석 결과를 얻기 위해서는 마찰력을 정확히 모델링하는 것이 필요하다.

† 교신저자; 정회원, 한양대학교 기계공학부  
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr  
Tel : (02)2220-0446, Fax : (02)2293-5070

\* 정회원, 한양대학교 대학원 기계공학과

# 이 논문의 일부는 2012년 춘계 소음진동 학술대회에서 발표되었음.

마찰력에 관한 연구는 오래 전부터 수행되어왔다. Leonardo da Vinci가 마찰력은 접촉면 면적과는 무관하고 수직항력에 비례한다는 사실을 발견하였으며 이후 Coulomb에 의해 정마찰계수(static friction coefficient)와 동마찰계수(dynamic friction coefficient)로 표현 되는 쿨롱 마찰모델(Coulomb friction model)이 제안되었다<sup>(1)</sup>. 쿨롱 마찰모델은 마찰계수가 접촉면의 상대속도와 관련이 없는데 1964년에 Bowden과 Tabor<sup>(2)</sup>가 마찰계수는 접촉면의 상대속도의 함수임을 언급했으며 실제 실험결과들을 통해서 마찰계수는 접촉면의 상대속도와 관련이 있음을 확인할 수 있다. 따라서 이후에 개발된 마찰모델들의 마찰계수는 접촉면의 상대속도의 함수인 형태를 띤다. 마찰계수가 접촉면의 상대속도의 함수라는 사실은 Ibrahim(1994)<sup>(3)</sup>, Popp과 Stelzer(1990)<sup>(4)</sup> 그리고 Capone(1992)<sup>(5)</sup>에 의해 그 중요성이 강조되었고 이후 Hinrichs, Oestrich 그리고 Popp(1998)<sup>(6)</sup>이 다양한 마찰모델을 이용한 해석결과를 실험결과와 비교하여 마찰계수가 접촉면 상대속도의 함수형태를 띠는 마찰모델의 정확성을 검증하였다. 최근에는 정확한 해석을 위해서 보다 복잡한 마찰모델들이 개발되고 있지만 해석 효율성을 요구하는 상용 동역학해석 코드에 사용하기는 부적합하다. 상용 동역학해석 코드에 사용되는 마찰모델은 해석 효율성을 높이기 위해서 최대한 간단한 형태로 발전되어 왔다. Song, Kraus, Kumar 그리고 Dupont (2001)<sup>(7)</sup>는 쿨롱 마찰모델을 근사화하여 간단하면서도 연속인 마찰모델을 제안하였고 현재 많이 사용되는 상용 동역학 해석 툴인 DADS(2000)<sup>(8)</sup>, ADAMS와 RecurDyn(2005)<sup>(9-11)</sup>은 근사화된 쿨롱 마찰모델을 사용하고 있다. 근사화된 쿨롱 마찰모델을 이용함으로써 해석 효율성 및 적분 안정성이 보장되었지만 근사화된 쿨롱 마찰모델은 모델 특성상 점착(stick)을 구현하지 못하고 항상 일정한 속도로 미끄러지는(slip) 문제점이 있다. 이 논문에서는 점착을 구현하기 위하여 탄성변형한계(elastic deformation limit) 개념을 이용한 마찰모델을 제안하였다. 제안된 마찰모델은 기존의 근사화된 연속 마찰모델에 비해 점착 상태에서의 미끄러짐 현상이 매우 개선된 결과를 주는 것을 확인하였고 실험결과와 비교하여 그 정확성을 검증하였다.

## 2. 마찰모델

### 2.1 쿨롱 마찰모델과 상용코드의 마찰모델

시뮬레이션을 통해 마찰현상을 정확히 해석하기 위해서는 실제 마찰현상을 잘 나타내는 마찰모델의 개발이 반드시 필요하며 다양한 마찰모델이 개발되어왔다. 쿨롱 마찰모델은 가장 일반적으로 알려져 있고 많이 사용되는 마찰 모델로 Fig. 1(a)와 같다. Fig. 1(a)에서 볼 수 있듯이 쿨롱 마찰모델은 정마찰계수와 동마찰계수로 정의되며 접촉면의 상대속도는 마찰계수와 관련이 없는 특징을 가지고 있다. 그리고 정마찰계수와 동마찰계수 사이의 관계는 불연속인 특징 또한 가지고 있다. 이러한 쿨롱 마찰모델의 특징은 실제로 발생하는 현상인 자려진동(self-excited vibration) 현상을 구현할 수 없다는 한계점을 가지며 또한 불연속 모델로 인해 수치적 분 시 적분 불안정성을 야기시킬 수도 있다. 따라서 쿨롱 마찰모델은 적분 안정성(stability)과 해석 효율성(accuracy)을 필요로 하는 상용 동역학 해석 코드에 사용되는 마찰모델로써 부적합하다. 이러한 이유로 대부분의 상용 동역학 해석 코드에서는 쿨롱 마찰모델을 근사화한 Fig. 1(b)와 같은 근사화된 쿨롱 마찰모델을 개발하여 사용하고 있다. 근사화된 쿨롱 마찰모델은 접촉면 상대속도의 함수로써 수식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} \mu(v_r) &= \text{HAVSIN}(v_r, 0, 0, v_s, \mu_s), & 0 \leq v_r \leq v_s \\ \mu(v_r) &= \text{HAVSIN}(v_r, v_s, \mu_s, v_d, \mu_k), & v_r > v_s \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} &\text{HAVSIN}(x, x_0, h_0, x_1, h_1) \\ &= h_0, & , x \leq x_0 \\ &= \frac{h_0 + h_1}{2} + \frac{h_1 - h_0}{2} \sin\left(\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} \pi - \frac{\pi}{2}\right), & , x_0 \leq x \leq x_1 \\ &= h_1, & , x \geq x_1 \end{aligned} \quad (2)$$

이고,  $\mu_s$ 는 정마찰계수,  $\mu_k$ 는 동마찰계수,  $v_r$ 은 접촉면의 상대속도,  $v_d$ 는 동적천이속도(dynamic threshold velocity) 그리고  $v_s$ 는 정적천이속도(static threshold velocity)이다. 쿨롱 마찰모델을 연속함수

로 근사화 함으로써 적분 안정성을 보장하지만 근사화된 마찰모델 특성상 점착(stick)을 구현할 수 없기 때문에 점착되어야 하는 경우에도 일정한 속도로 미끄러지는 문제점이 있다.

### 2.2 제안된 마찰 모델

점착을 구현하기 위하여 제안된 마찰 모델은 Fig. 2(a)와 같다. 점착면이 미끄러지는 경우( $|v_r| > v_s$ ), 마찰계수는 식 (3)과 같으며 상대속도가 증가함에 따라 지수함수의 형태로 감소하는 형태이다.

$$\mu(v_r) = a^{-(v_r + b)} + \mu_k, \quad |v_r| > v_s \quad (3)$$

여기서  $a$ 는 마찰계수 감소형태를 표현하는 형상 파라미터로써 사용자가 정의하는 파라미터이며  $b$ 는 다른 파라미터들이 정의되면 계산되는 파라미터이다. 점착면이 점착 상태인 경우 제안된 마찰모델은 점착면이 미끄러지기 전까지 외력에 의해 탄성변형을 한다는 개념을 이용하여 Fig. 2(b)와 같이 mass-spring-damper 시스템으로 모델링하였다. 점착 상태에서 마찰계수는 식 (4)와 같다.

$$\mu(x_r, v_r) = \frac{k_{stick}x_r + c_{stick}v_r}{N}, \quad |v_r| \leq v_s \quad (4)$$

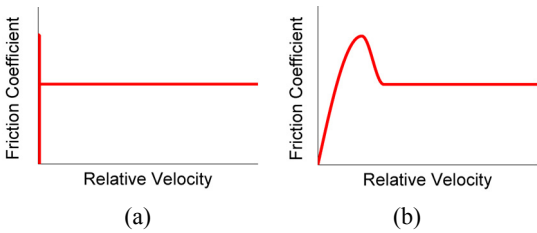


Fig. 1 (a) Coulomb friction model and (b) approximated Coulomb friction model

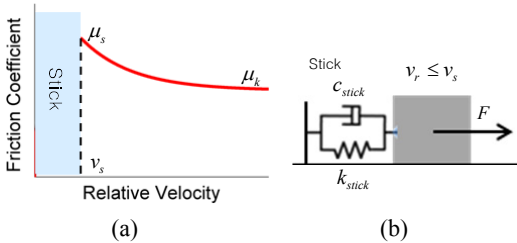


Fig. 2 (a) Proposed friction model and (b) proposed friction model at stick state

여기서,  $k_{stick}$ 는 점착강성,  $x_r$ 는 점착면의 상대변위 그리고  $c_{stick}$ 는 점착감쇠계수,  $N$ 은 수직항력이다.  $k_{stick}$ 는 점착면에서의 탄성변형한계 개념을 이용하여 식 (5)와 같이 구할 수 있고  $c_{stick}$ 는 사용자가 적절한 감쇠비를 정의하면 식 (6)과 같이 구할 수 있다.

$$k_{stick} = \frac{\mu_s N}{e_{lim}} \quad (5)$$

$$c_{stick} = 2\zeta \sqrt{k_{stick} m} \quad (6)$$

여기서  $e_{lim}$ 는 탄성변형한계로 스틸의 경우  $e_{lim} = 2\sim 5 \mu m$ 이다.  $\zeta$ 는 점착 상태의 감쇠비로써 사용자가 정의하는 값이며  $m$ 는 진동 질량이다. 제안된 마찰모델은 점착 상태일 때  $k_{stick}$ 에 의해 진동하며 외력에 의한 탄성변형량( $x_r$ )이 탄성변형한계를 넘기 전까지 점착이 유지된다.

## 3. 수치예제

수치예제로써 마찰진동자(friction oscillator)와 경사면에 놓인 물체의 동적 거동 해석에 제안된 마찰모델을 이용하여 수행하였고, 기존 상용코드에서 사용되는 근사화된 쿨롱 마찰모델에 비해 제안된 마찰모델이 점착을 잘 구현함을 확인하였다.

### 3.1 마찰진동자

첫 번째 수치예제인 마찰진동자는 Fig. 3과 같다. 마찰진동자는 간단한 모델이지만 마찰력에 의해 발생하는 자력진동과 같은 현상을 명확히 확인할 수 있기 때문에 마찰관련 연구에서 자주 사용된다. 마찰진동자는  $v_b$ 의 속도로 움직이는 벨트에 놓인 질량  $m$ 인 물체가 벨트와 물체 사이의 마찰력에 의해서 진동하는 시스템으로써 차량의 디스크 브레이크 시스템, 문 경첩 등을 간단히 모델링한 형태이다. 점착이 발생하면 정지마찰력에 의해 벨트와 질량의 속도가 같은 상태로 이동(Fig. 4의 직선부분)하다가 스프링, 댐퍼에 의한 힘이 최대정지마찰력보다 커지면 미끄러짐이 발생하여 벨트와 질량간에 상대속도가 발생, 운동마찰력이 작용하게 된다(Fig. 4의 곡선부분). 마찰진동자의 운동방정식은 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) \\
 = F_f + ku_0 \cos\Omega
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

여기서  $F_f$ 는 물체와 벨트 사이에서 발생하는 마찰력이며 상용코드에서 사용되는 근사화된 마찰모델의 경우 상대속도  $v_r$ 만의 함수이며 제안된 마찰모델의 경우 상대변위  $x_r$  및 상대속도  $v_r$ 의 함수이다.  $F_f$ 는 식 (8)과, 상대속도  $v_r$ 은 식 (9)와 같다.

$$F_f = \mu(x_r, v_r)N \tag{8}$$

$$v_r = \dot{x}(t) - v_b \tag{9}$$

여기서  $v_b$ 는 벨트의 속도이다. 마찰진동자의 제원은 Table 1과 같고 해석에 사용된 마찰모델은 근사화된

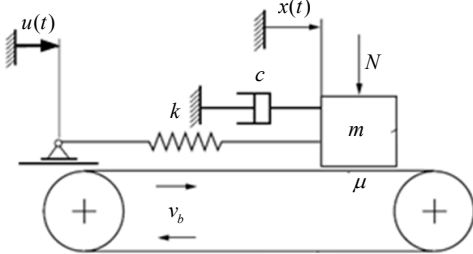


Fig. 3 Friction oscillator

Table 1 Properties of friction oscillator

Parameter	Value	Parameter	Value
$m(\text{kg})$	10	$k(\text{N/m})$	200
$c(\text{Ns/m})$	0	$N(\text{N})$	98.06
$u_0(\text{m})$	0	$v_b(\text{m/s})$	1

Table 2 Properties of friction models

Approximated friction model parameter	Value	Proposed friction model parameter	Value
$\mu_s$	0.50	$\mu_s$	0.50
$\mu_k$	0.25	$\mu_k$	0.25
$v_s(\text{m/s})$	0.01	$v_s(\text{m/s})$	0.01
$v_d(\text{m/s})$	0.15	$e_{lim}(\mu\text{m})$	500
-	-	$\zeta_{stick}$	1
-	-	$a$	15

쿨롱 마찰모델과 제안된 마찰모델로써 각각의 마찰모델 파라미터는 Table 2와 같다.

Fig. 4는 시뮬레이션 결과이다. Fig. 4(a)는 제안된 마찰모델에 점착 감쇠항  $c_{stick}$  을 고려하지 않을 때의 결과이고 Fig. 4(b)는 감쇠항을 고려하였을 때의 결과이다. Fig. 4(a)에서  $c_{stick}$  을 고려하지 않을 경우 점착 상태에서  $k_{stick}$  에 의해 발생하는 미세진동으로 인해 해석상의 불안정성이 존재하는 것을 알 수 있다. 이러한 미세진동을 줄이기 위하여  $c_{stick}$  을 추가하였으며 그 결과 Fig. 4(b)와 같이 상대적으로 안정된 결과를 얻을 수 있었다. Fig. 4(b)를 보면 기존의 근사화된 마찰모델보다 제안된 마찰모델을 이용했을 경우, 점착 구간이 더 넓어지는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 5는 제안된 마찰모델의 파라미터  $e_{lim}$  와  $\zeta_{stick}$  의 변화에 따른 결과를 나타낸 것이다. Fig. 5에서 보면 알 수 있듯이  $e_{lim}$  의 변화가 결과에 미치는 영향은 미미하지만  $\zeta_{stick}$  의 변화가 결과에 미치는 영향은 상대적으로 큰 것을 알 수 있다. 따라서 적절한 감쇠비를 정의하는 과정이 반드시 필요하다. 만약 감쇠비가 작을 경우  $k_{stick}$  에 의해 발생하는 미세진동을 잡을 수 없기 때문에 해석 결과가 불안정하며 너무 클 경우 역시 결과가 불안정한 것을 여러 예제를 수행함으로써 확인하였다. 여러 예제를 통하여 경험적으로  $\zeta_{stick} = 1$  (임계감쇠비)을 사용하는 것이 가장 안정한 결과를 주는 것을 확인하였고 따라서 이 논문에서 수행한 해석에는 모두  $\zeta_{stick} = 1$  을 사용하였다.

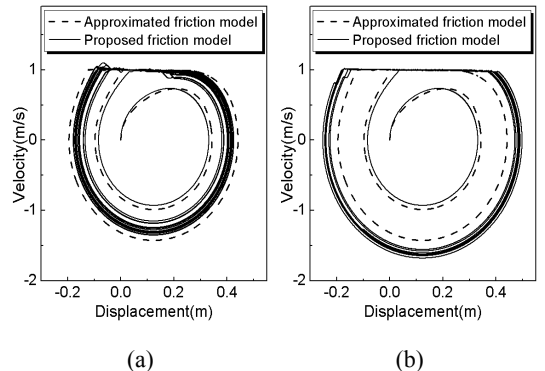


Fig. 4 Simulation results using friction model (a) without damping and (b) with damping

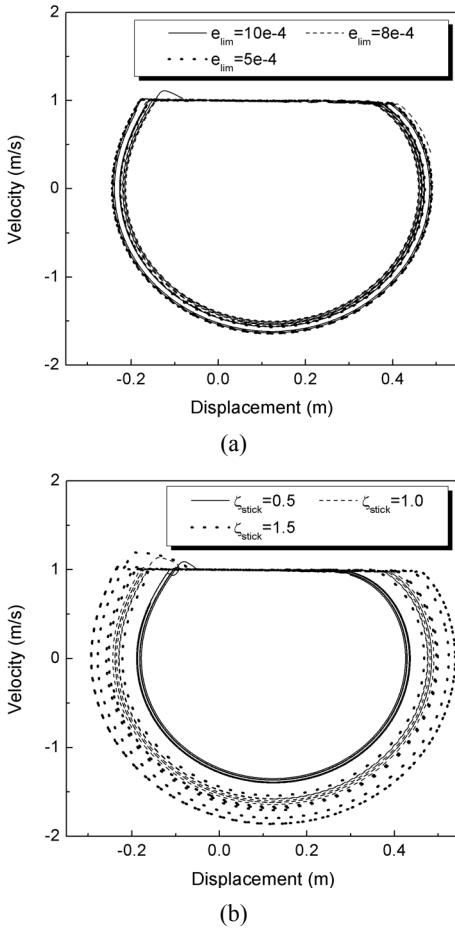


Fig. 5 Simulation results for each parameter

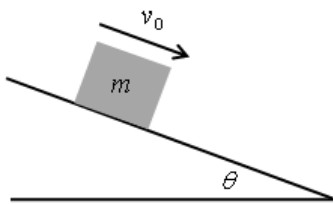


Fig. 6 A mass on inclined surface

### 3.2 경사면에 놓인 물체

Fig. 6은 경사각  $\theta$ 를 갖는 경사면에 질량  $m$ 인 물체가 놓인 시스템이다.  $m=10\text{ kg}$ ,  $\theta=10^\circ$ 가 해석에 사용되었고 초기속도  $v_0$ 는  $0.0\text{ m/s}$ ,  $0.5\text{ m/s}$ 의 두 가지 경우가 사용되었다. 해석에 사용된 마찰모델은 근사화된 마찰모델과 제안된 마찰모델로써 각각의 마찰모델 파라미터는 앞의 마찰진동자 예제에서

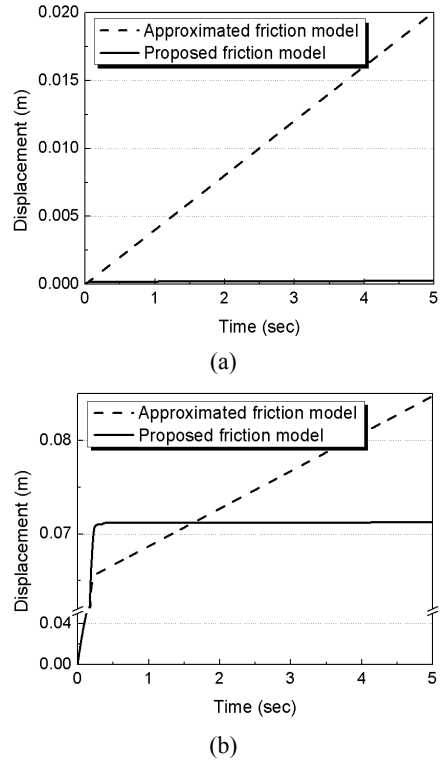


Fig. 7 Simulation results for (a)  $v_0=0\text{ (m/s)}$  and (b)  $v_0=0.5\text{ (m/s)}$

사용된 것과 같은 Table 2의 값을 사용하였다. 해석에 사용된 정마찰계수와 동마찰계수 모두  $\tan\theta$ 보다 크기 때문에 물체는 최종적으로 항상 점착 상태가 되어야 한다. Fig. 7은  $v_0=0.0\text{ m/s}$  그리고  $v_0=0.5\text{ m/s}$  두 가지 경우에 대한 해석 결과이다. 두 경우 모두 근사화된 쿨롱 마찰모델을 이용한 경우 일정한 속도로 미끄러지고 있는 것을 알 수 있다. 하지만 제안된 마찰모델을 이용한 경우 점착이 구현된 것을 확인할 수 있다. 하지만 제안된 마찰모델은 해결해야 할 문제점이 있는데, 그 문제점은 Fig. 6과 같이 점착이 계속 유지되고 있는 시스템을 해석하는 경우 발생한다. 마찰진동자의 경우 점착이 발생하는 시간이 짧기 때문에 문제가 없지만 Fig. 6과 같이 점착 상태가 계속 유지되는 경우, 점착 상태에서  $k_{stick}$ 에 의해 Fig. 8과 같은 고주파 진동현상이 발생하여 해석 시간이 오래 걸리는 문제점이 있다. 이는  $k_{stick}$ 이 굉장히 큰 값을 가지기 때문에 발생하는 현상으로써 향후 문제점 해결을 위한 연구가 수행되어야 한다.

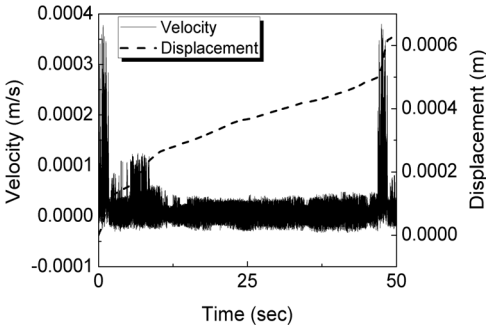


Fig. 8 Vibration at stick state

#### 4. 제안된 마찰모델의 정확성 검증

제안된 마찰모델의 정확성을 검증하기 위하여 참고문헌 (6)에 있는 실험결과를 제안된 모델을 이용한 해석결과와 비교하였다. 참고문헌 (6)에서 사용된 실험장치는 Fig. 9와 같다. Fig. 9의 실험 장치는 Fig. 3의 마찰진동자를 실험 장치로 꾸민 것 이다. Fig. 9의 실험 장치에 설치된 회전펜듈럼이 마찰진동자의 질량의 역할을 하고 이 회전펜듈럼은 두 개의 공기베어링으로 지지되어있다. 회전펜듈럼 맞은편에는 회전하는 디스크가 있으며 이것이 마찰진동자의 벨트 역할을 한다. 회전펜듈럼에는 원통형 마찰체가 고정되어 있으며 이것이 회전하는 디스크가 접촉하여 발생하는 마찰력을 회전펜듈럼에 전달한다. 회전펜듈럼의 끝에는 스프링이 연결되어 있다. 참고문헌 (6)에서 수행된 실험 중 외부 가진이 없는 경우, 외부 가진이 있는 경우 두 개의 가진 주파수에 대한 실험결과와 해석결과를 비교하였다. 각각의 경우마다 참고문헌 (6)에서는 실험 장치에 대응되는 마찰진동자의 제원을 환산하여 제공하고 있어서 환산된 제원을 이용하여 해석을 수행하고 결과를 비교하였다. 해석에 사용된 마찰모델은 근사화된 쿨롱 마찰모델과 제안된 마찰모델로써 해석을 수행한 세 경우 모두 동일한 파라미터를 이용하였다. 근사화된 쿨롱마찰모델 파라미터는  $v_s=0.1(\text{mm/s})$ 를 사용하였고  $v_d$ 는 튜닝을 통하여 실험결과와 가장 근접한 값을 도출하였다. 그리고 제안된 마찰모델의 파라미터는  $v_s=0.1 \text{ mm/s}$ ,  $e_{lim}=5(\mu\text{m})$ ,  $\zeta_{stick}=1.0$ 이 사용되었고  $a$ 는 튜닝을 통하여 구한 값인  $a=10^{25}$ 이 사용되었다.

Table 3 Equivalent properties of friction oscillator (without external excitation)

Parameter	Value	Parameter	Value
$m$ (kg)	6.08	$k$ (N/m)	3956
$c$ (Ns/m)	0.768	$N$ (N)	13.0
$u_0$ (mm)	0.0	$\Omega$ (rad/s)	0.0
$\mu_s$	0.8	$\mu_k$	0.46
$v_b$ (mm/s)	5	-	-

Table 4 Equivalent properties of friction oscillator (with external excitation)

Parameter	Value	Parameter	Value
$m$ (kg)	5.632	$k$ (N/m)	5610
$c$ (Ns/m)	0.768	$N$ (N)	14.0
$u_0$ (mm)	0.5	$\Omega$ (rad/s)	13.8, 18.7
$\mu_s$	0.8	$\mu_k$	0.55
$v_b$ (mm/s)	1.0	-	-

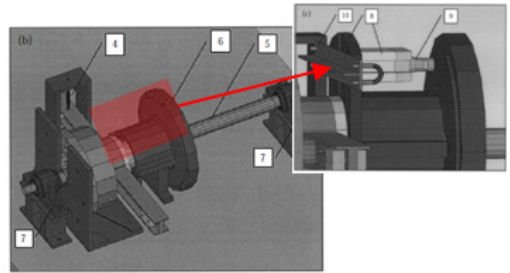
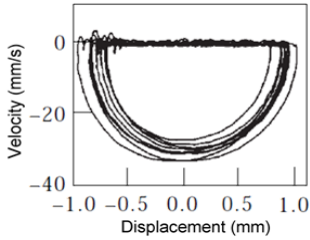


Fig. 9 Experimental set of friction oscillator

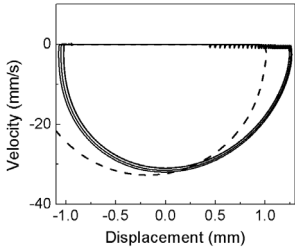
첫 번째 경우로 외부 가진이 존재하지 않고 벨트만 움직이는 경우이다. 실험장치로부터 환산된 마찰진동자의 제원은 Table 3과 같다.

Fig. 10은 실험결과와 근사화된 쿨롱 마찰모델을 이용한 그리고 제안된 마찰모델을 이용한 해석결과를 각각 나타낸 것이다. Fig. 10을 보면 제안된 마찰모델을 이용했을 경우 실험결과와 거의 비슷함을 알 수 있다. 그리고 근사화된 마찰모델을 이용했을 경우  $v_d=10 \text{ mm/s}$ 일 때 실험결과와 가장 비슷한 결과를 주는 것을 확인하였다.

두 번째, 세 번째 경우는 외부 가진이 존재하면서 벨트도 역시 움직이는 경우이다. 외부 가진이 존재하는 경우 실험장치로부터 환산된 마찰진동자의 제원은 두 경우 모두 Table 4와 같고 가진주파수만

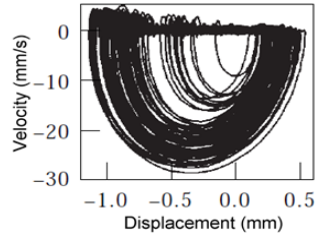


(a)

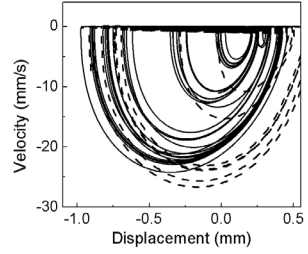


(b)

**Fig. 10** (a) Experimental result and (b) simulation results (approximated: dashed, proposed: solid) without external excitation ( $\Omega=0.0$  rad/s)

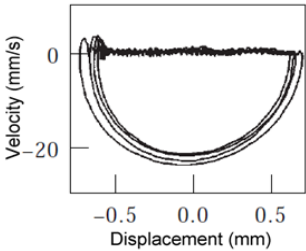


(a)

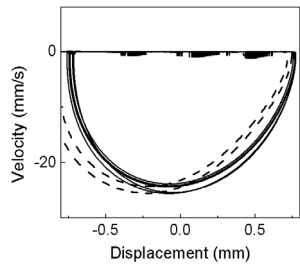


(b)

**Fig. 12** (a) Experimental result and (b) simulation results (approximated: dashed, proposed: solid) with external excitation ( $\Omega=18.8$  rad/s)



(a)



(b)

**Fig. 11** (a) Experimental result and (b) simulation results (approximated: dashed, proposed: solid) with external excitation ( $\Omega=13.8$  rad/s)

각각 13.8 rad/s, 18.7 rad/s로 다르게 수행되었다.

Fig. 11과 Fig. 12는 각각의 가진주파수에 대한

실험 및 해석결과이다. Fig. 11과 Fig. 12를 보면 제안된 마찰모델을 이용했을 경우 첫 번째 경우와 같이 실험결과와 거의 비슷함을 알 수 있다. 그리고 근사화된 쿨롱 마찰모델을 이용했을 때, 가진주파수  $\Omega=13.8$  rad/s인 경우  $v_d=25$  mm/s일 때, 가진주파수  $\Omega=18.7$  rad/s인 경우  $v_d=15$  mm/s일 때 각각 실험결과와 가장 비슷한 결과를 주는 것을 확인하였다. Figs. 10~12에서 알 수 있듯이 제안된 마찰모델의 경우 동일한 마찰모델 파라미터를 이용하여도 세 경우의 실험결과와 모두 비슷한 결과를 얻을 수 있었지만 근사화된 마찰 모델의 경우 각각의 경우마다 실험결과와 비슷한 결과를 얻기 위해서 사용된  $v_d$ 값이 모두 달랐다. 이것은 제안된 마찰모델이 점착을 구현할 수 있을 뿐만 아니라 마찰 현상을 보다 더 정확하고 일반적으로 표현할 수 있다는 것을 뜻한다.

## 5. 결 론

이 논문에서는 점착을 구현하기 위한 마찰 모델을 제안하였다. 제안된 마찰모델의 점착상태 마찰모델은 mass-spring-damper 시스템으로 모델링되었고

미끄러지는 영역의 마찰모델은 지수함수의 형태로 모델링되었다. 수치 예제를 통하여 제안된 마찰 모델이 접촉을 구현할 수 있음을 확인하였다. 제안된 마찰모델의 주요 파라미터로는 탄성변형한계와 감쇠비가 있으며 탄성변형한계의 경우 결과에 미치는 영향이 미미하기 때문에 적절한 값을 사용하면 되지만 너무 작은 값을 사용하게 되면 적분시간이 길어지고 해석이 불안정해질 수 있다. 접촉 감쇠비의 경우 결과에 미치는 영향이 크기 때문에 적절한 감쇠비를 결정해야 하는 문제점이 있지만 일반적인 경우 임계감쇠비( $\zeta_{stick}=1$ )를 사용하는 것이 좋음을 경험적으로 알 수 있었다. 제안된 마찰모델의 정확성을 실험결과와 비교하여 검증하였고 상용 동역학 해석 코드에서 사용되는 근사화된 쿨롱 마찰모델에 비해 제안된 마찰모델이 정확하면서 보다 일반적으로 마찰현상을 표현할 수 있음을 확인하였다.

## 후 기

이 논문은 2012년도 2단계 두뇌한국21사업에 의하여 지원되었음. 이 연구는 2011년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지기술평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다(No. 2011T100200116).

## 참 고 문 헌

(1) Coulomb, C. A., 1785, Theorie des Machines Simples, en Ayant Egard au Frottement de Leurs Parties et a la Roideur Dews Cordages, Mem. Math Phys. X, pp. 161~342.

(2) Bowden, F. P. and Tabor, D., 1964, The Friction and Lubrication of Solids, Oxford University Press.

(3) Ibrahim, R. A., 1994, Friction-induced Vibration, Chatter, Squeal, and Chaos Part II: Dynamics and Modelling, Applied Mechanics Reviews, Vol. 47, pp. 227~253.

(4) Popp, K. and Stelter, P., 1990, Stick-slip Vibrations and Chaos, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. A(332), pp. 89~105.

(5) Capone, G., D'Agostino, V., Valle, S. D. and Guida, D., 1992, Stick-slip Instability Analysis, Meccanica, Vol. 27, pp. 111~118.

(6) Hinrichs, N., Oestreich, M. and Popp, K., 1998, On the Modelling of Friction Oscillators, J. Sound Vibration, Vol. 216, No. 3, pp. 435~459.

(7) Song, P., Krauss, P., Kumar, V. and Dupont, P., 2001, Analysis of Rigid-body Dynamic Models for Simulation of Systems with Frictional Contacts, J. Appl. Mech., Vol. 68, pp. 118~128.

(8) DADS Manual(version 9.6), 2000.

(9) ADAMS/View Manual(version 2003), 2003.

(10) RecurDyn Manual(version 6.2), 2005.

(11) Lee, H. C., Choi, J. H. and Shabana, A. A., 1998, Spatial Dynamics of Multibody Tracked Vehicles: Contact Forces and Simulation Results, International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility, Vehicle System Dynamics, Vol. 29, pp. 113~137.