

위치제어계에서 응답특성 개선을 위한 PI-PD제어기의 설계

김종혁*

(Manuscript received: Jan, 25, 2012 / Revised: Apr, 13, 2012 / Accepted: May, 31, 2012)

Design of PI-PD Controllers to Improve a Response Characteristic in Position Control System

Jong-Hyeok Kim*

Abstract

In many control fields high position performance is essentially required in reducing the over-shoot phenomena which is produced by improving the quick response in starting and in minimizing the variation of the response characteristic on disturbance and load variation In this paper, the design method for a position control is suggested for constructing the PI-PD controllers by using an internal PD feedback loop in PI and PD control system. Applying this method to the position control system used a DC servo motor as a driver, the transfer PI and PD controllers are designed simultaneously and the coefficients of these controllers are determined by using the transfer function of a plant and a proportional coefficient from mathematical technique. From the result of computer simulation in PI-PD control system by applying this control technique, we can verify the usefulness of this method in rejecting of over-shoot of starting, compensating of response variation on the load variation, and shorting the settling time.

Key Words : DC servo motor(DC 서보 전동기), PID controller(PID 제어기), PI-PD controllers(PI-PD 제어기), Load variation(부하 변동), Disturbance(외란)

1. 서론

반도체 및 디스플레이 산업의 발전에 따라 초정밀 위치결정 기구의 필요성이 증대되며⁽¹⁾, 일반적으로 대부분의 제어계는 계 내부의 제어대상 및 반도체 소자들의 비선형 특성 때문에 종래의 선형제어 이론으로 만족할 만한 제어특성과 제어계의 정확한 수학적인 모델의 선정이 어렵다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 제어 파라미터가 적으면서 기동 시 속응성을 개선하고, 외란이나 부하변동에 의한 계 응답특성 변화의 보상이나, 비선형 시스템에 적용할 수 있는 많은 제어기법들 즉 2자유도 제어기

법⁽¹⁾, I-PD제어기법⁽²⁾, 슬라이딩 제어법⁽³⁾, 적응모델 추종기법⁽⁴⁾, 입력기술험수법⁽⁵⁾ 등이 연구 되고 있다. 이러한 제어기법의 발전에도 불구하고 실제의 산업현장에서는 구조가 간단하며, 제어 성능이 우수하고, 파라미터 조정이 비교적 쉬운 PID(Proportional -Integral -Derivative)제어기가 광범위하게 사용되고 있다⁽⁶⁻⁸⁾ 그러나 최근에는 PID변형방법인 PI-PD, I-PD, PI+D 등의 여러 제어기법들은 적당한 과도응답을 통해 필요한 정보를 알아내는 것으로 상황에 따라서는 이러한 과도응답이 문제 시 될 수 있다⁽⁹⁻¹⁰⁾, 이 PID제어기를 이용한 PID제어계에서 계의 출력이 목표치를 추종하도록 PID제어기의 계수들을 설정하면 외란제어

* 한국폴리텍대학 구미캠퍼스 전기과 (kimjh2@kopo.ac.kr)
주소: 730-030 경상북도 구미시 공단동 112번지

시 난조가 발생하게 되고, 외란에 강인하도록 계수들을 설정하면 목표치 추종 시 계 응답특성에 과도응답이 발생하게 된다⁽¹⁾. 그러므로 기동 시 속응성을 개선으로 발생하는 과도응답을 억제하고, 외란 인가나 부하변동 시 계 응답특성의 변화를 최소화할 제어기가 요구되어 진다.

본 논문에서는 PI제어기로 제어되는 위치 제어계에서 기동 시 과도응답 현상을 억제하고 외란이나 부하변동에 의한 계 응답변동을 최소화하기 위해 내부 PD 궤환 루프를 이용하여, PI-PD 제어기 설계법을 제안하였다. 이 설계법을 직류 서보 전동기를 구동원으로 하는 위치제어계에 적용하여 PI 및 PD제어기를 동시에 설계할 수 있게 하였으며, 제어기의 계수들이 제어대상의 전달함수 및 비례계수에 의해 결정되도록 수학적으로 해석하였다. 그리고 이 제어기법을 적용한 PI-PD제어계를 시뮬레이션하여 계단입력 시 및 부하변동 시 계 응답특성을 고찰하여 제안한 제어기의 유효성을 고찰하였다.

2. 안정한 PI-PD제어기의 설계

2.1 PI-PD제어기를 갖는 제어계의 해석

PI제어기 $C_{PI}(s)$ 에 의해서 제어대상을 제어하는 PI제어계 기동시 속응성 과 부하변동시 계 응답특성변동의 개선시킴기 위해 내부 궤환 루프 $C_{PD}(s)$ (PD제어기)를 이용하여 구성한 PI-PD제어계의 구성도가 Fig. 1이다.

Fig. 1에서 $Y_{ref}(s)$ 는 기준입력(위치), $Y(s)$ 는 제어기의 출력위치 그리고 $G(s)$ 는 제어대상의 전달함수이다.

이 Fig. 1에서 계의 전달함수 $G_C(s)$ 다음과 같다.

$$G_C(s) = \frac{Y(s)}{Y_{ref}(s)} = \frac{C_{PI}(s) G(s)}{1 + \{C_{PI}(s) + C_{PD}(s)\} G(s)} \quad (1)$$

식 (1)에서 $C_{PI}(s)$ 는 비례-적분제어기로 그 전달함수는

$$C_{PI}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} \quad (2)$$

이고, $C_{PD}(s)$ 는 비례-미분제어기로 전달함수는 다음과 같다.

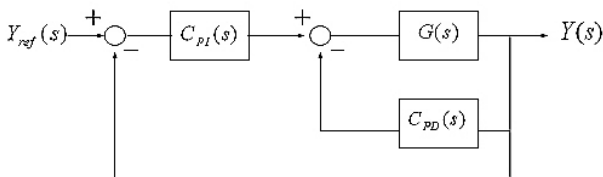


Fig. 1 a SISO control system with PI-PD Controllers

$$C_{PD}(s) = k_o + k_d s \quad (3)$$

식 (2)와 식 (3)에서 k_p 및 k_i 비례-적분(PI)제어기의 비례 및 적분계수 그리고 k_o 및 k_d 는 비례-미분(PD)제어기의 비례 및 미분계수이다. 그리고 Fig. 1의 제어계는 직류 서보 전동기를 구동원으로 위치제어계로 직류 서보 전동기의 전기자전압에서 각 위치까지 전달함수 즉 제어대상의 전달함수 $G(s)$ 는

$$G(s) = \frac{k_m}{s(s + T_0)} \quad (4)$$

이다. 식 (2), 식 (3) 그리고 식 (4)을 식 (1)에 대입하여 정리하면 식 (1)은 다음과 같다.

$$G_C(s) = k_m \frac{k_p s + k_i}{s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0} \quad (5)$$

식 (5)에서 특성방정식의 계수는 다음과 같다.

$$d_0 = k_m k_i, \quad d_1 = k_m (k_p + k_o), \quad d_2 = T_0 + k_m k_d \quad (6)$$

식 (6)에 정규화변수

$$s_i = d_0^{-1/3} s \quad (7)$$

을 대입하여 정리하면

$$G_C(s) = \frac{k_m k_p}{d_o^{2/3}} \frac{s_i + a}{s_i^3 + \beta_1 s_i^2 + \beta_2 s_i + 1} \quad (8)$$

이다. 식 (8)의 계수 a , β_1 그리고 β_2 는

$$a = (k_i/k_p) d_o^{-1/3}, \quad \beta_1 = d_2 d_o^{-1/3}, \quad \beta_2 = d_1 d_o^{-2/3} \quad (9)$$

이다. 식 (8)에서

$$a = 1, \quad \beta_1 = \beta_2 = \beta \quad (10)$$

로 설정하면 식 (8)은

$$G_C(s) = \frac{k_m k_p}{d_o^{2/3}} \frac{1}{s_i^2 + (\beta - 1) s_i + 1} \quad (11)$$

로 된다. 식 (11)의 특성방정식이 서로 다른 실근을 갖기 위한

조건은

$$(\beta-3)(\beta+1) > 0 \tag{12}$$

이다. 식 (12)에서 모든 계수가 “+” 로 되기 위해서

$$\beta > 3 \tag{13}$$

의 조건을 만족하여야 한다. 그러므로 식 (11)의 특정방정식 근 γ_1 과 γ_2 는

$$\gamma_{1,2} = \frac{1}{2} \{ -(\beta-1) \pm \sqrt{(\beta-1)^2 - 4} \} \tag{14}$$

이므로 식 (11)은 다음과 같이 된다.

$$G_C(s) = \frac{k_m k_p}{d_o^{2/3}} \frac{1}{(s_i + \gamma_1)(s_i + \gamma_2)} \tag{15}$$

식 (15)에 식 (7)을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$G_C(s) = \frac{k_m k_p}{(s + \alpha_1)(s + \alpha_2)} \tag{16}$$

식 (16)에서 α_1 과 α_2 는 다음과 같다.

$$\alpha_1 = d_o^{1/3} \gamma_1, \quad \alpha_2 = d_o^{1/3} \gamma_2 \tag{17}$$

식 (17)에서 전달함수의 극값 α_1 과 α_2 의 관계가

$$|\alpha_2| \gg |\alpha_1| \tag{18}$$

성립할 때 식 (16)은 다음과 같이 간단한 1차계가 된다.

$$G_C(s) = \frac{k_m k_p}{\alpha_2 (s + \alpha_1)} \tag{19}$$

그리고 식 (19)에서 시정수 $1/\alpha_1$ 이 된다.

2.2 PI-PD제어기의 계수 유도

Fig. 2의 제어계에서 사용한 PI-PD제어기의 계수를 설정하기 위하여 식 (13)을 만족하는 β 를

$$\beta = 4 \tag{20}$$

로 하였으며, 그리고 제어대상의 전달함수는

$$G(s) = \frac{526.6}{s(s+43.25)} \tag{21}$$

이다⁽³⁾. 식 (21)에서 k_m 및 T_0 는

$$k_m = 526.6, \quad T_0 = 43.26 \tag{22}$$

이다. 식 (6), 식 (10), 식 (18) 그리고 식 (20)에서 k_i , k_0 및 k_v 는 다음과 같다.

$$k_i = k_p (k_m k_p)^{1/2} \tag{23}$$

$$k_0 = 3k_p \tag{24}$$

$$k_d = \{4(k_m k_i)^{1/3} - T_0\} / k_m \tag{25}$$

k_p 의 값을 설정하면 식 (23), 식 (24) 그리고 식 (25)에서 k_i ,

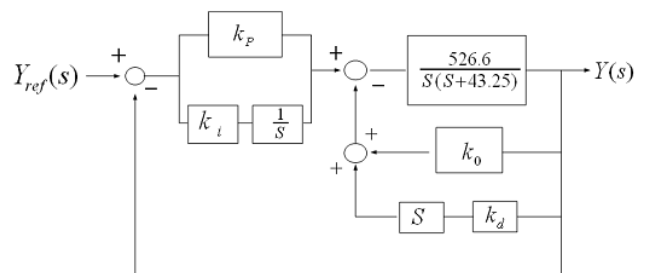


Fig. 2 PI-PD Control system

Table 1 Coefficients of controller

PI controller		PD controller	
k_p	k_i	k_0	k_d
2	64.9061	6	0.1644
4	183.5821	12	0.2665
6	337.2619	18	0.3448
8	519.2487	24	0.4109
10	725.7621	30	0.4691

Table 2 Values of pole

k_p	α_1	α_2	α_2/α_1
2	-12.3322	-85.0270	6.895
4	-17.4403	-120.2463	
6	-21.3599	-147.2710	
8	-24.6643	-170.0539	
10	-27.5755	-190.1261	

k_0 및 k_d 를 구할 수 있다. k_p 값을 2에서 10까지 2씩 증가 시켜 계산한 결과를 Table 1에 보였다.

그리고 $\beta=4$ 일 때 k_p 를 Table 1과 같이 변화 시켰을 때 계 전달함수 식 (16)의 극값 α_1 및 α_2 를 식 (14)와 식 (17)에 의해 계산한 결과를 Table 2에 보였다.

Table 2에서 α_2 의 값이 α_1 보다 5배 이상 크므로 계의 전달함수를 1차계로 근사화 할 수 있다.

3. 시뮬레이션 및 검토

제한한 제어기의 성능을 검증하기 위해서 사용한 직류 서보전동기의 전기자 전압에서 각 위치까지 전달함수 식 (21)을 이용하여 시뮬레이션에 이용한 PI-PD제어계가 Fig. 2이다. Fig. 2의 제어계에서

$$k_0 = 0, k_d = 0 \tag{26}$$

이면 일반적인 PI제어계가 된다.

Fig. 2의 제어계를 MATLAB의 Simulink로 시뮬레이션 하여 계의 응답특성을 검증하였다.

3.1 기동시 계의 응답특성

계단입력을 PI 및 PI-PD제어계에 인가하였을 때 계 응답 특성을 고찰하기로 한다. Fig. 3은 크기가 1인 계단입력을 인가하였을 때 Table 1의 $k_p = 2$ 값을 이용하여 시뮬레이션한 결과로 파선이 PI 그리고 실선이 PI-PD제어계의 계 응답특성이다. Fig. 3에서 파선인 PI제어계의 계 응답특성에 과도응답이 크게 발생하여 상승시간은 단축되었지만 정상상태에 도달하는 시간

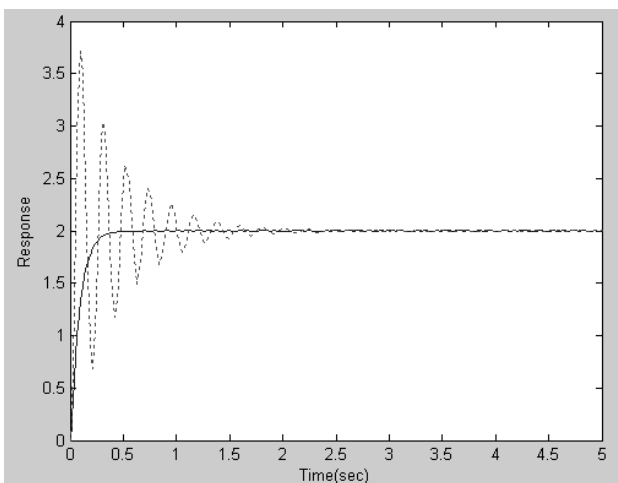
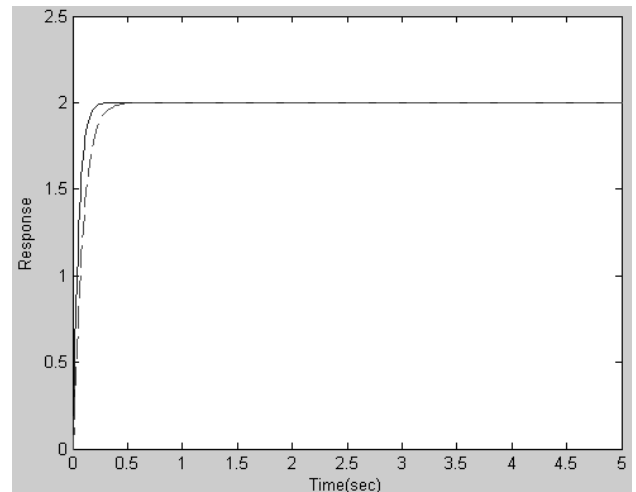


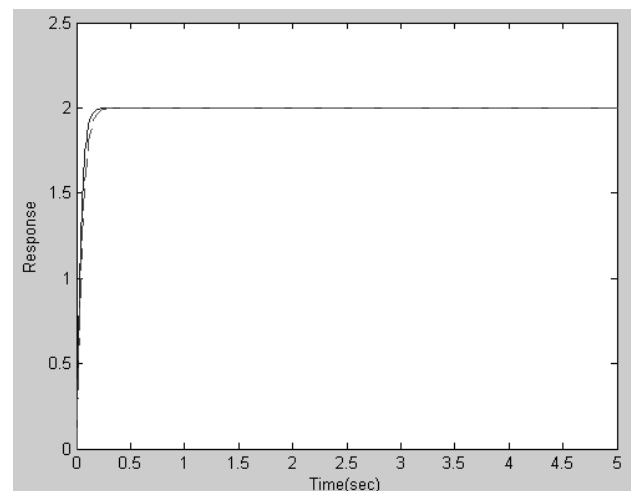
Fig. 3 Response characteristics of control system on step input (Dashed line:: PI, Solide line:: PI-PD)

이 길며, 실선인 PI-PD제어계의 계 응답특성에서는 과도응답을 완전히 제거하여 정상상태에 도달하는 시간이 크게 단축된 것을 알 수 있다.

이 Fig. 3의 PI-PD제어계의 계 응답특성에서 상승시간 및 정상상태에 도달하는 시간을 단축시키기 위해 PI-PD제어계에 비례계수 k_p 를 변화시킨 계 응답특성이 Fig. 4이다. Fig. 4(a)에서 실선이 $k_p=6$ 일 때 그리고 파선은 $k_p=2$ 일 대의 계 응답특성으로 비례계수 값이 큰 실선의 계 응답특성이 비례계수 값이 작은 파선의 계 응답특성에 비해 상승시간이 단축되고, 정상상태에 도달하는 시간이 단축된 것을 알 수 있다. 이것은 Table 2에서 k_p 가 클수록 절대치 α_1 이 증가하므로 시정수가 감소하게 된 것이다. 그리고 Fig. 4의 (b)는 k_p 를 10으로 증가시킨 계의 응답특성으로 실선이 $k_p=10$ 그리고 파선이 $k_p=6$ 일 때 계 응답특성



(a) $k_p=2$ and $k_p=6$ (Dashed line:: $k_p=2$, Solide line: $k_p=6$)



(b) $k_p=6$ and $k_p=10$ (Dashed line: $k_p=6$ Solide line; $k_p=10$)

Fig. 4 Response characteristics of PI-PD control system by varying proportional coefficients

으로 역시 k_p 가 큰 실선인 계 응답특성의 상승시간이 단축되어 정상상태에 도달하는 시간이 단축된 것을 알 수 있다. 그러므로 설계한 PI-PD제어계는 PI제어계의 계의 응답특성에 발생하는 과도응답을 억제하고, 정상상태에 도달하는 시간은 비례계수가 클수록 즉 시정수가 적을수록 단축되었다.

3.2. 계단입력 변화 시 계의 응답특성

계의 입력이 변할 때 계의 응답특성을 고찰하기 위해 크기 1 주기가 4인 펄스를 인가하였다. Fig. 5는 $k_p=2$ 일 때 Table 1의 값을 이용한 PI제어계의 계 응답특성으로 파선이 PI제어계의 계 응답특성이고, 실선이 인가한 입력이다. 이 Fig. 5에서 입력이 변할 때 마다 PI제어계의 계 응답특성은 과도응답이 크게 발생하여 상승시간은 단축되었지만 정상상태에 도달하는 시간이 아주 느린 것을 알 수 있다. 입력의 변화 시 PI제어계의 계 응답 특성을 개선하기 위해 사용한 PI-PD제어계의 계 응답 특성이 Fig. 6이다.

Fig. 6의 (a)는 비례계수 $k_p=2$ 일 때 PI-PD제어계의 계 응답 특성으로 파선이 계 응답특성 그리고 실선이 입력이다. 이 Fig. 6의 (a)에서 PI제어계의 계 응답특성에서 입력이 변화할 때마다 발생하는 과도응답을 완전히 제거하여 정상상태에 도달하는 시간이 단축된 것을 알 수 있다. 그러나 비례계수 k_p 값이 적어 정상상태에 도달하는 시간이 다소 지연되는 것을 알 수 있다. 정상상태에 도달하는 시간을 단축시키기 위해 비례계수 k_p 를 변화시킨 계 응답특성이 Fig. 6의 (b)이다. 이 Fig. 6의(b)는 $k_p=10$ 일 때 PI-PD제어계의 계 응답특성으로 Fig. 6 (a)의 계 응답특성에 비해 정상상태에 도달하는 시간이 크게 개선된 것을 알 수 있다. 그러므로 입력 변화 시에도 PI-PD제어계의 계 응답특성은 비례계수 k_p 가 클수록 즉 시정수가 적을수록 정상상태에 도달하는 시간이 단축되는 것을 알 수 있다.

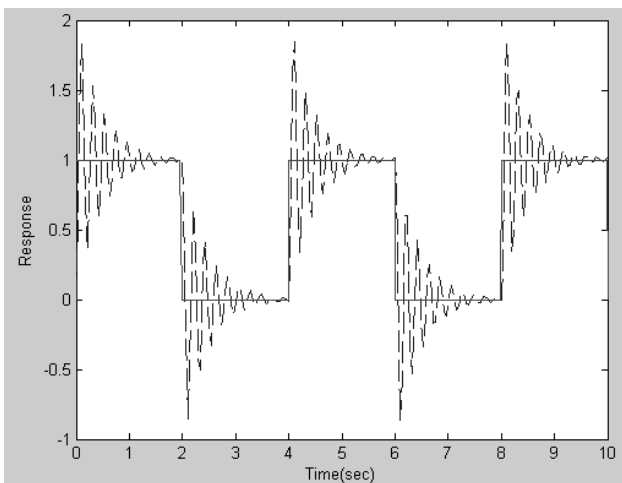
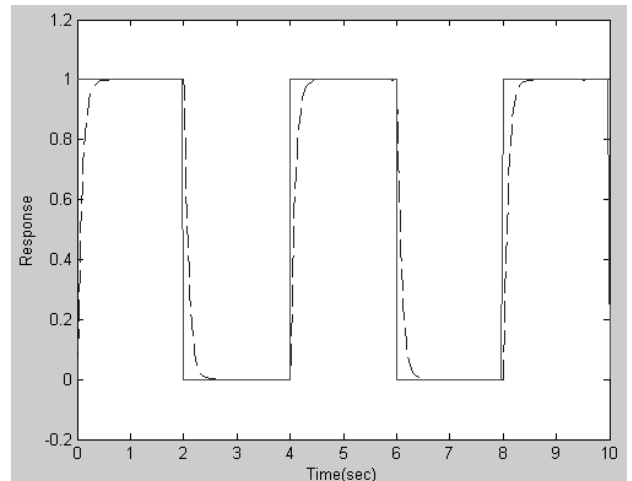


Fig. 5 Response characteristics of PI control system by varying step input (Dashed line: PI, Solide line; Input

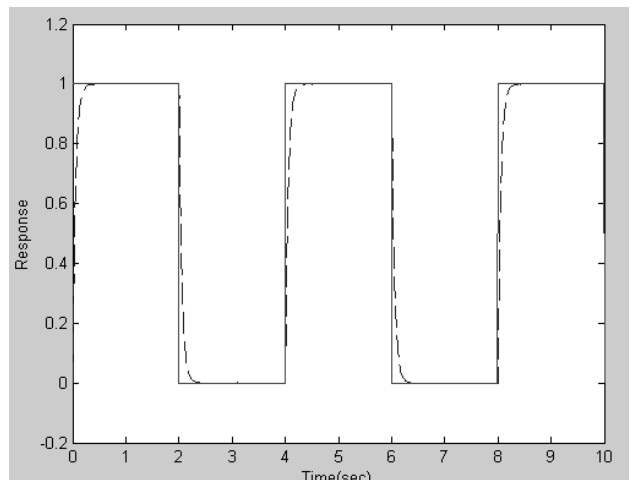
3.3 부하 변동시 계의 응답특성

계단입력의 크기가 2인 계의 정상상태응답에 크기 7인 계단상의 부하를 시간 3(sec)에 “-”로 그리고 시간 6(sec)에 “+”로 인가한 계 응답특성이 Fig. 7이다.

Fig. 7의 (a)에서 파선이 PI, 실선이 $k_p=2$ 일 때 PI-PD제어계의 계 응답특성이다. 이 그림(a)에서 부하가 변동하는 순간 파선인 PI제어계, 응답특성의 변동 폭이 커 정상상태에 도달하는 시간이 길지만 실선인 PI-PD 제어계의 계 응답특성은 부하변동 시 변동 폭이 적어 빠르게 정상상태에 도달하는 것을 알 수 있다. 정상상태에 도달하는 시간을 더 단축시키기 위해 $k_p=6$ 일 때 계 응답특성을 $k_p=2$ 일 때의 계 응답특성과 비교한 것이 Fig. 7의 (b)이다. 이 Fig. 7의(b)에서 파선이 $k_p=2$ 그리고 실선이 $k_p=6$ 일 때의 계 응답이다. k_p 가 큰 계의 응답이 부하변동 시에도 계 응답의 변동 폭이 적어 빠르게 정상상태에 도달하는 것을 알

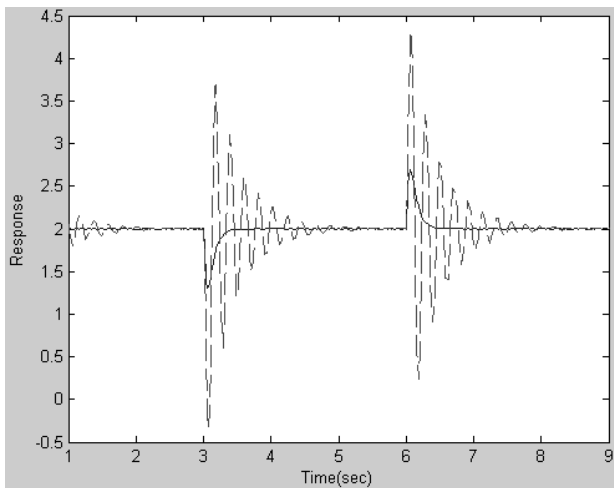


(a) $k_p=2$ (Dashed line: PI-PD, Solide line:: Input)

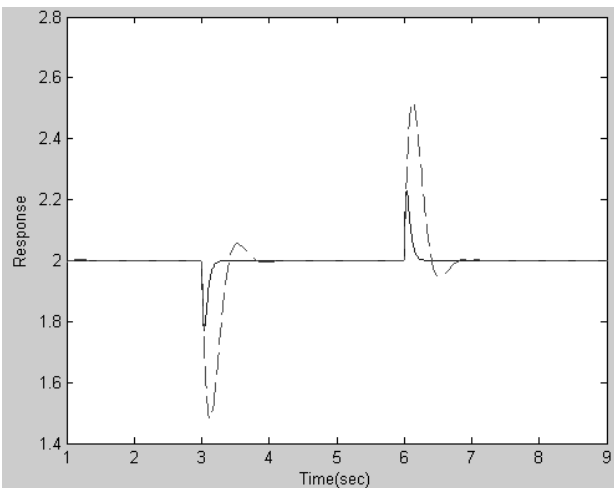


(b) $k_p=10$ Dashed line: (Dashed line: PI-PD, Solide line: Input)

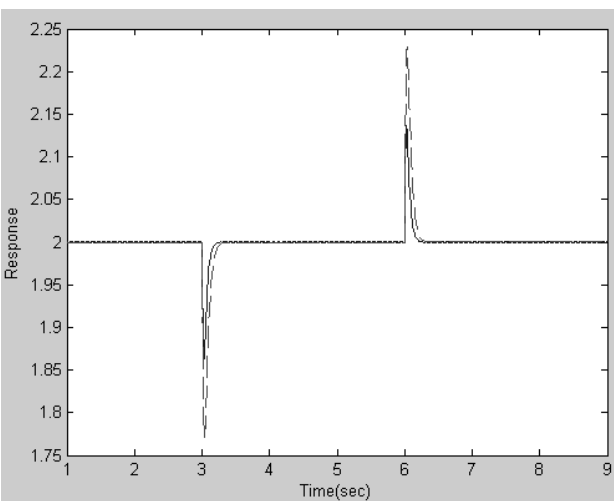
Fig. 6 Response characteristics of PI-PD control system by varying step input



(a) Dashed line:: PI, Solide line: PI-PD ($k_p=2$)



(b) Dashed line: $k_p=2$, Solide line; $k_p=6$



(c) Solide line; $k_p=10$, Dashed line:: $k_p=6$ (y-axis: 1.75 -2.25)

Fig. 7 Response characteristics of control system by load variation

수 있다. Fig. 7의 (c)는 $k_p=6$ 과 $k_p=10$ 일 때의 계 응답특성을 비교한 것으로 실선이 $k_p=10$ 그리고 파선이 $k_p=6$ 일 때의 계 응답특성이다. 이 Fig. 7의 (c)는 계 응답특성을 확대하기 위해 y축을 1.75에서 2.25로 축소시켜 보였다. 이 Fig. 7의 (c)에서도 k_p 가 큰 실선의 계 응답특성이 부하변동 시 계 응답특성의 변동 폭이 적어 빠르게 정상상태에 도달하는 것을 알 수 있다.

그러므로 부하 변동 시 부하가 변동하는 순간에 PI제어계의 계 응답특성은 변동 폭이 커 정상상태에 도달하는 시간이 늦지만, PI-PD제어계의 계 응답에서는 부하가 변동하는 순간에도 계 응답특성의 변동 폭이 비례계수가 클수록 즉 시정수가 적을수록 적어 빠르게 정상상태에 도달하는 것을 알 수 있었다.

4. 결론

본 논문에서는 PI제어기로 제어되는 위치 제어계에서 기동 시 과도응답 현상을 억제하고 외란이나 부하변동에 의한 계 응답특성의 변동을 최소화하기 위해 내부 PD궤환 루프를 이용하여 PI-PD제어기 설계법을 제안 하였다. 이 설계법을 직류 서보 전동기를 구동원으로 하는 위치제어계에 적용하여 PI 및 PD제어기를 동시에 설계할 수 있게 하였으며, 제어기의 계수들이 제어대상의 전달함수 및 비례계수에 의해 결정되도록 수학적으로 해석하였다. 그리고 이 제어기법을 적용한 PI-PD제어계를 시뮬레이션하여 계단입력 시 및 부하변동 시 계 응답특성을 고찰 하여 다음의 결론을 얻었다.

- (1) 기동 시 PI제어계의 계 응답특성에 과도응답이 발생하여 정상상태에 도달하는 시간이 길고, PI-PD제어계에서는 PI 제어계의 과도응답을 억제하여 계 응답의 상승시간 및 정상상태에 도달하는 시간이 시정수가 적을수록 크게 개선되었다.
- (2) 계단입력 변화 시 PI제어계의 계 응답 특성은 입력이 변화하는 순간에 과도응답이 발생하여 정상상태에 도달하는 시간이 지연되었고, PI-PD제어계에서는 입력이 변화하는 순간에도 과도응답 발생 없이 시정수가 적을수록 상승시간 및 정상상태에 도달하는 시간이 크게 개선되었다.
- (3) 부하 변동 시 PI제어계 경우 부하가 변동하는 순간에 계 응답 특성의 변동 폭이 커 정상상태에 도달하는 시간이 길고, PI-PD제어계에서는 부하가 변동하는 순간의 계 응답 특성의 변동 폭이 시정수가 적을수록 점점 적어져 정상상태에 도달하는 시간도 점점 단축되었다.

이상의 결론에서 제안한 PI-PD제어계는 유사한 제어분야에 많이 응용 가능할 것으로 사료된다.

References

- (1) Ha, H. G., and Lee, C. H., 2007, "Implementation of the Two-degree-of-freedom PID Position Controller for Linear Motor Drive with Easy Gain Adjustment," *Journal of the Institute of Signal Processing and Systems*, Vol. 8, No. 2, pp. 124~129.
- (2) Kim, S. D., 2009, "Design of the PD Controller in the I-PD Control System for Position Control," *Journal of the Institute of Signal Processing and Systems*, Vol. 10, No. 4, pp. 262~266.
- (3) Kim, S. G., Park, G. W., and Koh, T. E., 2001, "Construction of I-PD Neuro Control System using Sliding Surface," *The Research Institute of Industrial Technology Development*, Vol. 15, pp. 179~187.
- (4) Balestrino, A., Mario, G., and Sciacco, I., 1988, "Hyperstable Adaptive Model Following Control of Nonlinear Plants," *System and control Letters*, Vol. 1, No. 4, pp. 232~236.
- (5) Choe, Y. W., and Lee, H. K., 2010, "Periodic Disturbance Cancellation by using Dual-Input Describing Function (DIDF) Method," *The Transactions of The Korean Institute of Electrical Engineers*, Vol. 59, No. 1, pp. 168~175.
- (6) Cho, J. H., and Hwang, H. S., 2009, "Auto-tuning of PID Controllers with IMC Structure," *Journal of the Institute of Electronics Engineers of Korea, SC*, Vol. 46, No. 3, pp. 8~14.
- (7) On, K. P., Lee, J. S., Arm, J. S., and Lee, Y. E., 2009, "Auto-tuning of PID/PIDA Controllers based on Step-response," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 15, No. 10, pp. 974~981.
- (8) Wang, Q. -G., Lee, T. -H., Fung, H. -T., Bi, Q., and Zhang, Y., 1999, "PID Tuning for Improved Performance," *IEEE, Trans, Contr, Syst, Technol.*, Vol. 7, No. 4, pp. 457~465.
- (9) Tan, N., 2009, "Computation of Stabilizing PI-PD Controller," *International Journal of Control Automation and Systems*, Vol. 7, No. 2, pp. 175~184.
- (10) Park, G. W., 2011, "A Study on Current, Velocity, Position Gain Tuning Technique of Servo Position Controller using Simulation," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, Vol. 17, No. 7, pp. 634~640.
- (11) Moon, J. H., and Lee, B. G., 2011, "Design of a Robust Position Tracking Controller with Sliding Mode For a 6-DOF Micropositioning Stage," *Transactions of the Korean Society of Manufacturing Technology Engineers*, Vol. 20, No. 2, pp. 121~128.