

소성 비대칭성을 갖는 HCP 소재의 국부변형 및 네킹해석

윤종현[#]· 이정환¹

Localized Necking in a Round Tensile Bar for a HCP Material Considering Tension-compression Asymmetry in Plastic Flow

J. H. Yoon, J. H. Lee

(Received April 4, 2012 / Revised June 25, 2012 / Accepted June 26, 2012)

Abstract

In spite of progress in predicting ductile failure, the development of a macroscopic yield criterion to describe damage evolution in HCP (hexagonal close-packed) materials remains a challenge. HCP materials display strength differential effects (i.e., different behavior in tension versus compression) in their plastic response due to twinning. Cazacu and Stewart(2009) developed an analytical yield criterion for porous material containing randomly distributed spherical voids in an isotropic, incompressible matrix that shows tension-compression asymmetry. The goal of the calculations in this paper is to investigate the effect of the tension-compression asymmetry on necking induced by void nucleation, evolution and consolidation. In order to investigate the effect of the tension-compression asymmetry of the matrix on necking and fracture initiation, three isotropic materials A, B, and C were examined with different ratios of tension-compression asymmetry. The various types of material had BCC, FCC, and HCP crystal structures, respectively. The ratio between tension and compression in plastic flow significantly influences the fracture shape produced by damage propagation as well as affecting the localized neck.

Key Words : Tension-compression Asymmetry, Void growth, Void Volume Fraction, Round Tensile Bar, Necking

1. 서론

탄소성 재료의 연성 손상(ductile failure)의 물리적 과정은 미시적으로 잘 설명되고 있지만 유한 요소 해석 상에서 이러한 국부 네킹과 파단을 묘사하는 방법은 특정 소재에만 제한적으로 적용되고 있다. 잘 알려진 바와 같이 연성과파괴는 미세 공극의 생성(nucleation), 성장(growth), 그리고 합체(coalescence)의 과정을 거치면서 발생된다고 알려져 있다. 일반적으로 미시적인 물리적 효과를 고려하기 위하여 연속체 손상 역학에서는 공극의 생성과 성장에 따른 강성 연화 현상을 가정하여 일정 부피 내부의 미세균열 및 공극 등에 의한

손상(damage) 변수를 도입하고 이를 재료의 강성에 직접 보정하여 물리적인 손상을 묘사하고 있다. 대표적인 파단 예측 모델로는 Gurson[5]이 제안한 항복함수가 있으며, 이는 von Mises 항복함수로 표현되는 모재(matrix) 내부에 구형 또는 원기둥 형태의 공극이 무작위로 분포되어 있다고 가정된 뒤 소성 변형에 의한 항복을 예측한다. Tvergaard[6]와 Tvergaard and Needleman[7]은 Gurson 모델을 확장하여 공극 성장과 국부 변형 예측에 적합한 개선된 GTN(Gurson-Tvergaard-Needleman)모델을 제안하였다. Liao[8] 등은 Gurson 모델을 기반으로 Hill의 이방성항복함수를 적용하였으며, Gologanu[9] 등은 공극의 성장과정에서 공극의 형상 변화를

1. 한국기계연구원 부설 재료연구소
교신저자: 한국기계연구원 부설 재료연구소,
E-mail:jhyoon@kims.re.kr

고려하기 위하여 타원형 공극을 포함하는 근사 항복함수를 제안하였다.

연성 손상 및 파괴를 예측하기 위한 다양한 시도에도 불구하고 Mg 합금과 같이 인장-압축의 소성 비대칭성을 갖는 소재의 손상 항복함수에 대한 연구는 미흡한 실정이다. 본 논문에서는 기 제안된 Cazacu and Stewart[1]의 공극 성장 항복함수를 도입하여 소성 비대칭성을 포함하는 다양한 합금의 환봉형 인장시험을 해석하고 재료의 물성에 따른 국부적인 네킹 변형모드 및 공극 성장에 따른 컵-콘 파단(cup-cone fracture) 형상 등을 예측하여 보고자 한다.

2. 공극성장 항복함수(Cazacu and Stewart criterion)

Cazacu and Stewart [1]는 인장-압축 소성 비대칭성을 갖는 모재(matrix) 내부에 구형 타입의 공극이 무작위로 분포되어 있다고 가정하는 등방성 공극성장 모델을 개발하였으며, 여기서 모재의 거동은 Cazacu et al. [2]에 의하여 제안된 등방성 항복함수를 따르게 된다. Cazacu and Stewart [1] 공극성장 모델의 기본 형태는 다음과 같다.

$$\phi = m^2 \sum_{i=1}^3 \left(\frac{|\sigma'_i| - k\sigma'_i}{\sigma_T} \right)^2 + 2f \cosh \left(-z_s \frac{3P}{2\sigma_T} \right) - (1+f^2) \quad (1)$$

여기서 f 는 공극의 부피 비율을 나타내며, $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ 는 코시 응력의 편차 주응력, $\sigma' = \sigma + \mathbf{P}\mathbf{I}$, \mathbf{P} 는 압력, $\mathbf{P} = -1/3\sigma : \mathbf{I}$, 그리고 여기서 \mathbf{I} 는 2 차 항등 텐서를 의미한다. 또한, k 는 압축-인장의 소성 이방성을 표현하는 재료 상수로서 모재의 인장 항복응력 σ_T 와 압축 항복응력 σ_C 를 이용하여 식(2)와 같이 정의된다.

$$k = \frac{1-h}{1+h}, \text{ with } h = \sqrt{\frac{2 - \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_C}\right)^2}{2 \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_C}\right)^2 - 1}} \quad (2)$$

식(2)에서 σ_T/σ_C 는 $1/\sqrt{2} \leq \sigma_T/\sigma_C \leq \sqrt{2}$ 의 범위를 가지며, 식(1)에서의 재료 상수 m 은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$m = \sqrt{9/2(3k^2 - 2k + 3)} \quad (3)$$

또한, 식(1)에서의 변수 z_s 는 압력의 부호에 따라 다음과 같이 표현된다.

$$z_s = \begin{cases} 1 & \text{if } P \geq 0 \\ \frac{\sigma_T}{\sigma_C} & \text{if } P < 0 \end{cases} \quad (4)$$

모재의 소성 비대칭성이 없을 경우($\sigma_T = \sigma_C$), 항복함수의 계수 $z_s = 1$ 이 되며 $m = \sqrt{3/2}$, 그리고 식 (1)은 Gurson (1977)의 항복함수로 변환된다. 또한, 공극 분율, f , 가 0으로 수렴하면 Cazacu and Stewart (2009) 항복함수는 Cazacu et al. (2006)의 등방성 항복함수로 변환된다. Cazacu and Stewart (2009) 공극성장 항복함수는 GTN 모델에서 적용한 방법과 같이 추가적인 피팅 파라미터, $q_1, i = 1 \dots 3$ 을 도입하여 모델의 정확도를 향상시켰다.

$$\phi = m^2 \sum_{i=1}^3 \left(\frac{|\sigma'_i| - k\sigma'_i}{\bar{\sigma}} \right)^2 + 2q_1 f \cosh \left(-q_2 z_s \frac{3P}{2\bar{\sigma}} \right) - (1 + q_3 f^2) \quad (5)$$

식(5)에서 $\bar{\sigma}$ 는 모재의 유효응력을 나타내며, 유효응력의 경화는 식 (6)과 같이 power-law 로 표현되는 유효소성 변형률에 따라 영향을 받게 된다.

$$\bar{\sigma}/\sigma_T = (E/\sigma_T \cdot \bar{\epsilon}^p)^n \quad (6)$$

모재에 분포하는 공극 분율의 발전(evolution)은 식 (7)과 같이 기존 공극의 성장과 새로 생성된 공극에 의하여 구성된다.

$$\dot{f} = (\dot{f})_{\text{growth}} + (\dot{f})_{\text{nucleation}} \quad (7)$$

공극의 성장과 생성 속도는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$(\dot{f})_{\text{growth}} = (1-f)\mathbf{D}^p : \mathbf{I} \quad (8)$$

$$(\dot{f})_{\text{nucleation}} = A_N \dot{\epsilon}^p, \quad A_N = \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\epsilon}^p - \epsilon_N}{s_N} \right)^2 \right]$$

여기서, \mathbf{D}^p 는 소성 변형률의 증분을 나타내며 f_N 는 생성되는 공극의 부피비를 나타낸다. 공극의 분율은 정규분포(Chu and Needleman, 1980)를 따르게 되며 ϵ_N 는 평균 변형률, s_N 는 표준편차를 의미한다. 모재의 미시적 관점에서 발생하는 소성일이 거시적 관점에서와 동일하게 발생한다고 가정하면 미시적 유효소성 변형률의 증분은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}}^p (1-f) = \sigma : \mathbf{D}^p \quad (9)$$

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = \sigma : \mathbf{D}^p / (1-f)\bar{\sigma} = \dot{\lambda} \left(\sigma : \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) / (1-f)\bar{\sigma} \quad (10)$$

3. 공극성장 모델을 이용한 인장시험 해석

본 장에서는 모재의 인장-압축의 소성 이방성이 존재하는 환봉형 인장시편을 이용하여 단순인장해석을 수행하고 변형 중에 발생하는 네킹과 파단 거동에 대하여 관찰하였다. 본 연구에서는 공극의 확장 및 발전이 인장-압축 강도 차이를 갖는 모재의 변형거동에 어떠한 영향을 미치는지에 관하여 살펴보고자 하므로 실제 네킹 이후에 발생하는 소재의 파단 현상은 해석하지 않는다. 해석에 사용된 모델은 총 길이 $2L_0 = 40\text{ mm}$ 와 반경 $R_0 = 5\text{ mm}$ 를 갖는 환봉을 이용하였으며 축대칭(axisymmetry) 1/2 모델링을 적용하여 해석 하였다. 변형 중에 환봉형 인장 시편의 중심 부분에 네킹을 유도하기 위하여 Tvergaard and Needleman [7]과 같이 다음과 같은 기하학적 불균일성을 부과하였다.

$$\Delta R = -\xi R_0 \cos\left(\frac{\pi y}{L_0}\right), \text{ with } \xi = 0.001 \quad (11)$$

FEM 모델링은 Fig. 1 과 같이 총 2925 개의 4 절점 축대칭(CAX4R)요소를 이용하였으며 네킹이 유도되는 시편의 중간 부분은 격자사이즈 0.02 mm 의 세분화된 요소를 적용하여 해석의 정밀도를 높이고자 하였다. 일반적으로 BCC, FCC 격자 구조를 갖는 철계, 알루미늄 계열의 합금들은 인장과 압축의 유동응력이 거의 일치하는데 반하여, HCP 구조를 갖는 Mg, Ti 합금들은 인장-압축의 소성 비대칭성을 보인다. 대표적인 Mg 합금인 AZ31 판재의 경우, 인장 변형에서의 유동응력 곡선이 위로 볼록한 형태(변형 경화율이 감소)를 보이는데 반하여 압축 변형 시에는 쌍정의 발생으로 인하여 아래로 볼록한 형태(변형 경화율이 증가)의 유동응력 곡선을 보이게 된다. 따라서 초기 변형률 영역에서는 인장 유동응력이 압축 유동응력보다 크지만 변형률이 증가함에 따라 압축 유동응력이 커지게 된다. 따라서 이러한 인장시편 모재의 다양한 재료특성에 따른 네킹 및 변형거동 효과를 세분화하기 위하여 다음과 같이 세 가지 등방성 재료를 가정하였다. 단, 세 경우의 재료에 대하여 인장 강도는 모두 같은 값을 갖도록 설정하였다.

- (a) Material A, 인장, 압축 유동응력이 일치하는 재료 ($\sigma_T = \sigma_C$ or $k = 0$)
- (b) Material B, 인장 유동응력이 압축 유동응력보다 큰 재료 ($k = 0.9$ or $\sigma_T / \sigma_C = 1.411$)
- (c) Material C, 인장 유동응력이 압축 유동응력보

다 작은 재료($k = -0.9$ or $\sigma_T / \sigma_C = 0.709$)

해석 결과의 비교를 위하여 재료 경화는 Tvergaard and Needleman[7]에서 제시된 상수, $n = 0.1$ and $\sigma_T / E = 0.0033$ 를 식(6)에 대입하여 해석하였다. 또한, 공극발전 및 분포를 위한 재료 상수로서 $f_N = 0.04$, $\epsilon_N = 0.3$, $s_N = 0.1$ (식(8))을 적용하였으며, 식(5)의 피팅 계수 q_1, q_2, q_3 는 각각 1.5, 1.0, 2.25를 적용하였다. 해석 상에서 재료의 미시적 크랙이 발생하는 시점을 공극의 분율이 15% ($f_c = 0.15$)에 도달하였을 때로 가정하여 이 시점에 도달하면 해석이 멈추도록 설정하였다.

구성된 UMAT 을 검증하기 위하여 ABAQUS 에 내장되어 있는 GTN 모델을 이용하여 Material A ($\sigma_T = \sigma_C$ or $k = 0$)에 대하여 해석 결과를 비교하였다. Cazacu and Stewart[1] 모델의 경우, 인장과 압축의 소성 비대칭성이 없는($\sigma_T = \sigma_C$) 재료에 대하여 $k = 0$ 으로 계산되면서 GTN 모델로 변환된다. Fig. 2 는 변형이 집중되는 인장시편 중간 단면에 분포하는 공극 분율을 비교한 결과이며, ABAQUS 에 내장되어 있는 GTN 모델과 비교하여 최대 1.4% (Fig. 3)의 오차를 보이는 것으로 관찰되어 UMAT 을 통하여 구성된 Cazacu and Stewart[1] 모델이 성공적으로 적용된 것으로 판단된다.

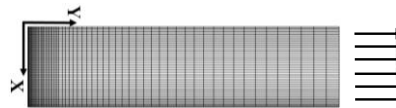


Fig. 1 Comparison of tensile and compressive flow curves

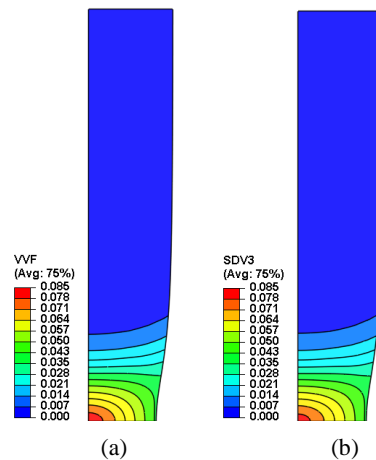


Fig. 2 Distribution of void volume fraction at a tensile displacement of 3.5 mm ($\epsilon_{Nominal} = 0.175$) for Material A ($k = 0$ or $\sigma_T / \sigma_C = 1$): (a) ABAQUS GTN model; (b) ABAQUS UMAT

Fig. 4 는 인장시편에 일정한 변형률이 부과되었을 때($\epsilon_{Nominal} = 0.175$), 모재의 종류에 따라 분포되는 공극의 분율을 비교한 그림이다. 초기 부과된 인장 시편 중심부의 기하학적 불균일 조건에 따라 변형이 중심부에 집중되고 있으며 최대 공극률 분포의 형태는 중심부 안쪽으로부터 타원형(penny-shape)을 이루고 있다. Material B의 경우, 변형률 증가에 따른 공극의 증가가 가장 빨리 일어나고 있으며, 인장시편 중심부의 단면 감소로 인하여 일정한 변형률 상태에서 직경이 가장 작은 것으로 관찰되었다(Fig. 5).

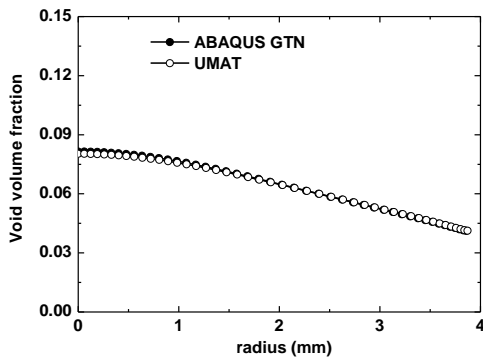


Fig. 3 Comparison of void growth behavior at the center of the specimen for Material A ($k = 0$ or $\sigma_T / \sigma_C = 1$) obtained with the UMAT and built-in GTN model

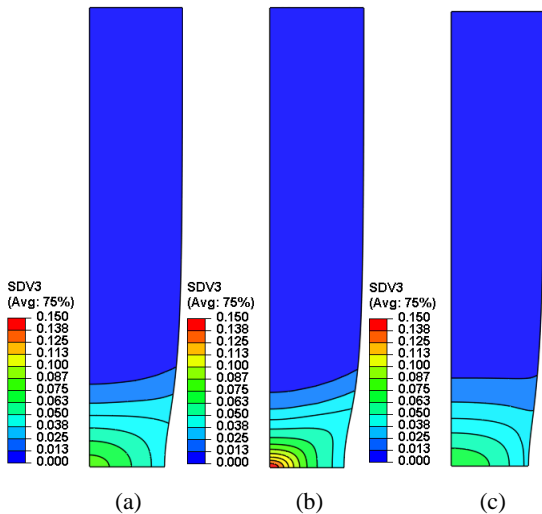


Fig. 4 Effect of the tension-compression asymmetry of the matrix on damage at the center of the specimen after an applied tensile displacement of 3.5 mm ($\epsilon_{Nominal} = 0.175$): (a) Material A; (b) Material B; (c) Material C

세 경우의 모재 소재 중에서 Material B의 경우가 가장 작은 압축 강도를 갖고 있으므로 반경방향으로 수축되는 변형에 의하여 가장 먼저 소성 변형이 발생하게 되며 이에 따라 공극 분율이 다른 두 소재에 비하여 급격하게 증가하는 것으로 판단된다. 다음으로 모재의 종류에 따른 변형거동 및 파단 형상을 관찰하기 위하여 임계 공극 분율(critical void volume fraction)인 $f_c = 0.15$ 에 도달할 때까지 변형률을 계속적으로 부과하였다. Material A, B and C의 모재에 대하여 각각 3.76, 3.5, 그리고 4.134($\epsilon_{Nominal} = 0.206$)mm가 부과되었을 때(Fig. 6) 인장시편은 임계 공극 분율에 도달하여 파단이 시작된다고 볼 수 있다.

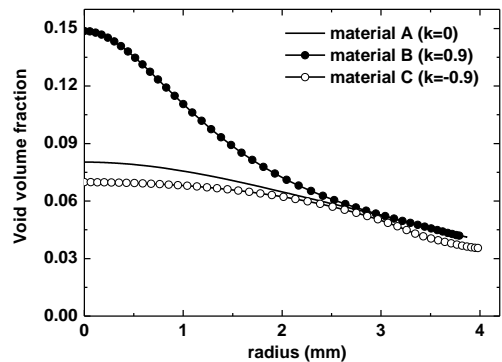


Fig. 5 Effect of the tension-compression asymmetry of the matrix on void growth behavior at a tensile displacement of 3.5 mm along the mid-plane in bars

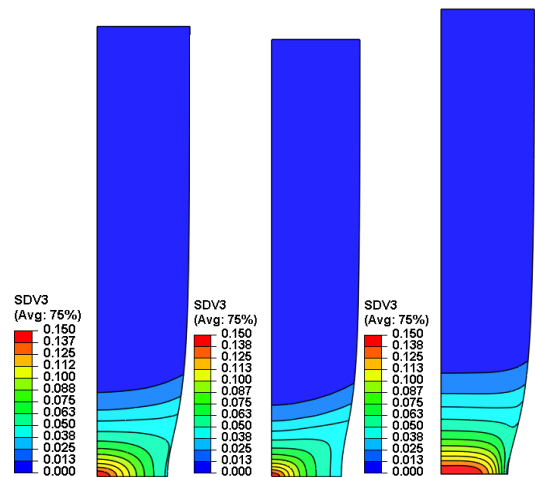


Fig. 6 Distribution of void volume fraction at crack initiation: (a) Material A; (b) Material B; (c) Material C

즉, Material C 가 인장시편의 모재로 사용되었을 경우, 파단이 시작되기 전까지 더 큰 변형률과 하중을 지지할 수 있는 것으로 판단된다. Fig. 7 을 살펴보면, 세 경우에 대하여 모두 응력이 증가하는 속도는 비슷하게 관찰되지만 공극의 합체(coalescence)에 따른 응력의 연화(softening) 속도는 압축-인장의 강도 편차에 의하여 다르게 나타나고 있다. Material C 의 경우에는 응력 연화의 시점이 늦춰지는 반면, Material B 의 경우에는 가장 낮은 변형률에서 응력 연화가 시작되고 있다.

변형이 진행됨에 따라 세 경우의 모재에 대하여 최대 공극 분율의 발생이 시편의 중심부에서 나타나는 반면, Material C 의 경우 Fig. 8 에서와 같이 최대 공극 분율 지점이 반경방향으로 $X = 0$ 에서 $X = 0.942\text{mm}$ 로 옮겨가고 있다. 이러한 최대 공극 분율 발생의 위치를 관찰하기 위하여 인장시편에 부과되는 변형률의 크기에 따른 공극 분율의 분포를 도시하였다. Fig. 9 는 인장시편에 부과된 변형률의 크기에 따라 발생하는 최대 공극 분율의 위치를 나타내고 있으며, 변형률 0.2 이상이 부과되는 시점부터 최대 발생 지점이 중심에서 반경 방향으로 옮겨가는 것을 확인할 수 있다. 따라서, Material C 를 모재로 적용한 인장시편의 경우, 일반적으로 관찰되는 컵-콘 파단형상과는 다르게 불균일한 파단면 혹은 컵-콘 크기가 상대적으로 큰 파단면을 얻게 된다고 예측할 수 있다.

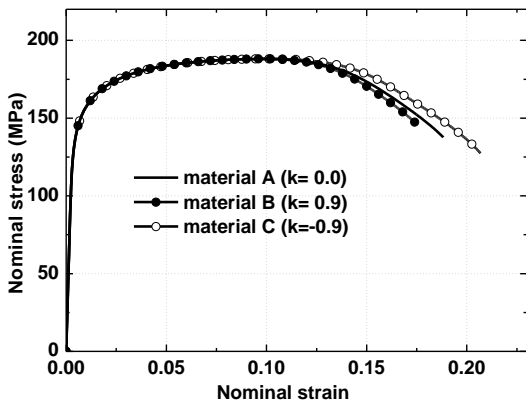


Fig. 7 Comparison of overall nominal strain (u/l_0)-stress ($F/(\pi R_0^2)$) curves for material A, B, and C

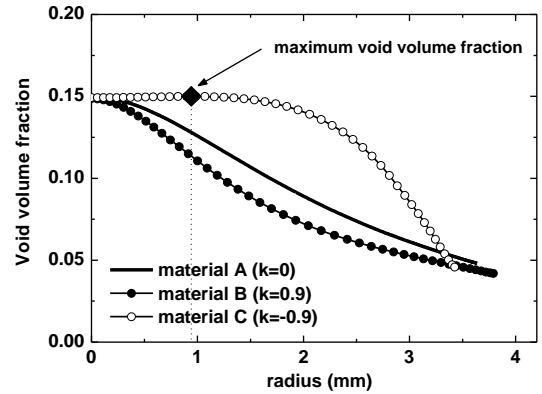


Fig. 8 Distribution of void volume fraction at crack initiation along the mid-plane in bars with material A ($k = 0$ or $\sigma_T/\sigma_C = 1$), material B ($k = 0.9$ or $\sigma_T/\sigma_C = 1.411$), and material C ($k = -0.9$ or $\sigma_T/\sigma_C = 0.709$)

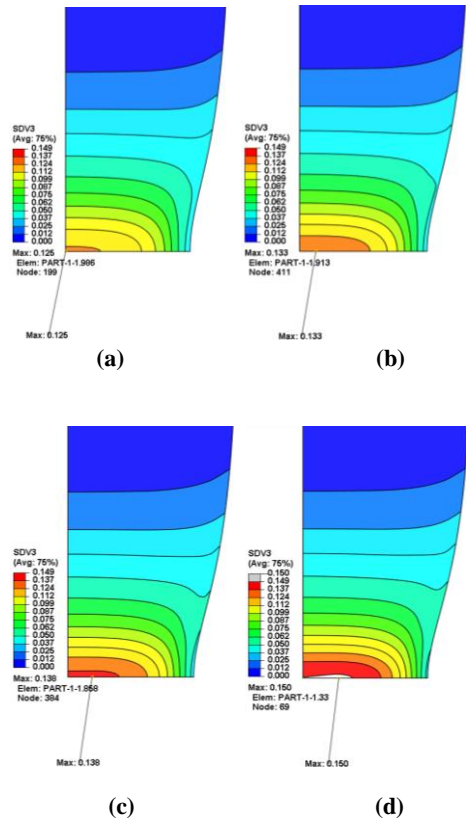


Fig. 9 Distribution of void volume fraction with respect to tensile displacement (Material C): (a) $d=4(\text{mm})$; (b) $d=4.053(\text{mm})$; (c) $d=4.083(\text{mm})$; (d) $d=4.134(\text{mm})$

4. 결 론

본 논문에서는 Mg 합금과 같이 인장-압축의 소성 비대칭성을 갖는 재료를 가정하여 인장 시험을 수행하고, 모재의 인장-압축 소성 비대칭성에 따른 국부 변형 및 네킹현상을 해석하였다. Cazacu and Stewart[1]의 공극성장 항복함수를 UMAT을 이용하여 ABAQUS에 도입한 뒤, 환봉형 시편을 모델링하여 인장시험을 수행하였다. 인장-압축의 비대칭성에 따라 세 가지 모재를 가정하고 이에 따른 변형형상 및 공극 성장을 관찰하였다. Material C와 같이 압축 강도가 인장 강도에 비하여 큰 소재가 모재로 사용되었을 경우, 파단이 시작되기 전까지 더 큰 변형률과 하중을 지지할 수 있는 것으로 관찰되었으며 파단 단면 역시 일반적인 컵-콘 파단 형상보다 불균일한 파단형상을 갖는 것으로 관찰되었다.

참 고 문 헌

- [1] O. Cazacu, J. Stewart, 2009, Analytic Plastic Potential for Porous Aggregates with Matrix Exhibiting Tension-compression Asymmetry, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 57, No. 2, pp. 325~41.
- [2] O. Cazacu, B. Plunkett, F. Barlat, 2006, Orthotropic Yield Criterion for Hexagonal Closed Packed Metals, *Int. J. Plast.*, Vol. 22, No. 7, pp. 1171~94.
- [3] R. Hill, 1967, The Essential Structure of Constitutive Laws for Metal Composites and Polycrystals, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 15, No. 2, pp. 79~95.
- [4] J. Mandel, 1972, Plasticite Classique et Viscoplasticite, *CISM Courses and Lectures*, Vol. 97, International Center for Mechanical Sciences, Springer-Verlag, Wien-New York.
- [5] A. L. Gurson, 1977, Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth – Part I. Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media, *J. Engrg. Mat. Tech.*, Vol. 99, pp. 2~15.
- [6] V. Tvergaard, 1981, Influence of Voids on Shear Band Instabilities under Plane Strain Conditions, *Int. J. Fracture*, Vol. 17, No. 4, pp. 389~407.
- [7] V. Tvergaard, A. Needleman, 1984, Analysis of the Cup-cone Fracture in a Round Tensile Bar, *Acta Metall.*, Vol. 32, No. 1, pp. 157~69.
- [8] K. C. Liao, 2004, Yield Criteria for Porous Ductile Sheet Metals with Planar Anisotropy under Plane Stress Conditions, *Comput. Struct.*, Vol. 82, No. 29-30, pp. 2573~2583.
- [9] M. Gologanu, J. B. Leblond, G. Perrin, J. Devaux, 1997, Recent Extensions of Gurson's Model for Porous Ductile Metals, *Continuum Micromechanics*, P. Suquet, ed., Springer-Verlag, New-York, Chapter 2, pp. 61~130.
- [10] C. C. Chu, A. Needleman, 1980, Void Nucleation Effects in Biaxially Stretched Sheets, *J. Eng. Mater-T ASME*, Vol. 102, No. 3, pp. 249~56.