

적응 제어를 이용하여 그래프 연결성을 배제시킨 선형 다개체 시스템의 상태변수 일치 알고리즘

Graph Connectivity-free Consensus Algorithm for State-coupled Linear Multi-agent Systems: Adaptive Approach

김 지 수, 김 흥 근*, 심 형 보, 백 주 훈
(Jisu Kim¹, Hongkeun Kim¹, Hyungbo Shim¹, and Juhoon Back²)

¹Seoul National University

²Kwangwoon University

Abstract: This paper studies asymptotic consensus problem for linear multi-agent systems. We propose a distributed state feedback control algorithm for solving the problem under fixed and undirected network communication. In contrast with the conventional algorithms that use global information (e.g., graph connectivity), the proposed algorithm only uses local information from neighbors. The principle for achieving asymptotic consensus is that, for each agent, a distributed update law gradually increases the coupling gain of LQR-type feedback and thus, the overall stability of the multi-agent system is recovered by the gain margin of LQR.

Keywords: multi-agent systems, consensus, adaptive control, state coupling

I. 서론

최근 학계는 다개체 시스템(multi-agent systems, MASs)을 제어하는 문제에 대해 큰 관심을 갖고 있다. 다개체 시스템이란 여러 개의 개별 시스템들이 네트워크 통신을 통하여 주변과 자신의 특정 정보를 주고 받는 시스템을 의미한다. 이러한 상황에서 다개체 시스템의 일치(consensus)라는 것은, 각 개체의 특정 정보들(상태변수나 상태변수의 일부분, 또는 출력 등)이 점근적으로 모두 같아지는 것을 의미한다. 그리고 다개체 시스템의 일치 문제를 풀다는 것은 개체가 네트워크 통신으로부터 받는 제한된 커플링 정보를 이용하여 다개체 시스템을 일치시키는 것을 의미한다. 이런 다개체 시스템 제어에 대한 관심이 많아지는 이유는 무인 자동차들의 편대 주행과 여러 개의 센서를 이용한 효율적인 감시 체계 구축에 유용할 뿐만 아니라, 군사적으로 필요한 편대 항해나 편대 비행 기술 개발 등에 응용될 수 있기 때문이다[1,3,4,9,10,15,16,20].

현재 다개체 시스템의 상태변수나 출력 일치를 이루기 위한 제어기에 대한 많은 연구가 진행되어 왔다[4,8-14,16-20]. 하지만 그 제어기를 구현함에 있어, 대부분의 결과가 그래프 연결성(graph connectivity)과 같은 네트워크의 전역

정보(global information)를 이용한다[4,14,17-19]. 실제 상황에서는 개별 개체가 전역 정보에 접근하기 힘들기 때문에, 이러한 제어기들은 진정한 의미에서 분산형 제어기라 말하기 힘들다. 이를 착안하여 논문 [21]에서는 추가적인 추정기와 이웃 개체의 정보만을 이용하여 그래프 연결성을 추정하는 문제를 다루고 있다. 이와는 별도로, 논문 [12,13]에서는 그래프 연결성 정보를 사용하지 않고 이웃 개체의 정보만을 이용하는 적응 제어 기법 기반의 제어기를 제시하였다. 특히, [12]에서는 제어기의 초기조건에 제약이 있는 상태변수 궤환 동적 적응 제어 기법을 제시하였으며, [13]에서는 출력 및 추정 출력 궤환 동적 적응 제어 기법을 하였다.

본 논문에서는 이웃 개체들의 상태 변수 정보만을 사용하는 분산형 제어 기법 문제를 다룬다. 고안된 1차 동적 제어기는 적응 및 LQR 제어 기법에 그 뿌리를 두고 있으며, 그래프 연결성과 같은 전역 정보를 전혀 사용하지 않는다. 그리고 그 제어기의 초기 조건에 대한 제약도 없다.

표기법: 본 논문에서는 다개체 시스템의 통신 네트워크를 모델링하기 위해 양방향성 그래프(undirected graph) $\mathbb{G} = (\mathbb{N}, \mathbb{E}, \mathbb{A})$ 를 사용한다. 여기서 $\mathbb{N} := \{1, 2, \dots, N\}$ 는 노드(node)들의 집합이다. 그리고 $\mathbb{E} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ 는 노드들의 순서 쌍을 원소로 가지는 엣지(edge) 집합이다. 여기에서 엣지 $(i, j) \in \mathbb{E}$ 는 노드 i 와 노드 j 가 서로 주고받는 화살표로 표시되며, $(i, j) \in \mathbb{E} \Leftrightarrow (j, i) \in \mathbb{E}$ 이다. 그리고 $i = j$ 이면, $(i, j) \notin \mathbb{E}$ 이다. 이러한 엣지 집합은 가중치 인접 행렬(weighted adjacency matrix) $\mathbb{A} = [\alpha_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 와 연관이 있는데, $(i, j), (j, i) \in \mathbb{E}$ 이면 가중치는 $\alpha_{ji} = \alpha_{ij} > 0$ 이고, 그렇지 않을 경우 $(i, j), (j, i) \notin \mathbb{E}$, $\alpha_{ji} = \alpha_{ij} = 0$ 이다. 노드 i 의 이웃 집합은 $\mathbb{N}_i := \{j \in \mathbb{N} : (j, i) \in \mathbb{E}\}$ 로 정의된다. 노드 i 에

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2012. 4. 30., 수정: 2012. 6. 18., 채택확정: 2012. 6. 20.
김지수, 김흥근, 심형보: ASRI, 서울대학교 전기컴퓨터공학부

(jskim06@csl.kr/hkkim@csl.kr/hshim@snu.ac.kr)

백주훈: 광운대학교 로봇학부(backhoon@kw.ac.kr)

※ 본 논문은 2011, 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(No. 2011-0026456, 2012-0000921)에서 지원하여 연구하였음.

※ 본 논문은 2012년 27회 ICROS 학술대회에서 초안이 발표되었음.

서 노드 j 까지 길이 l 을 갖는 경로는 노드들의 순열 $(i_1, i_2, \dots, i_{l+1})$ 로 정의된다. 여기서 $i_1 = i$, $i_{l+1} = j$, 그리고 모든 $k = 1, 2, \dots, l$ 에 대해 $(i_k, i_{k+1}) \in \mathbb{E}$ 이며, 경로 내에 노드 중복은 없다. 만약 양방향성 그래프 \mathbb{G} 에서, 임의의 두 노드 $i, j \in \mathbb{N}$ 에 대해 노드 i 에서 노드 j 까지 경로가 항상 존재한다면, 그 양방향 그래프는 연결되었다(connected)고 말한다.

본 논문에서 고려할 양방향성 그래프 \mathbb{G} 의 라플라시안 행렬(Laplacian matrix) $L = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 은 $L := \mathbb{D} - \mathbb{A}$ 로 가중치 인접 행렬로부터 정의된다. 여기서 $\mathbb{D} := \text{diag}(\mathbb{A}1_N)$ 이고 $1_N \in \mathbb{R}^N$ 은 모든 성분이 1인 열벡터이다. 라플라시안 행렬의 정의로부터 쉽게 알 수 있듯이, 각 행의 원소 합은 0이다. 따라서 L 은 항상 0을 고유치로 가지며, 1_N 은 그에 대응되는 고유벡터이다. 또한 양방향 그래프의 정의에 따라 L 은 대칭 행렬(symmetric matrix)이고, 거쉬고린 디스크 정리(Gershgorin disk theorem)로부터 L 의 0이 아닌 다른 모든 고유치들은 양수이다. 즉, L 은 대칭 양의 준정부호 행렬(symmetric positive semidefinite, $L = L^T \geq 0$)이다. 위의 사실에 기인해 라플라시안 행렬의 고유치들을 편의상 $0 = \lambda_1(L) \leq \lambda_2(L) \leq \dots \leq \lambda_N(L)$ 로 정렬한다. 양방향성 그래프가 연결된 경우, 라플라시안 행렬 L 의 고유치 0에 대한 대수적 중첩도(algebraic multiplicity)는 1이다[14,20]. 즉, $\lambda_2(L) > 0$ 이며, $\lambda_2(L)$ 는 그래프 연결성이라 불린다.

II. 본론

1. 문제 정의

다음과 같은 일반적인 동일한 선형 시불변 동역학으로 표현되는 N 개의 시스템들을 고려하자.

$$\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i \quad x_i \in \mathbb{R}^n, u_i \in \mathbb{R}^p. \quad (1)$$

여기서 $i \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots, N\}$ 는 다개체 시스템에서 개별 개체를 구별하기 위한 식별자이다. 그리고 행렬 쌍 (A, B) 는 안정화 가능(stabilizable)하다고 가정한다.

다개체 시스템 (1)에 대하여 개체간의 정보 교환을 나타내는 네트워크 통신의 토폴로지가 양방향성 그래프 $\mathbb{G} = (\mathbb{N}, \mathbb{E}, \mathbb{A})$ 로 모델링된다고 가정하자. 즉, N 개의 동일한 개체 중, i 번째 개체와 j 번째 개체가 상태변수를 $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ 의 가중치로 서로 통신하는 상황이다.

이러한 상황에서, 다개체 시스템 (1)이 다음 조건

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}$$

을 만족할 때 상태변수가 일치 되었다고 한다. 본 논문에서는 i 번째 개체가 이웃한 개체들과의 상태변수 오차의 가중치 합 $z_i = \sum_{j \in \mathbb{N}_i} \alpha_{ij}(x_j - x_i)$ 만을 이용하여 각 개체의 상태변수를 일치시키는 분산형 상태변수 궤환 제어기 알고리즘

$$\begin{aligned} \dot{c}_i &= f(c_i, z_i), \quad z_i = \sum_{j \in \mathbb{N}_i} \alpha_{ij}(x_j - x_i) = - \sum_{j \in \mathbb{N}} l_{ij} x_j \\ u_i &= g(c_i, z_i) \end{aligned}$$

를 설계하는 문제를 다룬다.

이 문제를 다루기에 앞서, 다개체 시스템의 상태변수 일치를 일으키는 기존 제어기에 대해 알아보자. 아래의 LQR 형태 제어기는 그래프 연결성을 이용하는 상태변수 궤환 제어기로서 널리 알려져 있다.

정리 1 [19]: 양방향성 그래프 \mathbb{G} 가 연결되었다고 가정하자. 그렇다면 $c \geq \max\{1, \lambda_2^{-1}(L)\}$ 을 만족하는 모든 연결 이득(coupling gain) $c > 0$ 에 대하여 다음 상태변수 궤환 제어기

$$u_i = cB^T P z_i \quad (2)$$

는 다개체 시스템 (1)의 상태변수를 일치시킨다. 여기에서 L 은 양방향성 그래프 \mathbb{G} 로부터 유도되는 라플라시안 행렬이고, 행렬 $P = P^T > 0$ 는 $A^T P + PA + I_n - PBB^T P = 0$ 의 유일한 해이다. ■

정리 1로부터, 제어기 (2)의 연결 이득 c 가 $\max\{1, \lambda_2^{-1}(L)\}$ 이상일 때 상태변수 일치가 일어나는 것을 확인할 수 있다. 하지만 실제로는 각 개체가 전체 네트워크 토폴로지에 대한 정보 또는 $\lambda_2(L)$ 를 모르는 경우가 일반적이다. 이러한 사실에 근간하여 다음 절에서 그래프 연결성 $\lambda_2(L)$ 을 사용하지 않는 적응 제어 기법 기반의 분산형 제어기를 제시한다. II 절에서 제시될 제어기는 제어기 (2)가 동일한 연결 이득 하한 마진 $\max\{1, \lambda_2^{-1}(L)\}$ 을 갖는다는 사실로부터 영감을 얻어 고안되었다.

2. 분산형 상태변수 일치 제어기 설계

정리 2: 양방향성 그래프 \mathbb{G} 가 연결되었다고 가정하자. 그러면 다음 분산형 상태변수 궤환 적응 제어기

$$\begin{aligned} \dot{c}_i &= k_i z_i^T \Gamma z_i, \quad c_i \in \mathbb{R}, \\ u_i &= c_i K z_i \end{aligned}$$

는 다개체 시스템 (1)의 상태변수를 일치시킨다. 더욱이, $i \in \mathbb{N}$ 에 대하여 분산형 연결 이득 $c_i(t)$ 는 유계이다. 여기서 갱신 이득(update gain) k_i 는 임의의 양수로 설계가 가능하고, $K := B^T P$, $\Gamma := PBB^T P$ 이며, $P = P^T > 0$ 는 $A^T P + PA + I_n - PBB^T P = 0$ 의 유일한 해이다. ■

증명: 상태변수 x_i 들과 그들의 평균 $x_a := \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j$ 과의 오차 벡터 $e_i := x_i - x_a$ 를 정의하자. 이 정의에 의해, e_i 의 동역학을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \dot{x}_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \dot{x}_j = Ax_i + Bu_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (Ax_j + Bu_j) \\ &= A \left(x_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \right) + Bc_i K \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} (x_j - x_i) \\ &\quad - \frac{1}{N} B \sum_{k=1}^N c_k K \sum_{j=1}^N \alpha_{kj} (x_j - x_k) \\ &= Ae_i + c_i BK \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} (e_j - e_i) - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N c_k BK \sum_{j=1}^N \alpha_{kj} (e_j - e_k) \\ &= Ae_i - BK \left(c_i \sum_{j=1}^N l_{ij} e_j - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N c_k \sum_{j=1}^N l_{kj} e_j \right). \end{aligned}$$

이 오차 벡터들의 동역학으로부터, $e := [e_1; e_2; \dots; e_N] \in \mathbb{R}^{Nn}$ 의 동역학은 아래와 같이 표현된다.

$$\dot{e} = \left\{ I_N \otimes A - \left(I_N - \frac{1}{N} 1_N 1_N^T \right) CL \otimes BK \right\} e. \quad (3)$$

여기에서 $C := \text{diag}(c_1, \dots, c_N)$ 이며, \otimes 는 크로네커 곱(Kronecker product)를 의미한다. 오차 벡터의 정의로부터 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$ 이면 다개체 시스템 (1)의 일치 문제가 풀린다는 사실을 유념하라.

시스템 (3)과 연결 이득 c_i 의 동역학에 대하여 다음과 같은 리아프노프 함수를 고려하자.

$$V(e, c) = e^T (L \otimes P) e + \sum_{i=1}^N \frac{(c_i - \alpha)^2}{k_i}. \quad (4)$$

식 (4)에서 $c := C 1_N \in \mathbb{R}^N$ 이며, 상수 $\alpha > 0$ 는 추후에 정할 것이다. 이 리아프노프 함수의 시간에 대한 미분을 구하면,

$$\dot{V} = e^T (L \otimes P) \dot{e} + \dot{e}^T (L \otimes P) e + \sum_{i=1}^N 2\dot{c}_i \left(\frac{c_i - \alpha}{k_i} \right)$$

와 같다. 여기서 \dot{V} 의 마지막 항은 $\dot{c}_i = k_i z_i^T \Gamma z_i$ 로부터 아래와 같이 전개 가능하다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N 2\dot{c}_i \left(\frac{c_i - \alpha}{k_i} \right) &= \sum_{i=1}^N 2(c_i - \alpha) z_i^T \Gamma z_i \\ &= \sum_{i=1}^N \left\{ 2(c_i - \alpha) \left(\sum_{j=1}^N l_{ij} e_j \right)^T \Gamma \left(\sum_{j=1}^N l_{ij} e_j \right) \right\} \\ &= 2e^T \{ (LCL - \alpha L^2) \otimes PBB^T P \} e \end{aligned}$$

따라서 크로네커 곱의 성질 $(A_1 \otimes A_2)^T = (A_1^T \otimes A_2^T)$, $(A_1 \otimes A_2)(A_3 \otimes A_4) = (A_1 A_3 \otimes A_2 A_4)$ 등과 $L 1_N = 0$ 이란 사실을 이용하여, 리아프노프 함수 (4)의 시간 미분을 아래와 같이 최종적으로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e^T \{ L \otimes (A^T P + PA) \} e - 2e^T (LCL \otimes PBB^T P) e \\ &\quad + 2e^T \{ (LCL - \alpha L^2) \otimes PBB^T P \} e \\ &= e^T \{ L \otimes (A^T P + PA) - 2\alpha L^2 \otimes PBB^T P \} e. \end{aligned} \quad (5)$$

시스템 (3)과 c_i 의 동역학으로 구성된 전체 시스템의 안정성을 판별하기 위해, 새로운 좌표 $\xi := [\xi_1; \xi_2; \dots; \xi_N] = (\Phi^T \otimes I_n) e$, $\xi_i \in \mathbb{R}^n$ 를 고려하자. 여기서 정규 직교 행렬(orthonormal matrix) Φ 는 대칭 행렬 L 에 대해 $\Phi^T L \Phi = \Lambda$ 를 만족하며, Λ 는 대각행렬이다. 일반성을 잃지 않고 Φ 와 Λ 를 다음과 같은 형태라 가정할 수 있다.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_1 \end{bmatrix}, \quad \Phi = \left[\begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{N} 1_N \end{bmatrix} \quad \Phi_1 \right].$$

여기서 행렬 $\Lambda_1 \in \mathbb{R}^{(N-1) \times (N-1)}$ 은 대각 성분이 $\lambda_i(L)$, $i = 2, \dots, N$ 인 대각 행렬이다. 주어진 양방향 그래프의 연결성으로부터 $\lambda_i(L) > 0$, $i = 2, \dots, N$ 이란 사실에 유의하라.

또한 이 좌표에서는 $\xi_1(t) = \left(\left[\frac{1}{\sqrt{N}} 1_N \right]^T \otimes I_n \right) e(t) = 0$,

$t \geq 0$ 가 항상 성립한다.

이제 이 새로운 좌표 ξ 를 이용하여, 리아프노프 함수 $V(e, c)$ 또는 $V(\xi, c)$ 가 $(\xi, c) = (0, \alpha 1_N)$ 을 기준점으로 하는 양의 정부호 함수라는 것을 보이자. 먼저 식 (4)로부터 $V(0, \alpha 1_N) = 0$ 가 성립한다는 것을 알 수 있으므로, $V_1(e) := e^T (L \otimes P) e$ 가 양의 정부호 함수라는 것만 보이면 된다. 이는 다음 부등식으로부터 알 수 있다.

$$\begin{aligned} V_1 &= \xi^T (\Lambda \otimes P) \xi = \sum_{i=2}^N \lambda_i(L) \xi_i^T P \xi_i \\ &\geq \lambda_2(L) \xi^T (I_N \otimes P) \xi > 0, \quad \forall \xi \neq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

따라서 $V(\xi, c)$ 가 $(\xi, c) = (0, \alpha 1_N)$ 을 기준점으로 하는 양의 정부호 함수이다. 더욱이, 식 (4)와 (6)으로부터 모든 $d > 0$ 에 대하여 $\Omega_d = \{(\xi, c) \in \mathbb{R}^{N(n+1)} : V(\xi, c) \leq d\}$ 는 옹골 집합(compact set)임을 알 수 있다.

마지막으로 ξ -좌표에서의 \dot{V} 을 구해 전체 시스템의 안정성을 판별한다. 이를 위해 상수 α 와 새로운 $(N-1)$ 개의 상수 $\bar{\lambda}_i$, $i = 2, \dots, N$ 들을 $\alpha := 1 / \{2\lambda_2(L)\}$ 와 $\bar{\lambda}_i := \lambda_i(L) / \lambda_2(L)$ 로 각각 정의한다. 이들 정의와 $\bar{\lambda}_i \geq 1$ 를 만족한다는 사실을 이용하여, 식 (5)를 ξ -좌표에서 표현하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \xi^T \{ \Lambda \otimes (A^T P + PA) - 2\alpha \Lambda^2 \otimes PBB^T P \} \xi \\ &= \sum_{i=2}^N \lambda_i(L) \xi_i^T (A^T P + PA - 2\alpha \lambda_i(L) PBB^T P) \xi_i \\ &= - \sum_{i=2}^N \lambda_i(L) \xi_i^T \{ I_n + (\bar{\lambda}_i - 1) PBB^T P \} \xi_i \\ &\leq - \sum_{i=2}^N \lambda_i(L) \xi_i^T \xi_i \end{aligned}$$

와 같다. 즉, $\dot{V} \leq 0$ 이다. 또한 집합 $S := \{ \dot{V}(\xi, c) = 0 \}$ 은 다음과 같다.

$$S = \{ (\xi, c) \in \mathbb{R}^{N(n+1)} : \xi = 0 \}.$$

이는 $\xi_1(t) \equiv 0$ 과 $I_n + (\bar{\lambda}_i - 1) PBB^T P$ 이 대칭 양의 정부호 행렬이라는 사실로부터 얻을 수 있다. 여기에서 행렬 $I_n + (\bar{\lambda}_i - 1) PBB^T P$ 의 모든 고유치들이 1보다 같거나 크다는 사실을 유념하라. 따라서 라살레 불변 법칙(LaSalle's invariance principle)에 의해, 시간이 흐름에 따라 $(\xi(t), c(t))$ 는 집합 S 로 수렴한다. 이 사실과 좌표 변환 $e = (\Phi \otimes I_n) \xi$ 에 의해 $e(t)$ 는 0으로 수렴한다. 즉, 모든 $i \in \mathbb{N}$ 에 대하여

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_a(t)\| = 0$$

이 성립한다. 더욱이 V 가 양의 정부호 함수이고 \dot{V} 가 음의 준정부호 함수라는 사실로부터, 연결 이득 $c_i(t)$ 가 유계라는 것을 알 수 있다. ■

주목 1: 본 논문의 결과와 [12,13]은 상태변수 일치를 이루기 위해 그래프 연결성을 사용하지 않는 순수한 분산형 제어기를 제시하였다는 공통점이 있다. 특히, 논문 [12]에서

는 각 제어기의 초기조건에 제약이 있는 $|N_i|$ 차 상태변수 궤환 제어기를 제시하였고, 논문 [13]에서는 $n+1$ 차 출력 및 추정 출력 궤환 제어기를 제시하였다. 여기서 $|N_i|$ 는 이웃 집합 N_i 의 원소의 개수를 나타낸다. 이에 비해 본 논문에서 제시된 제어기는 제어기 초기조건에 제약이 없는 1 차 상태변수 궤환 제어기이다. ■

III. 예제

다음과 같은 4개의 2차 선형시스템으로 이루어진 다개체 시스템

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{i1} \\ \dot{x}_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_i, \quad i \in N = \{1, 2, 3, 4\} \quad (7)$$

을 고려해보자. 이 다개체 시스템의 양방향 시불변 네트워크

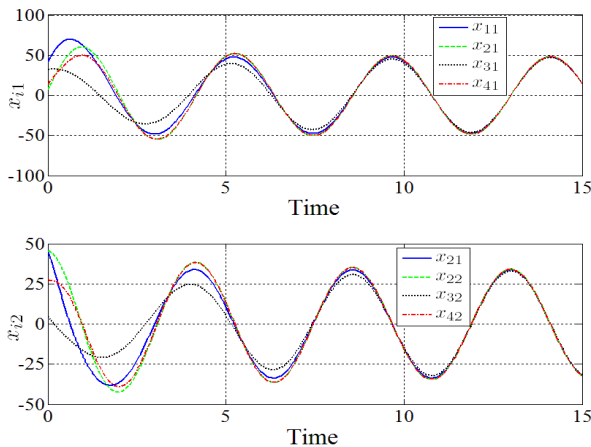


그림 1. 모의실험 결과. 시간에 따른 각 개체의 상태변수 x_{i1} 과 x_{i2} 의 궤적을 도시화하였다.

Fig. 1. Simulation result. The trajectories of the state x_{i1} and x_{i2} are plotted.

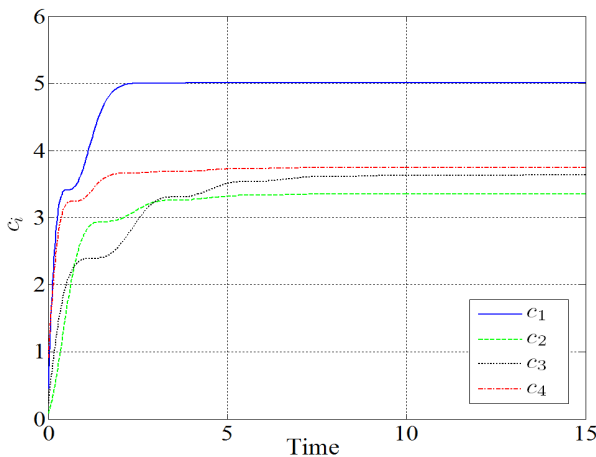


그림 2. 모의실험 결과. 시간에 따른 각 개체의 연결 이득 c_i 의 궤적을 도시화하였다.

Fig. 2. Simulation result. The trajectories of the distributed coupling gain c_i are plotted.

크 토폴로지에서부터 유도되는 라플라시안 행렬 L 은 다음과 같이 주어진다 하자.

$$L = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

위와 같은 상황에서 정리 2에 따라 상태변수 궤환 적응 일치 제어기

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= k_i z_i^T \begin{bmatrix} 0.172 & 0.675 \\ 0.675 & 2.657 \end{bmatrix} z_i, \quad i \in \{1, 2, 3, 4\}, \\ u_i &= c_i \begin{bmatrix} 0.414 & 1.630 \end{bmatrix} z_i \end{aligned} \quad (8)$$

를 설계하였다. 여기서 행렬 $P = \begin{bmatrix} 1.153 & 0.414 \\ 0.414 & 1.630 \end{bmatrix}$ 이고 $K = \begin{bmatrix} 0.414 & 1.630 \end{bmatrix}$ 이다.

그림 1과 그림 2는 제어기 (8)을 이용하여 다개체 시스템 (7)을 제어한 모의실험 결과이다. 여기에서 모든 개체의 상태변수의 초기값은 $[-50, 50]$ 에 속하는 임의의 값으로 두었다. 그리고 모든 개체의 제어기에 대하여 갱신 이득 $k_i = 0.1$ 이고 연결 이득 c_i 의 초기값은 $[0, 1]$ 에 속하는 임의의 값으로 두었다. 그림 1로부터 제안된 제어기에 의해 다개체 시스템의 상태변수 일치가 이루어지는 것을 확인할 수 있다. 그리고 그림 2를 통해 각 개체의 분산 연결 이득 c_i 는 시간이 흐름에 따라, 발산하지 않고 유한한 값으로 수렴함을 알 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 안정화 가능한 선형 다개체 시스템의 상태변수 일치 문제를 개별 개체 관점에서 자신과 이웃한 개체와의 상태변수 커플링 정보만을 이용하여 풀었다. 개체들 간의 네트워크 통신 토폴로지가 양방향성 그래프로 묘사되는 다개체 시스템이 고려 대상이다. 상태변수를 일치시키기 위한 기존의 방법들은 네트워크 토폴로지의 전체적인 정보를 담고 있는 그래프 연결성에 의존하였다. 하지만 본 논문에서는 그래프 연결성과 같은 전역 정보를 배제한 상태변수 일치 알고리즘을 제시하였다. 이는 기존의 일치 제어기의 연결 이득의 하한이 그래프의 연결성에 의존한다는 사실에 근간한다. 또한, 본 결과는 특정 전역 정보를 이용하지 않는다는 점에서, 시변 네트워크 통신을 하는 다개체 시스템과 같이 전역 정보를 이용하기 힘든 상황에서 상태변수 일치 문제를 풀기 위한 시발점으로도 그 기여도가 있다고 할 수 있다.

참고문헌

- [1] J. S. Caughman, G. Lafferriere, J. J. P. Veerman, and A. Williams, "Decentralized control of vehicle formations," *Systems and Control Letters*, vol. 54, no. 9, pp. 899-910, 2005.
- [2] C. T. Chen, *Linear System Theory and Design*, 3rd edition, Oxford University Press, 1999.
- [3] F. Cucker and S. Smale, "Emergent behavior in flocks," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 52, no. 5, pp. 852-862, 2007.

[4] J. A. Fax and R. M. Murray, "Information flow and cooperative control of vehicle formations," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1465-1476, 2004.

[5] C. D. Godsil and G. Royle, *Algebraic Graph Theory*, Springer, Graduate Texts in Mathematics, vol. 207, 2001.

[6] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3rd Ed., Prentice Hall, New Jersey, 2002.

[7] J. Kim, H. Kim, H. Shim, and J. Back, "Distributed adaptive control algorithm for state consensus of linear multi-agent systems," *Proc. of the 27th ICROS Annual Conference*, pp. 309-310, April 2012.

[8] J. Kim, H. Kim, H. Shim, and J. Back, "Output consensus of non-identical and stabilizable linear systems having the same transfer matrix," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 17, no. 9, pp. 857-862, 2011.

[9] H. Kim, "Consensus and synchronization among output-coupled identical and non-identical linear systems through fast switching network," Ph.D. thesis, Seoul National University, Department of Electrical Engineering and Computer Science, South Korea, 2012.

[10] H. Kim, H. Shim, and J. Back, "Order reduction paradigm for consensus of neutrally stable multi-agent systems," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 16, no. 3, pp. 222-426, 2010.

[11] H. Kim, H. Shim, and J. H. Seo, "Output consensus of heterogeneous uncertain linear multi-agent systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 1, pp. 200-206, 2011.

[12] Z. Li, X. Liu, W. Ren, and M. Fu, "Consensus of multi-agent systems with general linear and lipschitz nonlinear dynamics using distributed adaptive protocols," *arXiv:1109.3799v1[cs.SY]* <http://arxiv.org/abs/1109.3799>

[13] Z. Li, X. Liu, W. Ren, and L. Xie, "Decentralized consensus of linear multi-agent systems with adaptive dynamic protocols," *arXiv:1109.3838v2[cs.SY]* <http://arxiv.org/abs/1109.3838>.

[14] W. Ren, R. W. Beard, and E. M. Atkins, "Information consensus in multi-vehicle cooperative control: collective group behavior through local interaction," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 27, no. 2, pp. 71-82, 2007.

[15] C. W. Reynolds, "Flocks, Herds, and schools: a distributed behavioral model," *Computer Graphics*, vol. 21, no. 4, pp. 25-34, 1987.

[16] L. Scardovi and R. Sepulchre, "Synchronization in networks of identical linear systems," *Automatica*, vol. 45, no. 11, pp. 2557-2562, 2009.

[17] J. H. Seo, H. Shim, and J. Back, "Consensus of high-order linear systems using dynamic output feedback compensator: low gain approach," *Automatica*, vol. 45,

no. 11, pp. 2659-2664, 2009.

[18] J. H. Seo, H. Shim, and J. Back, "Reduced-order consensus controllers for output-coupled SISO linear systems," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 8, no. 6, pp. 1356-1363, 2010.

[19] S. E. Tuna, "LQR-based coupling gain for synchronization of linear systems," *arXiv:0801.3390v1[math.OC]* <http://arxiv.org/abs/0801.3390>, 2008.

[20] P. Wieland, "From static to dynamic couplings in consensus and synchronization among identical and non-identical systems," Ph.D. thesis, University of Stuttgart, Institute for Systems Theory and Automatic Control, Germany, 2011.

[21] P. Yang, R. A. Freeman, G. J. Gordon, K. M. Lynch, S. S. Srinivasa, and R. Sukthankar, "Decentralized estimation and control of graph connectivity for mobile sensor networks," *Automatica*, vol. 46, no. 2, pp. 390-396, 2010.



김 지 수

2010년 서울대 전기공학부 졸업. 2010년~현재 동 대학교 전기컴퓨터공학부 석·박사통합과정. 관심분야는 다개체 시스템, 하이브리드 시스템.



김 흥 근

2005년 한양대 전기전자컴퓨터공학부 졸업. 2005년~2012년 서울대학교 전기컴퓨터공학부 석·박사통합. 2012년~현재 서울대학교 전기컴퓨터공학부 박사 후 연구원. 관심분야는 다개체 시스템, 출력제어.



심 형 보

1993년 서울대 전기공학과 졸업. 1995년 동 대학교 석사. 2000년 동 대학교 박사. 2003년~현재 서울대학교 전기정보공학부 부교수. 관심분야는 하이브리드 시스템, 다개체 시스템, 바이오 시스템.



백 주 훈

1997년 서울대 기계설계학과 졸업. 1999년 동 대학교 석사. 2004년 동 대학교 전기공학부 박사. 2007년~2008년 고려대학교 기계공학부 연구교수. 2008년~현재 광운대학교 로봇학부 조교수. 관심분야는 다개체 시스템, 풍력 발전

제어 시스템, 비선형제어.