

정압형 레디얼 공기베어링 개발 및 설계인자 영향 평가

김옥현*, 이규호⁺

(논문접수일 2012. 02. 22, 수정일 2012. 03. 21, 심사완료일 2012. 03. 26)

Development of a Static Pressure Radial Air Bearing and Estimate of Design Variables

Ock Hyun Kim*, Kyu Ho Lee⁺

Abstract

Air bearing is characterized by its extremely low friction and cleanliness such that it is widely used especially for spindles with ultra-high rotational speed at several tens of thousands rpm. This paper contributes to design of a static radial air bearing suggesting numerical analysis to anticipate its performances. The numerical analysis is an iteration method based on finite difference formulation of the Reynolds equation.

A prototype air bearing has been designed and manufactured. Its load capacity has been measured and compared with the numerical solutions. The result shows good consistency between the experiment and theory, which informs that the numerical analysis can be used as an useful tool to anticipate the performances.

Effects of design variables on the bearing performance have been examined by Taguchi's experimental methods using orthogonal array. Number of holes for supplying pressurized air, clearance between shaft and bearing, the hole diameter and bearing length are chosen for the design variables. The result shows that the clearance and the bearing length are the most influential variables while the others can be considered as almost negligible.

Key Words : Air bearing(공기베어링), Reynolds equation(레이놀즈식), Finite difference(차분), Taguchi's methods(다구찌 방법)

1. 서론

현대의 첨단 공작기계 및 산업기계에서 회전체와 이송계의 고속화에 대한 요구는 장비의 고성능화와 맞물려 급격히 증대되고 있다. 초고속 회전속도의 요구에 따라 기존 구름베어링에 의한 축 지지의 대안으로 여러 가지 특수 베어링들이 여러 분야에서 모색되고 있다.

최근 전자 및 광학분야에 있어서의 눈부신 발전은 비구면 가공기나 초정밀 연삭기와 같은 초정밀 가공기계의 성능향상에

힘입은 바 크다. 이러한 초정밀 가공기의 성능을 좌우하는 핵심 요소로서 주축계를 들 수 있으며, 비교적 소형, 경량, 저부하에서 초고속 회전이 요구되는 경우에 주축용 베어링으로 에어 베어링이 널리 이용되고 있다.

공기베어링은 동압형 공기베어링과 정압형 공기베어링으로 나눌 수 있다. 동압형 공기베어링은 축의 고속 회전에 의해 발생하는 공기역학적 동압에 의해 축이 지지되는 원리이고, 정압 베어링은 외부에서 가압한 기체를 급기공을 통해 축과 베어링 틈새로 공급하여 축이 베어링 내부에서 편심될 때 틈새 변화에

* 충북대학교 기계공학부 (ohkim@chungbuk.ac.kr)

주소: 361-763 충북 청주시 흥덕구 개신동 12

+ 충북대학교 기계공학과 대학원

의한 기체압력차이의 발생으로 축을 베어링의 중심에 위치시키는 원리이다. 따라서 동압베어링은 축이 충분한 회전속도를 가지기 전까지는 베어링의 기능을 갖지 못하므로 기동 및 정지시에 특별한 조치가 필요하다는 것과 상대적으로 정압베어링에 비해 회전정밀도가 떨어지는 단점이 있다. 이와 같은 이유로 초고속 PCB 드릴, 정밀 측정기 등 초정밀 회전이 요구 될 때에는 정압베어링이 사용된다.

현장에서 공기베어링을 설계할 때 MTI 도표가^(1,2) 널리 사용된다. 이 자료는 이론과 경험값에 의해 작성된 것이다. 공기베어링의 이론해석은 레이놀즈방정식에 그 기초를 두고 있다. 공기베어링에 적용되는 레이놀즈방정식은 비선형방정식이 되므로 해석적 정확해(exact solution)를 구하지 못한다. 따라서 섭동법을 이용한 선형화 근사 해석⁽³⁾과 직접 수치해석^(4,5) 방법이 일반적으로 사용되고 있다. 섭동법을 이용한 해석은 관심있는 평형점을 중심으로 지배방정식을 섭동시켜 선형화된 식을 얻고 그 해를 구하는 방법이다. 직접수치해법은 레이놀즈방정식을 유한차분식으로 근사화 하여 반복계산에 의해 베어링 내부의 압력분포와 유량 등을 구하는 방법이다⁽⁵⁾.

본 연구는 정압 공기베어링에 관한 것이다. 현장활용의 관점에서 효과적인 베어링 성능 예측을 위한 수치해석 방법을 제시하였다. 이 수치해법은 레이놀즈방정식을 유한차분화한 식을 반복계산에 의해 해를 구하는 방법으로 계산량을 감소시키고 반복계산 결과의 수렴 가능성을 높일 수 알고리즘이 제시되었다. 프로토타입(proto-type) 공기베어링을 설계제작 하였으며 실험을 통하여 수치해법의 타당성을 검토 하였다. 또한 제시한 수치해법을 이용하여 주요 설계인자의 영향을 다구찌의 실험 계획법에 따른 해석을 통해 정량적으로 비교 검토하였다.

2. 이론 및 수치해석

2.1 레이놀즈 방정식

Fig. 1은 레이놀즈 공기베어링의 단면도를 보이고 있다. 그림에

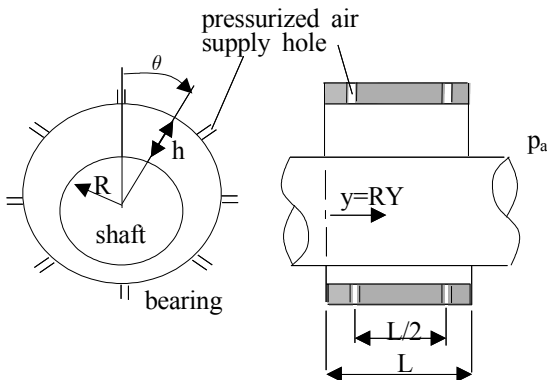


Fig. 1 Schematic of an air bearing

서 θ 는 축 중심과 베어링 내경면의 임의의 점을 잇는 직선이 축 중심과 틈새가 가장 얇은 점을 잇는 직선과 이루는 각도이며, h 는 베어링 틈새의 간격이며 θ 의 함수이다. Y 는 베어링의 길이 방향으로 베어링 좌측면으로 부터의 거리 y 를 무차원화 한 변수이다. 이와 같은 공기베어링의 정상상태에서의 레이놀즈 방정식은 아래의 식 (1)과 같은 무차원식으로 표시된다^(5,6).

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) \quad (1)$$

윗 식에서 평균반경틈새를 C_r , 편심율을 ϵ , 축의 반경을 R , 축의 회전각속도를 ω , 틈새 내의 공기압을 p , 주위 대기압을 p_a , 공기의 절대점성계수를 μ 로 할 때 윗 식에 사용된 무차원 변수들은 아래의 식 (2)와 같이 정의 된다.

$$y = RY, \quad p = P p_a, \quad \Lambda = \frac{6\mu\omega}{p_a} \left(\frac{R}{C_r} \right)^2$$

$$h = C_r H = C_r (1 + \epsilon \cos \theta) \quad (2)$$

윗 식에서 ϵ 은 편심율이며 Λ 는 베어링수(Bearing number)로서 베어링의 운전조건과 성능을 규정하는 중요한 지표이다. 본 연구의 대상인 정압형 공기베어링의 경우 축의 회전속도 $\omega=0$ 이므로 식 (1)은 우변이 제로가 되어 아래의 식 (3)으로 바뀌게 된다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right) = 0 \quad (3)$$

2.2 수치해석

정압형 레이놀즈 공기베어링은 보통 Fig. 1과 같이 2열의 급기공을 갖는다. 이제 베어링을 전개하면 Fig. 2와 같이 된다. Fig. 2에 보인 바와 같이 베어링 면을 θ 축으로 M 등분, Y 축으로 $2N$ 등분하여 식 (3)의 수치해를 구하기 위한 유한차분식을 구하면 다음의 식 (4)~(6)과 같다⁽⁵⁾.

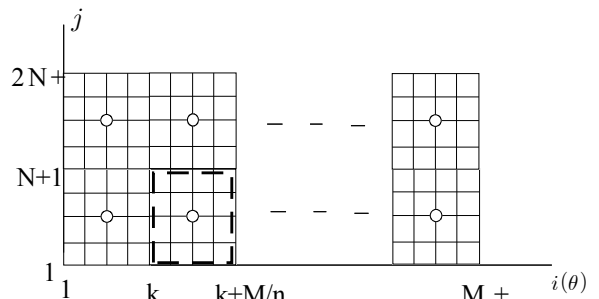


Fig. 2 Drawing of a bearing cut

$$P_{i,j} = G_{i,j} + \sqrt{(G_{i,j})^2 - H_{i,j}} \quad (4)$$

$$G_{i,j} = \frac{1}{2\Gamma} \left(\frac{P_{i+1,j} + P_{i-1,j}}{\Delta\theta^2} + \frac{P_{i,j+1} + P_{i,j-1}}{\Delta Y^2} + \frac{3}{H} \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2\Delta\theta} - \frac{\Lambda}{H^3} \frac{\partial H}{\partial \theta} \right) \quad (5)$$

$$H_{i,j} = \frac{1}{\Gamma} \left\{ \frac{\Lambda}{H^2} \frac{P_{i+1,j} - P_{i-1,j}}{2\Delta\theta} - \frac{(P_{i+1,j} - P_{i-1,j})^2}{4\Delta\theta^2} - \frac{(P_{i,j+1} - P_{i,j-1})^2}{4\Delta Y^2} \right\} \quad (6)$$

윗식에서 $\Gamma = \frac{2}{\Delta\theta^2} + \frac{2}{\Delta Y^2}$, $\Delta\theta = 2\pi/M$, $\Delta Y = \frac{L/R}{2N}$ 이다.

Fig. 2를 참조하면 베어링은 $j=N+1$ 인 선에 대하여 대칭이므로 $j=1$ 부터 $j=N+1$ 까지만 해석하면 된다. 경계조건은 다음의 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} \text{At } j=1 \text{ or } 2N+1, P_{i,j} &= 1 \\ \text{At } j=N+1, P_{i,j+1} &= P_{i,j-1} \\ \text{At } i=1, P_{i,j} &= P_{M+1,j} \end{aligned} \quad (7)$$

Fig. 2에 점선으로 표시한 부분을 셀(cell)이라 명명한다. 즉 셀은 각 급기공을 중심으로 하는 균등 분할된 베어링 면적이다.

이제 공기베어링에 유입, 유출되는 공기의 유량을 검토하자. 계산량의 감소와 수치해의 수렴 가능성을 높이기 위하여 θ 방향의 공기흐름을 무시하자. 이것은 틈새 내부의 θ 방향 공기압력 구배가 베어링과 대기와의 경계면(즉, Fig. 2에서 $j=1$ 또는 $2N+1$ 인 면)에서의 압력구배에 비해 월등 작을 것임을 고려할 때 수긍될 수 있다. 이러한 가정으로부터 각 셀 사이의 유입, 유출 유량은 무시한다. 즉, 각 셀에는 급기공을 통하여 공기가 유입되고 $j=1$ 인 면을 통하여 유출된다. 연속조건(continuity condition)으로부터 각 셀에서 급기공을 통해 유입되는 공기의 질량 유량은 $j=1$ 인 면을 통하여 대기로 유출되는 공기의 질량 유량과 같아야 한다. 임의의 셀에서 좌측 경계의 $i=k$ 로 하고 급기공의 한 열당 개수를 n 개라 할 때 임의의 셀에서의 질량유량의 연속조건은 다음의 식 (8)과 같은 무차원식으로 표시된다.

$$Y_s H_o P_s \Psi_o = \sum_{i=k+1}^{k+M/n} H_i^3 \left(\frac{P_{i,3} - P_{i,1}}{2\Delta Y} \right) P_{i,2} \Delta\theta \quad (8)$$

윗식에서 H_o 는 급기공에서의 틈새 무차원 높이, P_s 는 공급되는 압축공기의 무차원 압력이다. Y_s 는 무차원 급기계수로서 아래의 식 (9)와 같이 정의된다.

$$Y_s = \frac{12\mu\pi c_o d_o}{\gamma_a C_r^2 \sqrt{RT_o}} \sqrt{2g \frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (9)$$

윗식에서 c_o 는 유량계수, d_o 는 급기공직경, γ_a 는 공기의 비중량, R 은 기체상수, T_o 는 공기의 절대온도, g 는 중력가속도, κ 는 공기의 단열지수이다

또한 Ψ_o 는 무차원 유출속도계수로서 아래와 같이 정의된다.

$$\Psi_o = \sqrt{\left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_o}{P_s} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} \quad (10)$$

윗식에서 P_o 는 급기공 출구에서의 무차원 공기압력이다. 레이놀즈브장정식의 유한차분식 식 (4)~(6)을 이용하여 베어링의 부하용량을 구하는 수치해석 알고리즘은 다음과 같다.

- 단계 1. 각 급기공 출구압력 P_o 를 가정한다.
- 단계 2. 모든 $P_{i,j}=1$ 로 놓는다.
- 단계 3. 식 (4)~(6)과 경계조건 식 (7)로부터 $P_{i,j}$ 를 계산한다.
- 단계 4. 단계 3에서 구한 현재 $P_{i,j}$ 와 직전 $P_{i,j}$ 값의 차이가 허용조건 내로 들어오면 단계 6으로 간다.
- 단계 5. 현재 $P_{i,j}$ 와 직전 $P_{i,j}$ 값의 차이가 허용조건을 벗어나면 다음과 같이 $P_{i,j}$ 를 새롭게 정한 후 단계 3으로 간다.

$P_{i,j} = \lambda \cdot \text{현재}P_{i,j} + (1-\lambda) \cdot \text{직전}P_{i,j}$, $1 < \lambda < 2$
 단계 6. 식 (8)의 연속조건을 각 셀에 대하여 적용한다. 연속조건이 만족되면 $P_{i,j}$ 를 최종해로 취하여 무차원 부하중 $W = \sum_i \sum_j P_{i,j} \cos\theta \Delta Y \Delta\theta$ 을 구한다. 연속조건이 만족되지 않는 셀의 급기공 출구압력은 ΔP 증가시켜 단계 2로 간다.

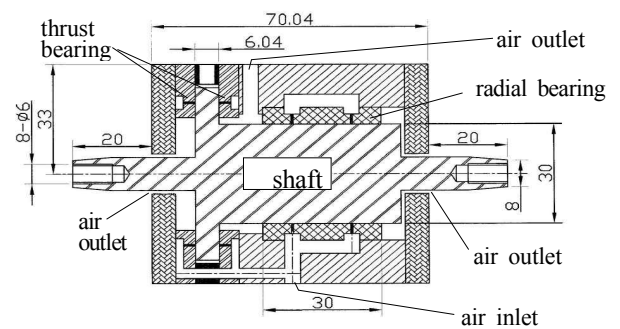


Fig. 3 Drawing of a proto-type air bearing

Table 1 Design parameters

Parameter	Value	Parameter	Value
shaft diameter	30mm	lines of holes	2
mean clearance	20 μ m	number of holes	8/line
bearing length	30mm	hole diameter	0.5mm

3. 프로토타입 공기베어링 개발 및 실험

3.1 프로토타입 공기베어링

Fig. 3은 앞 절의 이론해석과 실제의 공기베어링과 비교하기 위하여 제작된 프로토타입 공기베어링이다. 이 공기베어링의 기본 설계치는 Table 1과 같고 조립도는 Fig. 3과 같다.

3.2 실험

공기베어링의 부하능력을 측정하기 위하여 Fig. 4와 같은 실험장치를 구성하였다. 그림에서 보는 바와 같이 베어링의 축을 양쪽에서 V-홈 기둥으로 지지한다. LM 가이드로 지지되는 누름봉은 로드셀을 통하여 누름블록과 연결된다. V-홈이 있는 누름블록은 베어링 하우징 위에 얹혀있다. 나사를 이용하여 누름

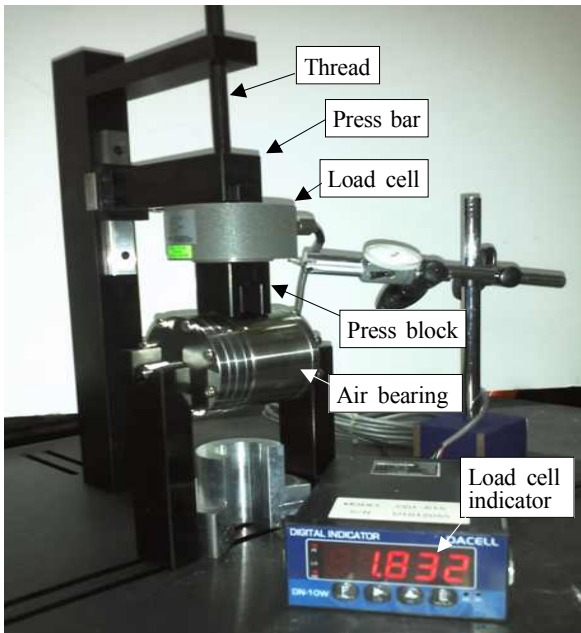


Fig. 4 Photograph of an experimental setup

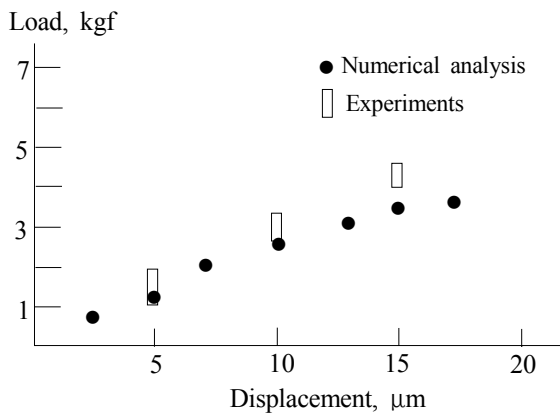


Fig. 5 Displacement v.s. load plot

봉을 누르면 로드셀-누름블록을 통하여 베어링에 레디얼 하중을 가하게 된다. 이때 로드셀로부터 부하 하중을 측정하며 변위는 다이얼게이지(1μm/눈금)로부터 측정한다.

3.3 실험결과

Fig. 5에 변위에 따른 부하하중의 실험결과를 보였으며 앞의 2절에서 서술된 수치해석결과와 비교하였다. 실험값 평균은 수치해석값의 약 20%의 차이를 보였다. 이 오차수준은 충분하지는 못하나 현장 적용의 관점에서 납득할 만한 것으로 생각된다. 수치해석은 $P_s=4$, $\kappa=1.4$, $c_o=0.85$, $\gamma_a=1.226 \times 10^{-6} \text{kg/cm}^3$, $\mu=1.833 \times 10^{-10} \text{kgf}\cdot\text{sec/cm}^2$, $R=2927 \text{cm}^{\circ}\text{K}$, $T_o=288 \text{ }^{\circ}\text{K}$, $g=980 \text{cm/sec}^2$ 을 사용되었다.

4. 설계인자의 영향평가

4.1 실험계획

공기베어링의 설계인자의 영향을 평가하기 위하여 설계인자의 값을 달리하는 여러종류의 공기베어링을 제작하여 실험하는 것은 노력과 비용 면에서 바람직하지 않다. 본 연구에서는 앞절에서 서술한 바와 같이 본 논문에서 제시된 수치해법의 타당성을 근거로 수치해석에 의해 설계인자의 영향을 평가한다.

Table 2 Design factors and levels

Factor	Discription	Leve 1	Leve 2	Level 3
A	Hole dia.(mm)	0.2	0.5	0.8
B	Clearance (μm)	10	20	30
C	Holes / line	4	8	12
D	Bearing length / Shaft diameter	0.5	1	1.5

Table 3 Orthogonal array $L_9(3^4)$

No.	A	B	C	D	Experiment contition	kgf/5μm
1	1	1	1	1	A1 B1 C1 D1	0.8893
2	1	2	2	2	A1 B2 C2 D2	1.0324
3	1	3	3	3	A1 B3 C3 D3	0.8223
4	2	1	2	3	A2 B1 C2 D3	1.3159
5	2	2	3	1	A2 B2 C3 D1	0.8406
6	2	3	1	2	A2 B3 C1 D2	0.4494
7	3	1	3	2	A3 B1 A3 D2	0.5342
8	3	2	1	3	A3 B2 C1 D3	1.4141
9	3	3	2	1	A3 B3 C2 D1	0.4156
Mean						0.8571

Table 4 Factors and response table

Level	A	B	C	D
1	0.9147	0.9131	0.9176	0.7152
2	0.8686	1.0957	0.9213	0.6720
3	0.7880	0.5624	0.7324	1.1841
variance	0.0027	0.0490	0.0078	0.0538
contribution, %	2.42	43.23	6.87	47.48

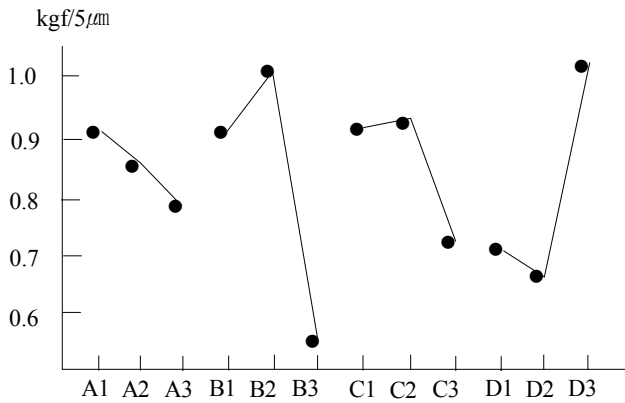


Fig. 6 Plot of mean of results at each level of each factor

실험계획은 다구찌 방법을 이용하였다. 설계인자와 수준은 실제 현장에서의 적용 범위를 고려하여 아래의 Table 2와 같이 설정하였다.

이들 설계인자와 수준을 이용한 직교표와 해당조건에서 변위가 5μm일 때의 부하하중을 Table 3에 보였다. 영향평가 대상인 4개의 설계인자 외에는 모두 2절에서와 동일한 값을 사용하였다.

4.2 결과분석

설계인자 각 레벨에서의 평균값과 분산을 Table 4에 보였다. Fig. 6에는 각 설계인자의 레벨별 평균값을 그래프로 보였다. 이 그림과 Table 4의 결과로부터 영향이 가장 큰 설계인자는 베어링길이 L(인자 D, 기여도 47.48%)과 베어링틈새 C(인자 B, 기여도 43.23%)인 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

레이디얼 공기베어링의 부하하중을 예측할 수 있는 수치해석 방법을 제시하였다. 이 수치해석방법은 레이놀즈방정식을 차분화한 식을 반복계산에 의해 답을 구하는 방법이다. 프로토타입 공기베어링을 제작하여 실험을 수행하였으며 실험결과가 수치해석결과와의 약 20%의 오차를 가짐을 확인함으로써 수치해석방법의 적정성을 보였다.

수치해석을 이용하여 주요 설계인자의 영향을 부하하중의 비교 분석을 통하여 평가하였다. 급기공 직경, 축과 베어링틈새, 1열당 급기공 갯수, 베어링 길이를 주요 설계인자로 선택하였으며, 선정된 레벨의 범위에서 베어링 틈새(기여도 47.48%)와 베어링 길이(기여도 43.23%)의 영향이 지배적이었으며 급기공 직경(기여도 2.42%)과 1열당 급기공 개수(기여도 6.87%)는 상대적으로 미미한 영향을 가짐을 확인하였다.

후 기

이 논문은 2010학년도 충북대학교 학술연구지원사업의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

- (1) Wilcock, D. F., 1972, *MTI Gas Bearing Design Manual*, Mechanical Technology Inc., Latham, New York.
- (2) Gross, W. A., 1980, *Fluid Film Lubrication*, John Wiley and Sons, New York.
- (3) Park, S. S., and Han, D. C., 1996, "Measurement of Perturbed Pressures under Inherently Compensated Restrictors in Externally Pressurized Air Bearings," *Journal of KSTLE*, Vol. 12, No. 1, pp. 47~55.
- (4) Castelli, V., and Pirvics, J., 1969, "Review of Numerical Methods in Gas Bearing Film Analysis," *J. Lub. Tech., Trans. ASME*, Vol. 90, No. 4, pp. 777~792.
- (5) Joogo, S., 1992, *Gas Bearing*, Kouritsu Press, Tokyo.
- (6) Lee, D. W., Lee, J. R., Whang, S. C., and Lee, J. S., 2000, "The Development of the Air- spindle for Using to Machining the Die and Mold," *Korean Society of Manufacturing Technology Engineers, Conference in Autumn 2000*, pp. 466~470.