

論文

DOI: <http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2012.40.7.574>삼중 덕티드 팬 비행체 운동모델링 및
리아푸노프 제어를 이용한 안정화

나경석*, 원대회*, 윤석환*, 정상경*, 류민형**, 조진수**, 이영재***

Dynamic Modeling and Stabilization of a Tri-Ducted Fan Unmanned
Aerial Vehicles using Lyapunov ControlKyung Seok Na*, Dae Hee Won*, Seok Hwan Yoon*, Sang Kyung Sung*, Min Hyoung Ryu**,
Jin Soo Cho** and Young Jae Lee***

ABSTRACT

Because of the exposed blade, the UAV using the rotors entail the risks during operation. While a wrapped duct around the fan blades reduces risks, it is a higher thrust performance than the same power load rotor. In this paper, for applying advantages of a ducted fan, the tri-ducted fan air vehicle configuration is proposed. The vehicle has three ducted fans. Two of them are the same shape and size and the third one is the smaller. It is possible to control a rapid attitude stability using thrust vector control. The equations of motion of the tri-ducted fan were derived. Lyapunov control input was applied to the system and stable inputs were derived. A nonlinear simulation was fulfilled by using parameters of a prototype vehicle. It verified a stable attitude and analyzed results.

초 록

로터를 이용한 무인비행체는 노출된 블레이드로 운용 시 위험이 따른다. 반면 덕티드 팬은 블레이드 주위를 덕트로 감싸 위험요소를 줄여주고, 동일 동력 하중을 사용한 로터보다 향상된 추력성능을 보인다. 본 논문에서는 덕티드 팬의 장점을 적용하고자 세 개의 덕티드 팬으로 구성된 삼중 덕티드 팬 비행체 형상을 제안한다. 크기가 동일한 두 개의 덕티드 팬과, 크기가 다른 한 개의 덕티드 팬으로 구성되며 3개의 덕티드 팬 중 하나는 추력 방향 조절을 통해 신속한 자세 제어가 가능하다. 삼중 덕티드 팬 비행체의 운동방정식을 유도 하였고, 리아푸노프 함수를 적용하여 시스템을 안정하게 하는 제어 입력을 도출하였다. 그리고 비행체 초기모델의 파라미터를 적용하여 비선형 모델 시뮬레이션을 통해 안정한 자세각이 출력됨을 확인하고 결과를 분석하였다.

Key Words : UAV(무인비행체), Ducted Fan(덕티드 팬), Lyapunov Function(리아푸노프 함수), Modeling(모델링), Tri Ducted Fan(삼중 덕티드 팬)

† 2011년 4월 4일 접수 ~ 2012년 6월 12일 심사완료

* 정회원, 건국대학교 항공우주정보시스템공학과

** 정회원, 한양대학교 기계공학과

*** 정회원, 건국대학교 항공우주정보시스템공학과
교신저자, E-mail : younglee@konkuk.ac.kr
서울시 광진구 화양동 1번지

I. 서 론

무인비행체는 조종사가 탑승하지 않으므로 극고기동 및 극초음속 비행이나 위험 지역에서의 임무 완수가 가능하다. 초기 군사적 목적으로 개

발된 무인비행체는 활용성이 점점 증가하여 현재 재난, 인명 구조 및 감시 등 다양한 곳에서 사용되고 있고 운용 범위 및 운용 형태에 따라 다양한 크기 및 형상으로 개발되고 있다. 무인기는 고정익 무인기와 회전익 무인기로 나눌 수 있는데, 특히 회전익기는 수직 이착륙이 가능하여 이착륙시 공간 제약을 받지 않는 것이 장점이다[1].

현재 개발된 대부분의 수직 이착륙기 (VTOL : Vertical Take Off and Landing)는 로터를 이용하는 경우가 많다. 단일 로터로 추력을 발생시켜 비행하는 기본적인 헬리콥터 기체는 오래전부터 개발되어 기술적 완성도가 높다. 하지만 주로 터 회전으로 발생하는 반토크를 상쇄하기 위해 양력에 기여를 하지 않는 테일 로터를 사용하므로 에너지 효율이 낮다[2]. 근래 활발한 연구가 진행되고 있는 쿼드 로터[3,4] 비행체는 구조가 단순하고 모멘트를 상쇄하기 위해 테일 로터 등의 추가적인 장치를 사용하지 않는 장점이 있다 [2]. 그러나 로터를 이용한 비행체는 노출된 블레이드로 운용 시 인명 피해의 우려가 있고, 운송 시 주의가 필요하다. 또한 RPM변화를 통해 위치/자세를 제어하는데 있어 로터의 관성에 의한 즉각적인 변화가 어려워 제어 입력에 대한 응답 반응이 느린 단점이 있다. 반면 덕티드 팬은 덕트를 로터 주위에 감싸 블레이드의 직접적인 노출을 막아주고, 동일한 동력 하중을 가지는 일반 로터에 비해 큰 추력을 발생시킨다[5,6]. 따라서 도심지 및 건물 내부와 같은 좁은 공간에서도 운용이 용이하고, 동일한 크기의 로터를 사용한 비행체보다 오랜 시간 비행이 가능하다[5].

기존 개발된 덕티드 팬을 이용한 비행체로는 단일 덕티드 팬 비행체가 대부분이다[7]. 주로 팬 하부의 베인을 조정하여 추력 및 자세제어를 한다. 하지만 제어가 복잡하고 일반적으로 무게 중심 부근에 장비를 탑재해야 안정한 비행이 가능하기 때문에, 실제 운용 시 단일 덕티드 팬 비행체는 탑재된 장비로 인하여 팬으로 유입되는 공기 흐름을 방해할 수 있다.

앞서 언급한 비행체의 한계점을 해결하고자 본 논문에서는 3개의 덕티드 팬과 후방 팬의 틸트 매커니즘을 적용한 비행체 형상을 제안하고 해당 비행체의 동역학적 모델 도출 및 제어기 설계 연구를 수행하였다. 삼중 덕티드 팬 비행체는 베인 대신에 틸팅 장치를 이용하여 추력 방향 제어를 하고, 무게 중심 부근에 항법 장비를 탑재하여도 팬으로 유입되는 공기 흐름을 방해하지 않기에, 앞서 언급한 단일 덕티드 팬 비행체의

한계점을 줄일 수 있다. 제안한 삼중 덕티드 팬 비행체 운용을 위한 운동방정식을 유도하였으며, 초기 모델을 제작하고, 파라미터를 도출하여 시뮬레이션에 활용하였다. 또한, 시불변 단일 입출력시스템에만 적용될 수 있는 고전 제어 기법의 한계점을 보완하기 위해, 다변수 상대 벡터를 포함하는 리아푸노프 함수를 이용하여 제어 입력을 도출한 뒤 비선형 시뮬레이션을 통해 안정한 자세각이 출력됨을 확인하였다[8].

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2.1절과 2.2절에서는 삼중 덕티드 팬의 특징과 운동 방정식 모델링 과정을 설명한다. 2.3절에서는 리아푸노프 함수를 사용하여 시스템을 안정하게 만드는 제어 입력을 도출하고, 시뮬레이션 과정을 통해 결과를 분석한다. 마지막으로 3장에서는 결론과 향후 연구 방향에 대해 제시한다.

II. 본 론

2.1 삼중 덕티드 팬 비행체

기존에 개발된 대표적인 다중 로터 비행체를 살펴보면 쿼드 로터 비행체와 2중 로터 비행체 [9]가 있다. 쿼드 로터 비행체는 대칭형 구조로 안정성이 좋지만 로터 회전 각속도를 통해 자세 제어를 하기 때문에 응답 속도가 느리다. 2중 로터 비행체는 로터의 추력 중심이 동체 좌표계선상에 위치하여 자세제어 시 어려움이 따른다. 반면 논문에서 제안한 삼중 덕티드 팬 비행체는 쿼드 로터 형상의 비행체와 비교할 시 로터 무게 감소로 운용시간을 향상시킬 수 있고, 팬 중심이 동체 좌표계의 축 위에 위치하지 않으므로 2중 로터 비행체보다 자세 제어가 수월하다.

삼중 덕티드 팬 비행체는 전방에 고정된 두 개의 덕티드 팬과 상대적으로 작은 후미의 팬으로 구성하였다. 후미의 팬은 틸팅 장치를 이용하여 비행체의 반토크 상쇄 및 요잉을 제어한다. 각속도 제어 뿐만 아니라 팬 틸팅을 이용한 추력 벡터 제어 방식을 사용하여, 다중 덕티드 팬 비행체 형상을 쿼드 로터 비행체 형상처럼 구성할 시 보다 빠른 반응 속도를 가진다[10].

Fig. 2는 삼중 덕티드 팬 비행체의 자세 제어를 도식화 한 그림이다. 삼중 덕티드 팬 비행체는 팬 추력 및 추력 벡터 조절을 통해 자세 제어를 한다. Rolling을 하려면 1,2번 팬의 각속도를 조절하고 Pitching을 하려면 1,2번 팬과 3번 팬의 각속도를 조절한다. Yawing을 하려면 3번 팬의 각속도를 조절하거나 틸트 각도를 조절한다.

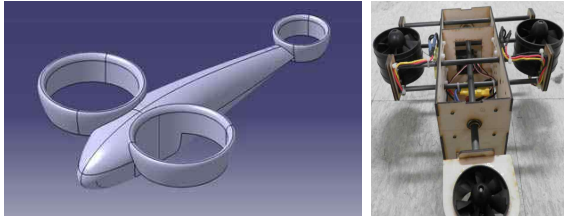


Fig. 1. 삼중 덕티드 팬 비행체

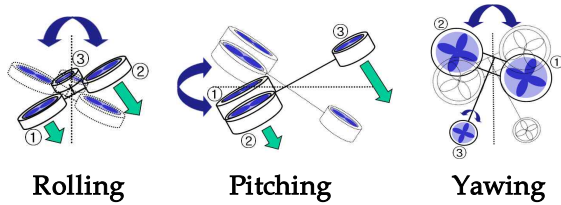


Fig. 2. 삼중 덕티드 팬 비행체 자세 제어

2.2 수학적 모델링

2.2.1 운동 방정식 유도

Fig. 3은 삼중 덕티드 팬 비행체를 도식화한 그림이다. $(\vec{b}_x, \vec{b}_y, \vec{b}_z)$ 는 동체 고정 좌표계로서 무게 중심에 위치하고, $(\vec{E}_x, \vec{E}_y, \vec{E}_z)$ 는 지구 고정 좌표계이다[11]. l_1, l_2, l_3 는 비행체의 무게중심에서 팬 중심까지의 거리이다. 1, 2번 팬은 로터 회전에 의해 발생하는 반토크 상쇄를 위해 서로 반대로 회전하고, 3번 팬은 2번 팬의 회전방향과 같다. 시계 방향으로 회전하는 팬은 +, 시계반대방향으로 회전하는 팬은 -로 정의한다.

비행체의 동역학 시스템을 해석 및 제어하기 위해서는 먼저 정확한 동역학 모델링 과정이 필요하다. 운동방정식을 모델링하기 위해 뉴턴-오일러 방정식[9]을 사용한다.

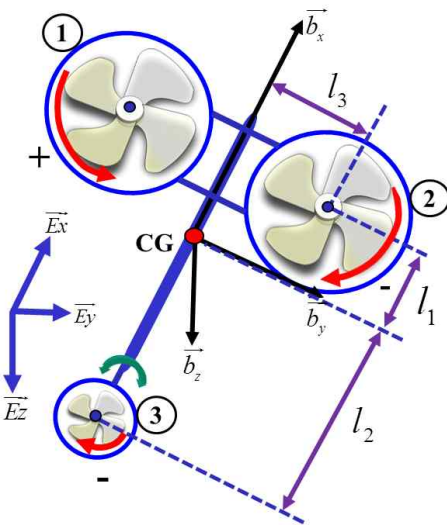


Fig. 3. 삼중 덕티드 팬 관련 좌표계

$$\begin{aligned} m \frac{d\vec{V}}{dt} \Big|_I &= \vec{F} \\ I \frac{d\vec{\omega}}{dt} \Big|_I &= \vec{M} \end{aligned} \tag{1}$$

m 은 질량, $\vec{V}=[u \ v \ w]^T$ 는 비행체 각축의 선속도이고, $\vec{\omega}=[p \ q \ r]^T$ 는 비행체 각축의 각속도이다. $\vec{F}=[X_F \ Y_F \ Z_F]^T$ 는 비행체의 각축에 작용하는 외력이고, $\vec{M}=[\tau_{Fx} \ \tau_{Fy} \ \tau_{Fz}]^T$ 는 비행체의 각축에 작용하는 모멘트이며, I 는 동체 중심 좌표계 x, y, z 축의 관성 모멘트이다. 비행체는 강체이고 외부 힘과 모멘트는 비행체의 무게중심에 작용한다고 가정하였다. 동체 좌표계에 대한 뉴턴-오일러 방정식은 식 (2)와 같다[12].

$$\begin{aligned} m\vec{\dot{V}} + m(\vec{\omega} \times \vec{V}) &= \vec{F} \\ I\vec{\dot{\omega}} + (\vec{\omega} \times I\vec{\omega}) &= \vec{M} \end{aligned} \tag{2}$$

식 (2)를 유도하면 식 (3)의 6자유도 방정식이 도출된다[12].

$$\begin{aligned} \sum X_F &= m(\dot{u} - rv + qw) \\ \sum Y_F &= m(ru + \dot{v} - pw) \\ \sum Z_F &= m(-qu + pv + \dot{w}) \\ \sum \tau_{Fx} &= I_{xx}\dot{p} - qr(I_{yy} - I_{zz}) - I_{xz}pq - I_{xz}\dot{r} \\ \sum \tau_{Fy} &= I_{yy}\dot{q} - pr(I_{zz} - I_{xx}) - I_{xz}(r^2 - p^2) \\ \sum \tau_{Fz} &= I_{zz}\dot{r} - pq(I_{xx} - I_{yy}) - I_{xz}pr \end{aligned} \tag{3}$$

g, θ, ϕ, I_{ij} 는 중력가속도, pitch angle, roll angle, ij -축의 관성모멘트를 나타낸다. 여기서 운동방정식과 함께 자세각과 동체 각속도 관계식을 표현하는 운동학 (Kinematics) 관계식은 식(4)로 유도된다.

$$\begin{aligned} p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ q &= \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\ r &= \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \end{aligned} \tag{4}$$

2.2.2 시스템 모델링

제어 입력을 모델링하기 위해 비행체에 작용하는 외력과 모멘트를 고려하였다. 팬의 회전에 의해 발생하는 추력, 그리고 팬추력으로 인해 생기는 모멘트, 반토크, 자이로 효과를 고려하였다. 본 논문에서는 호버링 상태의 자세 제어만을 고려하였으므로, 비행체 이동시 발생하는 항력은 모델링에서 제외하였다. Fig. 4는 3번 팬 틸트로 발생하는 추력의 분력으로 F_3 는 3번 팬의 추력, μ 는 틸트 각도를 나타낸다.

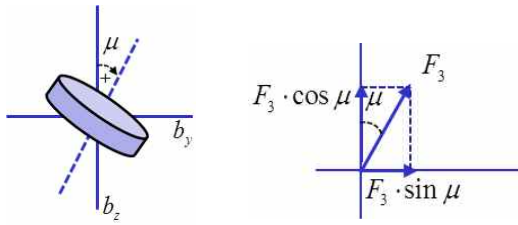


Fig. 4. 틸트 시스템

1) 추력으로 발생하는 모멘트

비행체에서 발생하는 추력은 팬의 회전 속도의 제곱에 비례한다고 가정한다. τ_T 는 팬의 추력으로 발생하는 모멘트로 식 (5)와 같다.

$$\tau_T = \begin{bmatrix} \tau_{Tx} \\ \tau_{Ty} \\ \tau_{Tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_3 b_1 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2) \\ l_1 b_1 (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) - l_2 b_2 \Omega_3^2 \cos \mu \\ -l_2 b_2 \Omega_3^2 \sin \mu \end{bmatrix} \quad (5)$$

$\tau_{Tx}, \tau_{Ty}, \tau_{Tz}$ 는 동체 좌표계의 x, y, z축을 중심으로 발생하는 토크이다. $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 은 각 팬의 각 속도이고, μ 는 3번 팬의 틸트 각도이다. b_1 은 1, 2번 팬, b_2 는 3번팬의 회전수 비 추력을 나타내는 추력 계수이다.

2) 반토크

팬의 회전에 의해 비행체는 회전 방향과 반대로 작용하는 토크가 생긴다. τ_A 는 팬의 회전에 의해 발생하는 반토크이다.

$$\tau_A = \begin{bmatrix} \tau_{Ax} \\ \tau_{Ay} \\ \tau_{Az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -d_2 \Omega_3^2 \sin \mu \\ d_1 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2) - d_2 \cos \mu \Omega_3^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

d_1, d_2 는 1, 3번 팬이 회전할 때 발생하는 반토크의 비를 나타내는 계수이다.

3) 자이로 효과

동체의 x축을 중심으로 틸트하는 팬의 영향으로 y, z 축에 자이로 효과[10]로 인한 모멘트가 발생한다. 틸트하는 팬의 kinetic momonet 벡터($I_{3r} \Omega_3$)와 틸트 각속도 벡터($\dot{\mu}$)를 외적하여 구한다. τ_{GM} 은 자이로 효과로 발생하는 모멘트이다. $\tau_{GM,x}, \tau_{GM,y}, \tau_{GM,z}$ 는 자이로 효과를 x, y, z축의 모멘트로 분리한 것이다. I_{3r} 은 3번 팬의 관성 모멘트이다.

앞서 전개한 비행체의 외부 모멘트를 전체 토크 τ_F 로 나타내면 식 (8)과 같다.

$$\tau_{GM} = [\text{kinetic moment}] \times [\text{tilt angle velocity}]$$

$$= \begin{bmatrix} \tau_{GM,x} \\ \tau_{GM,y} \\ \tau_{GM,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 0 & I_{3r} \Omega_3 \sin \mu & I_{3r} \Omega_3 \cos \mu \\ \dot{\mu} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$= [0, I_{3r} \Omega_3 \cos \mu \cdot \dot{\mu}, -I_{3r} \Omega_3 \sin \mu \cdot \dot{\mu}]^T$$

$$\tau_F = \begin{bmatrix} \tau_{Fx} \\ \tau_{Fy} \\ \tau_{Fz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{Tx} + \tau_{Ax} + \tau_{GM,x} \\ \tau_{Ty} + \tau_{Ay} + \tau_{GM,y} \\ \tau_{Tz} + \tau_{Az} + \tau_{GM,z} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$= \begin{bmatrix} l_3 b_1 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2) \\ (l_1 b_1 (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) - l_2 b_2 \Omega_3^2 \cos \mu - d_2 \Omega_3^2 \sin \mu + I_{3r} \Omega_3 \cos \mu \cdot \dot{\mu}) \\ (d_1 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2) - d_2 \cos \mu \Omega_3^2 + l_2 b_2 \Omega_3^2 \sin \mu - I_{3r} \Omega_3 \sin \mu \cdot \dot{\mu}) \end{bmatrix}$$

뉴턴-오일러 방정식으로 유도된 회전 운동 방정식에 전체 토크 τ_F 를 적용하면 식 (9)과 같다.

$$I_{xx} \dot{p} - qr(I_{yy} - I_{zz}) - I_{xz} pq - I_{xz} \dot{r}$$

$$= l_3 b_1 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2)$$

$$I_{yy} \dot{q} - pr(I_{zz} - I_{xx}) - I_{xz} (r^2 - p^2)$$

$$= (l_1 b_1 (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) - l_2 b_2 \Omega_3^2 \cos \mu - d_2 \Omega_3^2 \sin \mu + I_{3r} \Omega_3 \cos \mu \cdot \dot{\mu})$$

$$I_{zz} \dot{r} - pq(I_{xx} - I_{yy}) - I_{xz} pr$$

$$= (d_1 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2) - d_2 \Omega_3^2 \cos \mu - l_2 b_2 \Omega_3^2 \sin \mu - I_{3r} \Omega_3 \sin \mu \cdot \dot{\mu}) \quad (9)$$

식 (9)의 F 는 비행체에 작용하는 외력이고, 각 축의 외력을 X_F, Y_F, Z_F 로 분리하여 나타낸다.

$$F = \begin{bmatrix} X_F \\ Y_F \\ Z_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -mg \sin \theta \\ mg \sin \phi \cos \theta + b_2 \Omega_3^2 \sin \mu \\ mg \cos \phi \cos \theta + b_1 (\Omega_1^2 + \Omega_2^2) + b_2 \Omega_3^2 \cos \mu \end{bmatrix} \quad (10)$$

2.2.3 파라미터 도출 및 가제어성 판별

Fig. 5는 덕티드 팬을 이용하여 제작한 삼중 덕티드 팬 비행체의 초기 모델이다. 앞질에서 언급한 대로 비행체 전방의 1,2번 팬은 고정되었고, 후미의 3번 팬은 동체 좌표의 x축을 중심으로 틸트된다.

표 1은 실 제작한 삼중 덕티드 팬 비행체의 파라미터이다. CATIA를 이용하여 초기 모델을 설계하고 대략적인 관성모멘트를 구하였다.

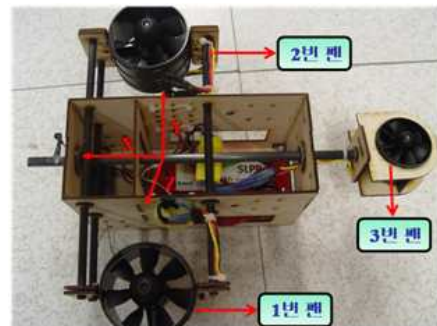


Fig. 5. 삼중 덕티드 팬 비행체 초기 모델

Table 1. 삼중 덕티드 팬 파라미터

파라미터	값	단위
I_{xx}	1.1×10^{-2}	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$
I_{yy}	8×10^{-3}	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$
I_{zz}	1.8×10^{-2}	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$
I_{xz}	2.8×10^{-4}	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$
I_{3r}	3.6×10^{-6}	$\text{Kg} \cdot \text{m}^2$
l_1	0.05	m
l_2	0.2	m
l_3	0.125	m
b_1	5.7387×10^{-5}	Ns^2
b_2	7.4374×10^{-6}	Ns^2
d_1	7.7243×10^{-6}	Nms^2
d_2	1.4875×10^{-6}	Nms^2
mass	1.1	kg

$b_{1,2}, d_{1,2}$ 는 식 (11), (12)을 이용하여 도출하였다[13]. T 는 팬 추력, ρ 는 공기 밀도, D 는 팬 지름, n 은 팬 회전수, C_T 는 팬 고유의 추력 계수이다.

$$C_T \cdot \rho \cdot D^4 = \frac{T}{n^2} = b_{1,2} \quad (11)$$

$$C_T \cdot \rho \cdot D^5 = \frac{T}{n^2} D = d_{1,2} \quad (12)$$

시스템의 가제어성을 판별하기 섭동 모델식[9]을 사용하였다. 비선형 시스템 $\dot{x} = f(x)$ 를 고려하면, 선형화를 위해 x 를 $x = x_e + \Delta x$ 로 선언한다. 여기서 x_e 는 평형상태의 변수이고, Δx 는 미소 교란을 나타낸다. 선형화한 방정식은 식 (13)의 상태방정식으로 정리된다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU & X &= [\Delta \phi \ p \ \Delta \theta \ q \ \Delta \psi \ r]^T \\ U &= [\Delta \Omega_1 \ \Delta \Omega_2 \ \Delta \Omega_3 \ \Delta \mu]^T \\ A &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{I_{zz}}{I_{xx}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ B &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\frac{l_1}{I_{xx}}b_1\bar{\Omega}_1 & -2\frac{l_1}{I_{xx}}b_1\bar{\Omega}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\frac{l_2}{I_{yy}}b_2\bar{\Omega}_1 & 2\frac{l_2}{I_{yy}}b_2\bar{\Omega}_2 & -\frac{2\bar{\Omega}_3(k_1l_2b_2+k_2d_2)}{I_{yy}} & \frac{(l_2b_2k_1\bar{\Omega}_3+d_2k_1\bar{\Omega}_3^2)}{I_{yy}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2\frac{d_1}{I_{zz}}\bar{\Omega}_1 & -2\frac{d_1}{I_{zz}}\bar{\Omega}_2 & \frac{-2d_1\bar{\Omega}_3(k_1d_2+l_2b_2k_1)}{I_{zz}} & \frac{\bar{\Omega}_3^2(k_1d_2+l_2b_2k_1)}{I_{zz}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

Table 2. 평형 상태의 팬 각속도 및 틸트 각도

$\bar{\Omega}_1$	$\bar{\Omega}_2$	$\bar{\Omega}_3$	$\bar{\mu}$
335.95	335.95	660.45	3.435

단위: rev/s, degree

$\bar{\Omega}_1, \bar{\Omega}_2, \bar{\Omega}_3, \bar{\mu}$ 는 모멘트 평형 상태의 1,2,3번 팬의 각속도와 팬 틸트 각도를 나타낸다. k_1 는 $\cos(\bar{\mu})$, k_2 는 $\sin(\bar{\mu})$ 이다. 수치 해석 방법의 하나인 뉴턴-랩슨으로 $\bar{\Omega}_1, \bar{\Omega}_2, \bar{\Omega}_3, \bar{\mu}$ 를 구하고, 방정식에 대입 후 식 (14)의 가제어성 행렬을 이용하여 판별하였다. 표 2는 모멘트 평형상태의 팬각속도와 틸트 각도를 나타낸다.

식 (14)의 Rank가 6이면 이 시스템은 제어가 가능하다. 표 1의 파라미터를 식 (14)에 적용한 결과 C행렬의 Rank가 6이므로 이 시스템은 제어가 가능하다. 이 구간의 선형 모델이 제어 가능하므로 동일 구간의 비선형 모델 또한 제어 가능하다고 판단된다[14].

$$C = [B \ AB \ A^2B \ A^3B \ A^4B \ A^5B] \quad (14)$$

2.3 리아푸노프 제어 시뮬레이션

2.3.1 리아푸노프 함수를 이용한 제어 입력

리아푸노프 안정성 이론[3,8]을 이용하여 시스템 안정성을 분석하였다. $V(x)$ 가 리아푸노프 함수일 때, 아래 조건을 만족할 시 시스템은 점근적으로 안정하다.

$$\begin{aligned} V(x) &: R^n \rightarrow R \\ V(x) &\geq 0 & \dot{V}(x) = \frac{d}{dt}V(x) &\leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

단, 등식은 $x=0$ 일 경우만 해당

비행체의 자세각과 자세 각속도를 식 (16)로 재정의 한다. 여기서 섭동항의 변화가 크지 않다고 판단하여 식(4)의 운동학 방정식에 의해 $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}) \approx (p, q, r)$ 로 가정하였다.

$$\begin{aligned} x_1 &= \phi \\ x_2 &= \dot{x}_1 = p \\ x_3 &= \theta \\ x_4 &= \dot{x}_3 = q \\ x_5 &= \psi \\ x_6 &= \dot{x}_5 = r \end{aligned} \quad (16)$$

$X_{att} = [\phi \ p \ \theta \ q \ \psi \ r]$ 는 비행체의 자세와 관련된 상태 변수이다. 이것을 상태 방정식 형태로 나타내면 식 (17), (18)과 같다.

$$\dot{X}_{att} = f_{att}(X, U) \quad (17)$$

$$f_{att}(X, U) = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_4x_6 \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) + x_2x_4 \frac{I_{xz}}{I_{xx}} + \frac{I_3}{I_{xx}} b_1 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2) \\ x_4 \\ \left\{ x_2x_6 \left(\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) + (x_6^2 - x_2^2) \frac{I_{zz}}{I_{yy}} + \frac{1}{I_{yy}} (l_1 b_1 (\Omega_1^2 + \Omega_2^2)) \right\} \\ -l_2 b_2 \Omega_3^2 \cos \mu - d_2 \Omega_3^2 \sin \mu + I_3 \Omega_3 \cos \mu \cdot \dot{\mu} \\ x_6 \\ \left\{ x_2x_4 \left(\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) + x_2x_6 \frac{I_{xz}}{I_{zz}} + \frac{1}{I_{zz}} (d_1 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2)) \right\} \\ d_3 \Omega_3^2 \cos \mu - l_2 b_2 \Omega_3^2 \sin \mu - I_3 \Omega_3 \sin \mu \cdot \dot{\mu} \end{pmatrix} \quad (18)$$

원하는 상태 (desired state)를 X_{att}^d 라면 $X_{att}^d = (x_1^d, 0, x_3^d, 0, x_5^d, 0)^T$ 이 된다. X_{att}^d 와 상태 변수를 이용하여 정의된 리아푸노프 함수는 식 (19) 과 같다.

$$V(X_{att}) = \frac{(x_1 - x_1^d)^2 + x_2^2 + (x_3 - x_3^d)^2 + x_4^2 + (x_5 - x_5^d)^2 + x_6^2}{2} \quad (19)$$

식 (19)을 시간에 따라 미분하면 식 (20)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(X_{att}) &= (x_1 - x_1^d) \dot{x}_2 + x_2 \dot{x}_2 + (x_3 - x_3^d) \dot{x}_4 + x_4 \dot{x}_4 + (x_5 - x_5^d) \dot{x}_6 + x_6 \dot{x}_6 \\ &= (x_1 - x_1^d) \dot{x}_2 + x_2 \left\{ x_4x_6 \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) + x_2x_4 \frac{I_{xz}}{I_{xx}} + \frac{I_3}{I_{xx}} b_1 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2) \right\} \\ &\quad + \left[(x_3 - x_3^d) \dot{x}_4 + x_4 \left\{ x_2x_6 \left(\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) + (x_6^2 - x_2^2) \frac{I_{zz}}{I_{yy}} + \frac{1}{I_{yy}} (l_1 b_1 (\Omega_1^2 + \Omega_2^2)) \right\} \right. \\ &\quad \left. - l_2 b_2 \Omega_3^2 \cos \mu - d_2 \Omega_3^2 \sin \mu + I_3 \Omega_3 \cos \mu \cdot \dot{\mu} \right] \\ &\quad + \left[(x_5 - x_5^d) \dot{x}_6 + x_6 \left\{ x_2x_4 \left(\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) + x_2x_6 \frac{I_{xz}}{I_{zz}} + \frac{1}{I_{zz}} (d_1 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2)) \right\} \right. \\ &\quad \left. - d_3 \cos \mu \Omega_3^2 - l_2 b_2 \Omega_3^2 \sin \mu - I_3 \Omega_3 \sin \mu \cdot \dot{\mu} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)의 $V(\dot{X}_{att})$ 가 0보다 작아야 리아푸노프 함수의 안정 조건에 의해 시스템이 안정하다. 비행체의 제어 입력 U_x, U_y, U_z 는 동체의 x, y, z 축을 중심으로 발생하는 제어 입력이다. $U_{y1,2}, U_{z1,2}$ 는 1,2번 팬과 3번 팬의 제어 입력으로 분리하였다.

$$\begin{aligned} U_x &= b_1 l_3 (\Omega_1^2 - \Omega_2^2) \\ U_{y1} &= b_1 (\Omega_1^2 + \Omega_2^2), U_{y2} = -b_2 \Omega_3^2 \cos \mu - d_2 \Omega_3^2 \sin \mu \\ U_y &= l_1 U_{y1} + l_2 U_{y2} \\ U_{z1} &= d_1 (-\Omega_1^2 + \Omega_2^2), U_{z2} = -d_3 \cos \mu \Omega_3^2 + b_2 \Omega_3^2 \sin \mu \\ U_z &= l_1 U_{z1} + l_2 U_{z2} \end{aligned} \quad (21)$$

리아푸노프 함수를 이용하여 시스템을 안정하게 하는 제어 입력을 도출하면 식 (22)과 같다.

$$\begin{aligned} U_{d,x} &= -x_4x_6 (I_{yy} - I_{zz}) - k_1 x_2 - I_{xx} (x_1 - x_1^d) - I_{xz} x_4 \\ U_{d,y} &= -x_2x_6 (I_{zz} - I_{xx}) - k_1 x_4 - I_{yy} (x_3 - x_3^d) \\ &\quad - I_{zz} (x_6^2 - x_2^2) - I_3 \Omega_3 \cos \mu \cdot \dot{\mu} \\ U_{d,z} &= -x_2x_4 (I_{xx} - I_{yy}) - k_3 x_6 - I_{zz} (x_5 - x_5^d) \\ &\quad - I_{xz} x_6 + I_3 \Omega_3 \sin \mu \cdot \dot{\mu} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 k_1, k_2, k_3 는 제어 성능을 조절하는 파라미터로 양의 상수이다[13]. 식 (22)의 제어 입력을 식 (20)에 적용하면 식 (23)와 같다.

$$\dot{V}(X_{att}) = -k_1 \frac{1}{I_{xx}} x_2^2 - k_2 \frac{1}{I_{yy}} x_4^2 - k_3 \frac{1}{I_{zz}} x_6^2 < 0 \quad (23)$$

식 (23)는 리아푸노프 함수를 이용하여 도출한 제어 입력을 운동방정식에 적용하면 식 (15) 리아푸노프의 안정성 판별 조건[13]에 의해 시스템이 안정한 상태로 되는 것을 말해준다.

2.3.2 비선형 모델 시뮬레이션

앞 절에서 유도한 제어 입력이 삼중 덕티드 팬 비행체 시스템에 적용될 시 안정한 출력값이 나오는지 확인하기 위해 Matlab/Simulink를 이용하여 비선형 모델 시뮬레이션을 진행하였다. 제한한 삼중 덕티드 팬 비행체의 임무 조건에 따른 설계 요구조건은 Table 3으로 설정하였다.

먼저 일정한 자세각을 유지하고 있는 삼중 덕티드 팬 비행체에 5초에서 0.5초간 외란이 발생할 때 0~20초간 비행체의 자세각을 확인하였다. 외란은 Fig. 6으로 동체의 각축에 동일하게 적용하였다.

Fig. 7은 Fig. 6의 외란을 적용시 식 (22)의 제어 입력에서 사용자 파라미터인 k_1, k_2, k_3 을 변경하여 시뮬레이션을 한 결과를 나타낸다. $k_{1,2,3}$ 에 따른 자세각 변화를 살펴보기 위해 0.02, 0.03, 0.04로 변경하여 시뮬레이션을 수행하였다. z축 관성모멘트 I_{zz} 가 x, y축 관성모멘트 I_{xx}, I_{yy} 보다 크기 때문에 $k_{1,2,3}$ 를 동일하게 설정했을 경우에는 Roll angle, Pitch angle 보다 Yaw angle의 오버슈트 (Overshoot)가 가장 크고 정착 시간 (Settling time)도 가장 오래 걸리는 것을 확인할 수 있었고, $k_{1,2,3}$ 이 증가할수록 외란에 강인한 특성을 보였다.

Table 3. 제어 설계 요구 조건

오버슈트 (Overshoot)	15 % 이내
상승시간 (Rise Time)	5 Sec 이내
정착시간 (Settling Time)	15 Sec 이내

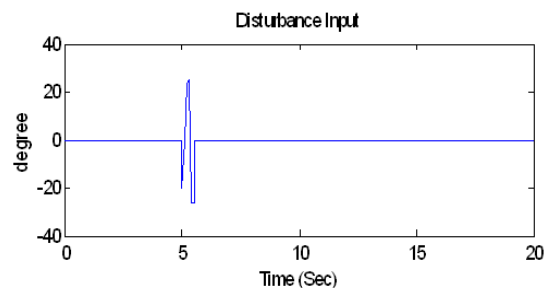


Fig. 6. 외란 입력

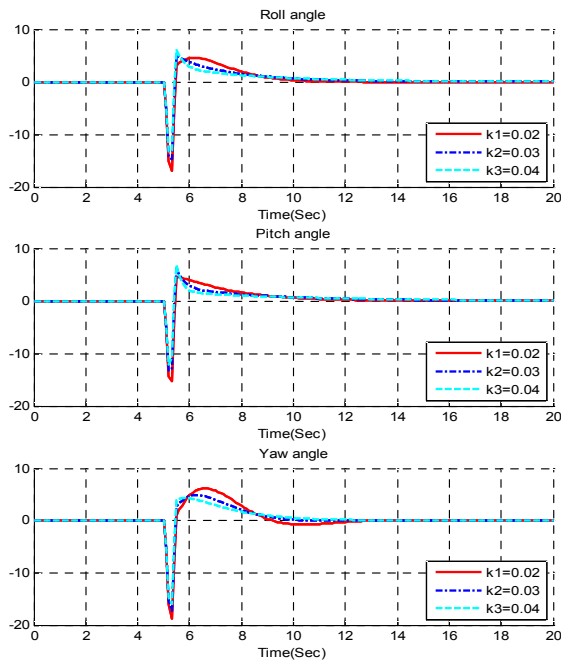


Fig. 7. 외란 발생시 k_1, k_2, k_3 변화에 따른 자세 변화

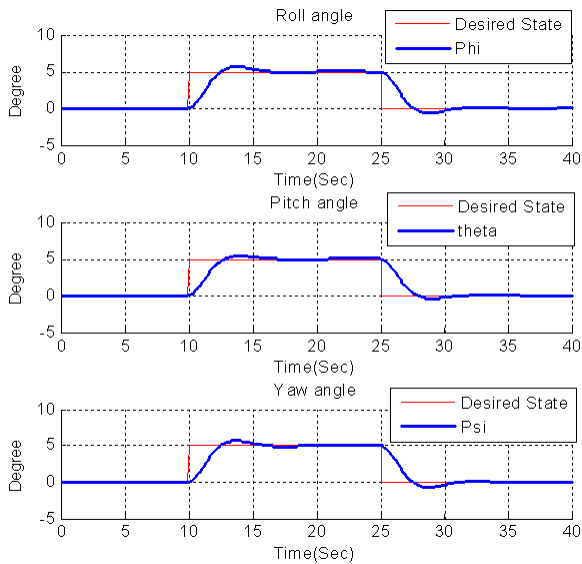


Fig. 8. 자세각 추적 성능 비교

Fig. 8은 원하는 상태 (desired state)를 시스템에 적용할 때 출력되는 자세각의 변화를 나타낸다. $k_1=0.012$, $k_2=0.01$, $k_3=0.019$ 로 설정하였다. 이때, 자세각의 과도 응답 특성은 Table 4와 같다. Yaw angle은 오버 슈트가 가장 크고 정착 시간이 가장 오래 걸리지만, 증가 시간이 가장 짧다. 반면 Pitch angle은 오버 슈트가 가장 작은 반면에 증가 시간이 가장 오래 걸린다. 도출된 과도 응답 특성을 제어 설계 조건과 비교해 볼 때 만

Table 4. 과도 응답 특성치

	Roll angle	Pitch angle	Yaw angle
오버슈트	12.9%	8.0%	14.2%
증가시간	2.0 Sec	2.0 Sec	2.3 Sec
정착시간	5.8 Sec	5.9 Sec	7.5 Sec

족 하는 것을 알 수 있다. 이로서 리아푸노프 함수를 이용한 제어 설계 결과 설계 요구도에 만족하는 값이 출력됨을 확인하였다.

III. 결 론

본 논문에서는 세 개의 덕티드 팬을 이용한 새로운 비행체 형상을 제안하였다. 비행체의 운동 방정식을 모델링 하였고, 상용 덕티드 팬을 이용하여 제작한 비행체의 파라미터로 시뮬레이션을 수행하였다.

또한 모멘트 평형상태를 기준으로 선형화를 진행하여 가제어성을 판별하였고, 리아푸노프 함수의 안정성 판별 조건을 이용하여 시스템을 안정한 상태로 만드는 제어 입력을 도출하였다. 도출한 제어 입력값은 Matlab/Simulink로 구성된 시뮬레이터를 이용하여 조건에 따른 시뮬레이션을 하였다. 외란이 발생할 때 k_1, k_2, k_3 는 동일하게 설정한 경우와, 사용자 파라미터 k_1, k_2, k_3 를 조절한 경우, 마지막으로 원하는 상태에 따른 Roll, Pitch, Yaw angle 변화를 알아보았다. 시뮬레이션 결과 리아푸노프 함수를 이용하여 도출한 제어 입력을 시스템에 적용 시 외란이 발생하여도 안정한 자세각이 출력됨을 확인하였고, 제어계 내의 튜닝 파라미터 k_1, k_2, k_3 조절을 통해 설계 요구 조건에 적합한 파라미터를 도출하였다.

본 논문에서 유도한 운동 방정식은 새롭게 제안한 삼중 덕티드 팬 비행체에 기타 항법장비를 탑재하여 여러 항법 제어를 설계하는데 사용될 것이며, 향후 자율 비행 알고리즘, 장애물 충돌 회피, 자동 이착륙 알고리즘 연구 등에 사용할 것이다. 그리고 공력 데이터 분석을 통해 최적 설계한 덕티드 팬을 이용하여 무인기 개발을 할 예정이다.

후 기

이 논문은 2010년 정부 (교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행한 것임 (No. 2010-0028187)

참고문헌

- 1) Jean, M.P., Philippe. S., and Tarek. H., "Hovering flight stabilization in wind gusts for ducted fan UAV", 25th IEEE conference on Decision and Control 14-17, December. 2004
- 2) 김민욱, 황호연, "헬리콥터 덕트 팬 테일 로터의 역설계 및 구조 해석", 한국항공우주학회, 2002년 춘계학술발표대회 논문집, pp.189-195
- 3) Samir Boubadllah, *Design and Control of Quadrotors with application to Autonomous Flying*, Universite boubekr Belkaid, February, 2007
- 4) H. Rafaralahy, E. Richard, M. Boutayeb and M. Zasadzinski, "Simultaneous observer based sensor diagnosis and speed estimation of Unmanned Aerial Vehicle", Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control
- 5) Wang Changhong, Li Yuanwei, Xi Boqi, Yi Guoxing, "Modeling, control and flight testing for a saucer ducted fan UAV", System and Control in Aeronautics and Astronautics, 2010 3rd International Symposium on, 2010, pp. 930-935
- 6) Abrego, A. I. and Bulaga, R.W., "Performance Study of a Ducted Fan System", Proceedings of AHS Aerodynamics, Acoustics, and Test and Evaluation Technical Specialist Meeting, San Fransisco, CA 2002
- 7) 박상덕, 신진옥, "덕트형 (Ducted - Fan Type) 수직이착륙 무인기 기술개발 동향", 한국기계산업진흥회, 2010, pp. 71-76
- 8) Dmitri P.Kim, *자동제어 II*, 한울출판사, 2000
- 9) Farid Kendoul, Isabelle Fantoni, Rogelio Lozano, "Modeling and control of a small autonomous aircraft having two tilting rotors", 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference, 2005
- 10) <http://diydrones.com/profiles/blogs/picpic-ot-flies-a-trirotor>
- 11) Sergio Salazar-Cruz, Farid Kendoul, Rogelio Lozano and Isabelle Fantoni, "Real-Time Control of a Small-Scale Helicopter Having Three Rotors", Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System, 2006
- 12) 김병수, 김유단, 방효충, 탁민제, 홍성경, *비행 동역학 및 제어*, 경문사, 2004
- 13) Mark H. Williams, Dalton, W. N. and Jinsoo Cho, "Unsteady Aerodynamic Analysis of Ducted Fans," *AIAA Journal of Propulsion and Power*, Vol.7, No.5, 1991, pp. 800-804.
- 14) J.K. Hedrick and A. Girard, Control of Nonlinear Dynamic System: Theory and Applications, 2005.