

---

# Debye Polarization을 이용한 흡음재 모델링에 대한 연구

박규칠\* · Kazufumi Ito\*\* · 윤종락\*\*\*

An Approach for Modeling of Sound Absorbing Material using Debye Polarization

Kyu-Chil Park\* · Kazufumi Ito\*\* · Jong Rak Yoon\*\*\*

---

이 논문은 2008학년도 부경대학교 연구년 교수 지원사업에 의하여 연구되었음

---

## 요 약

본 연구에서는 해저의 반사면이나 흡음재와 같이 주파수에 따라 다른 특성을 가지는 매체를 수치적으로 모델링 하였다. 기존의 흡음재 해석 등가회로 모델에 용량성 성분을 부가하기 위해 Debye polarization 기법을 적용하여 흡음재의 모델링을 하였다. 이 모델의 파라미터를 추정하기 위해 폴리우레탄이라는 흡음재의 흡음 주파수 특성을 이용하였다. 파라미터의 추정에는 non-linear least squares라는 비선형 최적화 기법을 사용하였다. 먼저 두께 25 mm의 폴리우레탄의 흡음재의 파라미터를 추정하였으며, 이 파라미터를 이용해 50 mm의 폴리우레탄의 특성을 모델링하는 것이 가능하였다. 이를 바탕으로 흡음재의 주파수에 따른 흡음 특성을 하나의 간단한 모델로 모델링하는 것이 가능함을 보였다.

## ABSTRACT

It is introduced an approach to model for numerical analysis of a sound absorbing material that has different absorbing coefficient according to frequency. For modeling of a sound absorbing material, we tried to model by a traditional modeling method. But it had large differences on frequency domain, especially a capacitance component due to increasing of frequency. We approach to model a sound absorbing material by the Debye polarization technique with non-linear least square method. At first, we estimated parameters form a polyurethane with thickness 25 mm, then we could model a polyurethane with thickness 50 mm using same parameters. Therefore, we could find that the Debye polarization is an useful way to model sound absorbing materials.

## 키워드

흡음재, Debye polarization, 비선형최소자승법, 최적화

## Key word

Sound absorbing material, Debye polarization, non-linear least squares, optimization

---

\* 정회원 : 부경대학교 정보통신공학과 (교신저자 : kcpark@pknu.ac.kr)

접수일자 : 2012. 05. 25

\*\* 정회원 : Department of Mathematics, North Carolina State University

심사완료일자 : 2012. 06. 16

\*\*\* 정회원 : 부경대학교 정보통신공학과

**Open Access** <http://dx.doi.org/10.6109/jkiice.2012.16.7.1391>

© This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

I. 서 론

최근의 전자제품은 소형화, 경량화, 고에너지 효율화, 컨버전스 제품 등 공학의 발전으로 진화를 거듭하고 있지만, 기본적으로 실내에서 사용되므로 모터의 회전과 진동 등에 의한 소음은 여전히 발생되고 있다. 전자제품의 소음 감소 대책은 저소음 부품, 수동 및 능동적인 음향 제어 기술 등을 들 수 있으나, 고주파수 영역에서는 수동 음향 제어 기술의 하나인 흡음재의 사용이 필수적이라고 볼 수 있다. 이러한 흡음재를 제품에 장착하여 사용하기 전에 그 효과를 비교, 분석할 수 있는 시스템이 구성이 되면, 흡음재에 따른 다양한 정각 테스트, 시간 절약에 따른 원가 절감의 효과를 누릴 수 있다.

본 연구에서는 이러한 시스템을 구현할 수 있도록, 흡음재와 같이 주파수에 따른 특성을 가지는 매체를 수치적으로 모델링하고자 하였다. 기존의 흡음재 해석 등가 회로 모델에 Debye polarization 기법을 적용하여 흡음재를 모델링하였다. 이 모델의 파라미터를 추정하기 위해 폴리우레탄이라는 흡음재의 흡음 주파수 특성을 이용하였으며, 파라미터의 추정에는 non-linear least squares 라는 비선형 최적화 기법을 사용하였다. 이를 바탕으로 흡음재의 주파수에 따른 흡음 특성을 하나의 간단한 모델로 모델링하는 것이 가능함을 보였다.

II. 흡음재의 모델링 및 파라미터 추정

먼저 흡음재를 모델링하기 위해 감쇠가 없는 파동 방정식부터 살펴보면,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

로 주어진다. 여기서  $\phi$ 는 포텐셜,  $c = 1/\sqrt{LC}$ 는 전파속도에 해당한다[1-5]. 회로로 구성해 보면 그림 1 (a)와 같이 주어진다. 또한 이 식의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$\phi(x) = \phi^+ e^{-j\alpha x} + \phi^- e^{j\alpha x} \tag{2}$$

여기서  $\alpha = \omega \sqrt{LC}$ 로 주어지는 페이저 성분이다.

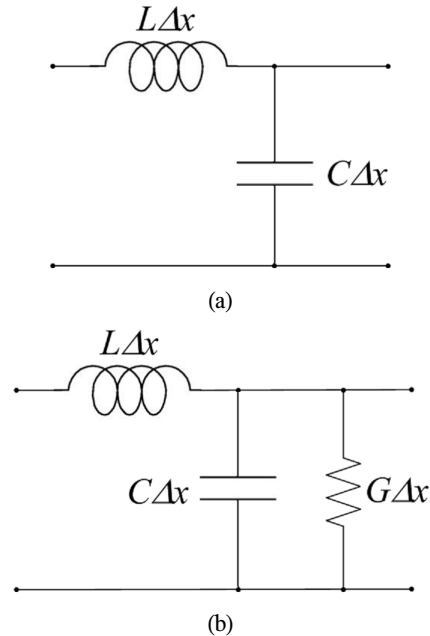


그림 1. 1차원 등가 회로  
(a) 감쇠가 없는 경우, (b) 감쇠가 있는 경우  
Fig. 1 One-dimensional equivalent circuit  
(a) no loss, (b) with loss

다음으로 감쇠가 있는 경우(그림 1 (b))의 파동 방정식을 살펴보면,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\xi}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \tag{3}$$

로 주어진다. 여기서  $\xi = G\sqrt{L/C}$ 로 주어지는 감쇠인자[1-5]에 해당되고, 해는 다음과 같이 주어진다.

$$\phi(x) = \phi^+ e^{-j\beta x} + \phi^- e^{j\beta x} \tag{4}$$

여기서  $\beta = j\alpha + \gamma = \sqrt{j\omega L(j\omega C + G)}$ 로 주어지는 복소 페이저 성분이다.  $\gamma$ 는 감쇠 상수에 해당되므로 흡음재의 흡음 특성에 의해 정해지는 값이다. 예를 들어, 공기 중에서는 0으로 취급되며, 흡음재에서는 감쇠에 해당한다고 볼 수 있다. 여기서 공기중에서 흡음재로

파가 전파할 경우에 음향 임피던스의 차이에 의해 발생하는 반사계수를 살펴보면,

$$R = \frac{Z_{abs} - Z_{air}}{Z_{abs} + Z_{air}} \quad (5)$$

$$= \frac{\sqrt{j\omega L / (j\omega C + G)} - \sqrt{L/C}}{\sqrt{j\omega L / (j\omega C + G)} + \sqrt{L/C}}$$

로 주어진다. 이 경우 통과 계수  $T = 1 - R$ 로 주어진다. 다음으로 흡음재의 흡음 특성을 측정하는 방법을 살펴보면, 크게 관내법과 무향실을 이용하는 2가지의 방법이 있다. 본 연구에서 사용된 흡음 특성은 관내법에 의해 측정된 자료[6-7]를 바탕으로 하였다. 이 경우 흡음률  $A$ 와 입사파와 반사파의 음압 관계는 다음과 같이 주어진다.

$$A = 1 - \frac{|P_r|^2}{|P_i|^2} \quad (6)$$

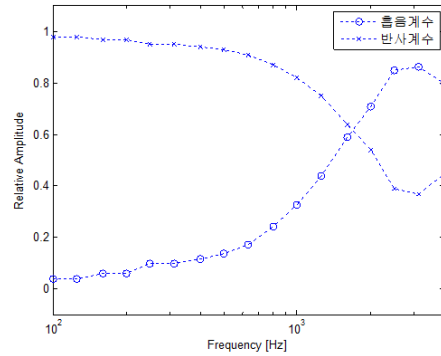
로 주어진다. 즉, 입사파의 에너지  $|P_i|^2$ 와 반사파의 에너지  $|P_r|^2$ 의 차로 주어진다. 여기서 입사파와 반사파의 관계는 다음 식으로 주어진다[8].

$$\begin{bmatrix} P_i \\ P_r \end{bmatrix} = \frac{1}{T} \begin{bmatrix} 1 & R \\ R & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\alpha x} & 0 \\ 0 & e^{-\alpha x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{ie} \\ P_{re} \end{bmatrix} \quad (7)$$

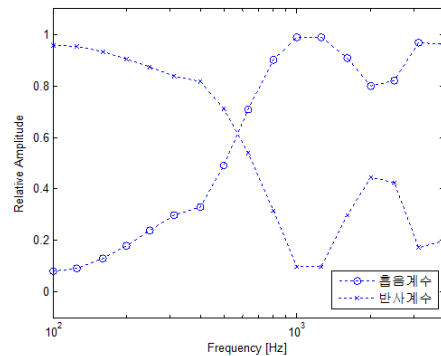
여기서  $P_{ie}$  및  $P_{re}$ 는 매질의 오른쪽 끝에서의 입사파와 반사파의 음압에 해당되며, 강벽의 경우 같은 음압 값을 가지게 된다.

다음으로 파라미터의 추정에 non-linear least squares [9]라는 최적화 기법을 사용하였다. 이 기법은 비선형 데이터 근사 문제를 포함한 비선형최소자승 문제를 푸는데 주로 사용되는 알고리즘이다. 먼저 목적으로 하는 값의 벡터  $\mathbf{d}(x)$ 와 현재의 벡터 값  $\mathbf{o}(x)$ 로 목적함수  $\mathbf{f}(x) = \mathbf{d}(x) - \mathbf{o}(x)$ 를 구성한 다음 적용시키면  $\min \sum_x \mathbf{f}(x)^2$ 이 되는 해를 구해주는 알고리즘으로, 찾고자하는 값의 최소값과 최대값을 지정해 줄 수가 있어 좁은 구간에서 정밀하게 해를 구하는 데 적합하다고

볼 수 있다. 여기서 목적값은 25 mm 두께의 흡음재의 반사 계수로 지정하고 해를 구하였다.



(a)



(b)

그림 2. 폴리우레탄의 흡음 계수  
(a) 두께 25 mm, (b) 두께 50 mm

Fig. 2. Sound absorption coefficient of a polyurethane  
(a) thickness 25 mm, (b) thickness 50 mm

### III. 수치 시뮬레이션 결과

대상으로 한 흡음재의 흡음 계수는 그림 2와 같다. 재료는 폴리우레탄이며, 밀도  $K$ 는  $28 \text{ kg/m}^3$ 이고, 두께는 각각 25 mm, 50 mm의 두 가지를 이용하였다. 먼저 하나의 층(layer)를 가지는 모델로 두께 25 mm인 폴리우레탄의 흡음 계수의 특성을 추정하기 위해 식 (7)을 이용하여 최적화를 실행하였으며, 그 결과는 그림 3과 같다.

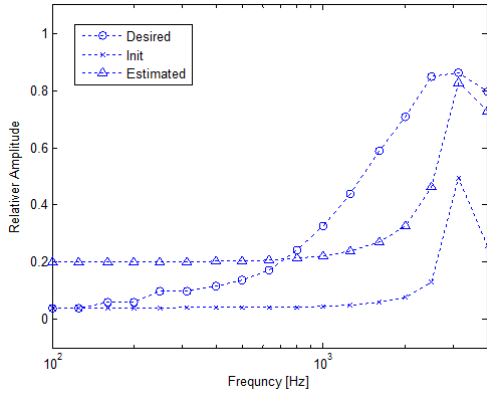


그림 3. 흡음 계수 추정 결과의 한 예  
Fig. 3 A result of estimation for sound absorption coefficient

여기서 ○는 흡음재 폴리우레탄의 흡음 계수, X는 초기치, △는 추정된 최종 결과이다. 추정으로 구해진 파라미터 중 속도는 360.08 m/s, 밀도는 6.74 kg/m<sup>3</sup>, 감쇠는 184.08으로 주어졌다. 자승평균오차는 56.7E-3에서 17.9E-3으로 나타났다. 그러나 추정된 결과 값은 흡음재의 특성과 많은 차이를 보이고 있다. 그 후 초기치를 변경하며 수차례의 최적화를 수행하였으나 만족할 만한 최종 결과 값을 얻을 수가 없었다.

이는 25 mm의 흡음재를 단일 층, 즉 하나의 속도, 밀도, 감쇠로 나타내려고 하는 데 그 한계가 있는 것으로 판단하였다. 물론, 층을 늘려서 다중층으로 구성하면 추정은 가능하리라 예상되지만, 하나의 층으로 단일 크기의 흡음재를 모델링하고자 그림 1 (b)의 모델에 소자를 추가하는 방향으로 접근하였다. 특히 그림 3의 결과에서 추정된 파라미터의 주파수 특성은 1 kHz 이하에서 평탄한 특성을 보이는 반면, 실제 폴리우레탄의 주파수 특성은 주파수에 따라 증가하는 특성을 보이는 것에 주목하여, 주파수 의존성을 갖는 소자가 필요함을 알 수 있었다.

주파수 의존 특성을 가지는 소자를 추가하기 위해 타 연구에 사용되던 Debye polarization 기법[10-13]을 본 연구에 도입하여, 그림 1 (b)의 모델을 그림 4와 같이 변경하였다. 기존의 저항에 직렬로 하나의 커패시터 C<sub>d</sub>가 추가된 형태의 모델이다.

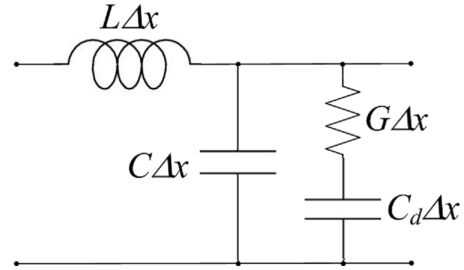


그림 4. Debye polarization 기법을 적용한 모델  
Fig. 4 A sound absorption material model using Debye polarization

그림 4의 회로의 해는 식 (4)와 같은 형태이고, 다만 β의 값이

$$\beta = \frac{j\alpha + \gamma}{\sqrt{j\omega L \left( j\omega C + \left\{ \frac{1}{R + 1/j\omega c_d} \right\} \right)}} \quad (8)$$

로 주어지고, 반사계수는 다음과 같이 주어진다.

$$R = \frac{Z_{abs} - Z_{air}}{Z_{abs} + Z_{air}} \quad (9)$$

$$= \frac{\sqrt{j\omega L \left( j\omega C + \left\{ \frac{1}{R + 1/j\omega c_d} \right\} \right)} - \sqrt{L/C}}{\sqrt{j\omega L \left( j\omega C + \left\{ \frac{1}{R + 1/j\omega c_d} \right\} \right)} + \sqrt{L/C}}$$

이 모델을 바탕으로 최적화를 실행해 본 결과 그림 5와 같은 결과를 얻었다. ○는 흡음재 폴리우레탄의 흡음 계수, X는 초기치, 실선은 추정된 최종결과이다. 이때의 매질의 속도, 밀도, 감쇠, 커패시터의 용량은 각각 708.25 m/s, 4.06 kg/m<sup>3</sup>, 29.79, 3.13E-6의 값으로 주어졌다.

이 결과 값은 초기값에 따라 약간 다른 값으로 수렴하는 특성을 보여, local minimum에 수렴하는 특성이 있음을 발견하였다.

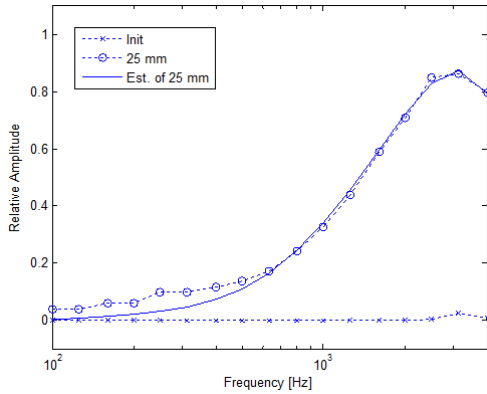


그림 5. Debye polarization 기법을 적용한 모델의 흡음 계수 추정 결과 예

Fig. 5 A result of estimation for sound absorption coefficient using Debye polarization

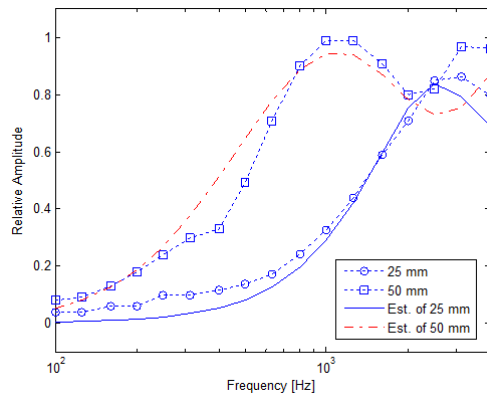


그림 6. 서로 다른 크기의 흡음재의 흡음 계수 추정 결과

Fig. 6 A result of estimation for sound absorption coefficient according to their thickness

이 문제를 해결하기 위해서는 global minimum 추정에 사용되는 genetic algorithm[14]이나 sparse grid[15]와 같은 최적화 기법을 이용하면 해결될 것으로 사료된다. 그림 6에 다른 초기치를 이용한 결과를 나타내었다. 또한 이때의 모델 결과 값을 바탕으로 두께 50 mm의 흡음재의 흡음 특성을 추정한 결과도 같이 나타내었다. 실선으로 표시된 결과가 25 mm 흡음재의 파라미터 추정 결과이며, 일점쇄선으로 표시된 결과가 25 mm 흡음재에 의해 추정된 파라미터를 이용하여 계산된 50 mm 흡음재의 흡음계수를 나타낸다. 그 결과 Debye polarization 기

법을 적용하여 단지 하나의 파라미터를 더 추가하는 것에 의해 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

## V. 결 론

본 연구는 이 기존의 흡음재의 시간 모델링 연구의 결과에 Debye polarization 기법을 적용하여 흡음재를 모델링하였으며, 이 모델의 파라미터를 추정하기 위해 크기가 서로 다른 흡음재의 흡음 주파수 특성을 이용하였다. 또한 파라미터의 추정에는 non-linear least squares라는 비선형 최적화 기법을 사용하였다. 이를 바탕으로 단일 크기의 흡음재의 흡음 특성을 하나의 추가된 파라미터로 간단하게 모델링하는 것이 가능하였으며, 설치 이전에 흡음 성능을 추정할 수 있을 것으로 판단된다. 또한, 이 연구는 여러 층(layers)을 가진 대상을 해석할 수 있는 범용성을 가지고 있어 향후 수중 음향 전파 시뮬레이션에서 해저 반사면의 주파수 특성을 모델링하는 문제에도 충분히 응용될 수 있을 것으로 판단된다.

## 감사의 글

이 논문은 2008학년도 부경대학교 연구년 교수 지원사업에 의하여 연구되었음 (PS-2008-037).

## 참고문헌

- [ 1 ] L. Chai and Y. Kagawa, "Discrete Huygens' modeling for the characterization of a sound absorbing medium", Jour. Sound & Vib. 304, pp.587-605, 2007.
- [ 2 ] Y. Kagawa, T. Tsuchiya, B. Fujii and K. Fujioka, "Discrete Huygens' model approach to sound wave propagation", Jour. Sound & Vib. 218(3) pp.419-444, 1998.
- [ 3 ] Y. Kagawa, T. Tsuchiya, K. Fujioka and M. Takeuchi, "Discrete Huygens' model approach to sound wave propagation - Reverberation in a room, sound source

- identification and tomography in time reversal”, J. Sound & Vib. 225(1) pp.61-78, 1999.
- [ 4 ] Kyu-Chil Park, Yukio Kagawa and Takao Tsuchiya, “The TLM Modelling of Surface Acoustic Waves Devices”, Proc. of the 19th Computational Electromagnetics and Electronics Symposium, pp.167-170, 1999.
- [ 5 ] Y. Kagawa, T. Fujitani, Y. Fujita, L. Chai, N. Wakatsuki, T. Tsuchiya, “Discrete Huygens’ modeling approach to wave propagations in a homogeneous elastic field,” Journal of Sound and Vibration, 255(2) pp.323-335, 2003.
- [ 6 ] 강대준, 이우석, 이재원, 홍준기, 조윤희, “흡음재의 시험조건에 따른 흡음성능 특성,” 한국소음진동공학회 논문집, 16(7) pp.683-689, 2006.
- [ 7 ] 강대준, 이재원, 구진희, 박형규, “시험방법에 따른 흡음률 비교,” 한국소음진동공학회 논문집, 17(5) pp.373-378, 2007.
- [ 8 ] O. Hashimoto, The Story of the Wave Absorber, Nikkan Industrial News Publishing Co. Ltd., 2001, (In Japanese).
- [ 9 ] The Mathworks, Inc., Optimization Toolbox 4 User’s Guide, The Mathworks, Inc., 2009.
- [10] Roman CIMBALA, “The Calculation of Polarization Spectrum and Activation Energy of Insulation during Accelerated Thermal Stress,” Acta Electrotechnica et Informatica 2(6) pp.1-4, 2006.
- [11] F. Mady, J. M. Reboul and R. Renoud, “Formal analogy between multiple-trapping and polarization models: a physical picture for the Cole - Cole formula,” J. Phys. D: Appl. Phys. 38 pp.2271-2275, 2005.
- [12] Tian Hao, Akiko Kawai, and Fumikazu Ikazaki, “Direct Differentiation of the Types of Polarization Responsible for the Electroreological Effect By a Dielectric Method,” Journal of Colloid and Interface Science 239, pp.106-112, 2001.
- [13] R. M. Nelms, D. R. Cahela, and Bruce J. Tatarchuk, “Using a Debye Polarization Cell to Predict Double-Layer Capacitor Performance,” IEEE Transactions on Industry Applications, 37(1) pp.4-8, Jan./Feb. 2001.
- [14] The Mathworks, Inc., Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox 2 User’s Guide, The Mathworks, Inc., 2009.
- [15] Andreas Klimke, Sparse Grid Interpolation Toolbox User’s Guide, Institut für Angewandte Analysis und Numerische Simulation (IANS), 2008.

## 저자소개

### 박규철 (Kyu-Chil Park)

한국정보통신학회 영문지  
제8권 제2호 참조



### Kazufumi Ito

He received the B.S. degree and M.S. degree in Department of Applied Physics from Osaka University, Japan in 1976 and 1978, respectively.

He received the D. Sc. degree in Systems Science and Mathematics from Washington University in 1981. Since 1992, he has been a Professor, Associate Professor in Department of Mathematics, North Carolina State University. His major field is functional analytic method for control and inverse problems and theoretical and numerical analysis for solutions for partial differential equations.

### 윤종락 (Jong Rak Yoon)

한국정보통신학회 영문지  
제8권 제2호 참조