Journal of the Korean Data & Information Science Society
2012, **23**(4), 683–691

http://dx.doi.org/10.7465/jkdi.2012.23.4.683
한국데이터정보과학회지

4 x 4 그레코라틴방격모형의 검정력 연구[†]

최영훈[1]

[1]한신대학교 응용통계학과

접수 2012년 5월 29일, 수정 2012년 6월 15일, 게재확정 2012년 6월 22일

요약

4 x 4 그레코라틴방격모형은 모집단의 분포에 상관없이 주효과 검정을 위한 순위변환 통계량의 검정력이 모수적 통계량의 검정력보다 전체적으로 높은 우위성을 갖는다. 효과크기가 균등간격이 아닌 경우에 주효과 검정을 위한 순위변환 통계량의 검정력은 효과크기가 균등간격인 경우보다 다소 낮지만 모수적 통계량의 검정력에 비하여 월등한 비교우위를 갖는다. 순위변환 통계량의 검정력은 블럭효과의 수가 줄어들거나 효과크기가 작아질수록 모수적 통계량의 검정력보다 월등히 우세함을 보인다. 블럭효과들이 존재할 때는 주효과에 비하여 블럭효과들이 모두 작거나 하나의 블럭효과에 편중된 경우에 순위변화 통계량의 검정력이 모수적 통계량의 검정력보다 더욱 우수하다. 이는 상호작용없이 다인자인 네 개의 주인자 및 블럭인자만으로 구성된 그레코라틴방격모형의 특성에 의한 결과로, 앞으로 구체화하지 못한 다인자로 구성된 요인실험계획모형 등에 확대 적용할 순위변환기법의 가능성을 제시한다.

주요용어: 4 x 4 그레코라틴방격모형, 고정효과, 분산분석 통계량, 순위변환.

1. 서론

그레코라틴방격모형은 영문알파벳인 라틴문자로 표현된 라틴방격모형에 관심대상인 처리가 그리스문자로 중첩된 이중의 라틴방격모형이다. Hicks (1982), Montgomery (1991)는 만약에 개별그리스문자가 개별라틴문자와 마찬가지로 단지 한 번씩만 발생하는 속성을 갖는 방격모형이 중복될 때, 두 라틴방격모형은 독립의 직교관계를 갖는 그레코라틴방격모형이라 정의한다. 이때 그레코라틴방격모형은 조직적으로 블럭화된 세 가지 유형의 외형변수 및 한 가지의 주요인 변수를 조절하기 위해 사용된다. 즉 행, 열, 라틴문자, 그리스문자의 네 가지 요인들을 포함하는 방격모형이다.

즉 세 가지 블럭요인이 동시에 발생하는 그레코라틴방격모형은 전형적인 라틴방격모형의 확장된 모형으로, Fabian (1991), Thompson (1991)이 제시한 상호작용 등의 해석이 어렵고 불필요한 경우의 문제점 및 차후에 주된 관심요인이 많이 존재하며 반복과정을 줄여 실질적인 비용을 절감하는 실험계획 등을 설계하고자 하는 현실적 모형분석을 위한 해결방안의 대안이 될 수 있다.

그레코라틴방격모형의 관심은 처리라고 불리는 한 가지 요인에 집중되어 있으며, 추가적으로 세 가지 제약이 랜덤화 과정에 가해지고 있다. 블럭요인이라는 세 가지 제약요인의 수준 수는 처리수준의 수와 동일한 방격모형이며, Fisher와 Yates (1953)는 랜덤화과정을 고려한 여러 가지의 가능한 구체적인 방격모형들을 제시하고 있으며, Neter 등 (1990)은 특징을 제시하고 있다.

[†] 본 연구는 한신대학교 학술연구비 지원에 의한 것임.
[1] (447-791) 경기도 오산시 양산동 411, 한신대학교 응용통계학과, 교수. E-mail: choicyh@hs.ac.kr

본 연구는 Conover와 Iman (1981)에 의해 정의된 순위자료에 모수적 검정기법을 적용하는 순위변환기법의 간편하면서도 편리한 장점을 Akritas와 Papadatos (2004)의 요인계획법 모형 및 Hora와 Iman (1988), Lee와 Kim (2011)의 완전확률화블럭모형, Choi (2009, 2011)의 라틴방격 및 블럭요인모형 등의 확대된 모형과 Lee 등 (2012)의 통계량 검정에도 유용하게 응용할 수 있는 4 x 4 그레코라틴방격모형의 순위변환에 따른 검정력 분석을 구체적으로 살펴보고자 한다.

4 x 4 그레코라틴방격모형의 주효과 검정을 위하여 모수적 ANOVA F 통계량과 순위변환된 ANOVA FR 통계량 사이의 검정력을 다양한 모집단분포, 효과크기 및 효과구조의 시뮬레이션을 통하여 비교분석해 보고자 한다. 한편 4 x 4 그레코라틴방격모형은 네 개의 인자가 존재하지만 관심대상인 한 개의 주효과와 세 개의 블럭효과로 구성된 특이성과 복잡성 및 랜덤효과는 검정력 자체를 떨어뜨리는 속성으로 말미암아, 주효과 유무를 검정하기 위하여 네 인자들이 모두 고정인 경우의 고정효과에 따른 검정력 분석에 초점을 맞추고자 한다. 즉 4 x 4 그레코라틴방격모형의 세 블럭인자 A, B, C 및 주인자 D 가 모두 고정인 경우에 있어서 주효과의 검정력이 F 통계량 및 FR 통계량간에 어떠한 차이를 보이는지를 밝히고 자세한 원인분석을 꾀하고자 한다.

2. 통계적모형 및 통계량

연구대상인 4 x 4 그레코라틴방격모형은 아래의 Table 2.1과 같다.

Table 2.1 4 x 4 graeco-latin square design

row	column			
	1	2	3	4
1	$E\eta$	$F\theta$	$G\lambda$	$H\phi$
2	$F\phi$	$E\lambda$	$H\theta$	$G\eta$
3	$G\theta$	$H\eta$	$E\phi$	$F\lambda$
4	$H\lambda$	$G\phi$	$F\eta$	$E\theta$

4 x 4 그레코라틴방격모형의 각 인자들은 4개씩의 수준을 갖고, 총관측값은 16으로 결정되는 특이한 속성을 보인다. 실질적으로 관측값 Y_{ijkl}의 네 가지 첨자 중에서 단지 두 가지만이 관측값을 입증하기 위해 필요한 특징을 갖는다. 이와같은 결과는 기존의 라틴방격모형에 추가적인 세 번째 제약 (블럭)수준 $\eta, \theta, \lambda, \phi$가 각행과 각열에 단지 한 번씩 나타날뿐만 아니라, 각 처리수준 E, F, G, H에 대하여도 한 번씩 나타나는 현상에 기인하기 때문이다.

4 x 4 그레코라틴방격모형의 통계적모형은

$$Y_{ijkl} = \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \tau_l + \epsilon_{ijkl}, \text{ 단 } i, j, k, l = 1, 2, 3, 4,$$
$$\sum_{i=1}^{4} \alpha_i = \sum_{j=1}^{4} \beta_j = \sum_{k=1}^{4} \gamma_k = \sum_{l=1}^{4} \tau_l = 0$$

으로 표현할 수 있다. Y_{ijkl}은 i 행, j 열, k 그리스문자 블럭수준, l 라틴문자 처리수준을 나타내는 관측값이다. 총평균은 0을 나타낸다. α_i는 블럭인자 A의 i번째 수준의 블럭효과를 나타내며, β_j는 블럭인자 B의 j번째 수준의 블럭효과를, γ_k는 블럭인자 C의 k번째 수준의 블럭효과를, τ_l는 주인자 D의 l번째 수준의 주효과를 나타낸다. ϵ_{ijkl}는 각각 표준정규모집단 $N(0,1)$, 지수모집단 $Exp(1)$, 이중지수모집단 $D(0,1)$ 및 균일모집단 $U(0,1)$으로부터 발생한 오차항을 가정한다.

따라서 주효과 검정을 위한 귀무가설 $H_0 : \tau_l = 0$, 단 $l = 1, 2, 3, 4$에 대하여 F 와 FR 은 각각 모수적 ANOVA 검정통계량과 순위에 바탕을 둔 F 검정통계량으로 아래와 같이 정의한다.

Table 2.2 Hypothesis, statistic and rejection region for testing main effect

Statistic/ hypothesis	$H_0 : \tau_l = 0$
F :	$4\sum_{l=1}^{4}(\bar{y}_{\cdots l}-\bar{y}_{\cdots\cdot})^2 \,/\, \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}(y_{ijkl}-\bar{y}_{i\cdots}-\bar{y}_{\cdot j\cdot\cdot}-\bar{y}_{\cdot\cdot k\cdot}-\bar{y}_{\cdots l}+3\bar{y}_{\cdots\cdot})^2$
FR :	$4\sum_{l=1}^{4}(\bar{R}_{\cdots l}-\bar{R}_{\cdots\cdot})^2 \,/\, \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}(R_{ijkl}-\bar{R}_{i\cdots}-\bar{R}_{\cdot j\cdot\cdot}-\bar{R}_{\cdot\cdot k\cdot}-\bar{R}_{\cdots l}+3\bar{R}_{\cdots\cdot})^2$
Rejection region :	F, FR $> F_{3,3,0.95} = 9.28$

단 $\bar{y}_{i\cdots}=\sum_{j=1}^{4}y_{ijkl}/4$, $\bar{y}_{\cdot j\cdot\cdot}=\sum_{i=1}^{4}y_{ijkl}/4$, $\bar{y}_{\cdot\cdot k\cdot}=\sum_{i,j=1}^{4}y_{ijkl}/4$,$\bar{y}_{\cdots l}=\sum_{i,j=1}^{4}y_{ijkl}/4$,
$\bar{y}_{\cdots\cdot}=\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}y_{ijkl}/16$을 나타내며, 순위 $R_{ijkl}=R(y_{ijkl})$, $\bar{R}_{i\cdots}=\sum_{j=1}^{4}R_{ijkl}/4$, $\bar{R}_{\cdot j\cdot\cdot}=\sum_{i=1}^{4}R_{ijkl}/4$,
$\bar{R}_{\cdot\cdot k\cdot}=\sum_{i,j=1}^{4}R_{ijkl}/4$, $\bar{R}_{\cdots l}=\sum_{i,j=1}^{4}R_{ijkl}/4$, $\bar{R}_{\cdots\cdot}=\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}R_{ijkl}/16$을 의미한다.

시뮬레이션 과정은 정규, 지수, 이중지수, 균일분포를 따르는 변량을 생성시킨 후, 주어진 고정효과를 발생시키기 위하여 각각의 효과크기에 상응하는 상수를 가산하며, 주효과 검정을 위한 모수적 ANOVA F 통계량 및 순위변환된 ANOVA FR 통계량을 계산한다. 즉 α_i, β_j, γ_k의 블럭효과 및 τ_l의 주효과는 첫 번째로 효과크기가 균등간격인 $\alpha_1=-\alpha_4=\alpha$, $\alpha_2=-\alpha_3=\alpha/3$, $\beta_1=-\beta_4=\beta$, $\beta_2=-\beta_3=\beta/3$, $\gamma_1=-\gamma_4=\gamma$, $\gamma_2=-\gamma_3=\gamma/3$, $\tau_1=-\tau_4=\tau$, $\tau_2=-\tau_3=\tau/3$의 관계식 및 두 번째로 효과크기가 균등간격이 아닌 $\alpha_1=-\alpha_4=\alpha$, $\alpha_2=-\alpha_3=0.2\alpha$, $\beta_1=-\beta_4=\beta$, $\beta_2=-\beta_3=0.2\beta$, $\gamma_1=-\gamma_4=\gamma$, $\gamma_2=-\gamma_3=0.2\gamma$, $\tau_1=-\tau_4=\tau$, $\tau_2=-\tau_3=0.2\tau$의 관계식으로부터 추가적으로 유도한다. 그리고 5% 유의수준하에서의 기각되는 비율을 각각 계산한다.

3절은 앞서 제시한 효과크기가 균등간격 및 균등간격이 아닌 효과구조에 대한 모수적 F 통계량과 순위변환 FR통계량의 검정력 비교분석 연구에 중점을 두고자 한다. 4 x 4 그레코라틴방격모형의 결합된 블럭내에서 처리수준이 한 번씩만 발생하는 특수성을 고려하여 효과크기 $c=0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2$의 0.25씩의 증가변화를 검정력 분석에 반영하였다. 한편 이와 같은 반복과정을 30000번 이상 수행하였으며, 주어진 변량를 발생시키기 위하여 Visual C++ 언어를 사용하였고, EXCEL을 이용한 결과물의 비교를 추가로 제시하였다.

3. 검정력 분석

본 절에서는 주인자 D의 주효과 τ_l를 검정하기 위한 통계량 F와 FR의 검정력을 다음과 같은 효과크기가 균등간격 및 효과크기가 균등간격이 아닌 효과구조 상황하에서 분석하고자 한다.

(3.1): 블럭인자 A, B, C 및 주인자 D가 모두 고정이며, 효과크기가 균등간격인 경우에 주효과 τ_l의 검정력 :

$$\alpha_1=-\alpha_4=\alpha,\ \alpha_2=-\alpha_3=\alpha/3,\ \beta_1=-\beta_4=\beta,\ \beta_2=-\beta_3=\beta/3,$$
$$\gamma_1=-\gamma_4=\gamma,\ \gamma_2=-\gamma_3=\gamma/3,\ \tau_1=-\tau_4=\tau,\ \tau_2=-\tau_3=\tau/3$$

(1) A의 블럭효과만을 가정한 경우 :
$$\alpha=0.2c, 0.5c, 1.0c, 1.2c,\ \beta=\gamma=0, \tau=c$$

(2) A 및 B의 블럭효과를 가정한 경우 :
$$\alpha=0.2c, 0.5c, 1.0c, 1.2c,\ \beta=0.2c, 0.5c,\ \gamma=0, \tau=c$$

(3) A, B 및 C 의 블럭효과를 모두 가정한 경우 :
$$\alpha=0.2c, 0.5c, 1.0c,\ \beta=0.2c, 0.5c,\ \gamma=0.2c, \tau=c$$

(3.2): 블럭인자 A, B, C 및 주인자 D가 모두 고정이며, 효과크기가 균등간격이 아닌 경우에 주효과 τ_l의 검정력 :

$$\alpha_1=-\alpha_4=\alpha,\ \alpha_2=-\alpha_3=0.2\alpha,\ \beta_1=-\beta_4=\beta,\ \beta_2=-\beta_3=0.2\beta,$$
$$\gamma_1=-\gamma_4=\gamma,\ \gamma_2=-\gamma_3=0.2\gamma,\ \tau_1=-\tau_4=\tau,\ \tau_2=-\tau_3=0.2\tau$$

(1) A의 블럭효과만을 가정한 경우 :

$$\alpha = 0.2c, 0.5c, 1.0c, 1.2c,\ \beta = \gamma = 0,\ \tau = c$$

(2) A 및 B의 블럭효과를 가정한 경우 :

$$\alpha = 0.2c, 0.5c, 1.0c, 1.2c,\ \beta = 0.2c, 0.5c,\ \gamma = 0,\ \tau = c$$

(3) A, B 및 C 의 블럭효과를 모두 가정한 경우 :

$$\alpha = 0.2c, 0.5c, 1.0c,\ \beta = 0.2c, 0.5c,\ \gamma = 0.2c,\ \tau = c$$

3.1. A, B, C 및 D 인자가 모두 고정이며, 효과크기가 균등간격인 경우에 주효과 τ_l의 검정력

첫 번째로 A, B, C 및 D 인자가 모두 고정이며, 효과크기가 균등간격인 경우에 주효과 τ_l의 검정력을 분석하고자 한다. 아래의 Table 3.1은 네 인자가 모두 고정이며, 효과크기가 균등간격인 (3.1) 및 효과크기가 균등간격이 아닌 (3.2) 경우의 효과크기를 동시에 나타낸다.

Table 3.1 Effect size for A, B, C, D when factors are all fixed

case	α	β	γ	τ	case	α	β	γ	τ	case	α	β	γ	τ
(0)	all cases are F													
(1)	0	0	0	c	(6)	$0.2c$	$0.2c$	0	c	(11)	$0.2c$	$0.2c$	$0.2c$	c
(2)	$0.2c$	0	0	c	(7)	$0.5c$	$0.2c$	0	c	(12)	$0.5c$	$0.2c$	$0.2c$	c
(3)	$0.5c$	0	0	c	(8)	$0.5c$	$0.5c$	0	c	(13)	$0.5c$	$0.5c$	$0.2c$	c
(4)	c	0	0	c	(9)	c	$0.2c$	0	c	(14)	c	$0.2c$	$0.2c$	c
(5)	$1.2c$	0	0	c	(10)	$1.2c$	$0.2c$	0	c	(15)	c	$0.5c$	$0.2c$	c

Table 3.2의 결과는 균등간격의 효과크기 (3.1) 및 Table 3.1을 바탕으로 유도한 유의수준 0.05 하에서의 주효과 τ_l의 검정력이며, Figure 3.1은 특히 (2) $\alpha = 0.2c,\ \beta = \gamma = 0,\ \tau = c$ (4) $\alpha = c,\ \beta = \gamma = 0,\ \tau = c$ (6) $\alpha = \beta = 0.2c,\ \gamma = 0$,$\tau = c$ (9) $\alpha = c,\ \beta = 0.2c,\ \gamma = 0,\ \tau = c$ (11) $\alpha = \beta = \gamma = 0.2c,\ \tau = c$ (14) $\alpha = c,\ \beta = \gamma = 0.2c,\ \tau = c$의 경우로서 오차항이 정규분포, 지수분포, 이중지수분포 및 균일분포인 모집단으로부터 주효과 τ_l의 검정력을 종합적으로 요약한 도표 및 그림이다.

Table 3.2 Power of main effect τ_l for A, B, C, D when factors are all fixed and effect levels are equally spaced

Distribution	c	F(0)	FR(1)	FR(2)	FR(3)	FR(4)	FR(5)	FR(6)	FR(7)	FR(8)	FR(9)	FR(10)	FR(11)	FR(12)	FR(13)	FR(14)	FR(15)
Normal	0.25	0.058	0.062	0.062	0.062	0.063	0.063	0.062	0.061	0.062	0.062	0.063	0.063	0.061	0.063	0.064	0.063
	0.50	0.095	0.098	0.099	0.101	0.103	0.103	0.099	0.100	0.100	0.103	0.104	0.101	0.101	0.101	0.101	0.100
	0.75	0.159	0.161	0.166	0.167	0.169	0.169	0.166	0.167	0.166	0.171	0.170	0.164	0.167	0.163	0.165	0.167
	1.00	0.247	0.255	0.257	0.259	0.264	0.265	0.255	0.259	0.252	0.263	0.262	0.256	0.253	0.243	0.252	0.259
	1.25	0.357	0.366	0.368	0.373	0.382	0.377	0.365	0.367	0.355	0.370	0.373	0.362	0.361	0.340	0.354	0.367
	1.50	0.475	0.482	0.485	0.492	0.501	0.501	0.485	0.487	0.464	0.492	0.490	0.473	0.471	0.437	0.462	0.487
	1.75	0.594	0.602	0.602	0.610	0.625	0.620	0.601	0.603	0.570	0.609	0.606	0.590	0.585	0.534	0.566	0.603
	2.00	0.701	0.707	0.709	0.717	0.730	0.721	0.705	0.705	0.662	0.713	0.705	0.693	0.687	0.622	0.661	0.705
Exponential	0.25	0.047	0.079	0.080	0.078	0.077	0.074	0.079	0.079	0.078	0.077	0.074	0.080	0.078	0.078	0.076	0.075
	0.50	0.091	0.149	0.150	0.148	0.137	0.135	0.148	0.143	0.139	0.134	0.130	0.146	0.142	0.137	0.132	0.126
	0.75	0.171	0.248	0.248	0.241	0.228	0.224	0.245	0.235	0.226	0.223	0.217	0.239	0.231	0.219	0.214	0.196
	1.00	0.280	0.361	0.362	0.353	0.344	0.337	0.359	0.347	0.332	0.331	0.327	0.351	0.340	0.316	0.313	0.282
	1.25	0.402	0.475	0.476	0.473	0.465	0.456	0.470	0.462	0.436	0.452	0.447	0.463	0.452	0.415	0.424	0.368
	1.50	0.525	0.583	0.586	0.586	0.580	0.568	0.581	0.572	0.545	0.568	0.560	0.573	0.557	0.508	0.531	0.453
	1.75	0.639	0.680	0.686	0.685	0.675	0.664	0.677	0.671	0.639	0.667	0.659	0.668	0.653	0.596	0.622	0.529
	2.00	0.732	0.759	0.769	0.767	0.758	0.743	0.759	0.748	0.716	0.749	0.735	0.748	0.732	0.672	0.701	0.595
Double Exponential	0.25	0.047	0.060	0.060	0.059	0.059	0.059	0.059	0.060	0.059	0.059	0.059	0.060	0.059	0.060	0.059	0.060
	0.50	0.067	0.086	0.086	0.084	0.084	0.082	0.086	0.085	0.085	0.082	0.082	0.087	0.085	0.084	0.083	0.081
	0.75	0.102	0.128	0.128	0.129	0.126	0.124	0.129	0.126	0.126	0.124	0.123	0.127	0.126	0.124	0.123	0.120
	1.00	0.151	0.190	0.190	0.187	0.184	0.179	0.187	0.186	0.179	0.180	0.177	0.186	0.182	0.176	0.175	0.166
	1.25	0.212	0.258	0.259	0.257	0.252	0.249	0.258	0.256	0.243	0.248	0.247	0.253	0.249	0.236	0.240	0.224
	1.50	0.286	0.337	0.337	0.335	0.333	0.330	0.334	0.331	0.317	0.329	0.323	0.332	0.326	0.303	0.311	0.285
	1.75	0.369	0.420	0.420	0.420	0.419	0.413	0.419	0.415	0.394	0.410	0.405	0.411	0.406	0.374	0.386	0.345
	2.00	0.458	0.503	0.507	0.508	0.505	0.497	0.502	0.497	0.472	0.493	0.488	0.491	0.483	0.444	0.463	0.410
Uniform	0.25	0.189	0.183	0.182	0.183	0.189	0.191	0.181	0.183	0.181	0.187	0.188	0.182	0.180	0.180	0.183	0.176
	0.50	0.573	0.559	0.562	0.574	0.597	0.590	0.564	0.567	0.538	0.582	0.977	0.551	0.552	0.509	0.543	0.479
	0.75	0.887	0.873	0.882	0.894	0.900	0.891	0.877	0.879	0.827	0.885	0.874	0.866	0.857	0.768	0.823	0.684
	1.00	0.988	0.975	0.983	0.986	0.985	0.984	0.984	0.982	0.955	0.982	0.976	0.979	0.969	0.900	0.949	0.786
	1.25	1.000	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.998	0.991	0.999	0.996	0.998	0.994	0.964	0.989	0.849
	1.50	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	0.999	1.000	0.999	0.989	0.997	0.898
	1.75	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.996	0.999	0.935
	2.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000	0.962

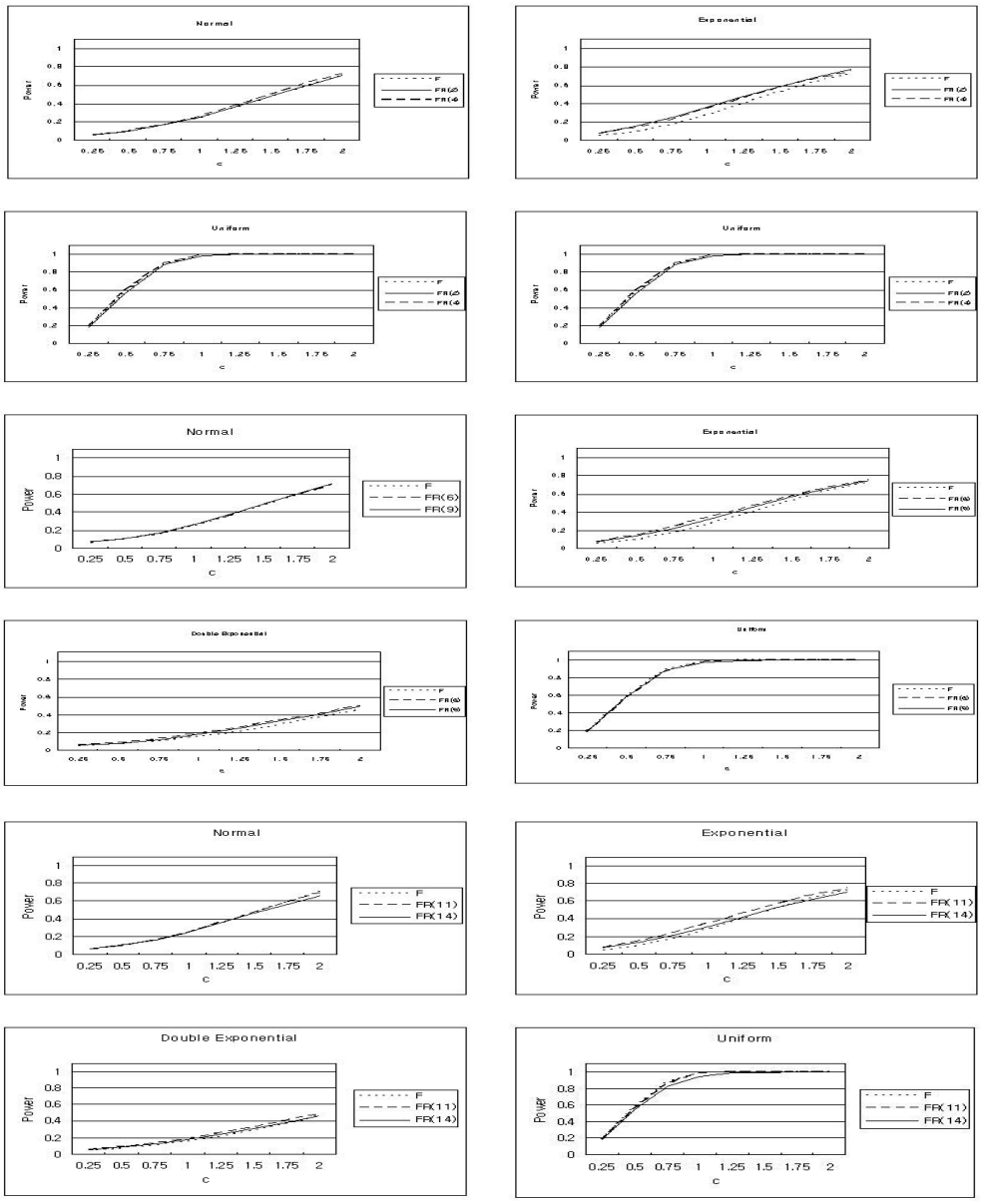

Figure 3.1 Power of main effect τ_l when effect levels are equally spaced, where
(2) $\alpha = 0.2c,\ \beta = \gamma = 0,\ \tau = c$ (4) $\alpha = c,\ \beta = \gamma = 0,\ \tau = c$ (6) $\alpha = \beta = 0.2c,\ \gamma = 0,\ \tau = c$
(9) $\alpha = c,\ \beta = 0.2c,\ \gamma = 0,\ \tau = c$ (11) $\alpha = \beta = \gamma = 0.2c,\ \tau = c$ (14) $\alpha = c\ , \beta = \gamma = 0.2c,\ \tau = c$

Table 3.2 및 Figure 3.1에서 파악할 수 있는 바와 같이 모집단의 분포에 상관없이 주인자 D에 따른 주효과 τ_l 검정을 위한 FR 통계량의 검정력은 F 통계량보다 전체적으로 높은 수치를 보인다. 특히 지수분포에서 F 통계량에 비하여 FR 통계량이 절대적인 검정력 우위를 보이며, 이중지수분포에서는 F 통계량에 비하여 FR 통계량이 가장 큰 상대적인 검정력 우위를 갖는다. 정규분포와 균일분포에서도 실질적인 블럭효과의 수가 적어질수록 FR 통계량의 검정력은 F 통계량의 검정력보다 더욱 높아짐을

알 수 있다. 또한 효과의 크기 c가 커질수록 F 통계량 및 FR 통계량의 검정력은 빠르게 증가하며, 동시에 FR 통계량의 검정력은 F 통계량의 검정력보다 큰 격차의 우위를 보인다. 이는 검정력을 감소시키는 상호작용없이, 오직 세 개의 블럭인자와 하나의 주인자만으로 구성된 그레코라틴방격모형의 특성으로 말미암은 결과로 보여진다. 따라서 본 결과로부터 아직까지 구체화하지 못한 다인자로 구성된 요인실험계획모형 등에 적용할 순위변환 검정력의 우수성을 쉽게 예측할 수 있으며, 앞으로 응용모형의 폭을 더욱 확대할 수 있겠다.

구체적으로 F 통계량의 검정력은 실질적인 블럭효과의 수에 영향을 받지 않으며, 오로지 효과크기 c의 영향만을 받는다. 이에 반해 FR 통계량의 검정력은 일반적으로 블럭효과의 수가 줄어들거나 효과크기가 작을수록 F 통계량의 검정력보다 월등히 우세함을 보인다. 블럭효과가 존재하지 않거나 하나의 블럭효과만이 존재할 때, 지수분포 및 이중지수분포의 경우에는 주효과 τ_l에 비하여 블럭효과 α_i의 크기가 작을수록 FR 통계량의 검정력이 F 통계량의 검정력보다 뛰어남을 발견할 수 있으며, 정규분포 및 균일분포의 경우에는 주효과 τ_l에 비하여 블럭효과 α_i의 크기가 커질수록 FR 통계량의 검정력이 F 통계량의 검정력보다 뛰어남을 발견할 수 있다. 두 개의 블럭효과가 존재할 때는, 주효과 τ_l에 비하여 블럭효과들이 모두 작거나 블럭효과 α_i와 β_j가 균등한 크기로 존재하는 경우보다 하나의 블럭효과 α_i에 편중된 경우에 FR 통계량의 검정력이 F 통계량의 검정력보다 더욱 우수함을 알 수 있다. 마찬가지로 세 개의 블럭효과가 존재할 때는, 주효과 τ_l에 비하여 블럭효과들이 모두 작거나 블럭효과 α_i, β_j 및 γ_k가 균등한 크기로 존재하는 경우보다 하나의 블럭효과 α_i에 편중된 경우에 FR 통계량의 검정력이 F 통계량의 검정력보다 더욱 우수해짐을 알 수 있다.

3.2. A, B, C 및 D 인자가 모두 고정이며, 효과크기가 균등간격이 아닌 경우에 주효과 τ_l의 검정력

두 번째로 A, B, C 및 D 인자가 모두 고정이며, 효과크기가 균등간격이 아닌 경우에 주효과 τ_l의 검정력을 분석하고자 한다. Table 3.3의 결과는 효과크기가 균등간격이 아닌 (3.2) 및 Table 3.1의 경우를 바탕으로 유도한 유의수준 0.05하에서의 주효과 τ_l의 검정력이며, Figure 3.2는 특히 (2) $\alpha = 0.2c,\ \beta = \gamma = 0,\ \tau = c$ (4) $\alpha = c,\ \beta = \gamma = 0,\ \tau = c$ (6) $\alpha = \beta = 0.2c,\ \gamma = 0,\ \tau = c$ (9) $\alpha = c,\ \beta = 0.2c,\ \gamma = 0,\ \tau = c$ (11) $\alpha = \beta = \gamma = 0.2c,\ \tau = c$ (14) $\alpha = c,\ \beta = \gamma = 0.2c,\ \tau = c$ 의 경우로서 오차항이 정규분포, 지수분포, 이중지수분포 및 균일분포인 모집단으로부터 주효과 τ_l의 검정력을 종합적으로 요약한 도표 및 그림이다.

Table 3.3 Power of main effect τ_l for A, B, C, D when factors are all fixed and effect levels are not equally spaced

Distribution	c	F(0)	FR(1)	FR(2)	FR(3)	FR(4)	FR(5)	FR(6)	FR(7)	FR(8)	FR(9)	FR(10)	FR(11)	FR(12)	FR(13)	FR(14)	FR(15)
Normal	0.25	0057	0.062	0.062	0.061	0.063	0.064	0.062	0.061	0.061	0.063	0.063	0.061	0.060	0.062	0.062	0.062
	0.5	0.092	0.094	0.094	0.096	0.099	0.097	0.095	0.096	0.097	0.099	0.097	0.096	0.096	0.098	0.097	0.096
	0.75	0.152	0.154	0.155	0.157	0.158	0.159	0.156	0.156	0.154	0.158	0.155	0.156	0.157	0.152	0.155	0.151
	1.00	0.235	0.239	0.236	0.240	0.241	0.242	0.235	0.239	0.233	0.238	0.238	0.238	0.234	0.225	0.231	0.217
	1.25	0.338	0.337	0.336	0.341	0.348	0.348	0.338	0.338	0.327	0.336	0.337	0.333	0.329	0.309	0.322	0.292
	1.5	0.450	0.446	0.447	0.454	0.463	0.465	0.447	0.448	0.427	0.451	0.450	0.436	0.430	0.396	0.420	0.372
	1.75	0.567	0.559	0.561	0.567	0.583	0.583	0.561	0.557	0.524	0.561	0.559	0.544	0.535	0.487	0.521	0.448
	2.00	0.675	0.666	0.667	0.671	0.696	0.691	0.664	0.657	0.614	0.671	0.662	0.645	0.635	0.563	0.615	0.513
Exponential	0.25	0.047	0.077	0.078	0.077	0.075	0.073	0.078	0.078	0.077	0.075	0.072	0.078	0.078	0.076	0.075	0.074
	0.5	0.087	0.142	0.145	0.142	0.132	0.128	0.142	0.140	0.134	0.129	0.125	0.142	0.138	0.133	0.126	0.121
	0.75	0.162	0.234	0.235	0.229	0.216	0.208	0.234	0.223	0.213	0.210	0.204	0.228	0.218	0.206	0.201	0.185
	1.00	0.265	0.340	0.343	0.333	0.323	0.316	0.340	0.327	0.306	0.310	0.305	0.329	0.318	0.292	0.291	0.259
	1.25	0.382	0.450	0.451	0.446	0.437	0.428	0.446	0.436	0.409	0.419	0.413	0.436	0.422	0.380	0.393	0.336
	1.5	0.502	0.551	0.556	0.552	0.547	0.537	0.552	0.541	0.505	0.529	0.521	0.537	0.520	0.465	0.489	0.417
	1.75	0.614	0.643	0.653	0.653	0.644	0.634	0.647	0.637	0.594	0.625	0.614	0.631	0.616	0.543	0.579	0.489
	2.00	0.710	0.721	0.736	0.737	0.731	0.716	0.731	0.721	0.674	0.710	0.699	0.713	0.695	0.616	0.660	0.552
Double Expo-nential	0.25	0.047	0.060	0.060	0.059	0.059	0.059	0.058	0.059	0.059	0.059	0.058	0.059	0.060	0.059	0.059	0.058
	0.5	0.066	0.084	0.083	0.083	0.080	0.080	0.083	0.082	0.082	0.079	0.079	0.083	0.083	0.082	0.080	0.081
	0.75	0.097	0.122	0.122	0.122	0.119	0.117	0.121	0.121	0.120	0.118	0.116	0.122	0.120	0.117	0.118	0.114
	1.00	0.144	0.177	0.178	0.174	0.170	0.167	0.176	0.174	0.170	0.167	0.163	0.175	0.171	0.163	0.164	0.155
	1.25	0.202	0.242	0.241	0.239	0.233	0.230	0.241	0.237	0.224	0.230	0.228	0.234	0.233	0.216	0.221	0.206
	1.5	0.270	0.315	0.315	0.310	0.308	0.305	0.312	0.307	0.292	0.301	0.295	0.307	0.300	0.278	0.285	0.260
	1.75	0.349	0.391	0.394	0.391	0.390	0.385	0.390	0.385	0.362	0.378	0.374	0.382	0.369	0.341	0.354	0.316
	2.00	0.435	0.469	0.472	0.473	0.473	0.468	0.468	0.460	0.435	0.457	0.454	0.454	0.446	0.403	0.427	0.369
Uniform	0.25	0.179	0.173	0.171	0.172	0.174	0.176	0.171	0.172	0.169	0.172	0.172	0.171	0.170	0.166	0.169	0.164
	0.5	0.545	0.515	0.519	0.526	0.552	0.548	0.515	0.518	0.496	0.533	0.528	0.506	0.501	0.460	0.495	0.426
	0.75	0.865	0.854	0.853	0.859	0.887	0.877	0.844	0.834	0.774	0.857	0.844	0.819	0.808	0.701	0.787	0.635
	1.00	0.982	0.972	0.974	0.981	0.985	0.981	0.976	0.971	0.909	0.977	0.970	0.960	0.945	0.842	0.927	0.762
	1.25	0.999	0.994	0.997	0.999	0.999	0.998	0.997	0.996	0.969	0.997	0.996	0.995	0.989	0.924	0.982	0.843
	1.5	1.000	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.991	1.000	1.000	0.999	0.999	0.971	0.998	0.893
	1.75	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	0.989	1.000	0.929
	2.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000	0.958

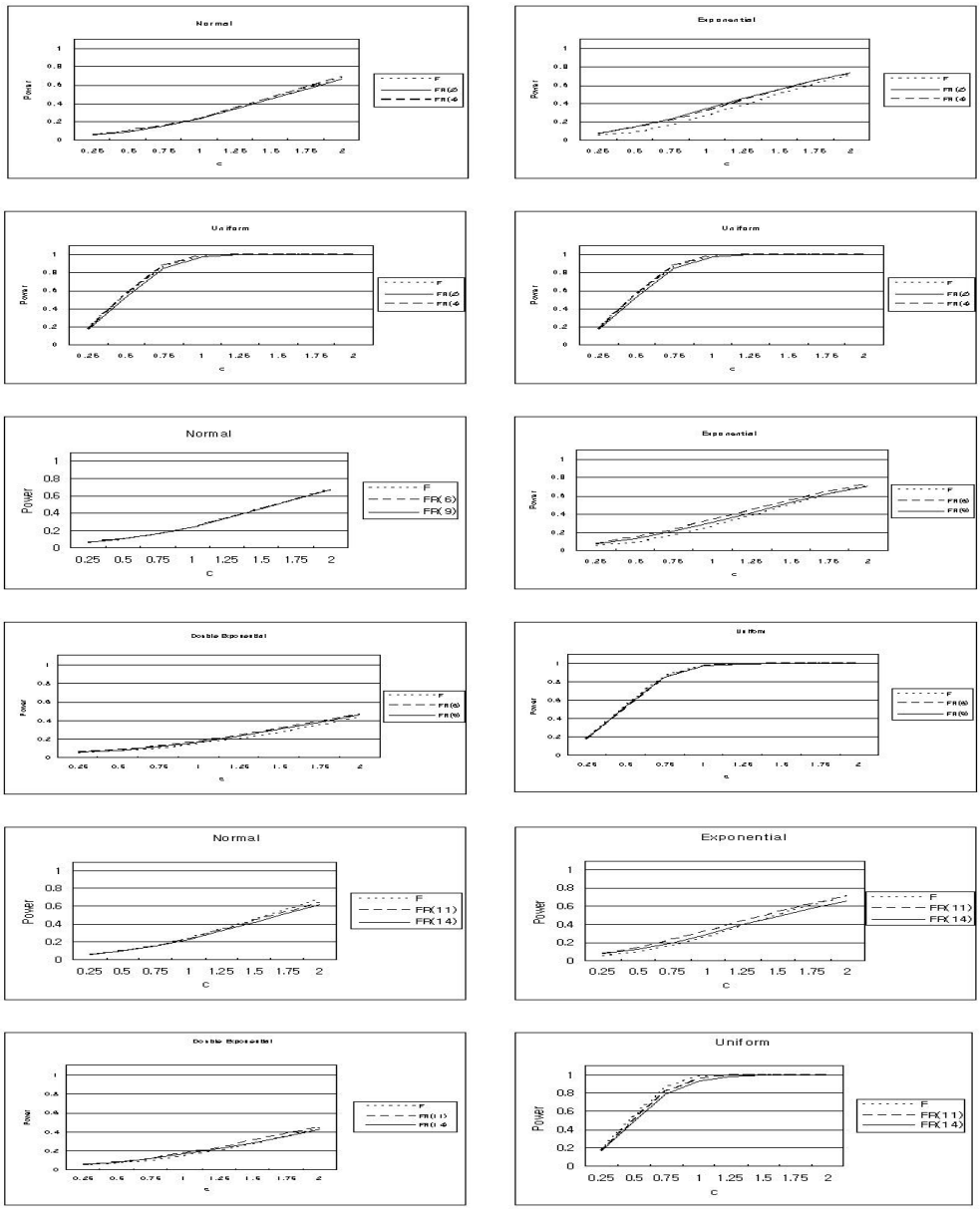

Figure 3.2 Power of main effect τ_l when effect levels are not equally spaced, where
(2) $\alpha = 0.2c, \beta = \gamma = 0, \tau = c(4)\alpha = c, \beta = \gamma = 0, \tau = c(6)\alpha = \beta = 0.2c, \gamma = 0, \tau = c$
(9) $\alpha = c, \beta = 0.2c, \gamma = 0, \tau = c(11)\alpha = \beta = \gamma = 0.2c, \tau = c(14)\alpha = c, \beta = \gamma = 0.2c, \tau = c$

Table 3.3 및 Figure 3.2는 앞절 3.1에서 제시한 효과크기가 균등간격인 경우와 마찬가지로 Table 3.1과 동일하며 다양한 상황에 따른 결과로, 효과크기가 균등간격인 Table 3.2 및 Figure 3.1의 결과와 비교할 목적으로 동일한 경우를 설정하였다. Table 3.3 및 Figure 3.2에서 알 수 있는 바와 같이 효과크기가 균등간격이 아닌 경우에 주효과 τ_l 검정을 위한 F 및 FR 통계량의 검정력은 Table 3.2 및

Figure 3.1의 효과크기가 균등간격인 경우에 주효과 τ_l 검정을 위한 F 및 FR 통계량의 검정력보다 미미한 차이의 다소 낮은 수준이다. 특히 블럭효과의 수가 줄어들거나 효과의 크기 c가 작아질수록 효과크기가 균등간격이 아닌 경우에 주효과 τ_l 검정을 위한 FR 통계량의 검정력은 효과크기가 균등간격인 경우에 주효과 τ_l 검정을 위한 FR 통계량과 같은 수준으로 대동소이해진다.

전반적으로 효과크기가 균등간격이 아닌 경우에 주효과 τ_l 검정을 위한 FR 통계량의 검정력 결과 및 해석은 앞선 효과크기가 균등간격인 경우에 따른 FR 통계량의 검정력 결과 및 해석이 동일하게 적용됨을 알 수 있다. 이와 같은 사실은 실질적으로 네 개의 인자만으로 구성된 그레코라틴방격모형의 특성에 의한 결과로, FR 통계량의 검정력이 F 통계량의 검정력에 비하여 종합적으로 월등한 비교우위를 가진다고 요약할 수 있다.

4. 결론

4 x 4 그레코라틴방격모형은 모집단의 분포에 상관없이 주효과 τ_l 검정을 위한 FR 통계량의 검정력은 F 통계량의 검정력보다 전체적으로 높은 우위성을 갖는다. 끝이 길게 늘어진 지수분포 및 이중지수분포는 물론, 정규분포와 균일분포에서도 FR 통계량의 검정력은 F 통계량의 검정력보다 우수함을 알 수 있다. 이와 같은 결과는 효과크기가 균등간격 및 균등간격이 아닌 경우에 있어서도 별다른 차이없이 FR 통계량의 검정력은 F 통계량의 검정력보다 상대적으로 높은 수치를 보인다. 일반적으로 FR 통계량의 검정력은 블럭효과의 수가 줄어들거나 효과크기가 작아질수록 F 통계량의 검정력보다 월등히 우세함을 보인다. 특히 블럭효과들이 존재할 때는, 주효과에 비하여 블럭효과들이 모두 작거나 하나의 블럭효과에 편중된 경우에 FR 통계량의 검정력이 F 통계량의 검정력보다 더욱 우수함을 알 수 있다. 이는 상호작용없이 다인자인 네 개의 주인자 및 블럭인자만으로 구성된 그레코라틴방격모형의 특성에 의한 결과로, 앞으로 구체화하지 못한 다인자로 구성된 요인실험계획모형 등에 순위변환기법을 확대 응용할 타당성을 제시한다고 볼 수 있다.

참고문헌

Akritas, M. G. and Papadatos, N. (2004). Heteroscedastic one way ANOVA and lack of fit tests. *Journal of the American Statistical Association*, **99**, 368-382.

Choi, Y. H. (2009). Power analysis for 3 x 3 latin square design. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **20**, 401-410.

Choi, Y. H. (2011). Power analysis for 2 x 2 factorial in randomized complete block design. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **22**, 245-253.

Conover, W. J. and Iman, R. L. (1981). Rank transformations as a bridge between parametric and nonparametric statistics. *The American Statistician*, **35**, 124-128.

Fabian, V. (1991). On the problem of interactions in the analysis of variance. *Journal of the American Statistical Association*, **86**, 362-374.

Fisher, R. A. and Yates, F. (1953). *Statistical tables for biological, agricultural, and medical research*, 4th edition, Oliver and Boyd, Edinburgh.

Hicks, C. R. (1982). *Fundamental concepts in the design of experiments*, 3rd edition, Holt, Rinehart and Winston, New York.

Hora, S. C. and Iman, R. L. (1988). Asymptotic relative efficiencies of the rank transformation procedure in randomized complete block design. *Journal of the American Statistical Association,* **83**, 462-470.

Lee, C., Kang, H. and Sim, S. (2012). An implementation of the sample size and the power for testing mean and proportion. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **23**, 53-61.

Lee, S. and Kim D. (2011). Nonparametric procedures using placement in randomized block design with replications. *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, **22**, 1105-1112.

Montgomery, D. C. (1991). *Design and analysis of experiments*, 3rd edition, John Wiley & Sons, New York.

Neter, J., Wasserman, W. and Kutner, M. (1990). *Applied linear statistical models*, 3rd edition, Irwin, Homewood and Boston.

Thompson, G, L. (1991). A note on the rank transform for interactions. *Biometrika*, **78**, 697-701.

Journal of the Korean Data & Information Science Society
2012, **23**(4), 683–691

http://dx.doi.org/10.7465/jkdi.2012.23.4.683
한국데이터정보과학회지

Power study for 4 x 4 graeco-latin square design[†]

Young Hun Choi[1]

[1]Department of Applied Statistics, Hanshin University

Received 29 May 2012, revised 15 June 2012, accepted 22 June 2012

Abstract

In 4 x 4 graeco-latin square design, powers of rank transformed statistic for testing the main effect are superior to powers of parametric statistic without regard to the effect structure with equally or unequally spaced effect levels as well as the type of population distributions such as exponential, double exponential, normal and uniform distribution. As numbers of block effect or effect sizes are decreased, powers of rank transformed statistic are much higher than powers of parametric statistic. In case that block effects are smaller than a main effect or one block effect is higher than other block effects, powers of rank transformed statistic are much higher than powers of parametric statistic in 4 x 4 graeco-latin square design with three block effects and one main effect.

Keywords: 4 x 4 graeco-latin square design, ANOVA statistic, fixed effect, rank transformation.

[†] This research was supported by Hanshin University Research Grant.
[1] Professor, Department of Applied Statistics, Hanshin University, Osan, Kyonggi 447-791, Korea. E-mail: choicyh@hs.ac.kr