

# 항공사 이산형 동적가격 결정 및 좌석통제 문제

†윤문길\* · 이휘영\*\* · 송윤숙\*\*\*

## Discrete Choice Dynamic Pricing and Seat Control Problem in Airlines

†Moon Gil Yoon\* · Hwi Young Lee\*\* · Yoon Sook Song\*\*\*

### ■ Abstract ■

Revenue management problems originated in the 1970's in the context of the airline industry have been successfully introduced in airline industries. It has started on the capacity control by booking classes for available seats, and has been recognized as a powerful tool to maximize the total revenue. Changing customer behavior and airline market environments, however, has required a new mechanism for improving the revenue. Dynamic pricing is one of innovative tools which is to adjust prices according to the market status. In this paper, we consider a dynamic pricing and seat control problem for discrete time horizon. The problem can be modeled as a stochastic programming problem. Applying the linear approximation technique and given the price set for each time, we suggest a mixed Integer Programming model to solve our problem efficiently. From the simulation results, we can find our model makes good performance and can be expanded to other comprehensive problems.

Keywords : Revenue Management, Dynamic Pricing, Discrete Choice, Airlines

## 1. 서 론

항공운송 시장의 경쟁이 심화되면서 항공사는 고

객확보와 수익증대를 통한 경쟁우위를 확보하기 위해 다양한 전략을 시도하고 있다. 대표적인 전략으로 항공사는 동일 좌석에 대한 차별적 가격을

논문접수일 : 2011년 07월 22일    논문수정일 : 2012년 04월 09일    논문게재확정일 : 2012년 05월 18일

\* 한국항공대학교 경영학과

\*\* 인하공업전문대학 항공경영과

\*\*\* 대한항공 여객RM영업부

† 교신저자

운용하는 수익경영(Revenue Management) 기법을 도입하여 운영함으로써 수익증대를 모색하고 있다. 항공사에서 운영되는 수익경영 기법은 다양한 운임에 대해 적정좌석을 할당하여 관리하는 좌석 통제 방법과, 적정 운임을 통한 수익 증대를 시도하는 동적가격(Dynamic Pricing) 관리 방법으로 구분되어 연구되고 있다[22]. 전통적으로 수익경영 연구는 좌석통제 방법에 초점을 두고 연구되면서 다양한 모형이 개발되어 왔다[3, 22]. 그러나 항공운송 시장의 이용환경이 변화되면서 항공사는 경쟁사의 가격정책에 대응하면서 효과적으로 수요를 확보할 수 있는 가격정책이 필요하게 되었고, 이에 따라 동적가격 관리연구가 필요하게 되었다.

항공사 수익경영 연구 중에서 좌석통제 연구는 Littlewood[16]의 한계좌석수익(marginal seat revenue) 모형을 바탕으로 Glover et al.[13], Belobaba[4], Curry[6], Wollmer[24], Brumelle and McGill[5], Robinson[18] 등에 의해 활발히 연구되어 왔다. 특히, Belobaba[4]는 복수의 가격수준에 대한 좌석 할당을 위해 기대한계좌석수익(Expected Marginal Seat Revenue, EMSR) 개념을 도입하였다. 또한 Subramanian et al.[20], Liang[15], Feng and Xiao [10]는 좌석예약 요구시점에서 즉각적으로 예약한계를 결정할 수 있는 동적 좌석할당 모형(Dynamic Seat Assignment Model)을 제시하였다. 뿐만 아니라 가격수준별 수요의 이동, 단체수요에 대한 좌석 통제 문제, 항공사의 운송망 전체에 대한 좌석통제(Network Revenue Management) 문제 등도 활발히 연구되고 있다[1, 6, 19].

동적가격 관리는 시장의 수요변화와 소비자의 선호변화에 따라 신속적으로 시장가격을 결정하기 위한 방법이다. 즉, 시장수요가 저조한 경우에는 가격인하를 통해 수요를 확대하고, 시장 수요가 많아지는 경우는 가격인상을 통해 제한된 좌석을 고가의 수요에 판매함으로써 수익을 증대시키기 위한 방법이다. 수익경영 문제에서 가격전략에 대한 연구는 생산-가격문제(production-pricing problem) 연구에 기초하여, 단일기간 및 다기간 가격결정

문제로 확장되어 많은 연구가 진행되었다[8~11]. Gallego and Van Ryzin[11]은 동적 가격전략(dynamic pricing strategy) 문제를 수요함수가 지수함수일 경우를 가정하여 최적 가격정책을 쉽게 얻을 수 있음을 보였다. Feng and Gallego[8, 9], Feng and Xiao[10] 등은 일반적인 수요함수 하에서 동적가격 모형을 제시하였고, 이를 통해 수익과 이익의 개선을 가져옴을 보였다. 그러나 이들 연구 모형은 모의실험에서는 효과적이지만, 모형의 매개변수를 추정하는 것이 매우 어려워 현실적으로 적용하는 데 한계를 가지고 있다.

항공사 수익경영 문제가 좌석통제와 동적가격 결정문제로 구분될 수 있으나, 이 두 문제는 상호 유기적인 영향을 미치고 있다. 가격결정에 따라 수요가 변동될 수 있기 때문에 좌석통제에 영향을 받을 수 있고, 좌석통제 역시 수요에 영향을 미쳐 최적 가격결정에 영향을 줄 수 있다. 따라서 최대수익을 위해서 가격결정과 좌석통제를 동시에 고려해야 할 필요가 있고 이를 위한 연구가 시도되고 있다[7, 17, 25]. 그러나 대부분의 연구가 가격함수 추정과 수요발생 과정에서 가정한 매개변수의 추정이 어려워 현실적으로 활용되지 못하고 있다.

따라서 본 연구에서는 동적가격 결정과 좌석통제의 통합된 의사결정 문제에 대하여 매개변수의 추정과 해법개발이 용이한 새로운 모형을 제시하고자 한다. 본 연구에서는 단일 비행구간을 대상으로 단일 운임수준 (fare class)<sup>1)</sup>을 고려하며, 매 시점별 적정 판매가격을 결정하고 각 판매 가격에 대한 적정 판매좌석수를 결정하여 운영하기 위한 의사결정 문제를 다룬다. 고객의 항공서비스 이용 과정에서 나타나는 해지, 예약부도 등의 고객행동 특성은 고려하지 않는 것으로 한다. 이 같은 가정 하에서 총 계획기간에 발생하는 수익이 최대가 될

1) 항공사에서는 이용조건 등에 따라 다양한 운임수준을 정하여 운영하는 것이 일반적이다. 그러나 각 운임수준에 대한 판매가격은 시장상황에 따라 변동될 수 있다.

수 있도록 매 기간의 판매가격과 판매 가능좌석수를 결정하기 위한 모형을 개발하고, 모의실험을 통하여 개발된 모형의 성과를 평가하고자 한다.

## 2. 이산형 동적가격 결정 및 좌석통제 모형

### 2.1 이산형 동적가격 결정 및 좌석할당 모형

본 연구에서는 가격 및 수요에 대하여 다음과 같은 가정을 기반으로 이산형 동적가격 결정 및 좌석할당 모형을 수립한다. 1) 전체 계획기간을  $T$  개의 이산형 시점으로 구분하고, 각 시점에서 판매할 수 있는 가격집합은 이산형으로 주어진다. 2) 각 시점의 가격에 대하여 각각 확률적인 수요함수가 대응되고, 각 시점에서는 하나의 가격만 결정된다. 3) 발생수요에 대한 예약부도, 해지 등은 고려하지 않는다. 4) 총 사용가능한 좌석수는  $Q$ 로 주어지고, 항공편 출발시점 이후에 남겨진 좌석의 가치는 0이 된다.

모형에서의 표현의 단순화를 위하여 매 시점 고려되는 가격집합에 포함된 가격의 수는  $M$ 으로 동일함을 가정한다. 모형의 수립을 위하여 다음과 같은 기호 및 변수를 정의하자.

$P_t = \{P_1^t, P_2^t, \dots, P_M^t\}$  :  $t$ 시점에 사용가능한 가격 집합,

$D_t = \{D_1^t, D_2^t, \dots, D_M^t\}$  :  $t$ 시점에 각 가격에 대한 수요집합, 확률변수임.

(단,  $t$ 시점  $P_j^t$  가격에서 발생하는 최대수요는  $\overline{D}_j^t$ 임),

$x_j^t$  :  $t$ 시점  $j$ 번째 가격에 대한 할당 좌석수,

$t$ 시점에  $j$ 번째 가격이 결정되면, 수익은 발생수요에 따라 다음과 같이 결정된다.

$$\text{수익} = P_j^t E[Mn(D_j^t, x_j^t)]$$

그러나  $t$ 시점에서 사용할 수 있는 가격은  $M$ 개의 가격 중에서 오직 하나만을 사용할 수 있고, 그때 그 가격에 대한 수요변동을 고려하여 좌석할당량을 결정해야 한다. 이 때,  $x_j^t = 0$ 이면, 특정가격  $P_j^t$ 가 결정되어 수요  $D_j^t$ 가 발생해도, 판매가능한 좌석수가 0임으로 하나도 판매되지 않는다. 따라서 기대수익은 0이 된다. 즉,  $x_j^t > 0$ 인 경우에만 발생한 수요에 대한 판매가 가능하며 수익이 발생하게 된다. 물론,  $t$ 시점에는 하나의 가격만 존재하므로  $x_j^t > 0$ 인 경우는 최대 하나의 가격에서만 발생하는 제약조건이 고려되어야 한다.

$z_j^t$ 를  $t$ 시점에  $j$ 번째 가격이 선택되면 1, 아니면 0의 값을 갖는 변수로 정의하자. 이 때,  $z_j^t = 1$ 인 경우만  $x_j^t \geq 0$ 이 되고,  $z_j^t = 0$ 인 경우는  $x_j^t = 0$ 이 되어야 함으로 다음과 같은 제약조건이 필요하다:  $x_j^t \leq \overline{D}_j^t z_j^t$ .

또한  $t$ 시점에는  $M$ 개의 가격 대안이 존재해도 오직 하나만 선택되어야 하기 때문에 다음 조건을 만족해야 한다:  $\sum_{j=1}^M z_j^t = 1$ .

따라서 이 같은 특성을 이용하면 본 연구에서 고려하는 동적가격 및 좌석통제 문제는 다음과 같은 비선형 확률계획 모형으로 나타낼 수 있다.

$$[P_o] \text{Max.} \quad \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M P_j^t E[Mn(D_j^t, x_j^t)], \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M x_j^t \leq Q, \quad (2)$$

$$x_j^t \leq \overline{D}_j^t z_j^t, \quad \forall j, t, \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^M z_j^t = 1, \quad \forall t, \quad (4)$$

$$x_j^t \geq 0, z_j^t \in \{0,1\}, \quad \forall j, t. \quad (5)$$

식 (1)은 전체 계획기간 동안 얻을 수 있는 총 이익을 나타내고, 식 (2)는 전체 계획기간  $T$  기간 동안 각 시점에서 허용할 수 있는 최대 좌석수의 합이 총 용량제약( $Q$ ) 내에서 결정되어야 함을 나타

2) 매 시점 고려되는 가격집합에 포함된 가격수가 다를 경우  $M_t$ 로 정의하여 사용할 수 있다.

내고 있다. 식 (3)은 매 시점 선택된 가격에 대해서만 좌석할당이 가능함을 나타내고, 식 (4)는 매 시점 선택될 수 있는 가격은 하나임을 나타내고 있다. 즉, 식 (4)에서  $t$ 시점에 오직 하나의 가격  $j^*$ 만 선택되고 ( $P_{j^*}^t$ ), 식 (3)에 의해  $x_{j^*}^t \geq 0$ ,  $x_j^t = 0$  ( $j \neq j^*$ )가 되게 된다. 물론  $x_{j^*}^t$ 는 최대 수요  $\overline{D_{j^*}^t}$ 까지 값을 가질 수 있지만, 다른 시점의 좌석 통제를 고려해야 하기 때문에 식 (2)의 총용량 제약조건을 만족해야 한다. 이 같은 제약조건을 만족하게 되면 목적함수 식 (1)에 포함된  $E[Mm(D_j^t, x_j^t)]$ 는  $t$ 시점에 단하나의 가격에서만 0 또는 양수 값을 갖게 되고, 이를 모든 시점의 합으로 나타내어 전체 수익으로 나타낼 수 있다.

다른 관점에서 모형 [ $P_o$ ]를 살펴보면, 전체 계획 기간 동안의 목적함수 값 식 (1)이 최대가 되는  $t$ 시점의 가격을 결정하는데, 식 (3)과 식 (4)에 의한 단 하나의 가격에서만  $x_j^t \geq 0$ 이 성립한다. 따라서  $t$ 시점에 하나의 가격만 결정되게 되고,  $t$ 시점의 좌석통제는 식 (2)~식 (4)의 조건을 만족하는 값으로 결정되게 된다.

모형 [ $P_o$ ]는  $D_j^t$ 가 확률변수임으로 비선형 확률 계획모형이 된다. 따라서 문제의 복잡성이 높아 최적해를 찾기 보다는 근사적 해를 찾는 방법의 개발이 필요하다[12]. 모형 [ $P_o$ ]에 대한 근사적 접근방법으로 비교적 적용이 간단한 선형근사(linear approximation) 방법을 적용할 수 있다. 선형근사 방법은 확률적 수요를 고려한 수송계획 문제에서 Szwarc[21]에 의해 처음 제안되었으나, 이 후 설비 입지 문제[23], 수익경영 문제[1, 19] 등에 효과적으로 적용되어 왔다.

본 연구에서는 수요의 확률변수  $D_j^t$ 에 대한 가정을 통해 모형 [ $P_o$ ]에 선형근사 방법을 적용함으로써, 모형 [ $P_o$ ]를 단순한 혼합정수계획 모형으로 변환될 수 있음을 보인다. 선형근사 방법을 적용하기 위하여 수요의 확률변수에 대해 다음과 같이 가정한다.

- $t$ 시점에  $j$ 번째 가격에 대한 수요  $D_j^t$ 는 하한

(0)과 상한 ( $\overline{D_j^t}$ )을 갖고, 확률분포함수는 계단형 함수를 갖는다.

- 수요의 상한과 하한사이의 구간은  $K_j$ 개의 구간으로 구분한다. 구간  $s$ 의 구간 크기를  $\Delta_{js}^t$ 라 하고, 다음과 같은 관계를 정의한다 :

$$\alpha_{js}^t = \sum_{k=0}^s \Delta_{jk}^t = \alpha_{js-1}^t + \Delta_{js}^t.$$



〈그림 1〉 수요  $D_j^t$ 의 분포함수

이 같은 가정 하에서 구간 [ $\alpha_{js}^t, \alpha_{js-1}^t$ ]에서  $x_j^t$ 가 결정되는 경우를 고려하자. 이 경우의 기댓값  $E[P_j^t Min(D_j^t, x_j^t)]$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & E[P_j^t Min(D_j^t, x_j^t)] \\ &= P_j^t \left\{ \int_0^{x_j^t} D_j^t f(D) dD + \int_{x_j^t}^{\overline{D_j^t}} x_j^t f(D) dD \right\} \\ &= P_j^t \{ Z_1^t(x_j^t) + Z_2^t(x_j^t) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_1^t(x_j^t) &= P_j^t \left\{ \int_{\alpha_{jK}^t}^{\alpha_{jK-1}^t} D_j^t \frac{p_{jK}^t}{\Delta_{jK}^t} dD + \int_{\alpha_{jK-1}^t}^{\alpha_{jK-2}^t} D_j^t \frac{p_{jK-1}^t}{\Delta_{jK-1}^t} dD + \right. \\ & \quad \left. \cdot \int_{\alpha_{js}^t}^{x_j^t} D_j^t \frac{p_{js}^t}{\Delta_{js}^t} dD \right\} \\ &= P_j^t \left\{ \sum_{i=s+1}^K \frac{(\alpha_{ji}^t + \alpha_{ji-1}^t)}{2} p_{ji}^t + \frac{p_{js}^t}{\Delta_{js}^t} \frac{(x_j^t + \alpha_{js}^t)(x_j^t - \alpha_{js}^t)}{2} \right\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_2^t(x_j^t) &= P_j^t \left\{ \int_{x_j^t}^{\alpha_{js-1}^t} x_j^t \frac{p_{js}^t}{\Delta_{js}^t} dD + \int_{\alpha_{js-1}^t}^{\alpha_{js-2}^t} x_j^t \frac{p_{js-1}^t}{\Delta_{js-1}^t} dD + \right. \\ & \quad \left. \cdot \int_{\alpha_{j1}^t}^{\alpha_{j0}^t} x_j^t \frac{p_{j1}^t}{\Delta_{j1}^t} dD \right\} \\ &= P_j^t \left\{ \frac{p_{js}^t}{\Delta_{js}^t} x_j^t (\alpha_{js-1}^t - x_j^t) + x_j^t \sum_{i=1}^{s-1} p_{ji}^t \right\} \end{aligned}$$

$Z_1^t(x_j^t)$ ,  $Z_2^t(x_j^t)$ 는 비선형함수 임으로 이를 구간 [ $\alpha_{js}^t, \alpha_{js-1}^t$ ]에서 각각 선형함수인  $\overline{Z_1^t}(x_j^t)$ 와  $\overline{Z_2^t}(x_j^t)$ 로 근사화(approximation) 시키면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{Z}_1^t(x_j^t) &= Z_1^t(\alpha_{js}^t) + \frac{(Z_1^t(\alpha_{js-1}^t) - Z_1^t(\alpha_{js}^t))}{\Delta_{js}^t} (x_j^t - \alpha_{js}^t) \\ &= P_j^t \left\{ \sum_{i=s+1}^K \frac{(\alpha_{ji}^t + \alpha_{ji-1}^t)}{2} p_{ji}^t \right\} \\ &\quad + P_j^t \frac{(\alpha_{js}^t + \alpha_{js-1}^t)}{2} \frac{p_{js}^t}{\Delta_{js}^t} (x_j^t - \alpha_{js}^t). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{Z}_2^t(x_j^t) &= Z_2^t(\alpha_{js}^t) + \frac{(Z_2^t(\alpha_{js-1}^t) - Z_2^t(\alpha_{js}^t))}{\Delta_{js}^t} (x_j^t - \alpha_{js}^t) \\ &= P_j^t \left\{ p_{js}^t \alpha_{js}^t + \alpha_{js}^t \sum_{i=1}^{s-1} p_{ji}^t \right\} \\ &\quad + P_j^t \left\{ \sum_{i=1}^{s-1} p_{ji}^t - \frac{p_{js}^t}{\Delta_{js}^t} \alpha_{js}^t \right\} (x_j^t - \alpha_{js}^t). \end{aligned}$$

여기서 새로운 변수  $x_{js}^t$  를 다음과 같이 정의한다.

$$x_{js}^t = x_j^t - \alpha_{js}^t, \quad (\alpha_{js}^t \leq x_j^t \leq \alpha_{js-1}^t).$$

따라서 기댓값  $E[P_j^t Mn(D_j^t, x_j^t)]$  는 비선형 함수인  $Z_1^t(x_j^t) + Z_2^t(x_j^t)$  대신에 다음과 같이 선형근사함수인  $\overline{Z}_1^t(x_j^t) + \overline{Z}_2^t(x_j^t)$  로 근사화 시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{Z}_1^t(x_j^t) + \overline{Z}_2^t(x_j^t) &= H_{js}^t + h_{js}^t x_{js}^t, \\ (H_{js}^t &= P_j^t \left\{ \alpha_{js}^t \sum_{i=1}^s p_{ji}^t + \sum_{i=s+1}^K \frac{(\alpha_{ji}^t + \alpha_{ji-1}^t)}{2} p_{ji}^t \right\}, \\ h_{js}^t &= P_j^t \left\{ \sum_{i=1}^{s-1} p_{ji}^t + \frac{p_{js}^t}{2} \right\}). \end{aligned}$$

$\overline{Z}_1^t(x_j^t) + \overline{Z}_2^t(x_j^t)$  는 구간  $s$  에 대하여 블록형 구간 선형함수(Convex Piecewise Linear Function)가 된다. 따라서 최적해에서는 다음 조건이 항상 성립함을 알 수 있다.

- 1)  $x_{js}^t > 0$  이면,  $x_{ji}^t = \Delta_{ji}^t, \quad i > s$  가 되고,
- 2)  $x_{js}^t = 0$  이면,  $x_{ji}^t = 0, \quad i < s$  이 성립한다.

따라서  $t$  시점의 목적함수는 선형근사 함수인

$\overline{Z}_1^t(x_j^t) + \overline{Z}_2^t(x_j^t)$  를 이용하는 대신에  $\sum_{i=1}^K h_{ji}^t x_{ji}^t$  를 이용해 동일 한 최적해를 얻게 된다. 이 같은 특성

을 이용하여 목적함수 식 (1)은 다음과 같은 선형 함수로 근사화 시킬 수 있다.

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M P_j^t E[Mn(D_j^t, x_j^t)] = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^K h_{ji}^t x_{ji}^t.$$

따라서 비선형확률 모형인  $[P_o]$  는 다음과 같은 혼합 정수계획 모형  $[P]$  로 변환할 수 있다.

$$[P] \text{ Max. } Z_p = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^K h_{ji}^t x_{ji}^t, \quad (6)$$

$$\text{s.t. } \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^K x_{ji}^t \leq Q, \quad (7)$$

$$x_{ji}^t \leq \Delta_{ji}^t, \quad \forall i, j, t, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^K x_j^t \leq \overline{D}_j^t z_j^t, \quad \forall j, t, \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^M z_j^t = 1, \quad \forall t, \quad (10)$$

$$x_j^t \geq 0, \quad z_j^t \in \{0, 1\}, \quad \forall j, t. \quad (11)$$

모형  $[P]$  는 혼합정수계획 모형으로 문제의 복잡성이 높은 편이다. 그러나 현실적인 문제 규모를 볼 때 항공사의 수익경영을 위한 계획기간은 1년을 고려하는 경우에도 최대 30시점<sup>3)</sup>, 고려되는 가격수준은 20개 이하, 각 시점의 가격수준에 따른 수요의 분할 구간 수는 최대 50을 가정해도 충분하다. 따라서 단일 항공구간에서는 별도의 최적화 알고리즘을 개발하는 대신 기존의 상용 프로그램인 LINDO 또는 CPLEX 등을 이용하여 모형  $[P]$  에 대한 최적해를 손쉽게 구할 수 있다.

## 2.2 동적 가격결정의 좌석통제

모형  $[P]$  로부터 계획기간 동안 각 시점의 판매 가격과 판매좌석 할당수를 얻을 수 있다. 항공사는 이 같은 결과를 이용하여 시장판매 가격을 공지하고 좌석예약 요청에 대해 판매를 실시하게 된다.

3) 많은 항공사에서 사용되고 있는 수익경영 시스템인 PROS RMS의 경우는 1년을 24개의 의사결정 시점으로 구분하여 관리하고 있음.

이 때 매 시점 할당된 좌석수 범위 내에서만 좌석 판매를 허용하는 경우에는 기회손실이 발생될 수 있다. 즉,  $t$ 시점에 할당된 좌석수보다 예약요청 수요가 더 많이 발생한 경우에는 할당된 좌석수까지만 판매가 허용된다. 그러나  $t$ 시점에 할당된 좌석수보다 예약요청 수요가 적게 발생하면, 판매되고 남은 좌석은 다음 시점으로 이월하여 판매하는 것이 합리적이다. 이 같은 과정을 좌석통제라 한다. 따라서 모형 [P]로부터  $t$ 시점의 판매가격  $P_t^j$ 와 좌석할당  $x_t^j$ 가 결정되면, 좌석통제 과정에서는  $t$ 시점의 판매가능좌석수가  $x_t^j$ 를 초과할 수 있다. 즉,  $t$ 시점에 할당된 좌석수  $x_t^j$ 가 다 팔리지 않은 경우에는 남은 좌석은  $(t+1)$ 시점에 이월하여 판매할 수 있기 때문이다. 따라서  $(t+1)$ 시점의 판매가격  $P_{t+1}^j$ 과 좌석할당  $x_{t+1}^j$ 이 결정된 이후,  $t+1$ 시점의 판매 좌석수는 이 같은 특성을 고려하여 결정하여야 한다. 이 같이 매 시점 할당된 좌석을 이용하여 실제 판매 가능좌석을 결정하는 경우 전 시점의 여유좌석을 함께 고려하여 판매할 수 있도록 하는 것을 동적 가격결정의 좌석통제를 위한 네스팅<sup>4)</sup> 개념이라 할 수 있다.

$\hat{P}_1$ 과  $\hat{X}_1$ 를 모형 [P]로부터 구한  $t=1$ 시점 판매가격과 판매 가능한 최적 좌석할당량이라 하자. 이 때 발생 수요가  $\hat{X}_1$ 를 초과하는 경우( $D_1 > \hat{X}_1$ )에는 초과 발생된 수요의 예약요구는 모두 거절이 된다. 그러나  $t=1$ 시점의 발생 수요가  $\hat{X}_1$ 에 미달( $D_1 < \hat{X}_1$ )하는 경우는 남은 좌석을  $t=2$ 시점으로 이전 하여 판매가 가능하다. 즉, 이 경우  $t=2$ 시점의 최대 판매 가능좌석 수는  $(\hat{X}_2 + (\hat{X}_1 - D_1))$ 이 된다. 따라서  $t=2$ 시점에서는  $t=1$ 시점에 예약확정된 예약을 포함하여 최대  $(\hat{X}_1 + \hat{X}_2)$ 까지 예약이 가

능하게 된다. 이 같은 이유로  $t$ 시점에서는  $(t-1)$ 시점까지의 예약을 포함하여 최대 판매가능 좌석수( $BL_t$ )<sup>5)</sup>를 다음과 같이 결정하게 된다.

$$BL_t = \sum_{i=1}^t \hat{X}_i - Y_{t-1},$$

( $Y_{t-1}$  :  $t-1$  시점까지 확정된 총 예약수).

따라서 항공사의 좌석통제는 매 시점 예약한계인  $BL_t$ 를 이용하여 실시하게 된다.

### 3. 모의실험 분석

모형 [P]를 이용하여 동적 가격결정 및 좌석통제에 대한 성과를 모의실험을 통하여 분석하기로 한다. 본 연구모형의 성과를 상대적으로 비교하기 위하여 복수의 가격수준을 갖는 EMSRb 모형을 매 시점 수정하여 적용하는 경우의 성과와 비교 한다.

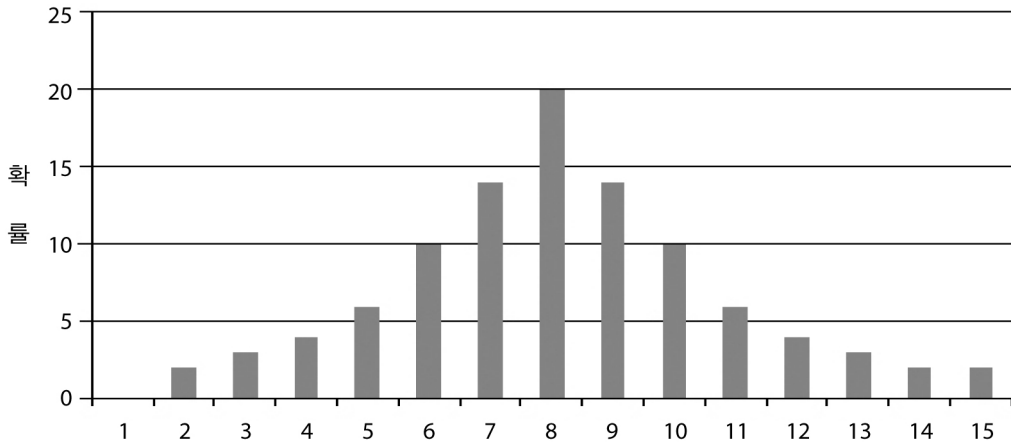
모의실험을 위하여 항공기 출발 전 예약가능 기간을 총 6개 기간으로 나누고, 각 기간별 고려될 수 있는 가격수준은 5종류로 하여 각각 100, 90, 80, 70, 50으로 가정하였다. 모형의 단순화를 위해 해지 및 초과예약은 고려하지 않았다.  $T=1$ 의 시점을 최초 예약시점으로 한다. 각 시점에서 고려되는 가격수준에 대한 수요분포는 수요하한을 0으로 하고, 최대 수요까지를 15개 구간으로 구분하여 <표 1>과 같은 분포를 갖는 것으로 가정하였다.

자료의 단순화를 위해 각 가격수준별 시점별 구간 값은 다르지만, 수요분포는 동일한 것으로 가정하였다. 즉,  $T=1$ 시점에서 가격수준 100에 대한 5번째 구간 값은 [9, 11]을 나타내고, 가격수준 70에서의 5번째 구간 값은 [27, 28]이지만 이 구간에서 수요가 발생할 확률은 두 가격수준에서 모두 6%임을 나타내고 있다.

4) 항공사에서는 동일 좌석에 대하여 복수의 가격수준으로 판매하는 것이 일반적이다. 이 때 높은 가격수준에 대한 예약이 기대 이상으로 발생한 경우에도 수익 손실을 방지하기 위하여 낮은 가격수준에 배정하였던 좌석의 사용을 가능하게 하는 방법을 네스팅이라 한다[5, 6].

5) 이를 좌석통제를 위한 예약한계(Booking Limit)라 한다.

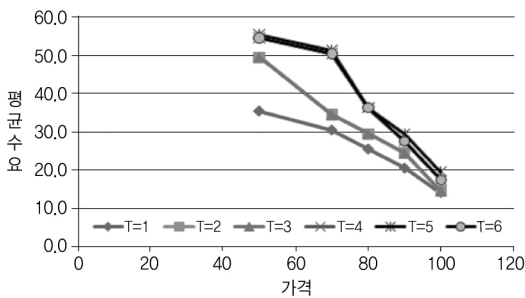
〈표 1〉 동적 가격결정 및 좌석통제 모의실험을 위한 수요분포 자료



T	가격수준	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	비고
1	100	2	4	6	8	10	12	14	15	16	17	18	20	22	24	26	
	90	5	10	15	17	18	19	20	21	22	23	24	25	27	29	31	
	80	10	15	20	22	23	24	25	26	27	28	29	30	32	34	36	
	70	15	20	25	27	28	29	30	31	32	33	34	35	37	39	41	
	50	20	25	30	32	33	34	35	36	37	38	39	40	42	44	46	
2	100	5	7	9	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	22	24	
	90	10	15	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	32	34	
	80	15	20	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	37	39	
	70	20	25	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	42	44	
	50	35	40	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	57	59	
3	100	5	7	9	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	22	24	
	90	10	15	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	32	34	
	80	15	20	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	37	39	
	70	20	25	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	42	44	
	50	35	40	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	57	59	
4	100	8	10	12	14	15	16	17	18	18	20	21	22	24	26	28	
	90	15	20	22	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	36	
	80	20	25	30	32	34	35	36	37	38	39	40	41	42	44	46	
	70	35	40	45	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	58	60	
	50	40	45	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	62	64	
5	100	10	12	14	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	28	
	90	15	20	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	38	
	80	20	25	30	32	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	45	
	70	35	40	45	47	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	60	
	50	40	45	50	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	64	
6	100	8	10	12	14	15	16	17	18	18	20	21	22	24	26	28	
	90	15	20	22	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	36	
	80	20	25	30	32	34	35	36	37	38	39	40	41	42	44	46	
	70	35	40	45	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	58	60	
	50	40	45	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	62	64	

※ 각 구간의 값은 구간 끝 값을 나타내고, 구간 시작은 직전 구간 값이 됨. 단, 초기 구간의 시작 값은 0임. 즉, T=1시점의 가격수준 100의 첫 구간 값 2는 구간 [0, 2]를 나타내고, 이 구간의 수요발생 확률은 0을 나타냄.

<표 1>에서 각 가격수준에 대한 수요분포는 해당 가격수준에 대한 수요분포를 나타내는 것이 아니고, 해당 가격수준 이상을 지불할 의사를 가진 수요에 대한 확률분포를 나타낸다. 즉, T=1에서 가격수준 70에서 [25, 27]의 수요가 발생할 확률 4%는 이 시점에서 가격수준 70 이상을 지불할 의사가 있는 수요가 4%의 확률로 [25, 27]구간에서 발생할 수 있음을 의미한다. 모든 시점에서 가격수준이 낮아질수록 평균수요가 증가함을 알 수 있다 <그림 2>. 따라서 <표 1>의 가격수준별 수요는 EMSRb에서의 통합수요를 의미하게 된다. 즉, T=1시점의 가격수준 80에 대한 평균수요 25.5는 가격수준 80, 90, 100의 평균수요의 합을 나타내고, 분산 역시 이들 세 가격수준의 수요에 대한 분산의 합을 나타낸다.



<그림 2> 시점별 평균수요-가격 관계

<표 1>의 수요분포에 대하여 EMSRb 모형을 적용하는 경우에는 각 가격수준에서의 상위 가격수준의 수요까지 포함하는 평균가격을 결정하여 각 시점의 가격수준에 대한 좌석할당을 결정한다. 각 시점별로 EMSRb 모형을 적용하기 위한 수요는 각 시점부터 최종 시점까지 각 가격수준별로 발생할 수요의 합으로 구해지고, EMSRb 모형을 이용한 예약통제를 위해서는 높은 가격 순으로 우선순위가 있는 보호 네스팅(protective nesting) 방식을 적용하여 예약한계를 설정한다.

EMSRb 모형을 적용하는 경우와 동적 가격결정 모형을 이용하여 좌석통제를 실시하는 경우의 근본적인 차이점은 다음과 같다.

- 1) EMSRb 모형에서는 매 시점 복수의 가격수준에 대한 좌석통제를 실시함.
- 2) 동적 가격결정 모형에서는 매 시점 고려될 수 있는 복수의 가격수준 중에서 하나의 가격수준을 결정하고, 해당 가격으로 판매하는 최대 좌석 수를 결정함. 즉, 결정된 가격 수준 이상의 가격지불 의사를 갖는 수요는 할당 좌석 범위 내에서 모두 예약이 허용됨.

<표 1>의 수요분포를 이용하여 EMSRb 모형을 이용한 좌석할당 모형 [P]에 대한 가격설정 및 좌석할당은 CPLEX 6.0을 이용하여 펜티엄 PC에서 최적해를 구하였다. 본 연구에서 고려된 입력자료에 대한 CPLEX 계산시간은 PC에서 1초 이내로 수행되었다. 할당된 좌석 및 가격에 대한 모의실험을 위하여 C 프로그램을 이용하여 예약통제 과정을 코딩하여 수익을 산출하도록 하였다. 수요변화에 따른 수익변화를 살펴보기 위해 수요비율(demand factor)<sup>6)</sup>을 0.9~1.6범위에서 적용하였다. 각 수요비율에 대하여 500회의 모의실험을 실시하였고, 이 결과로 얻어진 총수익 및 탑승률의 평균은 <표 2>에 정리하였다.

<표 2>로부터 모형 [P]가 EMSRb 모형에 비하여 최대 12.2%의 수익증가가 가능함을 확인할 수 있다. 또한 공급석이 증가할수록 (수요가 감소할수록) EMSRb 모형에서 보다 모형 [P]에서 더 낮은 탑승률에도 더 높은 수익을 얻고 있음을 확인할 수 있다. 즉, 수요가 상대적으로 낮은 경우에는, 출발 시점에 공석이 발생할 것을 우려하여 예약 초기부터 낮은 가격으로 판매하여 탑승률을 높이는 것 보다는, 수요 발생 분포를 분석하여 적절한 가격으로 판매와 좌석통제를 실시함으로써 낮은 탑승률에도 높은 수익을 얻을 수 있도록 해야 함을 보이고 있다. 반면에, 수요비율이 높은 경우에는 공급에 비하

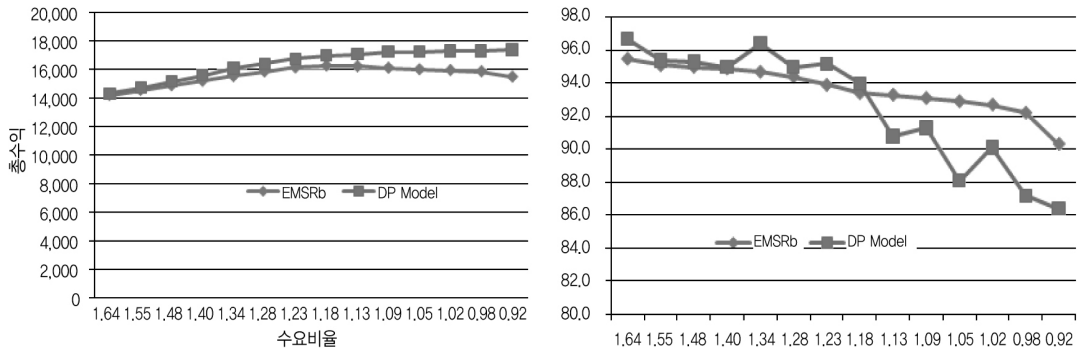
6) 수요에 대한 공급석의 비율로 수요비율이 커질수록 상대적으로 수요가 많아지는 것을 나타냄. Talluri and van Ryzin[22]은 수요비율이 0.9~1.5정도에서 현실적인 타당성을 설명하고 있음.



〈표 2〉 모의실험 결과

수요비율	공급석	Zp <sup>1)</sup>	총 수익		탑승률		Gap <sup>2)</sup>	%Gap <sup>3)</sup>
			EMSR	DP Mode	EMSR	DP Model		
1.64	180	14,449	14,211	14,351	95.5	96.7	140	1.0
1.55	190	14,909	14,572	14,741	95.1	95.4	169	1.2
1.48	200	15,384	14,898	15,175	95.0	95.3	277	1.9
1.40	210	15,786	15,215	15,609	94.9	95.0	394	2.6
1.34	220	16,258	15,545	16,124	94.7	96.4	579	3.7
1.28	230	16,662	15,875	16,443	94.4	95.0	568	3.6
1.23	240	16,990	16,170	16,787	93.9	95.2	617	3.8
1.18	250	17,221	16,299	17,011	93.4	94.0	712	4.4
1.13	260	17,374	16,250	17,093	93.3	90.8	843	5.2
1.09	270	17,488	16,144	17,256	93.1	91.3	1,112	6.9
1.05	280	17,559	16,034	17,273	92.9	88.1	1,239	7.7
1.02	290	17,595	15,975	17,321	92.7	90.1	1,346	8.4
0.98	300	17,641	15,890	17,327	92.2	87.2	1,437	9.0
0.92	320	17,714	15,510	17,402	90.3	86.4	1,892	12.2

- 주) 1) Zp : 모형 [P]의 최적 목적함수 값,
- 2) Gap = (DP Model 총 수익)-(EMSR 총 수익).
- 3) %Gap = (Gap/EMSR 총 수익)×100.



〈그림 3〉 수요비율에 따른 총수익 및 탑승률

여 수요가 많이 발생하는 것을 의미한다. 이 경우에는 최대 가격의 수요만으로도 공급석을 초과할 수 있어 별도의 수익경영 모형 없이도 높은 수익이 발생하게 된다. Tarulli and van Ryzin[22]은 수요비율이 1.5를 초과하는 경우는 가격수준별 좌석할당 및 통제 등의 수익경영 활동이 의미가 없음을 설명하고 있다.

모형 [P]의 적용과정에 대한 세부적인 결과를 분석하기 위하여 <표 1>의 자료를 토대로 좌석용

량(Q) 250의 경우의 모의실험 결과를 예로 들어보자. 총계획기간 동안 판매좌석 수는 EMSRb 모형과 모형 [P]의 경우에서 큰 차이를 발견하기 어려우나, 총 수익은 모형 [P]에서 712(4.4%) 만큼 수익증분이 나타나고 있다. EMSRb 모형의 경우는 6기간 전체에 걸쳐 5종류의 가격수준에 대한 좌석통제를 실시한 결과이고, 모형 [P]에서는 각 기간별로 최적 가격을 결정하고 최적 좌석할당을 실시하여 운영한 결과이다.

〈표 3〉 모의실험 세부 결과 : Q=250예

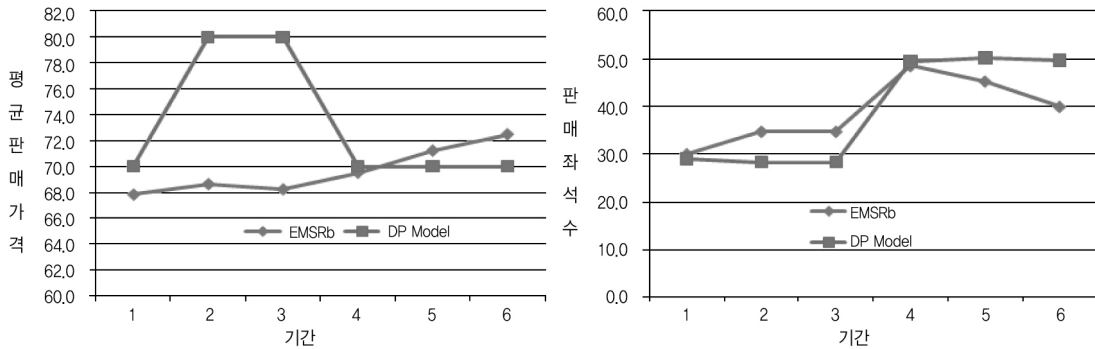
T	EMSRb					DP Model				
	가격수준	보호수준	예약한계	판매	수익	가격수준	보호수준	예약한계	판매	수익
1	100	87	250	12.7	864	70	32	32	12.5	873
	90	58	163	6.8	462				6.7	467
	80	40	104	4.9	337				4.8	338
	70	62	65	5.2	355				5.1	354
	50	0	2	0.5	23				0.0	0
2	100	75	[B1, 0]	14.1	969	80	31	63	13.9	1,114
	90	51	[B1-75, 0]	9.5	655				9.3	746
	80	35	[B1-126, 0]	5.2	360				5.1	408
	70	57	[B1-161, 0]	5.3	367				0.0	0
	50	0	[B1-218, 0]	0.7	37				0.0	0
3	100	61	[B2, 0]	14.1	969	80	31	94	14.0	1,119
	90	41	[B2-61, 0]	9.5	655				9.5	756
	80	29	[B2-102, 0]	5.0	342				4.9	394
	70	52	[B2-131, 0]	5.2	358				0.0	0
	50	0	[B2-183, 0]	1.0	50				0.0	0
4	100	48	[B3, 0]	17.1	1,193	70	52	146	17.1	1,194
	90	31	[B3-48, 0]	9.7	679				9.7	678
	80	24	[B3-79, 0]	8.9	621				8.9	622
	70	47	[B3-101, 0]	12.6	867				13.7	962
	50	0	[B3-148, 0]	0.2	11				0.0	0
5	100	31	[B4, 0]	18.9	1,365	70	53	199	18.9	1,322
	90	21	[B4-31, 0]	9.5	689				9.5	666
	80	16	[B4-52, 0]	7.1	509				7.2	506
	70	32	[B4-68, 0]	9.5	649				14.5	1,015
	50	0	[B4-100, 0]	0.3	14				0.0	0
6	100	13	[B5, 0]	17.3	1,308	70	51	250	17.3	1,211
	90	11	[B5-13, 0]	9.6	726				9.8	686
	80	9	[B5-24, 0]	6.3	440				8.9	620
	70	16	[B5-33, 0]	6.2	395				13.7	959
	50	0	[B5-48, 0]	0.6	30				0.0	0
계	-	-	-	234	16,299	-	-	-	235	17,011

주)  $B_i$  :  $i$ 기간에서 좌석 판매 후 남겨진 여유좌석수,  $[a, b] = \max(a, b)$ .

모형 [P]에서는 각 기간별로 판매가격이 70, 80, 80, 70, 70, 70으로 운영되었지만, EMSRb 모형에서는 각 기간별로 평균 판매가격이 68, 69, 68, 69, 71.8, 72.3으로 나타나고 있다. 즉, 모형 [P]에서는 초기에 70의 가격으로 수요를 확보한 후, 기간 2와 기간 3에서 가격을 인상하여 80으로 판매하여 많은 수익을 확보하고, 마지막 3 기

간 동안 70으로 가격을 인하하여 많은 수요를 대상으로 판매하기 위한 전략을 취하고 있음을 알 수 있다.

이상의 모의실험을 통하여 각 시점의 주어진 수요분포를 고려하여 최대수익이 얻어질 수 있는 최적 판매가격과 예약 허용량을 결정하는데 모형 [P]가 효과적으로 활용될 수 있음을 알 수 있다.



〈그림 4〉 기간별 평균 수익 및 판매좌석수

### 4. 결 론

본 연구는 항공사의 수익증대를 위한 가격기반의 수익경영 활동의 하나인 동적 가격결정 문제를 다루었다. 전통적인 수익경영 활동은 주어진 가격 하에서 적절한 좌석통제를 통해 수익을 극대화하여 왔다. 그러나 항공운송 시장환경의 변화와 경쟁의 심화에 따라 가격조정을 통한 수요관리가 중요한 수익증대 수단으로 인식되고 있어 이에 대한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 그러나 가격기반의 수익경영에 대한 대부분의 기존 연구들이 수요함수에 대한 연속성 가정과 정규분포 등 특정 분포함수를 대상으로 하거나, 예약요구과정에 대한 마코프 특성 등을 고려한 연구를 연구해 왔다. 따라서 기존 연구모형은 현실적인 문제와 다소거리가 있는 가정을 적용했고 복잡한 처리과정이 요구됨으로써 현실적인 활용이 어려운 문제점을 가지고 있다.

본 연구에서는 계획기간을 이산형으로 구분하고, 각 기간 선택할 수 있는 가격 집합이 주어진 경우를 대상으로 최대수익을 가져올 수 있는 가격 정책 결정과 좌석통제를 결정하기 위한 문제를 다루었다. 특히, 기존의 모형과는 달리 수요에 대한 계단형 분포함수를 가정하여 동적 가격결정 문제를 단순한 혼합정수계획 문제로 변형할 수 있음을 보였다. 또한, 시간의 경과에 따라 현재의 의사결정이 이후의 의사결정에 영향을 미치는 관계를 고려하기 위하여 다기간 의사결정문제로 정의하여

모형화하였다.

본 연구에서 제시한 동적 가격결정 및 좌석통제 모형은 혼합정수계획모형이지만, 현실적인 문제의 크기가 크지 않기 때문에, 별도의 해법 개발 없이 기존의 상용 패키지 프로그램인 CPLEX 또는 LINDO를 이용하여 효과적으로 최적해를 구할 수 있다. 본 연구에서 제시된 모형에 대하여 임의의 자료를 대상으로 모의실험을 실시한 결과 수요비율에 따라 EMSRb 모형에 비하여 최고 12.2%의 수익증가 효과를 확인 할 수 있었다.

따라서 본 연구에서 제시된 모형 [P]가 효과적임을 확인할 수 있었고, 사용되는 입력자료 역시 항공사에서 쉽게 확보할 수 있는 계단형 수요분포(뒤후분포)를 고려함으로써 현실적인 적용가능성이 높다고 볼 수 있다. 그러나 이 같은 결과에도 불구하고 본 연구에서 고려되지 못한 해지 및 환불, 초과예약, 복수가격수준 및 복수 비행구간 등으로의 확장 연구가 필요하고, 고객의 선택행동 변화 등을 고려한 연구로 확장하는 데 있어 본 연구 결과가 유용하게 활용될 수 있을 것이다.

### 참 고 문 헌

[1] 송윤숙, 이휘영, 윤문길, “선형근사기법을 이용한 단일 비행구간의 좌석할당 모형”, 『경영과학』, 제26권 제3호(2009), pp.117-131.  
 [2] 윤문길, 이휘영, “항공사 수익 경영 모형에 관한

- 조사 연구”, 『한국경영과학회지』, 제30권(2005), pp.41-62.
- [3] 윤문길, 황명선, 박학진, “이산계획 기간의 이산형 동적가격 모형”, 『한국항공경영학회 2010년 추계학술대회』, 세종대, 2010.
- [4] Belobaba, P.P., "Airline yield management : An overview of seat inventory control," *Transportation Science*, Vol.21(1987), pp.63-73.
- [5] Brumelles, S. and J. McGill, "Airline Seat Allocation with multiple nested fare classes," *Operation Research*, Vol.141(1993), pp.127-137.
- [6] Curry, R.E., "Optimal airline seat allocation with fare classes nested by origins and destinations," *Transportation Science*, Vol.24(1990), pp.193-204.
- [7] de Vericourt, F. and M.S. Lobo, "Resource and revenue management in nonprofit operations," *Operations Research*, Vol.57(2009), pp.1114-1128.
- [8] Feng, Y. and G. Gallego, "Optimal starting times for end-of-season sales and optimal stopping times for promotional fares," *Management Science*, Vol.41(1995), pp.1371-1391.
- [9] Feng, Y. and G. Gallego, "Perishable asset revenue management with Markovian time dependent demand intensities," *Management Science*, Vol.46(2000), pp.941-956.
- [10] Feng, Y. and B. Xiao, "Optimal policies of yield management with multiple predetermined prices," *Operations Research*, Vol.48(2000), pp.332-343.
- [11] Gallego, G. and G.J. van Ryzin, "Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons," *Management Science*, Vol.40(1994), pp.999-1020.
- [12] Gallego, G. and G.J. van Ryzin, "A multi-product dynamic pricing problem and its applications to network yield management," *Operations Research*, Vol.45(1997), pp.24-41.
- [13] Glover, F., R. Glover, J. Lorenzo, and C. McMillan, "The passenger mix problem in the scheduled airlines," *Interfaces*, Vol.12(1982), pp.73-79.
- [14] Lee, T.C. and M. Hersh, "A model for dynamic airline seat inventory control with multiple seat bookings," *Transportation Science*, Vol.27(1993), pp.252-265.
- [15] Liang, Y., "Solution to the continuous time dynamic yield management model," *Transportation Science*, Vol.33(1999), pp.117-123.
- [16] Littlewood, K., "Forecasting and control of passenger bookings," In Proceedings of the Twelfth Annual AGIFORS Symposium, Nathanya, Israel, 1972.
- [17] Maglaras, C. and J. Meissner, "Dynamic pricing strategies for multi-product revenue management problems," *Manufacturing and Service Operations Management*, Vol.8(2006), pp.136-148.
- [18] Robinson, L.W., "Optimal and approximate control policies for airline booking with sequential nonmonotonic fare classes," *Operations Research*, Vol.43(1995), pp.252-263.
- [19] Song, Y.S., S.T. Hong, M.S. Hwang, and M.G. Yoon, "MILP model for network revenue management in airlines," *Journal of Business and Economic Research*, Vol.8, No.2(2010), pp.155-162.
- [20] Subramanian, J., S. Stidham Jr., and C. Lautenbacher, "Airline yield management with overbooking, cancellations and no-shows," *Transportation Science*, Vol.33(1999), pp.147-167.
- [21] Szwarz, W., "The transportation problem with stochastic demand," *Management Science*,

- Vol.11(1964), pp.33-50.
- [22] Talluri, K. and Van Ryzin, G., "The theory and practice of revenue management," Springer, NewYork, 2005.
- [23] Tcha, D.W. and M.G. Yoon, "A dual-based heuristic for the simple facility location problem with stochastic demand," *IIE Transactions*, Vol.17(1985), pp.364-369.
- [24] Wollmer, R.D., "An airline seat management model for a single leg route when lower fare classes book first," *Operations Research*, Vol. 40(1992), pp.26-37.
- [25] Xiao, Y.B., J. Chen, and Y. Chen, "On a semi-dynamic pricing and seat inventory allocation problem," *OR Spectrum*, Vol.29(2007), pp.85-103.