

자기베어링 구동용 전자석의 흡인력에 대한 수학적 모델링 Mathematical Modeling about Magnetic Attractive Force of Magnetic Bearing

최교호* · 양주호**† · 정광교***

G. H. Choi*, J. H. Yang**† and K. G. Choung***

(접수일 : 2012년 01월 18일, 수정일 : 2012년 02월 23일, 채택확정 : 2012년 03월 12일)

Key Words : Magnetic Bearing(자기베어링), Magnetic Attractive Force(자기흡인력), Mathematical Modeling(수학적 모델링), Percentage of Deviation(편차백분율)

Abstract : Because the magnetic bearing supports levitating body without contact, wear, noise and vibration are very small comparing with mechanical bearings, it is very useful to high revolution machinery. In general, the magnetic attractive force function that is proportional to square of control current(i), and inversely proportional to square of an air gap(x) has been widely used. This paper proposed the new magnetic attractive force function that is proportional to cube of the control current, and inversely proportional to square of the air gap. The function was optimized to minimize the cost function that is the percentage of deviation about the change of a proportional constant(k), using the experimental data, ie, control currents and air gaps.

1. 서 론

자기베어링은 기계적 접촉부를 가지지 않기 때문에 마찰, 마모가 없어 반영구적이면서 윤활과 밀봉의 필요성이 없어 진공과 고·저온 등 특수한 환경에서의 사용이 가능하며 접촉식베어링으로 실현할 수 없는 고속 회전용으로 널리 이용되고 있다. 이러한 여러 가지 장점 때문에 근본적으로 불안정한 계로서 설계나 회전수 관리가 어렵다는 단점을 극복하고 우주기기, 인공심장 등과 같은 특수용도 뿐만 아니라 공작기계 주축용 고속스핀들 등의 고성능 회전기 등 산업현장에서 다양하게 응용되고 있다.^{1~3)}

자기부상의 방법에는 자기흡인력을 이용하는 방법과 자기반발력을 이용하는 방법, 유도부상력을 이용하는 방법, 초전도 마이스너 효과를 이용하는 방법이 있다. 이 중 자기흡인력을 이용하는 자기부상 방법(이하 흡인제어식)은 강한 전자기력을 가지며, 에너지 손실

이 적은 장점 등으로 자기베어링 시스템에 자주 사용되어진다.⁴⁾

본 연구에서는 설계 제작된 흡인제어식 자기베어링에 대하여 동일한 흡인력 하에서 전자석의 전류와 공극(gap) 사이의 관계를 회전축 부상 실험에 의해 데이터를 획득하고, 이 데이터의 분석을 통하여 전자석의 흡인력에 관한 새로운 식을 제안한다.

2. 전자석의 흡인력

Fig. 1은 본 연구에서 이용한 흡인제어식 자기베어링의 개략도이다. 그림에서 코어(core)부분과 회전축의 자로부분은 규소강판을 성층하여 제작된 것이다.

Fig. 1에서 상부의 두 개의 코어에 전류를 흘리면 이 전류에 비례하는 자속 ϕ 가 생겨 흡인력이 발생하게 된다. 일반적인 전자석의 흡인력 f_m 은 식(1)과 같이 표현된다.

**양주호(교신저자) : 부경대학교 기계시스템공학과
E-mail : yangjh@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6193

*최교호 : 강원도립대학 해양경찰학과

***정광교 : 선박안전기술공단

**J. H. Yang(corresponding author) : Department of Mechanical System Engineering, Pukyong National University.
E-mail : yangjh@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6193

*G. H. Choi : Department of Marine Police and Technology, GangWon Provincial College.

***G. G. Choung : Korea Ship Safety Technology Authority

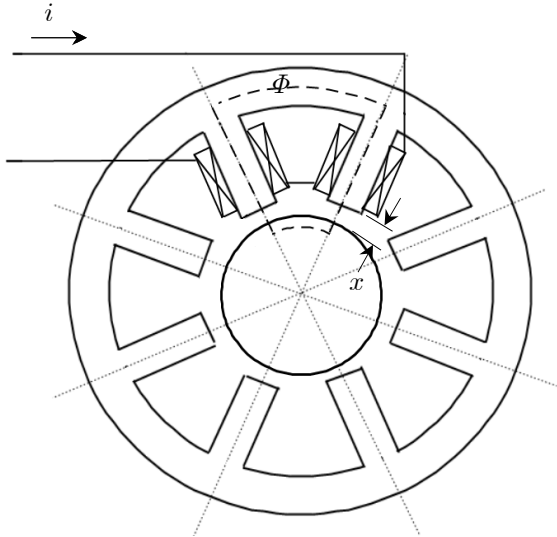


Fig. 1 Magnetic bearing system

$$f_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \times 2S \text{ [N]} \quad (1)$$

여기서, f_m 은 전자석의 흡인력, B 는 자속밀도, μ_0 는 공기의 투자율, $2S$ 는 전자석의 대향면적이다. 즉, 전자석의 흡인력은 전자석의 대향면적과 자속밀도에 의해 결정된다.

전자석의 코일에 흐르는 전류를 i 라 하면 전자석에서 발생하는 자속 Φ 는 식(2)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{F_m}{R_m} \\ &= \frac{Ni}{\frac{l_m}{\mu_0\mu_s} + 2\frac{x}{\mu_0S}} = \frac{\mu_0SNi}{\frac{l_m}{\mu_s} + 2x} \text{ [Wb]} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, F_m 은 기자력, N 은 코일의 감은 횟수, R_m 은 자기저항, l_m 은 공극을 뺀 자로의 길이, μ 는 비투자율, x 는 전자석과 회전축 사이의 공극, μ_s 는 철심의 비투자율, S 는 철심(혹은 공극)의 단면적이다.

따라서, 자속밀도 B 는 식(3)과 같다.

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\mu_0Ni}{\frac{l_m}{\mu_s} + 2x} \text{ [T]} \quad (3)$$

식(3)의 자속밀도는 전자석 재질의 포화 자속밀도를 초과할 수 없으며, 이에 따라 전자석의 최대 흡인력과 이 때 사용 가능한 전류의 상한치가 제한된다.

전자석의 흡인력은 식(3)을 식(1)에 대입함으로써 식(4)와 같이 구할 수 있다.^{5~7)}

$$\begin{aligned} f_m &= \frac{\mu_0N^2i^2S}{\left(\frac{l_m}{\mu_s} + 2x\right)^2} \\ &= k\left(\frac{i}{x + X_0}\right)^2 \text{ [N]} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $X_0 = \frac{l_m}{2\mu_s}$ 이고, 비례상수 k 는 식(5)와 같다.

$$k = \frac{N^2\mu_0S}{4} \quad (5)$$

3. 흡인력 측정실험

일반적으로 널리 이용되는 전자석의 흡인력에 관한 식은 식(4)이다. 본 연구에서 이용된 자기베어링 구동용 전자석의 흡인력식으로 식(4)를 이용하는 것이 타당한지 검토하기 위하여 다음과 같은 순서대로 실험을 행한다.

첫째, 안정한 자기베어링 제어시스템을 PID 제어기로 구축하여 회전축을 부상시킨다.

둘째, 구축된 제어시스템에서 회전축의 위치를 변경하는 방법으로 전자석에 흐르는 전류와 공극에 관한 실험 데이터를 취득한다.

셋째, 얻어진 실험 데이터로부터 전류와 공극과 흡인력과의 관계에 대한 검토 분석을 통하여 새로운 흡인력 식을 제안한다.

3.1 안정화 제어시스템의 구축

본 연구에 이용된 자기베어링 시스템의 블록선도는 Fig. 2와 같다. 그림에서 x_{ref} 는 공극의 기준입력이고, x 는 공극이며, i 는 전자석에 흐르는 전류이다. 자기베어링시스템을 수학적 모델링하고 시행착오법(trial and error method)으로 구한 PID 제어기를 ATmega 128 소자를 이용하여 0.25ms의 샘플링타임으로 구현, 안정한 상태로 회전축을 부상시키는 제어시스템을 구축한다.⁸⁾

Fig. 2에서 안정화를 위해 선정된 PID 제어기는 식(6)과 같고, 그 게인 값은 $K_p = 1.0$, $K_d = 8.0$, $K_i = 0.000244$ 이다.⁸⁾

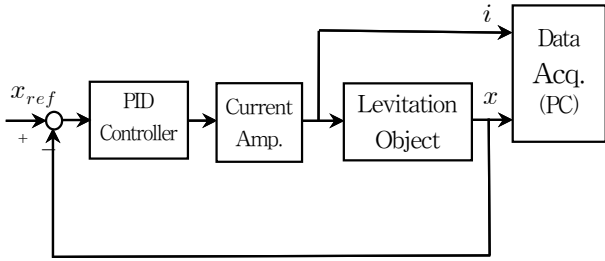


Fig. 2 Block diagram of magnetic bearing system

$$K(s) = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \quad (6)$$

전류앰프는 APEX사의 파워 OP 앰프인 PA12를 이용하여 제작된 것으로 그 회로도는 Fig. 3과 같다.⁸⁾ 이 전류 앰프는 1V의 입력(V_{IN}) 시 1A의 전류가 출력(I_O) 되도록 전류 피드백한 것으로 LOAD 부분이 전자석 코일에 해당된다.

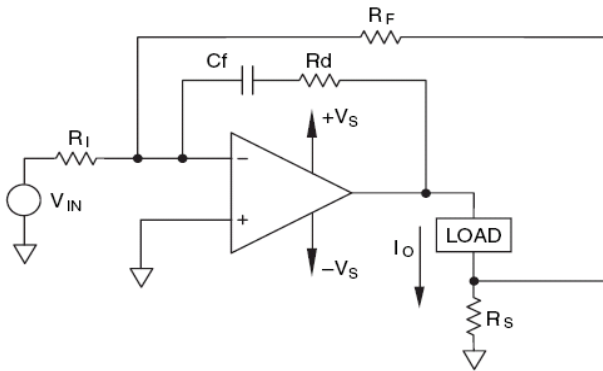


Fig. 3 Current amplifier, PA12

본 연구에 이용된 자기베어링의 각 계수 값은 Table 1과 같다.

Fig. 4는 자기베어링 시스템의 실험장치 사진으로 각 부분은 다음과 같다. ①은 자기베어링과 삼상유도전동기가 설치되어 있는 부분으로, 양단에는 자기베어링이, 중앙에는 축을 고속으로 회전시키는 유도전동기가 위치한다. ②는 센서신호의 증폭부로 회전체의 위치(gap)를 검출하는 와전류 변위센서이다. ③은 전자석을 구동시키는 전류증폭기이다. ④는 축의 회전수 및 각종 파형을 측정하기 위한 오실로스코프이다. ⑤는 자기베어링 제어용 ATmega128 원 보드 컨트롤러이다. ⑥은 시스템 전원공급용 DC전원 공급 장치이다. ⑦은 실험 모니터링 및 데이터 수집용 노트북 PC이다.

Table 1 Parameter values of magnetic bearing

Parameter	Value	Unit
Acceleration of gravity : g	9.8	m/s ²
Magnetic permeability of air : μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	-
Relative permeability of silicon steel plate : μ_s	3,000	-
Mass of levitation object : m	1.3	kg
Resistance of coil : R_a	12.5	Ω
Sectional area of air gap : S	2.40E-04	m ²
Number of turns : N	400	-
Length of magnetic path : ℓ_m	0.103	m
Inductance of coil : L_a	0.0630	H
$X_0 = \frac{\ell_m}{2\mu_s}$	1.7166E-05	-



- ① Magnetic bearing and induction motor
- ② Sensor Amp.
- ③ Current amplifier
- ④ Oscilloscope
- ⑤ ATmega128 controller
- ⑥ DC power source
- ⑦ Notebook PC

Fig. 4 Experimental apparatus

3.2 실험데이터 취득

Table 1에서와 같이 회전축의 질량은 1.3kg이다. 이를 지지하기 위해서는 12.74[N]의 전자석의 흡인력이 필요하다. 회전축은 두 개의 전자석이 양 끝단에서 지지하고 있으므로 하나의 전자석은 6.37[N]의 흡인력이 요구된다.

회전축을 일정 위치에 부상시키고, Fig.2에서 공극의 기준입력 x_{ref} 를 0.35mm에서 0.65mm 사이의 여러 값으로 바꾸었을 때의 전자석에 흐르는 전류 i 와 실제의 공극을 측정된 데이터는 Table 2와 같다. 여기서 공극의 기준입력을 0.35mm에서 0.65mm 사이로 변경한 것은 본 연구에 이용된 자기베어링의 정상상태에서의 공극이 0.5mm이고, 외란 등이 가해졌을 때 공극의 변화가 정상상태에서 ± 0.15 mm 범위를 크게 벗어나지 않기 때문이다.

Table 2 Experimental data

current i [A]	gap x [m]	force f_m [N]
0.569	0.000655	6.37
0.561	0.000652	6.37
0.558	0.000651	6.37
0.556	0.000651	6.37
0.553	0.000650	6.37
0.542	0.000620	6.37
0.541	0.000610	6.37
0.538	0.000608	6.37
0.537	0.000606	6.37
0.536	0.000605	6.37
0.514	0.000553	6.37
0.512	0.000552	6.37
0.505	0.000550	6.37
0.494	0.000550	6.37
0.493	0.000550	6.37
0.479	0.000510	6.37
0.479	0.000510	6.37
0.477	0.000510	6.37
0.475	0.000500	6.37
0.474	0.000510	6.37
0.445	0.000450	6.37
0.436	0.000435	6.37
0.429	0.000431	6.37
0.428	0.000430	6.37
0.428	0.000420	6.37
0.426	0.000410	6.37
0.424	0.000400	6.37
0.419	0.000400	6.37
0.415	0.000400	6.37
0.390	0.000350	6.37
0.384	0.000350	6.37
0.381	0.000350	6.37
0.377	0.000350	6.37
0.371	0.000350	6.37

4. 새로운 흡인력식의 제안

일반적으로 널리 이용되는 전자석의 흡인력 식은 식(4)와 같고, 식(4)에서 분모의 상수항 X_0 은 정상상태의 공극 $x(5 \times 10^{-4})$ 에 비해 아주 작은 값(본 연구에서 이용된 자기베어링의 경우는 0.034배)이기 때문에 식(7)과 같이 쓸 수 있다.

$$f_m \cong k \frac{i^2}{x^2} \quad (7)$$

식(5)에서의 k 값을 계산해 보면 $\frac{N^2 \mu_0 S}{4}$ 은 1.2×10^{-5} 이다. 그런데, Table 2의 실험데이터 중 공극이 0.5mm일 때의 k 값을 식(7)에 의해 계산하면 7.06×10^{-6} 이고, 공극 0.35mm에서 0.65mm 사이의 평균값 \bar{k} 는 6.85×10^{-6} 으로 식(5)에 의해 계산된 값 1.2×10^{-5} 에 비해 약 1/2배의 큰 차이를 보인다. 뿐만 아니라 공극 0.35mm에서 0.65mm 사이의 각 공극에서의 k 값 변동폭의 편차백분율이 14.5%로 크다.(Table 3 참조) 이는 식(5)에 의해 계산된 비례상수를 이용할 경우, 식(4)가 실제 자기베어링 시스템의 전자석의 흡인력을 제대로 표현하지 못하고 있음을 반증하는 것이다.

본 연구에서는 각 공극에 대한 비례상수 k 와 그 평균값 \bar{k} 사이의 변동폭이 최대한 작은 관계식을 찾기 위하여 식(8)과 같은 식을 상정한다.

$$f_m = k \times \frac{i^N}{x^2} \quad (8)$$

식(8)은 식(7)에서 전류 i 의 지수 2를 지수 N 으로 대체한 것이다. 이때 지수 N 값이 얼마일 때 비례상수 k 의 변동이 작게 되는가를 평가하는 함수로써 식(9)와 같이 k 값 변동의 편차백분율 \tilde{K} 를 평가함수로 정의한다.

$$\tilde{K} = \frac{|\bar{k} - k|}{k} \times 100(\%) \quad (9)$$

Table 3은 N 의 값이 2를 중심으로 1에서 4사이의 값일 때의 \bar{k} 및 k 값 변동의 편차백분율 \tilde{K} 를 계산하여 표시한 것이다.

Fig. 5는 Table 3의 편차백분율 \tilde{K} 의 변화추이를 나타낸 그래프이다. 지수 $N=1$ 에서 커짐에 따라 편차백분율 \tilde{K} 는 점점 작아지다가 $N=3.2$ 부근에서 변곡점($\tilde{K} = 2.85\%$)을 찍고 다시 커진다. 그래프에서 확인할 수 있듯이 제어전류의 약 3.2승 부근에서 그 편차

백분을 \tilde{K} 가 가장 적게 나타난다.

그러나, 본 연구에서는 지수가 $N=3.2$ 와 같이 소수점으로 표현되는 지수값 대신 그 값에 가까운 정수형 지수로써 $N=3$ 을 선택하고, 비례상수 k 대신 평균값 \bar{k} 을 이용하여 식(10)과 같이 표현되는 새로운 흡인력식을 제안한다.

$$f_m = \bar{k} \times \frac{i^3}{x^2} \quad (10)$$

Table 3 Average \bar{k} and percentage of deviation \tilde{K}

N	\bar{k}	\tilde{K} (%)
1.0	0.00000341	24.32
1.5	0.00000489	19.24
2.0	0.00000685	14.50
2.5	0.00001020	8.63
2.8	0.00001280	5.47
3.0	0.00001480	3.75
3.1	0.00001600	3.13
3.15	0.00001660	2.94
3.2	0.00001720	2.85
3.3	0.00001860	2.97
3.4	0.00002010	3.48
3.5	0.00002160	4.20
3.75	0.00002620	6.29
4.0	0.00003170	8.77

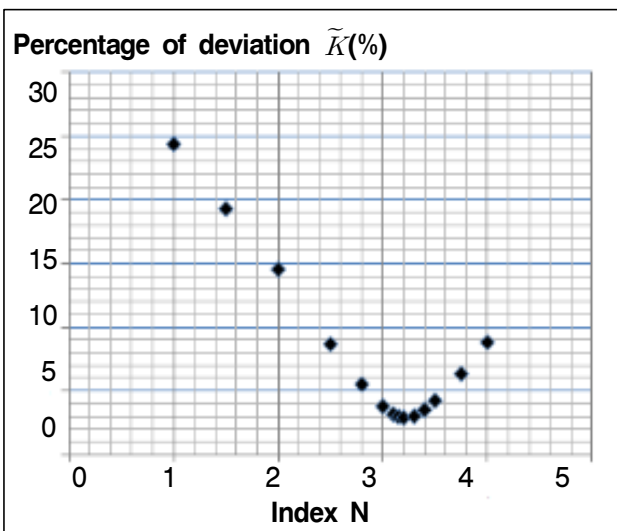


Fig. 5 Graph for Percentage of deviation

5. 결 론

전자석의 흡인력에 관한 일반적으로 널리 알려져

있는 식(7)은 동작점의 변화에 따라 큰 오차를 포함할 수 있다. 본 연구에서는 자기베어링 지지용으로 제작된 흡인식 전자석에 대한 실험결과를 토대로 새로운 흡인력식을 식(10)과 같이 제안하였다.

자기베어링의 제어시스템 구축시 선형제어이론을 이용할 경우, 식(7)보다는 제안하는 식(10)을 선형화하여 이용하는 것이 보다 타당할 것으로 생각된다.

참고문헌

1. C. H. Kim et al., 1997, "A Study on the Gap Estimation Circuit Design of the Magnetic Levitation System", Journal of The Korean Society for Power System Engineering, Vol. 1, No. 1, pp. 144-153.
2. C. H. Kim and J. H. Yang, 1998, "A Study on the Sensorless Realization of Magnetic Levitation System by Two-Degree-of-freedom Control Method", Journal of the Korean Society of Marine Engineering, Vol. 22, No. 6, pp. 888-893.
3. J. H. Yang et al., 2005, "Automatic Control", DooYangSa, Seoul, pp. 394-397.
4. C. H. Kim, B. G. Jung and J. H. Yang, 2010, "A Study on the Robust Control of Horizontal-Shaft Magnetic Bearing System Considering Perturbation", Journal of the Korean Society of Marine Engineering, Vol. 34, No. 1, pp. 92-101.
5. D. J. Lee, J. H. Hong and J. K. Park, 2001, "Basic and Application for the Magnetic Bearing", SigmaPress, Seoul, pp. 25-35.
6. Guang-Ren Duan and David Howe, 2003, "Robust Magnetic Bearing Control via Eigenstructure Assignment Dynamical Compensation", IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, vol. 11, no. 2, pp. 204-205.
7. S. M. Jang et al., 2010, "Dynamic Characteristic Analysis of Active Thrust Magnetic Bearings", Summer Conference of Korea Institute of Electrical Engineers, pp. 730-731.
8. G. G. Choung, 2012, "A Study on the Construction of the Magnetic Bearing Control System by ATmega 128", Doctoral Thesis, PuKyong National University, pp. 26-28, 93-96.