
순환 치환 행렬을 이용한 ALT LDPC 부호의 설계

이광재*

A Design of ALT LDPC Codes Using Circulant Permutation Matrices

Kwang-Jae Lee*

요 약

본 논문에서는 cycle-4를 쉽게 피하고 가변 부호율과 길이로 접근할 수 있게 하는 순환 치환 행렬(CPM; circulant permutation matrix)을 토대로 한 간단한 패리티 검사 행렬의 구성 방법을 제안한다. 결과적으로 부행렬 연산은 여러 CPM들의 곱셈으로 처리될 수 있으며 LDPC 부호화 계산은 매우 간단하게 수행된다. 또한 LDPC 부호의 고속 부호화 문제를 고려한다. 제안한 설계는 정규, 비정규 LDPC 부호 둘 다를 위한 간단한 행렬 연산에 근거한 고속 부호화를 가능하게 한다.

ABSTRACT

In this paper, we propose a simple H parity check matrix from the CPM(circulant permutation matrix), which can easily avoid the cycle-4, and approach to flexible code rates and lengths. As a result, the operations of the submatrices will become the multiplications between several CPMs, the calculations of the LDPC(low density parity check) encoding could be simplest. Also we consider the fast encoding problem for LDPC codes. The proposed constructions could lead to fast encoding based on the simplest matrices operations for both regular and irregular LDPC codes.

키워드

LDPC, ALT, Circulant permutation matrix, Hadamard
저밀도패리티검사부호, 근사하삼각, 순환치환행렬, 아다마르

1. 서 론

LDPC(low density parity check) 부호는 복잡도와 성능 면에서 터보 부호와 비교했을 때 상당한 경쟁자로 여겨지고 두 가지 모두 제한된 랜덤 부호의 모임들과 반복 부호 알고리즘이라는 유사한 철학에 근거한다. 특히 LDPC 부호는 큰 블록 길이에서 터보 부호보다 점진적으로 더 나은 성능을 나타내며, 성능과 부호 복잡도 측면에서 적절한 절충을 이루고 있다. 그

러나 LDPC 부호와 관련된 주된 문제점은 터보 부호에 비해 명백히 높은 부호화 복잡도이다. 최근에 Richardson은 LDPC 부호의 ALT(approximate lower triangular) 변환에 근거한 효율적인 부호화 알고리즘을 소개하였다[1]. 그러나 Richardson의 ALT 형태의 계산은 다수의 부행렬 연산에 근거한다. 따라서 패리티 검사 행렬 H의 선택이 적절하게 되지 않으면 변환과 행렬 처리과정의 복잡도는 더 높아진다.

본 논문에서는 cycle-4를 쉽게 피하고 가변 부호율

* 한려대학교 멀티미디어정보통신공학과(kjlee@hanlyo.ac.kr)

접수일자 : 2011. 11. 12

심사(수정)일자 : 2011. 12. 05

게재확정일자 : 2011. 12. 22

과 길이로 접근할 수 있게 하는 재킷 패턴과 순환 치환 행렬(CPM; circulant permutation matrix)을 토대로 한 간단한 패리티 검사 행렬의 구성 방법을 제안한다. 결과적으로 부행렬 연산은 여러 CPM들의 곱셈으로 처리될 수 있으며 ALT LDPC 부호화 계산은 매우 간단하게 수행된다.

II. 재킷 행렬의 정의 및 특성

일반적으로 Sylvester Hadamard 행렬의 원소는 +1 또는 -1로 구성된다. 따라서 이러한 행렬의 계산은 단지 가산과 감산만으로 수행된다. 최근에는 중앙 가중치 Hadamard 행렬을 일반화한 재킷(Jacket) 행렬이 소개되었다[5]. 이는 기존의 일반적인 Hadamard 행렬을 포함하지만, 중앙부에 가중치 ω 를 가지며, ω 는 j 또는 2^k 이다(여기서 k 는 정수, $j = \sqrt{-1}$). 또한, $N = 2^n$, $n \in \{2, 3, \dots\}$ 인 재킷 행렬 $[J]_N$ 은 대칭적(symmetric)이다[6].

전방(forward) 행렬의 가중치 원소의 위치는 이의 역행렬의 비가중치 원소에 의해 대체될 수 있지만 이들의 부호(signs)는 전방 행렬과 역행렬에서 변하지 않는다. 이는 매우 흥미로운 상보 행렬 관계를 의미한다.

<정의 2.1>

비영(零) 원소로 이루어진 다음과 같은 $m \times m$ 행렬 $[J]_m$ 과

$$[J]_m = \begin{bmatrix} j_{0,0} & j_{0,1} & \dots & j_{0,m-1} \\ j_{1,0} & j_{1,1} & \dots & j_{1,m-1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ j_{m-1,0} & j_{m-1,1} & \dots & j_{m-1,m-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

그 역행렬이

$$[J]_m^{-1} = \begin{bmatrix} 1/j_{0,0} & 1/j_{0,1} & \dots & 1/j_{0,m-1} \\ 1/j_{1,0} & 1/j_{1,1} & \dots & 1/j_{1,m-1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1/j_{m-1,0} & 1/j_{m-1,1} & \dots & 1/j_{m-1,m-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

와 같은 경우 이를 재킷 행렬이라 한다.

일반 정의에서 정방행렬 $[A]_m = [a_{ij}]_N$ 과 이의 역행렬은 행렬의 원소 단위의 역으로 정의되며, $[A]_N^{-1} = \frac{1}{N}[1/a_{ij}]_N$, $1 \leq i, j \leq N$ 을 엘레먼트 인버스(element inverse)라 한다.

정방행렬 $[A]_N = [a_{ij}]_N$ 에 대해 이의 역행렬은 단지 각 성분들의 역, 즉 $[A]_N^{-1} = \frac{1}{N}[1/a_{ij}]_N$, $1 \leq i, j \leq N$ 이 성립하는 경우에 이를 재킷 행렬이라 하며, Hadamard 행렬, DFT 등의 대다수의 유용한 행렬 역시 재킷 계열에 포함시킬 수 있다[5,6].

본 논문에서는 복소수 체(field) 상에서 재킷 행렬의 부류를 보인다. P 를 홀수 소수(odd prime), 원시 원소를 $\alpha = e^{\sqrt{-1}(2\pi/P)}$ 라 하자. 따라서 $\alpha^P = 1$ 이고 $\langle a \cdot b \rangle$ 연산을 하는 $F_p = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$ 는 유한체이다.

여기서 $\langle a \rangle = a \bmod p$, $a \in F_p$ 라고 하고, 다음과 같은 함수를 정의하면

$$f_a(x) = \langle a \times x \rangle \quad (4)$$

$\vec{V} = (\alpha^{v_0}, \alpha^{v_1}, \dots, \alpha^{v_{p-1}})$ 는 벡터이고 여기서 $v_i \in F_p$ ($i = 0, 1, \dots, p-1$)이다.

이제 다음의 벡터를 정의한다.

$$\vec{V}_a = (\alpha^{f_a(v_0)}, \alpha^{f_a(v_1)}, \dots, \alpha^{f_a(v_{p-1})}). \quad (5)$$

$P \times P$ 재킷 행렬은 [5]에 의해 구해질 수 있다.

$$[J]_p = \begin{bmatrix} \vec{V}_0 \\ \vec{V}_1 \\ \vdots \\ \vec{V}_{p-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

예를 들어 $p = 5$ 라 하면

$$\begin{cases} \vec{V}_0 = (1 & 1 & 1 & 1 & 1) \\ \vec{V}_1 = (1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4) \\ \vec{V}_2 = (1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha & \alpha^3) \\ \vec{V}_3 = (1 & \alpha^3 & \alpha & \alpha^4 & \alpha^2) \\ \vec{V}_4 = (1 & \alpha^4 & \alpha^3 & \alpha^2 & \alpha) \end{cases}, \quad (7)$$

그리고

$$[J]_5 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha & \alpha^3 \\ 1 & \alpha^3 & \alpha & \alpha^4 & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^4 & \alpha^3 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$([J]_5)^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^4 & \alpha^3 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha^3 & \alpha & \alpha^4 & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha & \alpha^3 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

이는 재킷 패턴과 CPM에 근거한 이진 저밀도 행렬의 한 형태를 제시한다.

<정의 2.2>

$(\alpha^0, \alpha^1, \dots, \alpha^{p-1})$ 을 갖는 재킷 행렬을 $[J]_p$ 라고 하고 각 성분 α^i ($i=0,1,\dots,p-1$)를 CPM E^i 로 바꾸면 결과 행렬은 재킷 패턴의 저밀도 행렬의 한 형태이다. p 는 소수이며,

$$E^h = [e_{i,j}]_{p \times p}, \quad (10)$$

라 하자. 여기서

$$e_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{for } i = \langle j+h \rangle \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

$\langle j+h \rangle = j+h \bmod p$, $0 \leq i, j, h \leq p-1$ 를 나타낸다.

행렬 E^h , $0 \leq h \leq p-1$ 는 CPM으로서 참조된다. $\{E^0, E^1, \dots, E^{p-1}\}$ 가 기존의 행렬 곱과 $I = E^p$ 를 갖

는 아벨 군(Abelian group)을 형성한다는 것을 알 수 있다. 또한 CPM의 전치(transpose)는 이의 역이 된다.

III. ALT LDPC 부호의 생성

이하에서는 재킷 패턴 상의 저밀도 행렬의 정의를 사용해서 CPM으로부터 확장되는 LDPC 부호의 부호화 형태를 제시한다.

재킷 행렬을 $[J]_p$ 라 하고 α^i 를 크기 $p \times p$ 의 CPM E^i 로 교체하면 저밀도 재킷 행렬을 얻을 수 있다. 예를 들어 행렬 $[J]_5$ 는 다음과 같이 바꿀 수 있다.

$$[J]_5 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^4 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha & \alpha^3 \\ 1 & \alpha^3 & \alpha & \alpha^4 & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^4 & \alpha^3 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I & I & I & I & I \\ I & E & E^2 & E^3 & E^4 \\ I & E^2 & E^4 & E & E^3 \\ I & E^3 & E & E^4 & E^2 \\ I & E^4 & E^3 & E^2 & E \end{bmatrix}, \quad p=5. \quad (12)$$

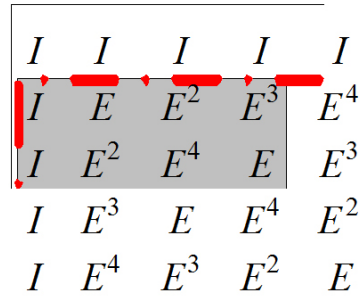


그림 1. 저밀도 행렬의 일부로부터의 H 행렬
Fig. 1 The H matrix from part of the low density matrix

이 저밀도 재킷 행렬 계열에서 cycle-4는 [7]에서와 같이 쉽게 피할 수 있다. 그러나 그것은 정방행렬이다. 행과 열의 소거(canceling)에 의해 쉽게 비정방 패리티 검사 행렬 H를 얻을 수 있다. 예를 들어 크기 $3p \times kp$ 인 $(3, k)$ 균일 LDPC 부호는 $[J]_p$ 패턴의 저밀도 행렬에 의해 설계되어지고 $p \geq k$ 이면 그림 1에서와 같이 나타낼 수 있다.

$n - m$	$m - p$	p	
A	B	$T = I_p$	p
C	D	E	$m - p$

그림 2. 재킷 패턴의 Richardson 형태
Fig. 2 The richardson form on jacket pattern

분명히 이 재킷 패턴에 의한 LDPC 부호 계열은 다음과 같은 Richardson형 부호를 쉽게 생성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ ET^{-1} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B & T \\ C & D & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & T \\ -ET^{-1}A+C & -ET^{-1}B+D & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 패리티 검사 행렬은 $H = \begin{bmatrix} A & B & T \\ C & D & E \end{bmatrix}$ 이며, T 는 하삼각 분해가 되어야 한다. 특히, 재킷 패턴 $m \times n$ H 행렬은 다음 그림 2와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 T 는 $p \times p$ 단위행렬(identity matrix)이고, 나머지 $\{A, B, C, D, E\}$ 는 좀 더 간단한 연산의 여러 CPM에 의해서 구해진다.

예를 들어 Richardson의 ALT LDPC 부호는 식 (12)의 역순 형태(reversing form)로부터 다음과 같은 방법으로 구해진다.

$$\begin{bmatrix} I & I & I & I & I \\ I & E & E^2 & E^3 & E^4 \\ I & E^2 & E^4 & E & E^3 \\ I & E^3 & E & E^4 & E^2 \\ I & E^4 & E^3 & E^2 & E \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I & E & E^2 & E^3 \\ I & E^2 & E^4 & E \\ I & E^3 & E & E^4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Reverse}} H = \begin{bmatrix} E^3 & E^2 & E & I \\ E & E^4 & E^2 & I \\ E^4 & E & E^3 & I \end{bmatrix} \quad (14)$$

이 경우에 $T = I_5, A = E^3, B = \begin{bmatrix} E^2 & E \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} E & E^4 \end{bmatrix}^T, D = \begin{bmatrix} E^4 & E^2 \\ E & E^3 \end{bmatrix},$ 그리고 $E = \begin{bmatrix} I_5 \\ I_5 \end{bmatrix}$ 라는 것을 알 수 있다.

패리티 검사 비트들은 (p_1, p_2) 와 체계적인 부분인 s 에 의해 얻어지고, 그 함수들은 다음과 같이

계산되어 진다.

$$p_1^T = -\phi^{-1}(-ET^{-1}A + C)s^T, \quad (15)$$

$$p_2^T = -T^{-1}(As^T + Bp_1^T), \quad (16)$$

여기서 $\phi = -ET^{-1}B + D$ 이고 재킷 패턴에 의해 구성된 ALT LDPC 부호의 경우 식 (14)에서 보여진 것처럼 역순 형태를 사용해서 $T = I$ 이 되도록 할 수 있으며, 크기 $(m - p) \times p$ 의 $E = \begin{bmatrix} I \\ \vdots \\ I \end{bmatrix} \otimes I$ 를 얻을 수 있다. 결국 식 (15), (16)은 다음과 같이 단순화된다.

$$p_1^T = -\Phi^{-1} \left(- \begin{bmatrix} A \\ \vdots \\ A \end{bmatrix} + C \right) s^T, \quad (17)$$

$$p_2^T = -(As^T + Bp_1^T), \quad (18)$$

여기서 $\Phi = -EB + D = - \begin{bmatrix} B_1 \dots B_{(m-p)/p} \\ \vdots \\ B_1 \dots B_{(m-p)/p} \end{bmatrix} + D,$

$B = \begin{bmatrix} B_1 & \dots & B_{(m-p)/p} \end{bmatrix}$ 이며, B_i 는 $p \times p$ 순환 행렬이다(단, $1 \leq i \leq (m - p) / p$).

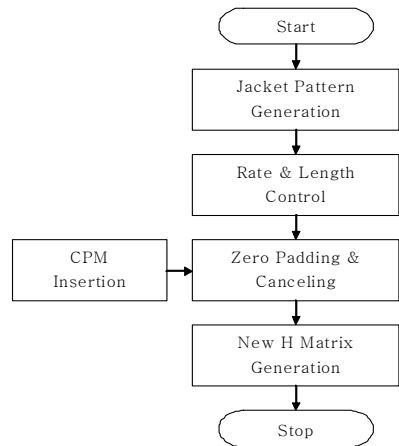


그림 3. 제안 ALT LDPC 부호 생성 알고리즘
Fig. 3 Generation algorithm of proposed ALT LDPC codes

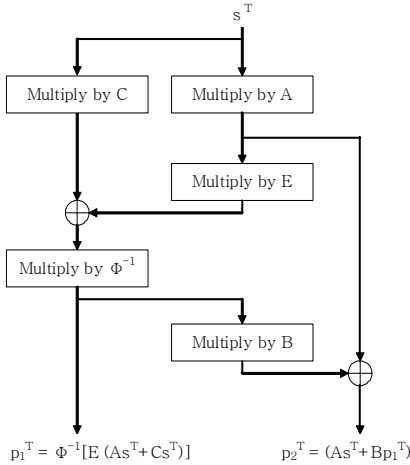


그림 4. 제안 ALT LDPC 부호화 알고리즘
Fig. 4 Encoding algorithm of proposed ALT LDPC

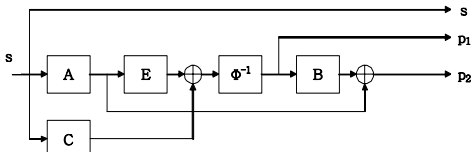


그림 5. 제안 ALT LDPC 부호를 위한 부호기 구조
Fig. 5 Architecture for the proposed ALT LDPC codes.

그림 3에 제안 ALT LDPC 부호 생성 알고리즘을, 그림 4에 제안 부호의 고속 부호화 알고리즘, 그리고 그림 5에 제안 부호를 위한 부호기 구조를 나타내었다.

Richardson의 ALT LDPC 부호와 유사한 행렬 구조를 갖는 재킷 패턴을 이용한 ALT LDPC 부호는 CPM과 이들의 곱셈을 사용함으로써 간단히 부호화 되어질 수 있다는 것은 분명하다. 이러한 계열의 LDPC 부호에 대한 계산 복잡도는 매우 낮아지게 되어 고속 부호화를 실현할 수 있다.

반면 비균일(irregular) LDPC 부호들은 소위 이중 대각(dual diagonal) 행렬을 사용함으로써 또한 간단하게 부호화 되어 질 수 있다[8]. 이런 경우 패리티 검사 행렬은 다음과 같이 구성된다.

$$H = [H_1 \ H_2] \quad (19)$$

여기서 H_1 은 재킷 패턴의 저밀도 행렬이며 H_2 다음과 같이 구해진다.

$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ & \ddots \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (H_2)^{-T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \ddots & 1 \\ & 1 & \ddots \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

그리고 생성행렬 G 는 다음에 의해 쉽게 계산된다.

$$G = [I \ (H_1)^T (H_2)^{-T}]. \quad (21)$$

부호화 복잡도는 두 행렬 $(H_1)^T$ 과 $(H_2)^{-T}$ 의 곱에 근거한다. $(H_2)^{-T}$ 는 상수이고 재킷 패턴에 의한 H_1 는 모두 CPM에 의해 구성된다. 그러므로 이 재킷 패턴에 의한 비균일 LDPC 부호의 계산은 랜덤 설계[9]와 같은 다른 설계 방법보다 훨씬 간단해진다.

IV. ALT LDPC 부호의 생성 예

문헌 [1]에서, Richardson은 다음과 같은 패리티 검사 행렬을 이용한 예를 제시하였다.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

이 행렬은 그림 6처럼 나뉘질 수 있고, 이의 등가행렬 구조는 그림 7과 같다.

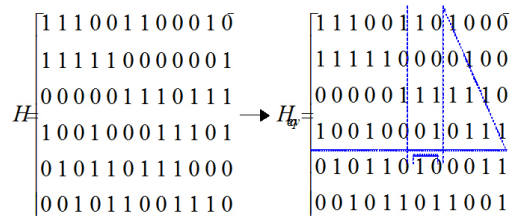


그림 6. 등가 행렬의 구성
Fig. 6 Construction of equivalent matrix

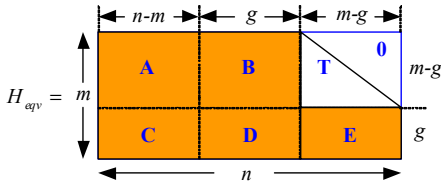


그림 7. 등가 행렬의 구조
Fig. 7 Structure of equivalent matrix

위의 예에서 다음을 얻는다.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

부호어는

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ ET^{-1} & I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A & B & T \\ C & D & E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & T \\ -ET^{-1}A+C & -ET^{-1}B+D & 0 \end{bmatrix} \text{에}$$

근거한다. 그리고 $-ET^{-1}A+C$ 과 $-ET^{-1}B+D$ 가 얻어진다.

반면 재킷 패턴에 의한 저밀도 행렬이 사용된다면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I & I & I & I & I \\ I & E & E^2 & E^3 & E^4 \\ I & E^2 & E^4 & E & E^3 \\ I & E^3 & E & E^4 & E^2 \\ I & E^4 & E^3 & E^2 & E \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I & E & E^2 \\ I & E^2 & E^4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Reverse}} H = \begin{bmatrix} E^2 & E & I \\ E^4 & E^2 & I \end{bmatrix} \quad (25)$$

그리고 이진 행렬은 다음과 같이 구성된다.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$E = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad (27)$$

이들 행렬들의 계산은 매우 간단하지만 이 경우 가중치 1인 부호어들이 패리티 검사 행렬 안에 매우 많아서 반복 복호와 에러 정정능력은 좋지 않다. 그러므로 더 좋은 부호를 얻기 위해서 다음과 같이 다른 저밀도 행렬 설계를 사용한다.

$$\text{일단 } p=3 \text{ 이라 하고, } Jacket = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \text{라고 한다.}$$

여기서 그 성분들은 다음과 같다.

$$1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \alpha^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

행렬 크기는 6×12 이고 다음과 같이 패턴을 자를 수 있다.

$$Jacket = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}, Jacket = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}, \quad (29)$$

그런 다음, 다음과 같이 0을 추가한 확장을 얻는다.

$$Jacket_{Expansion} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 & \alpha^2 \\ 1 & 0 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}. \quad (30)$$

따라서 H행렬은 다음과 같은 형태이다.

$$Jacket_{Expansion} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 & \alpha^2 \\ 1 & 0 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$H = \begin{bmatrix} \alpha^2 & 0 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

그러면 최종 H행렬은 다음과 같다.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

가중치 1인 부호어들의 수는 감소되어질 수 있고 이

행렬은 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$H = \begin{bmatrix} \alpha^2 & 0 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (34)$$

여기서

$$T = 1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A = [\alpha^2 \ 0] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \alpha = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [\alpha \ \alpha^2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = 0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E = 1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

비슷하게, $-ET^{-1}A+C$ 과 $-ET^{-1}B+D$ 가 계산된다.

표 1. 시뮬레이션 파라미터 (부호 길이= 12)
Table 1. Simulation parameter (code length= 12).

채널 모델	AWGN
부호율(R)	R=1/2
프레임 크기	6비트
변조	BPSK
최대 반복 복호 수	20회
복호 알고리즘	Sum-Product 알고리즘

V. 시뮬레이션 및 성능

성능 분석을 위한 시뮬레이션 파라미터는 표 1과 같다. LDPC 부호로 부호화된 부호어를 $s = (s_1, s_2, \dots, s_N)$ 이라 할 때 송신되는 부호열은 $c = (c_1, c_2, \dots, c_N)$ 이다. s 가 AWGN(additive white Gaussian noise) 채널 환경에서 송신된다고 하면 수신된 신호는 $y_n = s_n + v_n$ 이 되며 여기서 v_n 은 평균(mean)이 0이고 분산(variance)이 $N_0/2$ 인 가우시안 랜덤 변수이다.

그림 8은 제안 부호의 BER 성능을 나타내며 Richardson의 ALT LDPC 부호의 성능은 '+' 표시되어 있으며, 제안 부호가 0.5dB 정도의 우수한 성능을 나타내고 있다.

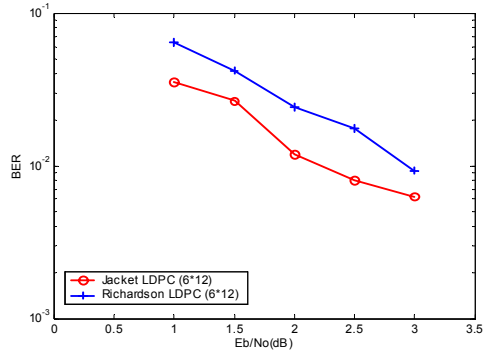


그림 8. AWGN 채널 상에서의 제안 부호의 성능 (부호 길이 = 12)
Fig. 8 Performance of proposed code over AWGN channel (code length = 12)

VI. 결론

본 논문에서는 효율적인 부호화를 목적으로 CPM에 의한 ALT LDPC 부호의 간단한 설계 방법과 이를 확장한 이중 대각 행렬 구조의 비균일 LDPC 부호의 생성 방법을 제안하였다. 제안 부호의 성능을 시뮬레이션에 의해 검증하였으며, AWGN 채널 환경에서 Richardson에 의해 제시된 ALT 부호에 비해 0.5dB 정도 우수한 성능을 나타내는 것을 확인하였다. 제안 LDPC 부호는 고속 부호화를 위한 패리티 검사 행렬 구조를 갖기 때문에 효율적인 부호화가 가능하며, Richardson 구조에 비해 더 적은 부행렬 연산으로 부호어를 계산할 수 있어서 더욱 빠른 부호화가 가능한 장점이 있다. 결과적으로 정규, 비정규 둘 다의 경우에서 고속 부호화 계산에 의한 부호어의 생성이 가능하다.

참고 문헌

[1] T.J. Richardson and R.L. Urbanke, "Efficient Encoding of Low Density Parity Check Codes", IEEE Trans. IT, Vol. 47, pp. 638-856, Feb. 2001.
[2] 유진우, 임형규, 박세원, "정규성을 허용하는 특별한 부호화 행렬의 구성", 한국전자통신학회 논문지, 6권, 2호, pp. 193-198, 2011.

- [3] 서희중, "Node Monitoring 알고리즘과 NP 방법을 사용한 효율적인 LDPC 복호방법", 한국전자통신학회논문지, 6권, 1호, pp. 20-26, 2011.
- [4] 석경휴, 박성호, "TD-CDMA 3G 시스템의 적응형 H-ARQ 기법들에 관한 연구", 한국전자통신학회논문지, 5권, 4호, pp. 450-456, 2010.
- [5] M.H. Lee, "A New Reverse Jacket Transform and Its Fast Algorithm", IEEE Trans. On Circuit and System 2, Vol. 47, No. 1, pp. 39-47, Jan. 2000.
- [6] M.H. Lee, B. S. Rajan, and J.Y. Park, "A Generalized Reverse Jacket Transform", IEEE Trans. Circuits Syst. II, Vol. 48, No. 7, pp. 684-690, July, 2001.
- [7] Y. Kou, S. Lin, and M. Fossorier, "Low density parity check codes based on finite geometries: A rediscovery", Proc. of ISIT, 2000, Sorrento, Italy, June 22-30, 2000.
- [8] M. Yang, Y. Li, and W.E. Ryan, "Design of efficiency encodable moderated-length high rate irregular LDPC codes", IEEE Trans. Comm., Vol. 52, No. 2, pp. 564-571, April, 2004.
- [9] P. Li, W. K. Leung, and N. Phamdo, "Low density parity check codes with semi-random parity check matrix", IEE Electronics Letters, Vol. 35, No. 1, pp. 38-39, 1999.

저자 소개



이광재(Kwang-Jae Lee)

1986년 전북대학교 전자공학과 졸업
(공학사)

1990년 전북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

2006년 전북대학교 대학원 전기공학과 졸업(공학박사)

1995년~현재 한려대학교 멀티미디어정보통신공학과 교수

※ 관심분야 : 부호이론, 이동통신