<학술논문> **DOI http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2012.36.8.873** ISSN 1226-4873

순차적 크리깅 메타모델의 민감도 검증법§

허승균* · 이진민* · 이태희*†

* 한양대학교 공과대학 자동차공학과

Sensitivity Validation Technique for Sequential Kriging Metamodel

Seung Kyun Huh*, Jin Min Lee* and Tae Hee Lee*†

* Dept. Automotive Engineering, College of Engineering, Hanyang Univ.

(Received December 21, 2011 ; Revised April 10, 2012 ; Accepted May 24, 2012)

Key Words: Sensitivity(민감도), Validation(검증법), Sequential Kriging Metamodel(순차적 크리깅 메타모델), Bogie Frame(용접 대차)

초록: 메타모델은 설계 프레임워크 안에서 높은 효율성과 우수한 예측 능력, 타 프로그램과 쉬운 연동성 때문에 공학분야에서 지난 10 년간 최적설계 기법들과 함께 발전해왔다. 메타모델을 구성하기 위해서는 실험계획법, 메타모델링 기법, 검증법과 같은 절차가 요구된다. 검증법은 메타모델의 정확성을 판단하기 때문에 순차적 크리깅 메타모델에서 정확한 크리깅 메타모델을 구성하기 위한 표본점의 개수를 결정한다. 크리깅 메타모델과 같은 보간모델은 표본점에서의 응답을 항상 지나기 때문에 기존 방법으로 메타모델의 정확성을 판단하기 위해서는 추가적인 해석이나 메타모델의 재구성이 요구된다. 본 연구에서는 이러한 추가적인 해석과 메타모델의 재구성을 요구하지 않는 메타모델의 해석적 민감도를 이용하는 민감도 검증법을 제안한다. 14 개의 2 차원 수학예제와 공학예제를 이용하여 이 방법의 타당성을 검증한다.

Abstract: Metamodels have been developed with a variety of design optimization techniques in the field of structural engineering over the last decade because they are efficient, show excellent prediction performance, and provide easy interconnections into design frameworks. To construct a metamodel, a sequential procedure involving steps such as the design of experiments, metamodeling techniques, and validation techniques is performed. Because validation techniques can measure the accuracy of the metamodel, the number of presampled points for an accurate kriging metamodel is decided by the validation technique in the sequential kriging metamodel. Because the interpolation model such as the kriging metamodel based on computer experiments passes through responses at presampled points, additional analyses or reconstructions of the metamodels are required to measure the accuracy of the metamodel if existing validation techniques are applied. In this study, we suggest a sensitivity validation that does not require additional analyses or reconstructions of the metamodels. Fourteen two-dimensional mathematical problems and an engineering problem are illustrated to show the feasibility of the suggested method.

- 기호설명 -

$Y(\mathbf{x})$	:	실제 함수(true function)
$\mathbf{Y}$	:	표본점의 응답(response at experiment points)
$\hat{Y}(\mathbf{x})$	:	크리깅 메타모델(kriging metamodel)
$d\hat{Y}(\mathbf{x})$	:	크리깅 메타모델의 민감도(sensitivity)
$\mathbf{x}$	:	설계 변수(design variables)

§ 이 논문은 대한기계학회 2011 년도 추계학술대회(2011. 11. 2.-4., EXCO) 발표논문임

† Corresponding Author, thlee@hanyang.ac.kr

1. 서 론

많은 해석횟수가 필요한 다양한 최적설계 기법에 실제 설계문제에 사용되는 대형 시뮬레이션 모델이나 해석시간이 많이 소요되는 해석 모델을 사용하게 되면 계산 비용이 기하급수적으로 증가한다. 따라서 컴퓨터 성능의 지속적인 발전에도 불구하고 산업체에서 개발하는 실제 설계문제에 최적설계 기법을 직접 적용하기에는 한계가 있다.

또한 최적설계를 수행하기 위해서는 설계를 수행할 계수화 시뮬레이션 모델, 해석기, 최적화기가

연동되는 자동화 시스템인 설계 프레임워크(design framework)의 구현이 필수적이지만 이를 완벽하게 구현하기 어렵고, 때에 따라 불가능하다.

이러한 시간과 기술적 제약을 해결하기 위해 정해진 해석횟수에 의한 표본 자료(sample data)와 통계적 이론을 바탕으로 한 수학 모델로 설계 프레임워크 안에서 연동이 쉬운 메타모델(metamodel)은 공학분야에서 최근 10 년 동안 다양한 최적설계 기법들과 함께 발전해왔다.[1,2]

메타모델을 구성하기 위한 절차는 실험계획법(design of experiments)을 수행하고 메타모델을 구성한 후 검증법(validation technique)을 통해 메타모델의 정확성을 검증한다. 이 중 검증법은 구성된 메타모델의 정확성을 판단하여 정확한 메타모델을 구성하는 최소한의 표본점의 개수를 결정한다.

통계 이론은 모집단에서 실험계획법을 통해 선택한 표본자료의 통계적 분석을 통해 정보를 획득하고 이를 검토하여 의사결정을 하게 되는데 검토사항이 메타모델링의 검증법에 해당한다.

본 연구에서는 추가적인 해석과 메타모델의 재생성이 필요하지 않고 오직 크리깅 메타모델에서 제공하는 민감도 정보만을 이용한 효율적인 민감도 검증법을 제안한다. 또한 제안된 검증법을 다양한 수학 예제와 실제 공학 예제에 적용하여 기존의 검증법들과 비교를 통해 메타모델의 정확성 판단과 종료조건으로의 타당성을 확인한다.

2. 메타모델링 기법의 연구동향

메타모델링 기법은 크게 메타모델을 구성하기 위해 정해진 기준에 따라 표본점을 선택하는 실험계획법, 이 표본점의 정보를 통해 메타모델을 구성하는 메타모델링 기법, 구성된 메타모델의 정확성을 판단하는 검증법 등으로 구성된다.

2.1 실험계획법

실험계획법은 크게 한 번에 모든 표본점들을 결정하는 실험계획 방식과 표본점을 점차 증가시키는 순차적 실험계획법으로 분류된다. 본 연구에서는 표본점의 증가에 따른 민감도 검증법 적용을 확인하는 것이기 때문에 순차적 실험계획법만을 수행한다.

최소거리 최대화 방법은 기존의 표본점 $\mathbf{x}_p$ 에서 어느 두 표본점 간의 최소거리를 최대화 시키는 표본점 $\mathbf{x}_c$ 를 선택하는 순차적 실험계획법이다.

$$\begin{aligned} &\max_{\mathbf{x}_c}\left[\min_{\substack{\mathbf{x}_C^i \neq \mathbf{x}_A^j \\ 1\le i\le m,\, 1\le j\le l+m}} \left|\mathbf{x}_C^i - \mathbf{x}_A^j\right|\right] \\ &\mathbf{x}_C^i \in \mathbf{x}_C \ (i=1,\cdots,m) \ \ and \\ &\mathbf{x}_A^j \in \mathbf{x}_A = \mathbf{x}_C \cup \mathbf{x}_P \ (j=1,\cdots,l+m) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $\mathbf{x}_c^i$ 는 m 개의 새로 선택할 표본점들 중의 하나를 나타내며 $\mathbf{x}_A$ 는 l 개의 기존의 표본점과 새로 선택한 표본점을 합한 것이며, $\mathbf{x}_A^i$ 는 $\mathbf{x}_A$ 중 한 점을 나타낸다.[3]

한 번의 실험으로 얻을 수 있는 정보의 양을 엔트로피로 정의하고 이를 최대화 시키는 최대엔트로피접근법이 제시되었다.[4] 이는 기존의 표본점 $\mathbf{x}_p$ 와 새로운 표본점 $\mathbf{x}_c$ 로 크리깅 메타모델을 구성했을 때 가장 큰 엔트로피를 가지게 되는 $\mathbf{x}_c$ 를 선택하는 것으로 다음과 같다.

$$\max_{\mathbf{x}_C} \ \left|\mathbf{R}_A\right| \times \left|\mathbf{F}_A{}^T \mathbf{R}_A^{-1} \mathbf{F}_A\right| \tag{2}$$

여기서 $\mathbf{R}_A$ 와 $\mathbf{F}_A$ 는 기존의 표본점과 추가된 표본점으로 구성되는 크리깅 메타모델의 상관행렬과 $\mathbf{F}$ 행렬이다.[4]

본 연구에서는 응답값의 정보를 반영하지 않고 충진성(space filling)만을 고려한 순차적 실험계획법 중에서 최소거리 최대화 방법과 최대 엔트로피 방법을 이용하여 예제를 수행한다.

2.2 크리깅 메타모델

메타모델은 크게 회귀모델(regression model)과 보간모델(interpolation model)로 분류된다. 회귀모델은 표본점에서의 응답값을 지나지 않기 때문에 비선형성이 작은 전산실험이나 실험오차가 존재하는 실제 실험(physical experiment)에 많이 사용되고 있다. 반면에 표본점에서의 응답값을 지나는 보간모델은 비선형성이 강하고, 같은 입력에 대해서 동일한 응답을 주는 전산실험에 많이 사용되고 있다. 본 연구는 전산실험을 기반으로 하기 때문에 대표적 보간모델인 크리깅 메타모델만을 다룬다.

크리깅 메타모델은 추정해야 할 실제 함수를 식 (3)와 같이 평균(mean)에 해당하는 전역모델 $\mathbf{f}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\beta}$ 과 편차(deviation)에 해당하는 국부모델 $Z(\mathbf{x})$ 의 합으로 가정한다.[5]

$$Y(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\beta} + Z(\mathbf{x}) \tag{3}$$

여기서 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 는 다항함수 벡터이고, $\boldsymbol{\beta}$ 는 추정해야 할 계수 벡터이다. $Z(\mathbf{x})$ 는 평균이 0 이고, 공분산이 식 (4)와 같이 정의되는 확률과정을 통해 구현된다.

$$\mathbf{Cov}\left[Z(\mathbf{x}^i), Z(\mathbf{x}^j)\right] = \sigma_Z^2 \mathbf{R} \tag{4}$$

여기서 $\mathbf{R}$ 은 두 표본점 $\mathbf{x}^i$ 와 $\mathbf{x}^j$ 사이의 상관관계를 나타내는 상관행렬(correlation matrix)로 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{R} = R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j, \boldsymbol{\theta}) = \left[\exp\left\{-\sum_{k=1}^{d} \theta_k \left(x_k^i - x_k^j\right)^2\right\}\right] \tag{5}$$

여기서 d 는 공간변수의 개수이고, 미지수 $\theta_k\left(k = 1, 2, \cdots, d\right)$ 는 표본점들 사이의 상관도를 결정하는 상관계수이다.

크리깅 메타모델은 실험자료들로 생성되는 선형 예측자(linear predictor)로 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{Y}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}(\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) \tag{6}$$

여기서 $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left(\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F}\right)^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}$ 이고, $\mathbf{r}(\mathbf{x})$ 는 예측점(prediction point)과 표본점들 간의 상관 관계를 나타내는 상관벡터(correlation vector)이다.

식 (4)의 모수인 분산은 다음과 같이 n 개의 데이터들로 추정된 분산으로 대체할 수 있다.

$$\hat{\sigma}_Z^2 = \frac{\left(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)^T \mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)}{n} \tag{7}$$

크리깅 메타모델을 나타내는 식 (6)에서 유일한 미지수는 식 (5)의 상관계수 θ_k 이며 이것은 통계적 추정 방법의 하나인 최우량추정법(maximum likelihood estimation: MLE)에 의해 다음과 같이 계산한다.[6]

$$\min_{\theta > 0} \; \hat{\sigma}_Z^2 |R|^{1/n} \tag{8}$$

2.3 검증법

검증법은 회귀모델과 보간모델의 특성에 따라 분류된다. 반응표면모델(response surface model: RSM)과 같은 회귀모델의 경우에는 표본점에서의 응답값을 지나가지 않기 때문에 표본점에서의 실제 응답값과 비교하여 구한 R-square 값이나 R-adjust 값을 이용하여 모델의 정확성을 판단할 수 있다. 하지만 보간모델의 경우에 표본점에서 응답값을 지나가기 때문에 표본점에서 실제 응답값과의 비교는 불가능하다. 따라서 보간모델의 정확성을 검증하기 위해서는 복잡한 계산이 요구되며, 다양한 검증법들이 개발되었다.

그 중에서 쉽게 적용할 수 있는 검증법에는 검증점을 추가로 생성하여 평균오차, 평균제곱근오차, 최대오차를 구하는 방법이 있다. 이 중 가장 많이 사용되는 평균제곱오차는 다음과 같이 정의한다.

$$E_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n_y} \sum_{i=1}^{n_y} (y_i - \hat{y}_i)^2}, \; i = 1, \cdots, n_y \tag{9}$$

이러한 검증법들은 오차를 평가하기 위해 검증점을 추가로 생성하고 실제 응답과 예측 응답의 차이를 이용하여 메타모델의 정확도를 평가하는 방법이다. 따라서 한 번 해석하는데 오랜 시간 및 계산 비용이 소요되거나 추가적인 응답의 정보가 제한적인 경우에는 사용이 불가능하다.

추가 실험점이 요구되지 않는 검증법에는 교차검증법이 대표적이다. 교차검증법은 메타모델을 구성하기 위해 선택된 전체 표본점의 개수 n_y 를 메타모델을 재구성하기 위한 n_c 와 메타모델의 오차를 평가하기 위한 검증점 n_v 로 나누고 표본점 n_c 를 이용하여 메타모델을 재구성한 후 표본점 n_v 에 대하여 오차를 평가하는 방법이다. 교차검증법의 가장 큰 장점은 검증점을 별도로 생성하지 않아도 된다는 점이며 이는 메타모델의 검증을 위해 추가적인 해석이 필요하지 않는 것을 의미한다. 하지만 정확하게 근사화된 모델임에도 불구하고 교차검증 결과, 검증을 위한 표본점에 대해 메타모델의 민감도가 큰 경우 부정확한 모델로 평가될 수 있다. 또한 표본점의 개수가 많아지면 다수의 메타모델을 재구성해야 하므로 계산 시간이 오래 걸리는 단점이 있다.[7]

본 연구에서는 기존 검증법들과는 다르게 추가적인 크리깅 메타모델의 재생성을 필요로 하지 않고 오직 크리깅 메타모델에서 제공하는 민감도 정보만을 이용하여 효율적이며, 순차적 크리깅 메타모델을 적용할 때 실험의 종료조건으로도 사용 가능한 민감도 검증법을 제안한다.

3. 크리깅 메타모델의 민감도 검증법

크리깅 메타모델은 복잡한 시뮬레이션 모델을 장시간 반복적으로 해석하는 대신 설계 변수와 응답 간의 관계를 정의하여 임의의 예측점에 대한 예측 응답뿐만 아니라 표본점과 예측점에서의 민

감도를 제공한다. 일반적으로 민감도는 다음 식과 같이 설계 변수에 대한 편미분 값이다.

$$\hat{\mathbf{y}}' = \left[\frac{\partial\hat{y}}{\partial x_1}, \cdots, \frac{\partial\hat{y}}{\partial x_n}\right]^T \tag{10}$$

크리깅 메타모델에서 $\mathbf{F}$, $\mathbf{R}$, $\mathbf{Y}$는 표본점과 함수값에 의해 정해지는 행렬이다. 따라서 설계 변수 $\mathbf{x}$에 관한 항은 $f(\mathbf{x})$, $\mathbf{r}(\mathbf{x})$이며 이 항에 관해서 수식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{y} &= f(\mathbf{x})^T\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\gamma} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}} &= \left(\mathbf{F}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F}\right)^{-1}\mathbf{F}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Y} \\ \boldsymbol{\gamma} &= \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y}-\mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 $\mathbf{x}$는 설계영역 내의 임의의 예측점을 나타내고 , $\hat{\boldsymbol{\beta}}$와 $\boldsymbol{\gamma}$는 표본점과 그 함수값에 의해서 결정된 상수 벡터이다.

$f(\mathbf{x})$와 $\mathbf{r}(\mathbf{x})$항의 편미분을 구하면 다음의 크리깅 메타모델의 민감도를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}'(\mathbf{x}) &= \mathbf{J}_f(\mathbf{x})^T\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{J}_r(\mathbf{x})^T\boldsymbol{\gamma} \\ \left[\mathbf{J}_f(\mathbf{x})\right]_{ij} &= \frac{\partial\mathbf{f}_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}) \\ \left[\mathbf{J}_r(\mathbf{x})\right]_{ij} &= \frac{\partial\mathbf{r}_i}{\partial x_j}(\theta, x_S^i, \mathbf{x}) \end{aligned} \tag{12}$$

이렇게 해석적으로 구한 민감도를 검증법에 사용하기 위하여 다음과 같은 수렴조건을 정의한다.

$$dy_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n_s}\sum_{i=1}^{n_s}\left[d\hat{y}_i^{(n_s)} - d\hat{y}_i^{(n_s-1)}\right]^2} \le \varepsilon \tag{13}$$

여기서 $d\hat{y}_i^{(n_s-1)}$은 (n_s-1)개의 표본점으로 크리깅 메타모델을 생성하고 (n_s-1)개의 표본점에서의 민감도와 순차적으로 표본점이 생성될 지점에서의 예측점 민감도를 도출한 것이고, $d\hat{y}_i^{(n_s)}$은 n_s 개의 표본점으로 크리깅 메타모델을 생성하고 n_s 개의 표본점에서의 민감도를 도출한 것이다. 위의 수렴조건이 의미하는 것은 모델이 정확해짐에 따라 모델의 변화가 적어지면서 민감도의 차가 0 에 수렴하는 것을 이용하여 검증법에 적용하였다. 위의 수렴조건이 연속 3 번 만족할 때 수렴한다고 판단하였으며 설계변수 개수만큼 민감도가 도출되기 때문에 설계 변수마다 수렴된 표본점의 개수가 다를 수가 있다. 이러한 경우는 최종 수렴된 표본점의 개수 중 최대값을 사용하였다. 연속 3 번으로 크리깅 메타모델이 위에 조건을 만족한다면 크리깅 메타모델이 크게 변화하지 않을 것이다. 민감도 검증법의 가장 큰 장점은 추가 해석이나 검증점의 추가 생성, 메타모델의 재구성 없이 메타모델의 정확성을 판단할 수 있는 것이며, 순차적 크리깅 메타모델에 적용하였을 때 실험의 종료조건을 제안하는 것이다.

4. 예 제

본 연구에서 제안한 크리깅 메타모델의 민감도 검증법의 우수성을 확인하기 위해 다양한 수학 예제와 실제 공학 예제에 적용하였다. 수학 예제는 다양한 2 차원 수학 함수에 적용하여 평균제곱근오차 방법 및 교차검증법과 비교하였으며, 실제 공학 예제는 최대 응력, 최대 변위, 1 차 고유진동수를 응답으로 하는 용접 대차 시뮬레이션 모델을 사용하여 평균제곱근오차법과 비교하였다.

4.1 수학 예제

수학 함수를 크리깅 메타모델을 이용하여 근사화하기 위해 초기 표본점은 3 수준 전조합 실시법을 이용하여 9 개의 표본점을 사용하였고, 순차적 실험계획법은 최소거리 최대화 방법과 최대 엔트로피 방법을 이용하였다. 제안된 검증법으로 모델의 정확도를 평가하여 수렴조건을 만족하였을 때 실험을 종료하였고, 10000 개의 예측점에서의 수학함수와 크리깅 메타모델의 평균제곱근오차 및 교차검증법과 비교하여 정확성을 평가하였다.

대표적으로 최소거리 최대화 방법을 적용한 Haupt function 의 결과를 살펴보면 다음과 같다. Haupt function 은 Fig. 1 과 같은 형태로 나타나며 주기와 진폭이 서로 다른 두 sin 파형이 합쳐져서 물결치는 형상을 하고 있는 매우 비선형적인 함수이다. 수식 및 설계영역은 식 (14)과 같다.

$$Y = x_1\sin(4x_1) + 1.1x_2\sin(2x_2), 0 \le x_i \le 4, i = 1,2 \tag{14}$$

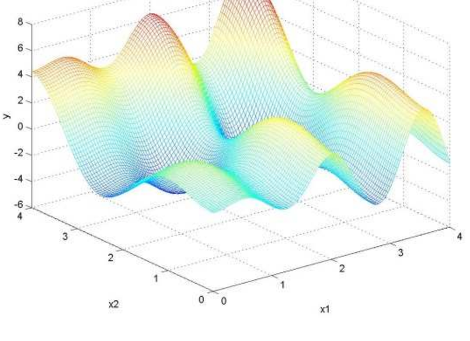

Fig. 1 Haupt function

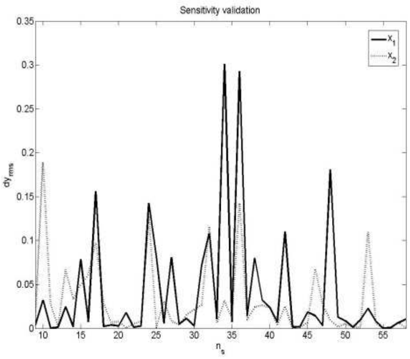

Fig. 2 Sensitivity validation results of Haupt function

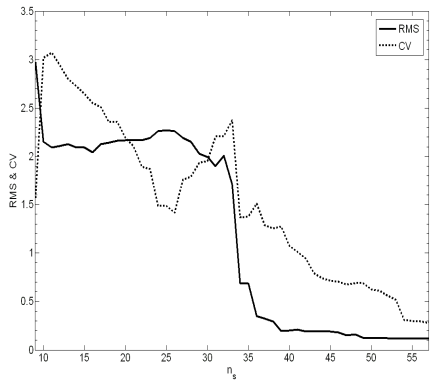

Fig. 3 Histories of conventional validation results of Haupt function

Fig. 2 는 각 설계 변수에 대하여 초기 표본점의 개수부터 실험의 종료조건을 만족할 때까지 최소거리 최대화 방법을 이용하여 표본점의 개수를 증가시키며 민감도 검증법에 쓰인 값을 그래프로 나타낸 것이다. 실험의 종료조건을 만족하는 표본점의 개수는 x_1 은 56 개, x_2 는 43 개로 이 중에서 최대값인 56 개의 표본점으로 크리깅 메타모델을 구성하였을 때 정확한 크리깅 메타모델이 생성되었다고 판단하였다. 검증법의 값이 0 에 가까워짐에 따라 크리깅 메타모델의 변화가 없다는 것을 의미한다.

Fig. 3 은 평균제곱근오차법과 교차검증법을 적용하여 실험 종료까지의 값을 그래프로 나타낸 것이다. 평균제곱근오차법을 적용한 그래프를 살펴보면 최종 수렴할 때의 평균제곱근오차값이 0 에 가깝고, 표본점의 개수가 36 개가 될 때 급격히 감소하는 것을 알 수 있다. 표본점의 개수가 36 개일 때 x_1 의 민감도 검증법 값을 보면 급격히 증가하여 크리깅 메타모델이 전에 생성된 모델과 많이 달라지는 것을 알 수 있다. 마찬가지로 교차검증법과도 최종 수렴할 때를 비교해보면 한 값으로 수렴하는 것을 알 수 있다.

Table 1 Sensitivity validation results of 2-D functions

	Maximin distance sampling		Maximum entropy sampling	
Functions	Erms≤ 0.005	민감도 검증법	Erms≤ 0.005	민감도 검증법
Matyas	14	15	14	15
Branin	49	42	59	46
Rosenbrock	34	18	30	31
Rastrigin	48	23	41	55
Shubert	25	28	26	46
Michalewicz	11	22	12	15
Booth	14	14	14	35
Hump	97	41	95	81
Haupt	62	54	59	65
Dixonprice	88	86	81	74
Six hump camelback	71	67	65	62
Three hump camelback	34	34	37	35

위와 같은 과정을 12 개의 수학 함수에 적용하였고 10000 개의 검증점에서 수학 함수와 크리깅 메타모델의 평균제곱근오차를 구하여 0.5%이하가 되는 표본점의 개수와 민감도 검증법을 적용하였을 때 종료조건을 만족하고 최종 수렴한 표본점의 개수를 비교하여 Table 1 로 나타내었다. 표의 결과를 보면 표본점의 수렴개수가 비슷한 경향이 있는 것을 알 수 있다.

4.2 용접 대차의 메타모델

본 연구에서 제안한 민감도 검증법을 용접 대차의 구조응답에 대한 크리깅 메타모델의 근사화 문제에 도입하여 제안된 방법의 실제 공학 문제에 대한 적용 가능성을 검토하였다. 구조 해석은 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS 를 사용하였다.

대차란 차체 중량을 지지하고 철도 차량의 주행 안내를 쉽게 하는 장치이며 차체와 레일 사이에 위치한다. 이를 쉘 요소를 이용하여 Fig. 4 와 같이 시뮬레이션 모델을 구성하였다.

용접 대차의 재료는 용접구조용 압연강재로 Table 2 와 같은 물성치를 가진다. 설계 변수는 Fig. 5 와 같이 쉘 요소의 두께이며 중심부에 52.5ton 의 수직 하중이 가해진다. 설계 변수의 한계값을 식 (15)와 같이 설정하였을 때, 최대 응력과 최대 변위, 1 차 고유 진동수에 대하여 각각 순차적 크리깅 메타모델을 생성하였다.

$$6 \le t_i \le 25[mm],\ i = 1,2,3 \qquad (15)$$

Table 2 Material properties of SWS490A

Material	SWS490A
Elastic modulus	210 GPa
Poisson's ratio	0.3
Density	7800 kg/m^3
Yield strength	315 MPa

Table 3 Sensitivity validation results

	σ_{max}	u_{max}	1st freq
Sensitivity validation (max. variable)	89 (t_3)	43 (t_1)	55 (t_3)

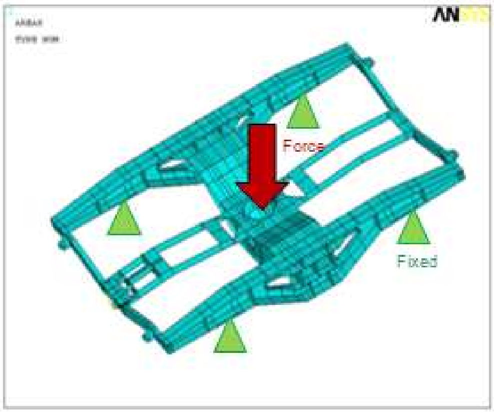

Fig. 4 Simulation model of bogie frame

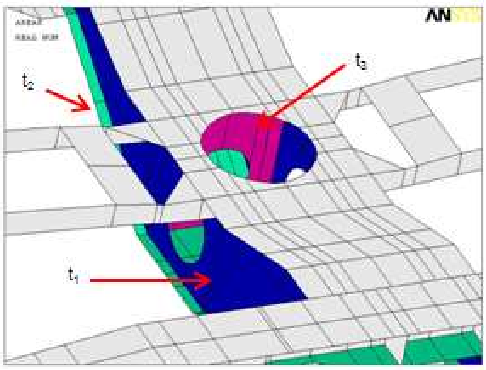

Fig. 5 Design variables for bogie frame model

Table 3 은 민감도 검증법을 적용한 결과에서 최종 수렴한 표본점의 개수를 나타낸 것이며 괄호 안의 값은 최대값을 결정한 변수들을 나타낸 것이다. 각각 89 개, 43 개, 55 개의 표본점으로 생성한 크리깅 메타모델이 정확하다는 것을 알 수 있고,

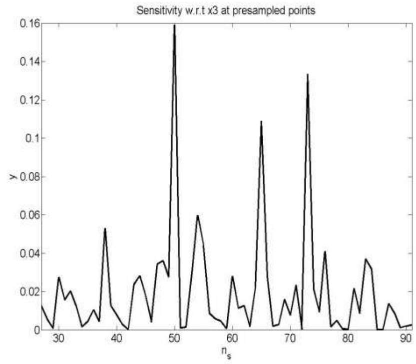

Fig. 6 Sensitivity validation results of maximum stress

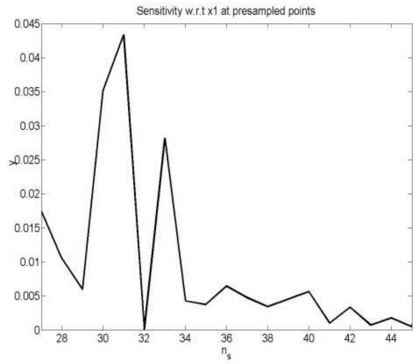

Fig. 7 Sensitivity validation results of maximum displacement

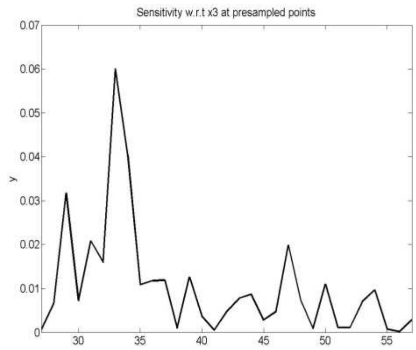

Fig. 8 Sensitivity validation results of natural frequency

Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8 은 각각 최종 수렴할 때까지의 민감도 검증법의 값을 나타낸 것이다.

각각 최종 수렴할 때 0 에 가까운 값으로 수렴하는 것을 알 수 있고, 이를 통해 실험의 종료조건을 만족하는 것을 확인할 수 있다. 이렇게 민감도 검증법을 만족하는 크리깅 메타모델의 정확성을 확인하기 위해서 평균제곱근오차법을 사용하였다. 10 수준 전조합 실시법으로 검증점 1000 개를 생성하고 시뮬레이션 모델을 실행하여 얻은 응답과 생성된 크리깅 메타모델의 응답을 비교하여 평

균제곱근오차를 구하였다.

최대 응력의 경우는 평균제곱근오차값이 제일 컸지만 0.07%로 상당히 정확한 응답값을 제공하였고, 최대 변위는 0.02%, 1 차 고유진동수는 0.01%로 크리깅 메타모델로 얻은 응답값과 시뮬레이션 모델을 실행하여 얻은 응답값의 차이가 0 에 근접하며 정확한 크리깅 메타모델이 생성되었다고 판단할 수 있다. 이를 통해 제안한 민감도 검증법을 실제 공학 예제에도 적용 가능한 것을 확인하였다.

5. 결 론

본 연구에서는 순차적으로 생성된 크리깅 메타모델이 정확해지면서 변화가 작아지고 이에 따라 민감도 차이가 0 에 가까워진다는 것을 이용하여 민감도 검증법을 제안하였다. 다양한 수학 함수와 실제 공학 예제에 적용하여 기존 방법들과 달리 추가 예측점의 생성과 시뮬레이션 모델의 추가 해석을 필요로 하지 않고, 메타모델의 재구성도 요구하지 않기 때문에 수치적인 계산 비용을 줄일 수 있다. 또한, 순차적 크리깅 메타모델을 수행함에 있어서 실험의 종료조건으로 사용 가능하다는 장점을 확인하였다. 향후 과제로는 다양한 실제 공학 문제에 적용하여 검증법으로써 확인이 요구되며, 민감도가 설계 변수들마다 독립적인 값을 가지고 있다는 특성을 이용하여 각 설계 변수들마다 표본점의 개수를 다르게 사용하는 실험계획법으로 발전시키는 연구도 진행하고 있다.

후 기

본 연구는 한국연구재단의 일반연구자 지원사업으로 수행된 “공간-시간 통계적 모형 기반 최적설계 기법 연구 (과제번호 2010-0023257)”의 결과 중 일부임을 밝히며, 연구비 지원에 감사 드립니다.

참고문헌

(1) Lee, T.H., Lee, C.J. and Lee, K.K., 2003, “Shape Optimization of a CRT Based on Response Surface and Kriging Metamodels,” *Trans. of the KSME (A)*, Vol. 27, No. 3, pp. 381~386.

(2) Simpson, T.W., Mauery, T.M., Korte, J.J. and Mistree, F., 2001, “Kriging Models for Global Approximation in Simulation-Based Multidisciplinary Design Optimization,” *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 12, pp. 2234~2241.

(3) Johnson, M.E., Moore, L.M. and Ylvisaker, D., 1990, “Minimax and Maximin Distance Designs,” *Journal of Statistical Planning and Inference,* Vol. 26(2), pp. 131~148.

(4) Shewry M.C. and Wynn H.P., 1987, “Maximum Entropy Sampling,” *Journal of Applied Statistics*, vol. 14, No. 2, pp. 165~170.

(5) Sacks, J., Welch, W.J., Mitchell, T.J. and Wynn, H.P., 1989, “Design and Analysis of Computer Experiments,” *Statistical Science*, Vol. 4, No.4, pp. 409~435.

(6) Meckesheimer, M., Barton, R.R., Simpson, T.W., and Booker, A.j., 2002, “Computationally Inexpensive Metamodel Assessment Strategies,” *AIAA Journal*, Vol. 40, No.10, pp. 2053-2060.

(7) Shao, j., 1993, “Linear Model Selection by Cross-Validation,” Journal *of American Statistical Association*, Vol.88, No. 422, pp. 486~494.

(8) Jin, R., Chen, W. and Sudjianto, A., 2002, “On Sequential Sampling for Global Metamodeling in Engineering Design,” *Proceeding of DETC’02 ASME 2002 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference,* DETC2002/DAC-32092.

(9) Jang, J., Lee, J.M. and Lee, T.H., 2011, “A Study of C1-continuity of Split Region Kriging model according to Correlation Functions,” *Proceedings of the KSME(A)*, pp. 174~179.

(10) Kim, H.S. and Lee, T.H., 2010, “Mean-Variance-Validation Technique for Sequential Kriging Metamodels,” *Trans. of the KSME (A)*, Vol. 34, No. 5, pp. 511~657.