

부분 체이스 결합을 위한 LDPC 부호의 비트 매핑 기법

정회원 주형건*, 종신회원 신동준**

Bit-mapping Schemes of LDPC Codes for Partial Chase Combining

Hyeong-Gun Joo* *Regular Member*, Dong-Joon Shin** *Lifelong Member*

요약

이 논문에서 부분 체이스 결합을 위한 LDPC 부호의 비트 매핑 기법을 제안한다. 정보 비트를 항상 신뢰도가 높은 채널에 할당하는 기존의 비트 매핑 기법에 비해, 제안된 비트 매핑 기법은 LDPC 부호와 채널 특성을 동시에 고려하여 비균일 LDPC 부호의 부호어 비트를 최적의 채널에 할당한다. 또한, 밀도 진화 기법을 사용하여 부분 체이스 결합을 위한 순환 방정식을 유도하여 주어진 환경에서 다양한 비트 매핑 기법 중에서 최적의 성능을 갖는 매핑을 얻고, 모의실험을 통해 이를 검증한다.

Key Words : Bit-mapping scheme, density evolution technique, LDPC code, partial Chase combining

ABSTRACT

In this paper, a bit-mapping scheme is proposed for partial Chase combining in LDPC-coded systems. Contrary to the previously known bit mapping that assigns the information bits to more reliable channels, the proposed mapping assigns the codeword bits of irregular LDPC codes to distinct Gaussian channels by considering the characteristics of LDPC codes and channels. The recursion equation for partial Chase combining is derived by using the density evolution technique, based on it, the best bit mapping among the various bit-mapping schemes is derived, and the validity of them is confirmed through simulation.

I. 서론

무선 채널 환경에서 신호 대 잡음비 (SNR)가 데이터를 복호하기에 충분하지 않으면 비트 오류가 발생하며, 대부분의 무선 프로토콜은 비트 오류를 정정하기 위해서 전진 오류 정정 (FEC) 기법^[1,2]을 채택하고 있다. 그러나 전진 오류 정정 기법이 복호를 실패했을 때 일반적으로 해당 패킷 전체를 재전송한다.

오류가 생긴 패킷 전체를 재전송 하는 체이스 결합 기법^[3]과는 다르게, 부분 체이스 결합 기법^[4]은 오류가 생긴 패킷의 일부분만 재전송한다. 이러한 부분 체이스 결합 환경에서는 패킷 (또는 부호어)의 어느 부분을 재전송할지 선택을 해야 한다. 선택된 부분은 재전송되고, 새롭게 수신된 부분은 연판정을 위해 이전에 수신된 패킷과 결합하게 된다. 명확히, 이렇게 결합된 부분은 결합되지 않은 다른 부분보다 높은 신뢰도를 가진다. 또한 부분 체이스 결합

※ 본 연구는 한국연구재단 기초연구과제 (313-2008-2-D00693)의 지원으로 수행되었습니다.

* 한양대학교 전자컴퓨터통신공학과 부호 및 통신 연구실 ({yangpablue, djshin}@hanyang.ac.kr) (°: 교신저자)

논문번호 : KICS2011-09-403, 접수일자 : 2011년 9월 19일, 최종논문접수일자 : 2012년 5월 2일

기법은 그림 1처럼 비균일 병렬 가우시안 채널을 위한 비트 매핑의 특수한 경우로도 볼 수 있다. 분명히, 이 시스템의 성능은 어떻게 LDPC 부호의 부호어 비트를 서로 다른 두 개의 비균일 병렬 가우시안 채널에 할당하는가에 달려있다. 가장 간단한 매핑 기법은 연속적인 두 개의 부호어 비트 그룹을 사용하는 것이다. 한편, 부분 체이스 결합 환경은 아니지만 서로 다른 신뢰도를 갖는 비트 위치에 부호어를 할당하는 비트 신뢰 매핑 기법^[5]이 제안되었다. 이 매핑 기법은 정보 비트를 항상 높은 신뢰도를 가지는 위치에 할당하고, 패리티 비트는 상대적으로 낮은 신뢰도를 가지는 위치에 할당하는 고정된 매핑 기법을 사용하였다.

이러한 기존의 매핑 기법은 주어진 환경에 따라 유연하게 적용할 수 없기 때문에, [6]의 결과를 확장하여 부분 체이스 결합 환경에 맞는 새로운 비트 매핑 기법을 제안한다. 이 기법은 부호의 특성뿐만 아니라 채널의 특성도 동시에 고려하여 비균일 LDPC 부호의 부호어 비트를 서로 다른 두 개의 채널에 할당한다.

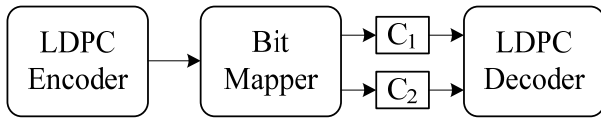


그림 1. 부분 체이스 결합을 위한 비트 매핑 시스템의 블록도
Fig. 1. A block diagram of bit-mapping system over partial chase combining.

II. 부분 체이스 결합을 위한 비균일 LDPC 부호의 밀도 진화 분석

이 장에서는 [6]의 결과를 응용하여 부분 체이스 결합을 위한 비균일 LDPC 부호를 분석한다. 그림 1에서처럼 LDPC 부호어 비트는 두 개의 그룹으로 나뉘어져 서로 다른 두 개의 병렬 AWGN 채널 C_1 과 C_2 를 통해 전송된다. 여기서 C_2 채널은 부분 체이스 결합에 해당하는 채널로 C_1 채널에 비해 높은 신뢰도 (3dB SNR 이득)를 갖는다.

먼저, 부분 체이스 결합을 위한 비균일 LDPC 부호의 밀도 진화 분석을 위해서 다음과 같은 용어를 정의한다. 채널 C_i 로 전송된 부호어 비트를 *타입- i* 비트라고 정의하자. E 를 비균일 LDPC 부호의 테너 그래프 상에서의 선들의 집합이라고 하고, $E^{(i)}$

를 *타입- i* 변수 노드 (비트)에 연결된 선들의 부분 집합이라고 정의하자. 또한, $E_j^{(i)}$ 를 차수 j 의 *타입- i* 변수 노드에 연결된 선들의 부분 집합이라 정의하자. 그러면 *타입- i* 변수 노드의 차수 분포는 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\lambda^{(i)}(x) = \sum_j \lambda_j^{(i)} x^{j-1} \quad (1)$$

여기서 $\lambda_j^{(i)} = |E_j^{(i)}|/|E^{(i)}|, i=1,2$ 이다. 앙상블 $f(\Lambda, \rho)$ 를 사용하여 $\Lambda = \{\lambda^{(1)}(x), \lambda^{(2)}(x)\}$ 와 $\rho(x) = \sum \rho_k x^{k-1}$ 의 차수 분포를 갖는 이분 그래프의 앙상블을 표현한다. 여기서 ρ_k 는 차수 k 의 체크 노드에 연결된 선들의 비율을 나타낸다. 앙상블 $f(\Lambda, \rho)$ 에서, 같은 변수 노드 분포를 가지더라도 $\lambda^{(1)}(x)$ 와 $\lambda^{(2)}(x)$ 는 *타입-1* 비트와 *타입-2* 비트를 어떻게 선택하느냐에 따라 변한다.

앙상블 $f(\Lambda, \rho)$ 에 대해, 가우시안 근사화를 이용하여 아래와 같은 밀도 진화 방정식을 유도할 수 있다. 우선 $m_u^{(l)}$ 을 l 번째 반복에서 체크 노드에서 변수 노드로 가는 메시지의 평균이라고 정의하자. 또한 $m_0^{(i)} = 2/\sigma_i^2$ 를 분산 σ_i^2 를 갖는 채널 C_i 를 통해 수신된 초기 로그-우도 비 (LLR) 메시지라 정의 하자. 그러면 l 번째 반복에서 차수 j 의 변수 노드의 출력 메시지의 평균 $m_{v,j}^{(l)}$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{v,j}^{(l)} = m_0^{(i)} + (j-1)m_u^{(l-1)} \quad (2)$$

또한, l 번째 반복에서 차수 k 의 체크 노드의 출력 메시지의 평균 $m_{u,k}^{(l)}$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_{u,k}^{(l)} = \phi^{-1} \left(1 - \left[1 - \sum_{j,i} q^{(i)} \lambda_j^{(i)} \phi(m_{v,j}^{(l)}) \right]^{k-1} \right) \quad (3)$$

여기서 $q^{(i)} = |E^{(i)}|/|E|$ 를 나타내고, 함수 $\phi(\cdot)$ 는 [7]에서의 정의를 따른다.

위식과 체크노드 차수 분포를 이용하여 부분 체이스 결합에서 주어진 비트 매핑을 위한 다음의 순환 방정식을 얻을 수 있다.

$$m_u^{(l)} = \sum_k \rho_k \phi^{-1} \left(1 - \left[1 - \sum_{j,i} q^{(i)} \lambda_j^{(i)} \phi(m_0^{(i)} + (j-1)m_u^{(l-1)}) \right]^{k-1} \right) \quad (4)$$

III. 부분 체이스 결합을 위한 비트 매핑 기법

이 장에서는 II장에서 유도된 순환 방정식을 이용하여 최상의 매핑 기법을 선택하기 위한 기준을 제시하고 새로운 비트 매핑 기법을 제안한다. 일반적으로 비균일 LDPC 부호에서 정보 노드의 차수가 패리티 노드의 차수보다 크다고 가정할 수 있으며, 채널 C_1 과 채널 C_2 에 할당된 부호어 비트의 채널 할당 비율을 $C_1 : C_2 = a : b$ 로 표현한다. 여기서 $C_1 : C_2$ 의 비율은 유동적으로 조절 가능하며, 해당 채널에 할당된 비율에 대한 추가적인 정보를 수신 측에 전송해야한다. 이제부터 우리는 이 채널 할당 비율을 채널 특성으로 간주하겠다. 단순화를 위해 비균일 LDPC 부호어 비트를 서로 다른 두 개의 AWGN 채널 C_1 과 C_2 에 할당하는 다음의 세 가지 비트 매핑 기법을 고려한다. 이러한 개념을 확장하여 보다 다양한 매핑을 고려할 수도 있다.

- M1: 정보 비트 (높은 차수를 갖는 노드)를 가능한 많이 채널 C_2 에 할당한다.
- M2: 패리티 비트 (낮은 차수를 갖는 노드)를 가능한 많이 채널 C_2 에 할당한다.
- M3: 정보 비트와 패리티 비트를 가능한 동일한 분포를 가지도록 채널 C_2 에 할당한다. 이 기법은 M1과 M2 매핑 사이의 매핑이다.

분명히, M1 매핑은 비트 신뢰 매핑^[5]을 부분 체이스 결합 환경에 적용한 경우로 볼 수 있으며, 환경에 따라 유연하게 매핑을 바꿀 수 있는 매핑 기법이 아닌 언제나 동일한 매핑을 수행하는 고정된 매핑 기법이다. 다음 절에서 부호와 채널의 특성을 고려하여 M1, M2, 그리고 M3 매핑을 비교하고, 여기에 기초하여 새로운 비트 매핑 기법을 제안한다.

3.1 차수 분포와 채널 특성을 고려한 새로운 비트 매핑

단순화를 위해 다음의 차수 분포를 고려한다.

$$\lambda(x) = (1-R)x^{d_p-1} + Rx^{d_i-1}, \rho(x) = x^{d_c-1} \quad (5)$$

여기서 R 은 부호율을 의미하고, d_c , d_i , 그리고 d_p 는 각각 체크 노드 차수, 정보 노드 차수, 패리티 노드 차수를 나타낸다. 일반적으로 실시간 부호화가 가능한 이중 대각 패리티 구조를 갖는 LDPC 부호

는 위와 같은 차수 분포를 가지며, 이러한 부호를 RA-type LDPC 부호라고 부른다. 다양한 차수 분포와 채널 특성에 따라 부분 체이스 결합을 위한 순환 방정식 (4)를 이용하여 이론적인 성능을 계산함으로써 최상의 비트 매핑을 선택할 수 있다. 이제부터 다양한 경우에 대해 M1, M2, 그리고 M3 매핑에 대한 이론적인 성능을 계산한다. 표 1에서 표 3은 다양한 차수 분포와 채널 특성에 대한 채널 C_1 의 임계값 σ_1^* 을 보여주며, 임계값이 클수록 우수한 성능을 나타낸다. 표 1에서 표 3에서 보듯이 부호율과 채널 특성 (채널 할당 비율)을 고정 시켰을 때, 정보 노드의 차수와 체크 노드의 차수에 따라 최적의 매핑이 달라진다는 것을 알 수 있다. 특히, 정보 노드의 차수와 체크 노드의 차수가 작을수록 기존의 매핑인 M1 매핑보다 M2 매핑이 우수한 성능을 가짐을 보여준다. 예를 들어, 부호율이 1/3이고, 채널 특성이 $C_1 : C_2 = 1 : 1$ 일 때, 정보 노드의 차수가 4 이하이고 체크 노드의 차수가 4 이하이면, M1 매핑 대신에 M2 매핑을 선택해야 보다 우수한 성능을 가지게 된다. 이러한 이론적인 결과는 다음 절에서 모의실험을 통해 검증한다.

표 1. 부호율 1/3일 때, 다양한 차수분포와 채널 특성에 따른 임계값 σ_1^*
Table 1. Threshold σ_1^* for various degree distributions and channel characteristics when code rate=1/3

$C_1 : C_2 = 1 : 1$			
차수 분포	(1-1)	(1-2)	(1-3)
M1	1.3504	1.3927	1.3899
M2	1.3762	1.4077	1.3661
M3	1.3591	1.3976	1.3790
$C_1 : C_2 = 2 : 1$			
차수 분포	(1-1)	(1-2)	(1-3)
M1	1.2712	1.3122	1.3187
M2	1.2902	1.3220	1.3131
M3	1.2762	1.3141	1.3145
$C_1 : C_2 = 1 : 2$			
차수 분포	(1-1)	(1-2)	(1-3)
M1	1.4314	1.4748	1.4773
M2	1.4631	1.4944	1.4762
M3	1.4433	1.4821	1.4766

표 2. 부호율 1/2일 때, 다양한 차수분포와 채널 특성에 따른 임계값 σ_1^*

Table 2. Threshold σ_1^* for various degree distributions and channel characteristics when code rate=1/2

$C_1 : C_2 = 1 : 1$			
차수 분포	(2-1)	(2-2)	(2-3)
매핑			
M1	1.0340	1.0673	1.0704
M2	1.0584	1.0685	1.0358
M3	1.0422	1.0680	1.0586
$C_1 : C_2 = 2 : 1$			
차수 분포	(2-1)	(2-2)	(2-3)
매핑			
M1	0.9792	1.0053	1.0055
M2	0.9988	1.0066	0.9845
M3	0.9863	1.0059	0.9972
$C_1 : C_2 = 1 : 2$			
차수 분포	(2-1)	(2-2)	(2-3)
매핑			
M1	1.1022	1.1309	1.1308
M2	1.1249	1.1346	1.1101
M3	1.1106	1.1327	1.1229

표 3. 부호율 2/3일 때, 다양한 차수분포와 채널 특성에 따른 임계값 σ_1^*

Table 3. Threshold σ_1^* for various degree distributions and channel characteristics when code rate=2/3

$C_1 : C_2 = 1 : 1$			
차수 분포	(3-1)	(3-2)	(3-3)
매핑			
M1	0.8227	0.8417	0.8394
M2	0.8381	0.8322	0.8094
M3	0.8301	0.8388	0.8273
$C_1 : C_2 = 2 : 1$			
차수 분포	(3-1)	(3-2)	(3-3)
매핑			
M1	0.7781	0.7931	0.7882
M2	0.7917	0.7817	0.7581
M3	0.7847	0.7894	0.7755
$C_1 : C_2 = 1 : 2$			
차수 분포	(3-1)	(3-2)	(3-3)
매핑			
M1	0.8731	0.8949	0.8952
M2	0.8884	0.8877	0.8673
M3	0.8797	0.8927	0.8843

여기서 표 1에서 차수 분포 (1-1)은 $\lambda(x) = 0.67x + 0.33x^2$ 와 $\rho(x) = 0.5x^2 + 0.5x^3$ 를 가지고, 차수 분포 (1-2)는 $\lambda(x) = 0.67x + 0.33x^3$ 와 $\rho(x) = x^3$ 를 가지며, 차수 분포 (1-3)은 $\lambda(x) = 0.67x + 0.33x^4$ 와 $\rho(x) = 0.5x^3 + 0.5x^4$ 를 갖는다. 표 2에서 차수 분포 (2-1)은 $\lambda(x) = 0.5x + 0.5x^2$ 와 $\rho(x) = x^4$ 를 가지고, 차수 분포 (2-2)는 $\lambda(x) = 0.5x + 0.5x^3$ 와 $\rho(x) = x^5$ 를 가지며, 차수 분포 (2-3)은 $\lambda(x) = 0.5x + 0.5x^4$ 와 $\rho(x) = x^6$ 를 갖는다. 표 3에서 차수 분포 (3-1)은 $\lambda(x) = 0.33x + 0.67x^2$ 와 $\rho(x) = x^7$ 를 가지고, 차수 분포 (3-2)는 $\lambda(x) = 0.33x + 0.67x^3$ 와 $\rho(x) = x^9$ 를 가지며, 차수 분포 (3-3)은 $\lambda(x) = 0.33x + 0.67x^4$ 와 $\rho(x) = x^{11}$ 를 갖는다.

이러한 이론적인 결과에서 보듯이, 기존의 비트 매핑 기법은 주어진 환경에 대한 고려 없이 고정된 매핑을 수행하기 때문에 다양한 환경에서 좋은 성능을 제공하기 어렵다. 따라서 이러한 문제점을 해결하기 위해 부호 특성과 채널 특성을 고려하여 부호어 비트를 서로 다른 채널에 유연하게 할당하는 새로운 비트 매핑 기법을 제안한다. 구체적인 비트 매핑 알고리즘은 다음과 같다.

[비트 매핑 알고리즘]

- Step1: LDPC 부호와 채널 특성을 고려하여 순환 방정식 (4)를 이용하여 주어진 환경에서 다양한 매핑에 따른 이론적인 성능을 계산한다.
- Step2: 위 결과에 기초하여 주어진 환경에서 최상의 비트 매핑을 선택한다.
- Step3: 선택된 비트 매핑에 따라 부호어 비트를 해당 채널에 할당한다.

3.2 모의실험 결과

모의실험을 위해 3.1절에 주어진 것과 동일한 차수 분포를 갖는 연접 지그재그 (CZZ) 부호^[8]를 사용하였다. 또한, 1024 비트의 정보 프레임의 길이, BPSK 변조, 그리고 최대 반복 복호 회수는 50회를 가정하였다. 그림 2는 부호율이 1/2이고, 채널 특성이 $C_1 : C_2 = 1 : 1$ 일 때, 다양한 차수 분포에 따른 세 가지 매핑의 FER 성능 비교를 보여주며, 주어진 환경에서 비트 매핑 기법의 전이를 보여준다. 즉, 정보 노드의 차수와 체크 노드의 차수가 클 때는

기존의 매핑인 M1이 가장 우수한 성능을 보이지만, 정보 노드의 차수와 체크 노드의 차수가 작아질수록 ($d_i \leq 4, d_c \leq 6$), M2 매핑이 M1 매핑보다 우수한 성능을 가짐을 보여준다. 특히, 정보 노드의 차수와 체크 노드의 차수가 작을 때, M2 매핑 기법이 기존의 매핑 (M1)과 비교하여 FER= 10^{-3} 에서 0.2-0.6 dB SNR 이득을 가짐을 보여준다.

그림 3은 채널 특성이 $C_1 : C_2 = 2 : 1$ 일 때, 다양한 부호율에서 매핑 기법에 따른 FER 성능 비교를 보여주며, 부호의 차수 분포와 채널 특성을 고려하는 제안된 매핑 기법이 기존의 매핑 (M1)과 비교하여 FER= 10^{-3} 에서 대략 0.2 dB SNR 이득을 갖는다. 이러한 모의실험 결과는 3.1절에 주어진 이론적인 결과를 뒷받침해 준다.

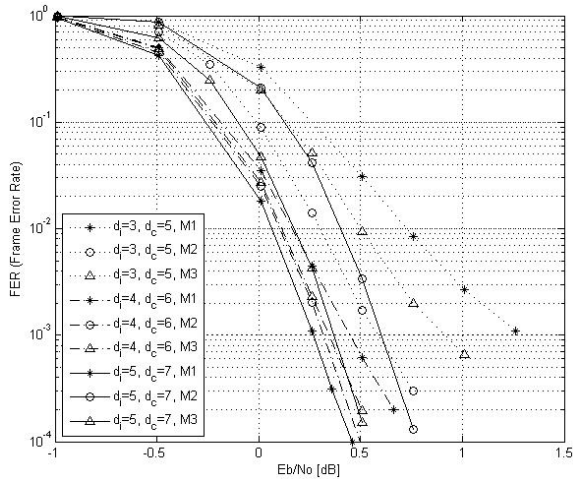


그림 2. 부호율 1/2와 $C_1 : C_2 = 1 : 1$ 일 때 다양한 차수 분포에 따른 FER 성능 비교
Fig. 2. FER performance comparison for various degree distributions when code rate=1/2 and $C_1 : C_2 = 1 : 1$.

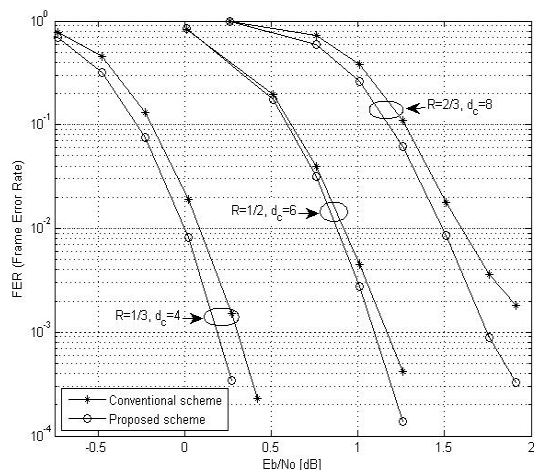


그림 3. $C_1 : C_2 = 2 : 1$ 일 때 다양한 부호율에서 매핑 기법에 따른 FER 성능 비교
Fig. 3. FER performance comparison for various code rate when $C_1 : C_2 = 2 : 1$.

IV. 결 론

이 논문에서 부분 체이스 결합을 위한 LDPC 부호화 시스템의 비트 매핑 기법을 제안하였다. 제안된 기법은 LDPC 부호와 채널의 특성을 함께 고려하여 부호어 비트를 서로 다른 신뢰도를 갖는 채널로 할당하기 때문에 기존의 비트 매핑 기법보다 우수한 성능을 가진다. 또한, 밀도 진화 기법을 이용하여 다양한 차수 분포와 채널환경에서 부분 체이스 결합을 위한 비트 매핑 기법의 이론적인 성능을 계산하였고, 이를 통해 부호와 채널 특성이 고정되었을 때, 정보 노드의 차수와 패리티 노드의 차수에 따라 최적의 매핑 기법이 달라진다는 것을 보였으며, 모의실험을 통해 이론적인 결과를 검증하였다.

참 고 문 헌

- [1] S. Lin and D. J. Costello Jr., *Error Control Coding : fundamentals and applications*, Prentice Hall, 2nd Edition, 2004.
- [2] T. K. Moon, *Error Correction Coding : Mathematical Methods and Algorithms*, Wiley-Interscience, 2005.
- [3] D. Chase, "Code combining: A maximum-likelihood decoding approach for combining an arbitrary number of noisy packets," *IEEE Trans. Comm.*, pp. 593-607, May 1985.
- [4] B. K. Classon and A. Ghosh, "Apparatus and method for transmitting and receiving data using partial chase combining," *European Patent Application EP1386440*, Nov. 2002.
- [5] L. Yan and E. Ryan, "Bit-reliability mapping in LDPC-coded modulation systems," *IEEE Comm. Lett.*, pp. 1-3, Jan. 2005.
- [6] H.-G. Joo, S.-N. Hong, and D.-J. Shin, "New Bit Mapping Scheme of Irregular LDPC Codes for Nonuniform Gaussian Channels," *IEEE Int. Symp. on Inf. Theory and its Applications*, pp. 381, Oct. 2006.
- [7] S. Y. Chung, T. J. Richardson, and R. L. Urbanke, "Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a

