

수학적 창의성의 요소와 창의성 개발을 위한 수업 모델 탐색¹⁾

이대현

학교 교육을 통하여 창의적인 인간을 양성해야 한다는 요구가 계속되고 있다. 특히 2011 수학과 교육과정 개정에서는 수학적 창의성과 인성을 길러주는데 초점을 두고 있다. 이를 위해 교육 현장에서 학생들의 창의성 개발을 위한 구체적인 방안의 모색이 필요하다. 이에 본 연구에서는 수학적 창의성의 요소를 추출하고, 창의성 개발을 위한 수업 모델을 탐색해 보았다. 먼저, 수학적 창의성에서의 논점과 수학적 창의성의 요소를 인지적, 정의적, 태도적 측면으로 알아보았다. 이러한 요소들은 수학적 창의성 개발 수업에서 창의성 개발에 영향을 주는 요소이며, 창의성을 평가하는 요소가 될 것이다. 이러한 기저를 바탕으로 수학 학습에서 학생들의 수학적 창의성을 기를 수 있는 8가지 수학과 창의성 개발 수업 모델을 제시하였다. 8가지 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델은 수학의 특성과 최근에 강조되는 수학교육 이론 및 창의성 이론을 바탕으로 하였다.

[주제어] 수학적 창의성, 창의성 요소, 인지적 요소, 정의적 요소, 태도적 요소, 창의성 수업 모델

I. 서 론

많은 정보가 생산되는 지식 정보화 사회의 국제사회는 최신의 정보와 지식을 바탕으로 무한 경쟁 체제로 나아가고 있다. 이러한 사회에서 국가 경쟁력을 확보하고 국제 사회를 주도해 나가기 위해서는 새롭고 유용한 지식을 창출해 낼 수 있는 창의적인 우수한 인재를 양성하는 것이 무엇보다 중요시되고 있다. 창의성은 새로운 것을 만들어 내는 힘으로, 인류의 역사를 통해 무한 발전의 원동력이 되어 왔다. 따라서 학교 교육과정에서는 교육과정 구현을 위한 주요한 목표로 창의적인 인간 양성을 들어왔다. 또한 2011 개정 수학과 교육과정에서도 개정의 기본 방향으로 창의와 인성을 강조하고 있다(교육과학기술부, 2011).

창의적인 인간을 양성하기 위한 국가의 노력은 교과 교육과정의 개정에서만 아니라, 학교 현장에서 학생들의 창의성 개발 교육을 주도할 교사 교육에 대한 관심에서도 나타나 있다. 이에 2011년에는 전국의 1000여개의 창의성 개발 교육을 위한 교사 중심의 자율 연구 동아리 활동을 지원하였다. 이러한 지원은 실제 수업 운영의 주체인 교사들이 창의성 수업을 이해하고, 창의성 개발 수업을 운영할 수 있도록 지원하기 위한 것이다. 이는 종전

1) 본 논문은 2012학년도 광주교육대학교 학술연구비 지원에 의해 연구되었음.

의 학교 교육에서 창의성 개발 교육이 구호에만 그치고 있으며, 창의성 교육을 담당할 교사들의 훈련 체계가 미흡하여 학교에서 창의성 개발을 위한 수업의 저해 요인이 되기 때문이기도 하다(문용린, 2010).

창의성은 그 정의의 다양성과 의미의 모호함에도 불구하고, 학교교육뿐만이 아니라 다양한 직업 분야와 산업계에서도 요구되는 핵심 역량이다. 특히 학교교육에서는 주입식 교육에서 탈피하여 학생 스스로 자기주도적으로 학업을 이끌어가는 학습에 관심을 가지고 있으며, 더욱 창의성에 관심을 가지게 되었다. 한국교육과정평가원은 미래사회에서 개인의 성공적인 삶과 사회 발전을 위해 필요한 역량을 핵심역량(core competence)이라고 제시하고, 창의력을 그 첫째로 제시하고 있다(이광우 외 4, 2008). 그렇지만 10가지 핵심 역량 중에서 2007 개정 수학과 교육과정의 내용에 반영된 핵심 역량은 문제해결 능력과 기초학습 능력에 집중되어 있으며, 창의성은 반영 정도가 아주 미약하다는 것을 알 수 있다(김도한 외 18, 2009). 따라서 학교 교육 현장에 창의성을 길러주는 수업을 운영하도록 지원하기 위해서는 교과 특성 고려하고, 창의적으로 교과 내용을 경험해 갈 수 있도록 지원하는 수업 모델을 마련해 제공할 필요가 있다.

학교에서 교사는 왜 수학을 가르치는가? 학생은 왜 수학을 배워야 하는가? 수학 교육자들은 수학을 삶을 살아가는데 필요하기 때문에 수학을 배워야 한다고 말하기도 하고, 수학이 우리의 정신능력을 도야시킬 수 있기 때문에 수학을 배워야 한다고 말하기도 한다. 최근에는 자기 주도적으로 지적 가치를 창출해 낼 수 있는 창의적인 학생들을 기르는데 수학교육의 목적을 두기도 한다. 그렇지만 창의적인 학생을 기르기 위하여 수학교육이 얼마만큼의 노력을 해 왔는지? 학교 현장에 어떤 지원 체계를 구축하고 있는지 반성해 볼 필요가 있다.

창의성은 인성의 발달과 정신 건강에 중요하며, 정보를 습득하는데 공헌을 한다. 또한 지식을 일상의 개인적이고 전문적인 문제에 적용하는데 중요하며, 무엇보다도 우리의 창의성을 개발하는 것은 사회적으로도 중요하다(Torrance, 1995). 특히 최근에 우리나라에서 창의성만을 강조하는 것이 아니라, 창의·인성을 강조하는 것은 창의성과 인성의 독자적인 특성을 존중하면서도 두 교육의 유기적 결합을 통해 창의성 개발로부터 인성을 기르고, 올바른 인성을 바탕으로 창의성을 기르는데 목적을 두고 있기 때문이다(권오남 외 16, 2011). 이러한 시대적 요청 속에서 인성은 수학을 행하는 교실 문화를 기반으로 바람직한 방향으로 기르도록 의도되어야 하며, 특히 수학과 교육목표에서 추구하는 바람직한 인성을 기르도록 하기 위해서는 창의적인 수학적 활동을 기반으로 해야 한다.

그렇지만 수학교육에서 창의성을 개발시키기 위한 연구들이 체계적이지 못하며(박만구, 2011), 수학적 창의성 개발을 위한 교수·학습 모델을 제시하는 연구가 수행되기도 하였지만(권오남 외 16, 2011), 수학의 특성을 고려하고 수학의 전체적인 내용을 아우를 수 있는 수업 모델을 제시하는 데에는 한계가 있다. 따라서 수학학습을 통해 수학적 창의성을 기를 수 있는 수업 모델을 마련하여 제공할 필요가 있다. 이러한 수업 모델은 수학의 특성을 고려하고, 최근에 수학교육 이론과 창의성 이론에서 강조하는 관점을 바탕으로 구안되어 창의성 교육을 실현할 수 있는 기능을 가져야 한다.

이런 배경으로 이 글에서는 2011 개정 수학과 교육과정에서 개정의 기저로 강조되는 수학적 창의성과 인성의 중요성에 비추어, 수학적 창의성의 요소를 추출하고, 창의성 개발을 위한 수업 모델을 탐색해 보고자 한다. 이를 위해 먼저, 수학적 창의성에서의 논점을 제시하였다. 또한 수학적 창의성에 영향을 끼치는 요인이 될 수 있으며, 수학적 창의성 평가의 준거가 될 수 있는 수학적 창의성의 요소를 인지적, 정의적, 태도적 측면으로 알아보았다.

그리고 이를 바탕으로 수학과 창의성 개발을 위한 8가지 수업 모델을 제시하였다. 또한, 본 연구에서는 8가지 수업 모델 중 한 가지 수업 모델에 대한 수업 안을 제시하는 것으로 한정하였다. 그리고 각 수업 모델에 따른 수업 내용과 절차 및 단계가 포함된 수업 안에 대한 개발 연구와 이를 교실 현장에 적용한 실천 연구는 본 연구에서 다루지 않고, 연구의 제안 내용으로 남겨 두었다.

II. 수학적 창의성에 대한 논의

창의성에 대한 논의가 1950년대에 시작되어 사람(person), 과정(process), 산물(product), 환경(press) 등의 4P에 대한 다양한 연구가 이루어지고 있다(Kaufman, Plucker, & Baer, 2008; Torrance, 1995). 그럼에도 불구하고, 창의성에 대한 합의된 정의와 접근 방법은 존재하지 않으며, 관심의 대상에 따라 여러 유형의 연구가 진행되어 왔다(Starko, 1995). 일반적으로 창의성은 새롭고 질적으로 수준이 높으며, 적절한 산물을 생산해 내는 능력으로 정의하는 것과 같이(Kaufman & Baer, 2004), ‘새로움과 가치’가 주요 특징으로 제시되어 있다(Mayer, 1999; Yuan & Sriraman, 2011). 그런데 창의성의 논의에서는 ‘새로움’의 대상이 누구인가에 따라 새로움의 수준이 달라질 수 있고, 새로움의 기준에 따라 사적 창의성과 공적 창의성, 절대적 창의성과 상대적 창의성으로 구분하기도 한다(Leikin, 2009).

먼저, 사적 창의성은 남에게는 새롭지 않을 수 있지만, 자신에게는 새로운 무언가를 만들어 내는 것으로, 자기 자신만의 독특하고 새로운 방법으로 결과를 산출해내는 상대적 창의성을 의미한다. 다음으로 공적 창의성은 모든 사람에게 새로운 무에서 유를 창조하는 것으로, 개인에게 새로운 산출물이 타인에게도 새로운 절대적 창의성을 의미한다. 이러한 구분은 산출물에 대한 새로움의 기준이 개인이나 공동체이냐에 따른 구분으로, 여러 영역의 창의성을 구분하는 예가 될 수 있다.

그런데 무에서 유를 창조하는 창의성의 경우에도 창의적 과정을 두 가지 유형으로 구분하여 살펴볼 수 있다. 예를 들어, Weisberg(2006)은 창의적인 산출물을 산출하는 창의적 과정을 살펴보는 사례연구를 통해 과학적 창의성과 예술적 창의성의 영역에서 창의적 과정 간에 어떤 차이가 있는가를 객관적 측면과 주관적 측면에서 밝히고 있다. 과학적 창의성을 보인 사례로는 ‘DNA구조’를 밝힌 왓슨(J. D. Watson)과 크릭(F. H. C. Crick)을, 예술적 창의성을 보인 사례로는 ‘게르니카’를 그린 피카소(P. R. Picasso)를 들고 있다. 예술에서의 창의성은 본질적으로 주관적인 과정이고, 예술가는 창의적인 과정을 통해 대상을 새로운 존재로 만들어 낸다. 즉, 피카소가 없었다면 ‘게르니카’도 없었을 것이다. 그렇지만 과학적 창의성은 과학자와는 독립적으로 존재하는 사물을 다루는 객관적인 과정이고, 창의적 과정을 통해 새로운 존재로 만들지는 않는다. 이미 존재하는 그것을 발견(discovery)할 뿐인 것이다.

그렇지만 예술적 창의성은 신의 창조와 같이 완전히 주관적인 것이 아니며, 수천 년에 걸친 미술의 역사에 영향을 받아 이룩되는 객관적 측면이 있다. 또한 과학적 창의성에도 많은 과학자가 시도했지만 발견하지 못하는 결과를 왓슨과 크릭이 자신들의 지식과 믿음을 바탕으로 이루어낸다는 면에서 주관적 측면이 있다(Weisberg, 2006). 이와 같이 창의적 과정에 대한 논의에서 창조와 발견이라는 두 축을 명확히 구분할 수 없는 것과 같이, 무에서 유를 산출하는 창의적 과정에는 주관적 측면과 객관적 측면의 사고 방법을 공유하는

연속적인 과정으로 볼 수 있는 것이다.

한편, 창의성에 대한 ‘새로움’의 주관적 측면과 객관적 측면이라는 이분법적 구분에 비추어, 수학과 관련된 창의성의 유형을 수학에서의 창의성과 학교 수학교육에서 창의성으로 나눌 수 있을 것이다. 이러한 구분은 학문 수학에서의 창의성과 학교 수학에서의 창의성을 구분하는 연구(김도한 외 18, 2009)와도 일맥상통한다고 볼 수 있다. 일반적으로 수학에서 창의적이라는 것은 ‘페르마의 정리’와 같이 이전에 해결할 수 없었던 문제를 새로운 방법으로 해결하거나, ‘프랙탈 기하’와 같은 새로운 수학을 발견하는 것과 같이, 일상의 창의성과는 다른 특별한 창의성을 의미한다(Liljedahl & Sriraman, 2006). 반면에, 학교 수학교육에서 창의적이라는 것은 학생들이 이전에 해결할 수 없었던 문제를 새롭고 유용한 방법으로 해결할 수 있는 것을 의미한다. 특히 우리의 관심은 학교 수학에서 학생들이 창의적으로 문제를 해결할 수 있는 능력을 기르는데 있다. 따라서 기존의 문제를 학생들이 새롭고 유용한 방법으로 해결할 수 있는 능력을 길러 주는데 관심을 가져야 한다.

수학적 창의성은 전반적으로 수학 분야의 발전을 이끌어 왔음에도 불구하고(Sriraman, 2008), 학자에 따라 다양하게 정의되고 있다. Hadamard(1945)는 수학적 창의성을 아이디어들의 결합에 의해 만들어지는 발견이나 발명으로 제시하고 있다. 김홍원, 김명숙, 송상현(1996)은 수학적으로 가치 있는 것을 독창적으로 만들어내는 능력, 수학적 문제 상황에서 고정되고 정형화된 사고방식을 벗어나 다양한 산출물을 내는 능력으로 정의하기도 한다. 권오남 외 16(2011)은 독창적이면서도 유용한 특성을 지닌 산출물을 산출할 수 있는 사람의 특성이라고 정의하고 있다. Krutetskii(1976)는 수학적 재능이 우수한 아이들을 대상으로 수학 문제해결의 각 단계에 필요한 능력을 제시하고 있는데, 수학적 창의성에 대한 직접적인 언급은 없을지라도 사고 과정의 융통성, 가역성 등은 수학적 창의성과 밀접한 관련을 맺고 있는 능력이다. 일반적으로 수학적 창의성이란 ‘개개의 학생들이 새롭고 유용하다고 판단되는 문제해결 방법을 찾거나, 수학적 아이디어, 산출물을 만들어내는 능력’이라고 정의할 수 있다. 그런데 이러한 수학적 창의성 정의에도 고려해야 할 핵심적인 의미가 있다.

먼저, 산출물이 ‘새롭다(novelty)’라는 의미는 개인에게 새롭다는 의미와 세상 사람들에게 새롭다는 의미가 있다. 이에 대해 Weisberg(2006)은 Csikszentmihalyi가 새로움에 더하여 산출물의 가치를 논하는 체계 모델을 통해 산출물이 창의적이라는 것은 개인, 영역, 현장의 체계 안에서 개인이 영역에 기여하고, 현장에서 인정되는 산출물만을 창의적인 것으로 수용해야 한다고 하지만, 새로움의 기준을 창의적인 사람에 국한하여 해석해야 한다고 한다. 이런 이유로 그는 당시 현장에서 창의적으로 받아들여지던 결과들이 나중에 더 이상은 창의적이지 아닌 보편적인 경우가 되기도 하며, 그 당시엔 인정받지 못했던 결과들이 후대에 인정받는 역사적 사실을 제시하고 있다. 수학을 하는 학생들의 경우에 수학적 창의성을 변화시킬 가치 있는 결과를 산출하는데 초점을 두기 보다는, 개개인에게 의미 있는 결과를 산출하는 사고 과정에 초점을 두는 것이 적절하다. 즉 사고자로서 개인에 초점을 두어야 하며, 이러한 견해에 비추어 수학적 창의성에서 ‘새로움’이란 수학을 행하는 학생들이 개개인의 학생들 자신에게 새로운 결과를 산출했다면 이를 창의적이라고 할 수 있다는 것이다.

한편, Evynck(1991)은 수학적 창의성이 이해, 직관, 통찰, 일반화와 같은 요소의 상호작용에 의해 생성된다고 한다. 이러한 네 가지 요소는 새로운 것을 만들어내기 위해서는 기존 지식에 대한 충분한 바탕이 필요하며, 추측을 개념화하고 이를 추진해 가며, 체계적으로 정리하는 과정이 요구된다는 면에서 수학의 본질을 고려하였다고 볼 수 있다. Evynck(1991)은 수학적 창의성이 발현된 예로 ‘디오판투스의 묘비’ 문제를 들고 있다.

이 문제에 대하여 전형적인 방법은 연립방정식을 활용하여 풀 수 있는 것이다. 그렇지만 그가 제시하고 있는 창의적인 풀이 방법은 문제에 제시된 여러 개의 분수와 그것이 의미하는 것에 대한 통찰과 최소공배수의 의미를 바탕으로 각 분수의 분모인 6, 12, 7, 2의 최소공배수(84)를 구하여 해결할 수 있음을 발견하는 것이다.

수학적 창의성의 관점에 대한 연구에서 수학적 창의성을 새로운 지식의 창출로 보는 관점과 유연한 수학적 문제해결력의 관점으로 나누기도 하고(권오남, 박정숙, 박지현, 조영미, 2005), 창의적 사고를 강조하는 관점과 산출물을 강조하는 관점으로 나누기도 한다(이강섭, 황동주, 2007). 수학교육에서 수학적 창의성의 발현을 고려할 때에 주로 수학 문제해결 과정에서 유창성과 융통성, 그리고 독창적인 해결 방법을 산출하는 수학 문제해결에 초점을 두고 있다. 그렇지만 상황에 적합한 새로운 수학적 아이디어의 발현에 초점을 두고 새롭고 가치 있는 아이디어의 발굴이라는 측면에서 확산적 사고와 독창성을 강조하는 수학적 창의성을 고려할 수도 있다. 이러한 두 측면을 고려하면, 수학적 창의성은 수학적 사고의 확산적 측면과 수학적 문제해결 측면으로 나누어 생각할 수 있다. 수학적 사고의 확산적 측면은 수학적 상황의 맥락에서 다양한 수학적 아이디어나 해결책을 추출하고 정련화 하는 과정을 중시한다. 예를 들어 자연수가 없다면, 정수가 없다면, 분수가 없다면 어떤 일들이 일어날까? 자연수, 정수, 분수의 표현 방법이 없던 시대의 사람들은 어떤 방법으로 이러한 수를 사용했을까? 등에 대한 다양한 아이디어를 재미있는 이야기로 꾸며 보도록 할 수 있다. 한편, 수학 문제해결 측면에서는 수학 문제해결 상황에서 새롭고 독창적인 방법으로 문제를 해결해 내는 과정을 중시하는 것으로, 앞에서 예를 든 디오판투스의 묘비 문제에 대한 창의적인 문제해결을 들 수 있다.

일반적으로 수학적 창의성의 요소와 평가의 준거로 유창성, 융통성, 독창성을 들기도 한다(김부윤, 김철언, 이지성, 2005; 이강섭, 심상길, 2005). 그런데 유창성과 융통성이 창의성의 산출의 결과로 인식될 수 있는가에 대해서는 고려할 필요가 있다. 왜냐하면, 창의성이 추구하는 본질은 새로움에 있는바, 유창성과 융통성은 새로움에 도달하는 수단에 불과한 것으로 판단될 수도 있기 때문이다(현종익, 2005). 그렇지만 이러한 판단의 기준이 창의성의 산출에만 초점을 두었을 때의 해석이고, 과정을 중시하는 맥락에서는 유창성과 융통성과 같은 요소도 창의성의 평가 준거로 가능하다고 볼 수 있다. 결국 창의성을 어떻게 해석하는가에 따라 이에 대한 평가의 준거도 달라질 수 있는 것이다.

이 장에서는 수학적 창의성과 관련된 논점에 대하여 몇 가지 측면을 논의하였다. 창의성에 대한 논의에서의 다양한 관점과 마찬가지로, 수학적 창의성에 대한 연구에서도 연구 관점과 접근 방식에서 다양성이 나타나고 있다. 따라서 수학적 창의성 개발을 위한 논의를 위해서는 점진적인 의견 수렴의 과정이 요구된다.

III. 수학적 창의성의 요소

수학적 창의성의 속성을 파악하고, 수학적 창의성 개발에 영향을 주는 요인이 무엇이며, 수학적 창의성 평가를 위한 준거를 설정하기 위하여 수학적 창의성의 요소를 추출할 필요가 있다. 창의성의 요소로 현종익(2005)은 성향(disposition), 경험(experience), 기능(skill), 지식(knowledge)으로 구성된 DESK 모델을 제시하고 있다. 또 권오남 외 16(2011)은 기존 연구에서 정의한 내용을 재 정의하거나, 수학 교과에 적합한 내용으로 재정립하는 방법으로

수학과 창의성 요인을 사고 능력에 초점을 두고, 사고의 확산적 측면과 수렴적 측면, 창의적 성향·동기 면으로 나누어 17가지를 제시하고 있다. 전자의 경우는 창의성 요소를 수업 모델에 적용하는 데에는 너무 제한적이며, 후자의 경우는 ‘시각화’나 ‘유추’와 같이 적용되는 범위가 학습 내용에 따라 제한이 따르는 능력들이 창의성 요소로 제시되어 있다. 따라서 본 연구에서는 수학 학습에서 학생들이 새롭고 가치 있는 산물을 산출할 수 있는 능력을 기르는데 필요한 요소에 초점을 두고, 전체적인 학습 내용에 걸쳐 창의적인 아이디어의 발현 과정과 정련화 과정에 필요한 최소의 요소를 추출하였다. 이들 요소들은 창의적 산물을 얻는데 필요한 충분조건이 아니라 필요조건이며, 상호 보완적으로 기능할 것이다.

한편, 창의성 연구의 초기에는 대체적으로 인지적 요소에 치중하여 창의성의 요소를 제시하는 경향이 있었다. 그렇지만 교과에 대한 신념과 가치관의 중요성, 그리고 이를 바탕으로 끝까지 결과를 산출하려고 노력하는 일관된 자세와 태도의 중요성을 요구하고 있다. 따라서 본 연구에서는 비인지적 요소를 동기나 성향의 맥락에서 동일 범주로 다루는 것에서 벗어나, 정의적 요소와 태도적 요소를 구분하여 제시하였다. 특히 정의적 요소에서는 학생들이 수학에 대해 마음으로 느끼는 생각에 주안점을 두었고, 태도적 요소에서는 실제로 수학을 행하는데 요구되는 필요한 자세에 주안점을 두었다. 본 연구에서 제시할 창의성 요소들은 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델의 각 단계에서 창의성 개발에 영향을 주고, 창의적 활동이 나타나도록 기능을 할 것이다. 이하에서는 각 요소에 대한 주요 내용을 살펴보았다.

1. 인지적 요소

수학적 창의성의 인지적 요소(cognitive factors)는 ‘창의성 개발을 위해 필요한 지식이나 지적 능력, 사고 기술’을 의미하며, 그 요소로는 지식과 경험, 확산적 사고, 직관, 메타인지를 제시하였다. 각각의 요소에 대하여 알아보면 다음과 같다.

먼저, 지식과 경험(knowledge and experience)은 창의성 개발을 위한 기본 요소이다. 수학적 창의성이 개발되기 위해서는 기존의 사고방식에서 벗어나 새로운 방식의 사고로 전환이 이루어져야 한다. 그렇지만 새로운 사고방식에 이르기 위해서는 기존의 지식과 경험이 바탕을 이루어야 한다(현종익, 2005; Nickerson, 1999). Weisberg(2006)에 따르면, Amabile도 영역에서 요구하는 전문적인 지식과 기술로 구성되는 영역관련 기술을 창의성의 첫 번째 요소로 들고 있으며, 문제해결에서도 문제의 유형에 관해 많이 알수록 새로운 해결책을 고안하기가 쉽다고 한다. Poincaré(1908)도 수학의 발명이란 유용한 조합을 만드는 것으로, 창의적인 유용한 조합을 이루어내기 위해서는 기존의 지식과 경험이 바탕에 내재되어 있어야 한다고 한다. 창의성에 대한 논의에서 창의성이 ‘무’에서 나타나는가? ‘유’에서 나타나는가에 대한 논쟁이 계속되고 있기 때문에 창의성의 인지적 요소로 ‘지식과 경험’을 제시하는 것에 논란이 있을 수 있다. 그렇지만 학교 수학에서 창의성 개발을 위해서는 학생들이 교과 내용에 대한 충분한 지식과 문제해결과 같은 수학적 경험을 바탕으로 새로운 아이디어를 산출하거나 해결책을 발견하도록 이끌어주는 것이 바람직하기 때문에 창의성의 요소로 제시하였다.

확산적 사고(divergent thinking)는 기존의 사고방식에서 벗어나 경계 없는 사고 영역을 새로운 방식으로 폭넓게 넘나드는 유연한 사고이다. 일반적으로 확산적 사고는 창의적 사고와 유사하게 다루어지기도 하지만, 확산적 사고는 창의적 사고의 필요조건이지만 충분

조건이 될 수는 없다. 확산적 사고와 유사하게 de Bono(1986)는 기존의 인습적이고 관례적인 사고의 틀에서 벗어나 다른 시각으로 문제를 보게 하며, 많은 아이디어와 해결책을 생성시킬 수 있는 수평적 사고(lateral thinking)를 제시하고 있다. 그는 수평적 사고가 사물을 새로운 시각에서 본다는 새로운 아이디어를 창조하는 것과 깊은 관련이 있다고 한다. 일반적으로 확산적 사고는 유창성, 융통성, 독창성, 정교성 등의 하위 요소로 구성되며, 이것은 개방형 수업에서 평가 준거가 되기도 한다(Becker & Shimada, 1997).

직관(intuition)은 무의식적인 추론으로 아리스토텔레스는 직관을 과학적 지식의 근원으로 간주하였고(Sheffield, 2009), 수학의 역사를 통해 수학자들의 창의적인 수학적 발명 활동에 직관은 많은 기여를 하였다. 예를 들어, 수학적 체계를 세우기 위하여 몇 개의 자명한 사실인 공리를 설정하는 과정에서 근간이 되는 것은 직관의 힘이었다. 또한 직관은 참된 지식을 발견하는 근원이었으며(Fischbein, 1987), 수학자들의 전기를 통해서도 알 수 있는 사실이다(Poincaré, 1908). Evynck(1991)은 수학적 창의성의 네 가지 요소 중 하나로 직관을 들고 있는데, 직관을 개연적인 추측을 개념화할 수 있는 형식적 개념과 아주 가까운 개념 이미지를 만드는 것이라고 하였다(p. 47). 일반적으로 직관은 논리와 대조되는 개념으로, 학자들은 문제에 대한 해결책의 발현에 중요한 역할을 하는 것은 미 완결된 문제해결 상태에서 부화 단계를 거치면서 홀연히 떠오르는 문제해결책에 대한 직관의 힘이라고 제시하고 있다(Hadamard, 1945; Poincaré, 1908). 그렇지만, 종전의 수학 학습은 논리에 비해 직관의 가치를 강조해 오지 않았으며, 시각적 모델이나 구체적 경험, 외삽법, 직관적 모델, 발문, 실험과 조작 등과 같은 직관적 교수 원리를 통해 수학적 대상이나 내용을 즉각적으로 인식하도록 이끌어 줄 필요가 있다(이대현, 2011).

메타인지(meta-cognition)는 수학적 지식을 가지고 있는 것과 이를 활용하는 것은 별개라는 관점에서 다루어지며, ‘나의 사고에 관한 또 다른 나의 사고’로 일컬어진다. 창의적인 과정은 일반적으로 갑자기 일어나기 때문에 그 결과에 대해서는 체계적인 분석의 과정이 뒤따라야 한다(Poincaré, 1908). 메타인지는 인지적 자원의 조절자이고(Nickerson, 1999), 어떻게 생각하는가에 대한 방법이며, 수학자들은 그것을 사용한다(Liljedahl, 2009). 창의적인 과정을 아이디어의 발현 과정에 초점을 두는 경우에는 메타인지가 창의성의 요소가 될 수 있는가에 논란이 있을 수 있지만, 가치 있고 유용한 결과를 얻기 위해서는 아이디어를 정련하는데 메타인지가 필요한 것은 당연하다.

2. 정의적 요소

수학적 창의성의 정의적 요소(affective factors)는 ‘수학에 대해 마음속에 가지고 있는 일관성 있는 신념 체계’를 의미하며, 그 요소로는 흥미, 동기, 지적 호기심, 가치 인식을 들 수 있다. 이를 자세히 알아보면 다음과 같다.

흥미는 ‘수학을 행하는 데에 대한 재미와 즐거움’을 의미한다. 우리나라 학생들의 수학에 대한 흥미도는 TIMSS 2007에서 50개국 중 43위, PISA 2003에서는 40개국 중 31위를 차지할 정도로 성취도에 비해 낮은 결과를 보이고 있다(김경희 외 3, 2009). 특히 수학에서 창의적이기 위해서는 수학에 흥미를 가지고 수학을 하는데 몰입하고 전념하는 노력과 시간의 투자가 필요하다. 특히 성공한 창의적인 사람들에 대한 연구에서는 적어도 10년의 집중적인 노력과 끈기가 필요하다고 한다(Henderson, 2004). 이러한 끈기와 노력은 영역에 대한 흥미가 없이는 불가능하다.

동기는 ‘무언가를 하려는 이유에 관한 것’으로, 창의적 과정에서 어떤 주제를 기꺼이

하려는 상태를 의미한다(Klavir & Gorodetsky, 2009). 특히 내적 동기는 창의성에 중요한 요소이다. 발명가들에게 발명을 계속하는 이유에 대해 질문한 검사 결과에 따르면, 자신의 일에 내적으로 동기화되는 항목이 반응 빈도가 높은 항목이었다(Henderson, 2004). 특히 수학을 하려는 동기는 스스로가 수학을 행하는 것 자체에 대한 즐거움과 만족을 가지고 수학을 하려는 의지와 열정을 의미하며, 내적으로 동기화되는 것이 지속적인 수학적 탐구 활동을 위해 필요하다.

지적 호기심은 ‘주변의 사물이나 현상에 대해 의문을 갖고 끊임없이 질문을 제기하는 성향’을 의미한다(문용린, 2010). 수학적으로 창의적이기 위해서는 주변의 현상으로부터 수학적 소재를 발견하도록 하고, 현상의 문제를 수학적으로 해결하려는 태도가 필요하다. 또한 수학 내용 간의 내적인 관계를 인식하고, 관련성을 찾고자 하는 노력도 지적 호기심에 따른 것이다. 학교 수학에서 지적 호기심은 만족스런 결과를 얻을 수 있는 내적 동기 유발의 바탕이 되며(김언주, 1997), 지속적인 도전을 위한 원동력이 된다.

가치 인식은 ‘수학이 인류의 발달에 어떠한 기여를 해 왔는가와 우리의 현재와 미래의 생활에 어떤 영향을 주는가에 대한 이해’를 바탕으로 한다. 학생들이 수학을 하기 위해서는 먼저 수학의 가치를 인식해야 하고, 이는 수학을 하는데 있어서 원동력이라고 할 수 있다. NCTM(1989)도 학생들이 수학을 하는 목표 중 하나로 수학에 대한 가치 인식을 제시하고 있는데, 수학의 문화적, 역사적, 과학적 발전과 관련된 경험을 통해 수학의 역할을 음미하는 것의 중요성을 제시하고 있는 것이다. 학생들은 수학과 현실 적용과의 관계를 인식하고, 수학이 책 속에 존재하는 지식이 아니라, 현실의 문제를 해결하는 도구이기도 한다는 수학의 가치를 인식할 때 새로운 수학에 대한 탐구와 열정을 기울일 수 있다.

3. 태도적 요소

수학적 창의성의 태도적 요소(attitude factors)는 ‘실제로 수학을 하는 과정에 나타나는 자세와 태도’를 의미하며, 그 요소로는 과제집착력, 모험심, 자신감, 독립심을 들 수 있다. 특히 구성원간의 토론과 아이디어의 공유, 화합을 통한 수학 학습을 강조하고 있는 교실 환경에서는 학생들이 자신의 생각과 판단을 믿고, 주어진 과제를 끝까지 해결하려는 자세와 태도가 중요하다. 각각에 대해 알아보면 다음과 같다.

과제집착력은 ‘과제에 대한 몰입’을 의미하며, 결과를 산출해 내려는 끈기를 의미한다. 과제집착력은 영재아의 특성 중 하나로도 거론이 되며, 수학적으로 능력 있는 학생들의 주요 특징이기도 하다. 특히 창의적인 산출물을 만들어내기 위해서는 오랜 시간 동안의 열정과 끈기, 어떤 어려움 속에서도 문제를 해결해 내려는 인내와 지구력이 요구된다.

모험심은 ‘어려운 과제를 기꺼이 해결하려고 노력하는 용기와 도전 정신’을 의미한다. 수학적 창의성을 위해서는 어려운 문제에 부딪쳐서도 용기를 내어 끝까지 도전하여 결과를 산출하려는 태도가 필요하다. 우리는 수학의 역사를 통해 지적으로 용기 있는 사람들을 알 수 있다(Movshovitz-Hadar & Kleiner, 2009). 마찬가지로 학생들이 쉬운 문제에 시간을 할애하기보다는 자신의 능력의 범위를 벗어나는 과제에 기꺼이 도전하는 모험심을 가질 때 수학 문제해결 과정에서 새로운 해결책을 산출할 가능성이 높아진다.

자신감은 ‘수학을 행하는 과정에서 가치롭고 유의미한 새로운 결과물을 산출해 낼 수 있다는 믿음을 갖는 것’을 의미한다. 창의성을 기르기 위해서는 자신의 능력을 믿으며 긍정적인 자세를 가지고 적극적으로 도전하는 자세가 필요하다.

독립심은 ‘자신의 생각과 판단을 믿으며, 타인의 간섭이나 평가에 구속되지 않으려는

성향'을 의미한다. 수학과 과학의 발명의 역사를 살펴보면, 그 당시에는 위대한 업적으로 인정받지 못하던 결과들이 후대에 인정받는 사례를 발견할 수 있다. 이것은 발명가들이 당시에 받아들여지던 사실에 억압되지 않으며, 외적인 간섭과 평가에서 벗어나 자신만의 아이디어를 산출하는데 노력했기 때문에 가능한 일이었다.

IV. 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델

1. 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델에 대한 논의

창의적인 능력은 보통 사람들의 인지에 본질적인 속성이다(Ward, Smith, & Finke, 1999). 그렇다면 창의성은 개발될 수 있는가? 이에 대하여 Torrance(1995)는 창의성은 모든 사람이 가지고 있는 보편적인 것이며, 교육과 훈련을 통하여 개발될 수 있다고 한다. 이러한 관점에서 보면 영역 특수한 수학에서도 교육과 훈련을 통하여 수학적 창의성을 개발할 수 있을 것이다. Haylock(1987)은 학교 수학에서 창의성 개발을 위해 정형화된 문제해결을 벗어나야 하고, 확산적인 산물을 만드는데 초점을 두어야 한다고 한다. 윤종건(1996)은 창의성 개발을 위한 창의적 환경·풍토의 조성을 언급하며, 그 환경으로 개방적·허용적 풍토의 조성, 자극적인 환경의 조성, 유인체제 강화를 제시하고 있다. 또, 제주도교육청(1996)은 수학적 창의성 개발을 위한 수업 방법으로 여러 가지로 답이 가능한 문제 경험, 고정된 알고리즘을 버리는 경험, 문제에 민감하기, 문제 인식 경험하기, 창의적 사고가 격려되는 수용적 분위기 조성하기 등을 제시하고 있다.

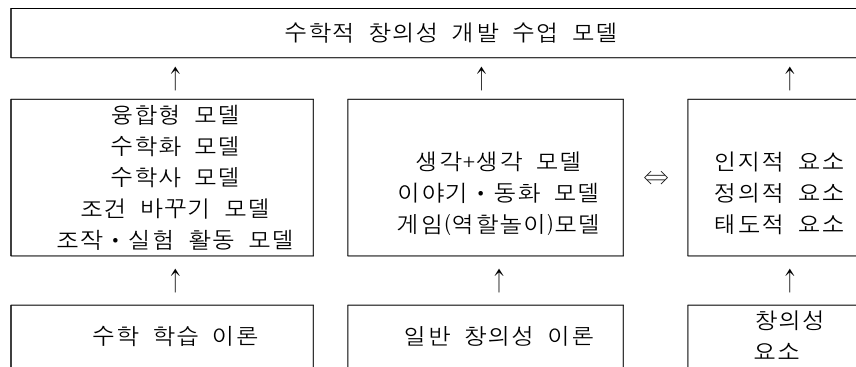
그동안 우리나라에서 수학적 창의성을 개발시키기 위한 연구에서는 체계적인 접근이 부족하였으며, 수학 과제를 유형별로 제시하기도 하였다(박만구, 2011). 주로 창의성에 대한 우리나라의 연구에서는 국소적인 측면에서 창의성을 길러주기 위한 연구나, 창의성을 평가하는 방안에 대한 연구들이 있어 왔다(김부윤, 이지성, 2007; 남승인, 2007; 박만구, 2009; 박성선, 2002; 한정민, 박만구, 2010). 최근에는 수학과 교육과정에서 강조하는 창의성을 개발시키기 위한 방안으로 '수학과 교육 영역 창의·인성교육 교수 학습 자료 개발 연구'를 제시하고도 있다(권오남 외 16). 또한 교사들이 주축이 되어 수행되는 자율 연구 활동에서도 비록 국소적인 내용 영역이지만, 수학적 창의성 개발을 위한 교수·학습 지도안을 제시하고 있다. 이와 같이 최근의 수학적 창의성 개발을 위한 수업 방안에 대한 논의에서 대두되는 이슈는 주로 '수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델'의 개발이 되고 있다.

그런데 일련의 선행연구물을 통해 제기되는 의문은 과연 수학 교과와 학생들의 특성에 부합하면서 수학의 전체적인 내용을 아우르는 창의성 수업 모델의 개발이 가능한가라는 것이다. 일반적으로 수학 내용에 따른 수업에서는 주제별에 따라 '개념형성학습 모형, 귀납추론 모형, 원리탐구학습 모형, 문제해결 모형'과 같은 수업 모형을 제시할 수 있고, 각 단계별에 따라 학생 주도, 열린 발문, 조작 활동, 의사소통 활동 등의 방법을 통해 창의적인 사고가 발현하도록 수업을 운영할 수는 있다(교육과학기술부, 2009). 그렇지만 이러한 접근 방법은 학습 주제에 따른 수업 모델에 학생 중심의 수업을 운영한다는 면에서는 바람직하지만, 창의성의 본질을 추구한다고 볼 수는 없다. 그러므로 수학의 모든 내용에 부합하는 일반 유형의 창의성 개발 수업 모델을 개발하는 것이 가능한지에 대해 고려할 필요가 있는데, 이 질문에는 회의적일 수밖에 없다. 왜냐하면 수학의 각 내용 영역은 학습 주제의 성격과 특성에 따라 수업의 접근 방식이 상이하기 때문이다.

따라서 창의성 수업 모델 개발의 준거를 학습 내용에 두지 않고, 수학의 특성과 수학교육 이론 및 창의성 이론에 부합하면서 학생들의 창의적 사고를 개발시킬 수 있는 모델의 개발에 초점을 둘 필요가 있다. 이는 수학 영역의 각 내용의 특성을 반영하면서 수업을 수학적 창의성 개발이라는 일관된 관점으로 운영하는 과정을 통해 학생들의 수학적 창의성이 개발되도록 하는데 초점을 두는 것이다. 이에 본 글에서는 수학 교과 내용의 특성을 반영함과 동시에 최근의 수학교육 이론 및 일반 창의성 이론을 바탕으로, 학생들이 창의적으로 학습 내용을 접근할 수 있는 수업 모델에 관심을 두고 창의성 개발 방안을 마련할 것이다.

2. 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델

본 연구에서는 학교 수학에서 학생들이 새롭고 가치 있는 산물을 산출할 수 있는 수학적 창의성을 기를 수 있는 수업 모델을 제시하는데 중점을 두었다. 학생들의 수학적 창의성을 개발할 수 있는 수업 모델은 종전 교과서의 학습 내용을 그대로 답습하는 패턴을 벗어나, 새로운 아이디어를 산출할 수 있는 수업이 이루어지도록 수업 모델을 유형화 하였다. 그리고 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델을 제시하기 위해서 최근 수학교육에서 강조되는 학습 이론과 일반 창의성 이론에서 제시하는 창의성 개발 기법에 기반을 두었다. 이것은 수학의 특성과 수학이 생성·발달되어 가는 과정 및 최근의 수학교육 이론을 반영하였고, 일반 창의성 개발의 아이디어에 수학의 특수성을 반영하여 수학 학습에서 학생 스스로 새롭고 가치 있는 산출물을 생성해내도록 의도함과 동시에 수학 교수-학습 상황에서 활용이 가능한 수업 모델이 되도록 의도하였다는 것을 의미한다.



[그림 1] 수학적 창의성 개발 수업 모델

구체적으로, 융합형 모델, 수학화 모델, 수학사 모델, 조건 바꾸기 모델, 조작·실험 활동 모델은 수학교육에서 수학이 만들어지는 과정을 경험하고 수학의 가치를 인식하며 자기주도적으로 지적 가치를 창출할 수 있는 학습 원리로 인식되는 수학교육 이론을 바탕으로 창의성을 개발하는데 초점을 두었다. 또 브레인스토밍 기법을 수학 수업에 적용할 수 있는 방법으로 생각+생각 모델, 확산적 산출물을 만들어 내도록 고안된 이야기·동화 모델, 자연적인 게임 상황에서 수학적 탐구가 가능하도록 만든 게임(역할놀이) 모델은 수학을 바탕으로 일반 창의성 이론에서 제시하는 수업 기법을 변형하여 적용하는데 초점을 두었다(그림 1). 그리고 본 논문에서 제시한 수업 모델은 수학 학습 이론과 일반 창의성 이

론에서 수학적 창의성 개발을 위한 핵심적인 것으로만 추출하였으므로, 추후 연구를 통해 더 많은 수업 모델이나 기법이 추가될 수 있을 것이다.

또한 본 논문에서 제시한 8가지 창의성 개발 수업 모델은 앞에서 제시한 수학적 창의성 요소가 적용될 수 있도록 기획하였다. 예를 들면, 어린 수학자로서 학생들이 자신에게 새로운 수학을 발견해 가도록 구안된 수학사 모델에서는 학생들이 가지고 있는 지식과 경험을 바탕으로 확산적 사고를 통해 다양한 아이디어를 제시하고, 메타인지 활동을 통해 아이디어를 정련하도록 의도하였다. 이 과정에서 학생들은 수학에 대한 지적 호기심과 수학을 하려는 동기를 부여받고, 새로운 수학을 만드는데 흥미와 수학의 가치를 인식하도록 하였다. 또 새로운 수학을 만들려는 자신감과 모험심, 독립심을 가지고, 끝까지 결과를 산출하려는 과제집착력을 보이도록 하였다.

이 절에서는 8가지 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델에 대하여 각각의 의미와 의의, 그리고 장점을 기술하는데 중점을 두었다. 8가지 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델은 전 수학 영역의 특성을 고려하고, 학습 주제에 무관하게 적용할 수 있도록 의도하였는바, 학습 주제의 특징에 따라 여러 모델을 융합하여 프로그램화 할 수 있을 것이다. 한편, 각 모델에 따른 예시적인 수업 지도안과 적용 사례 및 효과는 본 연구에서는 다루지 않으며, 추후 연구에서 다룰 필요가 있음을 밝혀둔다.

가. 융합형(STEAM) 모델

융합형(STEAM) 모델은 수학을 중심으로 과학, 기술, 엔지니어링, 예술 분야의 내용을 통합하여 수학적으로 해석하고 조명해 가는 모델로, 연결성과 수학의 가치를 강조하는데 초점을 두고 있다. 융합형은 미국에서도 교육을 통한 국가 경쟁력 강화를 위해 추진하는 중요 정책이기도 하다(김도한 외 18, 2009). 또한 우리나라에서도 수학교육 선진화 방안의 하나로 수학에서 통합 교수 학습을 지원하도록 하고 있는데, 이는 융합형 교육을 통해 다양한 분야에 녹아 있는 수학적 개념을 탐색하고 이해하도록 함으로써 수학의 유용성을 인식하고 실생활에서의 문제해결력을 배양하도록 의도하고 있는 것이다(교육과학기술부, 2012).

예를 들어, 융합형 모델은 미술적 표현 기법 속에 내재된 원리 탐구 과정을 통해 닳음과 비례, 대칭 등의 수학적 원리를 탐구하도록 수업을 설계할 수 있다. 이러한 수업에서는 미술 작품 속에 내재된 표현 기법을 찾고, 그 기법이 미술 속에 적용된 과정과 그것의 수학적 의미들을 발견해 감으로써 수학적 개념을 스스로 정립하고, 이를 다시 미술로 표현해 보게 할 수 있다. 이런 이유로 융합형 모델에서는 수학을 다른 영역에 관련짓는 상황으로부터 수학의 가치와 유용성에 대해 배울 수 있다. 또 수학과 타 학문을 융합하는 수학의 통합을 강조하는 융합형 모델은 학생들이 가지고 있는 이전의 지식과 경험에 더해 실제적인 상황에 다양한 방법으로 수학을 적용함으로써 확산적 사고를 길러 줄 수 있고, 수학에 대한 흥미와 지적 호기심, 그리고 다양한 분야의 문제를 해결하려는 모험심 등을 길러 줄 수 있다는 장점이 있다.

나. 수학화 모델

수학화 모델은 학생주변의 실생활이나 자연, 사회 속의 맥락이나 현상에서 나타난 문제 상황을 수학적 관점에서 해석하고 수학적 수단으로 조직·해결하는 과정을 중시하는 모델로, Freudenthal(1991)의 수학화 이론과 수학적 모델링에 초점을 두고 있다. 수학화 모델

은 학생 주변의 현상으로부터 수학적 학습을 위해 현실과의 결합을 창조하고 강화하고 지속시키기 위한 맥락으로부터 상황을 의미 있게 모아둔 장면을 수학적으로 해석하고 판단하여 수학을 탐구해 가도록 의도하였다.

예를 들어, 수학적 모델은 주변의 여러 무늬 속에 숨겨진 수학적 원리를 탐구해 보는 활동으로부터 시작하여 도형의 구성과 이동의 원리를 발견하고, 이를 활용하여 무늬꾸미기와 라인 디자인 활동, 나만의 작품 만들기 등으로 수업을 설계할 수 있다. 이런 이유로 이 모델은 수학적 지식과 경험을 활용하여 생활에서 접하는 다양한 상황을 수학적으로 관찰하고 조직하고 해석하는 경험을 통하여 확산적 사고를 자극할 수 있고, 수학에 대한 흥미와 가치를 인식하고 지적 호기심을 가지게 할 수 있으며, 수학을 행하려는 과제집착력과 모험심을 길러 줄 수 있다는 장점이 있다.

다. 수학사 모델

수학사 모델은 수학자의 일화, 생애, 개념의 수학사적 배경, 수학사 관련 문제, 수학적 개념의 점진적 발달 과정 등의 내용을 바탕으로, 이를 교육 내용에 적합하도록 재구성하여 수학을 재발명해 가도록 안내하는 모델로, 발생적 원리에 초점을 두고 있다. 특히 수학사 모델은 역사-발생적 원리를 구현할 수 있는 모델로, 수학의 발생 과정을 재현하여 학생 스스로가 수학을 발견해 가는 경험을 할 수 있는 모델이다.

예를 들어, 수학사 모델은 이집트인들이 생산한 기름의 양을 표기하기 위하여 어떤 방식을 택하였을까를 생각해 보고, 학생 스스로 이집트인이 되어 단위량으로 표현할 수 없는 양을 수로 표현하는 방법을 구안하도록 수업을 설계할 수 있다. 이런 이유로 이 모델은 수학의 역사나 수학자의 일화를 바탕으로 수학의 발생 과정을 재현함으로써 수학적 발명 과정에 중요한 직관의 역할을 경험하고, 발생 과정에 나타나는 사고 과정을 되돌아보는 메타인지 활동을 할 수 있다는 장점이 있다. 또 지적 호기심을 바탕으로 수학의 발견 과정을 재현함으로써 수학은 발달 과정에 있는 학문임을 알고, 수학의 가치와 유용성을 체득하며 모험심과 자신감, 그리고 독립심을 바탕으로 수학적 창조자의 길을 경험할 수 있다는 장점이 있다.

라. 조건 바꾸기 모델

조건 바꾸기 모델은 문제에 제시된 조건을 열거해 보고, 이중에서 몇 개를 수정하여 새로운 문제를 만들고 스스로 해결해 보는 모델로, 문제 만들기에 초점을 두고 있다. 특히, 문제 만들기는 Brown & Walter(1983)가 제시하는 What if not? 전략을 활용하는 것으로, 문제 만들기 활동은 학생들이 자기주도적으로 문제해결에 참여하는 활동을 강조하여 ‘구경하는 활동’이 아니라, ‘참여하는 활동’이 되도록 함으로써 학생들이 창의적으로 문제해결을 경험하도록 한다. 이에 우리나라 교육과정에서도 꾸준히 문제 만들기 활동을 중시하고 있다(교육과학기술부, 2011).

예를 들어, 문제 만들기 모델은 교과서에 제시된 문제를 해결하고, 문제에 제시된 소재, 수치, 장면 등 여러 가지 조건을 바꾸어 문제를 만들어 보고, 이를 해결하도록 한다. 즉, 이 모델은 학생 스스로 문제를 만들어 봄으로써 원래의 문제를 재해석하고 문제를 다른 관점에서 조망할 수 있으며, 지속적인 문제 제기를 통해 추측과 반박을 통한 수학적 발명의 과정을 경험할 수 있다. 이런 이유로 이 모델은 문제를 여러 방향으로 조명해 보는 확

산적 사고가 가능하고, 스스로 문제를 만들고 해결해 보려는 수학에 대한 동기와 지적 호기심을 기르고, 이러한 경험을 통해 모험심과 독립심을 기를 수 있다는 장점이 있다.

마. 조작·실험 활동 모델

조작·실험 활동 모델은 교구나 구체물을 이용하여 조작이나 실험을 통해 수학적 원리를 발견하거나 다양한 산출물을 만들어내는 모델로, 구체적 조작 활동에 초점을 두고 있다. 특히 수학의 추상적인 특성은 학생들이 새로운 수학을 만들어내는 경험을 유도하기보다는 완성된 수학을 답습하도록 이끄는 경향이 강하다. 따라서 구체적 조작과 실험 활동은 추상화 이전의 수학적 상황을 교구나 구체물과 같은 모델을 이용하여 탐구함으로써 수학적 이론을 생산해 낼 수 있는 창의적인 활동이 된다.

예를 들어, 여러 가지 타일을 만들어 보고, 무너꾸미기 활동을 통하여 테셀레이션이 가능한 정다각형, 일반 다각형을 탐구해 보고, 테셀레이션이 가능한 이유를 스스로 탐구해 보는 활동을 할 수 있다. 이러한 활동은 도형과 측정 영역을 통합할 수 있는 장점이 있기도 하다. 이런 이유로 이 모델은 활동성의 원리에 입각하여 구체적 조작 활동을 통해 수학적 아이디어를 직관적으로 탐색하고, 추측을 확인하고 설명하도록 하며, 반영적 사고의 기회를 제공하고, 수학적 표현을 번역하는 능력을 기를 수 있다는 장점이 있다. 이 모델에서 학생들은 조작활동을 통해 수학적 원리를 발견하는 직관과 활동 과정을 반성하는 메타인지 능력을 기를 수 있다. 또 이 모델은 새로운 사실을 발견하려는 동기와 지적 호기심을 바탕으로 새로운 수학을 발명하려는 모험심과 자신감을 가질 수 있다는 장점이 있다.

바. 생각+생각 모델

생각+생각 모델은 아무런 제약이 없이 학생 상호간에 자유로운 집단 토론을 통해 자유자재로 다양한 수학적 아이디어를 산출하거나, 문제해결의 다양한 과정이나 결과를 산출하는 모델로, 개방형 문제해결과 의사소통에 초점을 두고 있다. 이 모델은 브레인스토밍의 아이디어를 수학 수업에 활용하도록 의도한 것이다. 특히 수학 학습에서 창의적 활동이 원리 탐구나 문제해결에 초점을 두는 것에서 벗어나, 수학의 세계에서 다양한 아이디어를 산출할 수 있는 기회를 제공하도록 의도된 모델이 생각+생각 모델이다.

예를 들어, ‘자연수가 없었던 시대에는 어떤 일이 일어났을까? 그 문제를 해결하기 위하여 사람들은 어떤 방법을 이용했을까?’ 라는 주제를 이용하여 여러 가지 아이디어를 산출하도록 토론의 기회를 제공할 수 있다. 이런 이유로 이 모델은 수학 학습에 능동적으로 참여하고 자신이 생각하는 것을 적극 발표하고, 타인의 의견을 수용하고 타협하는 과정을 통해 협력과 공생의 가치를 인식하고, 다양한 의견과 아이디어를 제시함으로써 확산적 사고력을 기를 수 있다. 또 이 모델은 수학을 하려는 동기와 지적 호기심, 가치 인식을 길러 줄 수 있고, 결과를 산출하려는 자신감과 독립심, 모험심을 기를 수 있다는 장점이 있다.

사. 이야기·동화 모델

이야기·동화 모델은 수학적 상황이 내재된 우화, 동화, 이야기 등을 이용하여 수학적 상황과 원리를 발견하고, 이를 이용하여 수학을 탐구해 가는 모델로, 이야기 수학에 초점을 두고 있다. 특히 이야기·동화는 학생들의 삶의 한 형태, 또는 요소로서 작용하여 자신의 발달 단계에 맞게 상상하고, 스스로 주인공이 되어 문제를 해결할 수 있는 기회를 제공

하여 동기 유발과 수학적 태도를 기르는데 적합하고, 수학의 통합적 사고가 가능하다(김상룡, 2002). 따라서 이야기·동화에서 수학적 요소를 추출하고, 새로운 상황을 설정함으로써 새롭고 가치 있는 수학적 산출물을 만들 수 있다.

예를 들어, 콩쥐의 이야기를 바탕으로 콩쥐가 처한 어려운 상황을 해결해 주기 위하여 학생들이 해결사로 등장하도록 한다. 밭을 매기 위하여 어떤 모양의 호미를 이용할 것인지? 밀이 빠진 독을 메우기 위하여 어떤 모양의 조각을 이용할 것인지를 탐구하고 판단하도록 한다. 이 경우에는 이야기·동화가 도입의 소재로만 이용되는 것이 아니라, 학생들이 학습한 결과를 바탕으로 이야기·동화의 나머지를 완성하도록 하는 것이 바람직하다. 이런 이유로 이 모델은 이야기·동화에서 수학적 아이디어를 추출하며 수학적 아이디어를 이용한 이야기·동화를 만들어봄으로써 수학적 표현 능력과 확산적 사고력을 기를 수 있다. 또 이야기·동화를 통해 수학에 대한 흥미와 동기 유발, 가치 인식을 시킬 수 있으며, 스스로 이야기·동화를 완성하려는 자신감과 독립심을 길러 줄 수 있다는 장점이 있다.

아. 게임(역할놀이) 모델

게임(역할놀이) 모델은 게임(역할놀이)으로 구성된 수학적 상황을 이용하여 수학을 행하고, 수학적 원리를 탐구해 가는 활동성에 초점을 둔 모델로, Dienes(1964)는 게임이 개념형성에 도움을 준다고 제시하고 있다. 수학에서 게임은 수학에 대한 불안감을 해소하고 동기와 흥미를 길러 주며, 모험심과 과제 집착력을 기를 수 있다. 특히 창의적인 사고가 가능하도록 하기 위해서는 주로 전략 게임을 이용하는 것이 좋은 방법이다. 게임 모델에서는 학생 스스로 게임을 여러 가지로 변형하고 승리를 위한 전략을 생각해 봄으로써 창의력을 신장시킬 수 있다(정문자, 2005).

예를 들어, 1에서 10까지의 수 카드에서 약수가 있는 수를 가져가기 게임은 게임을 통해 가장 큰 소수를 선택하다는 것을 알게 하고, 소수의 의미를 탐구할 수 있는 기회를 제공한다(Mathematical Science Education Board of the National Research Council, 1993). 이런 이유로 이 모델은 수학이 활용되는 맥락을 제공하는 게임을 통하여 게임에 내재된 수학적 원리를 발견하려는 직관과 메타인지 능력을 길러 줄 수 있고, 학생 간의 사회적 상호작용을 장려하여 수학적 창조 활동을 경험할 수 있다는 장점이 있다. 또 수학에 대한 동기 유발과 흥미, 지적 호기심을 길러 줄 수 있고, 게임 전략을 탐구하려는 모험심과 자신감을 길러 줄 수 있다.

3. 수학적 창의성 개발을 위한 수업 안 예시

본 절에서는 수학적 창의성 개발을 위한 모델을 현장에 적용하기 위하여 현장 수업에 활용할 수 있는 활용 틀과 예시적인 수업 안을 제시하였다. 수업 안은 창의성 개발 모델을 바탕으로 학생들의 창의성을 개발할 수 있는 수업으로 구성하였고, 수업 안의 틀은 수업 안내 및 수업의 주요 과정, 그리고 상세 수업 운영 진행에 대한 설명으로 구성하여 창의적인 수업이 가능하도록 구성하였다. 한 단원의 학습 내용을 다루기 위하여 수업 안은 몇 차시의 수업을 앞 절에서 제시한 8가지 수업 모델을 적절히 배합하여 구상할 수 있을 것이다. 예를 들어, 단원의 도입에서는 수확사 모델로 시작하여 융합형 모델과 수확화 모델로 확장하고 게임(역할놀이) 모델과 조건 바꾸기 모델로 학습 내용을 정리하는 과정으로 설계할 수 있을 것이다. 한편, 수업 안에는 앞에서 제시한 창의성 요소가 반영되도록 하였다.

모든 창의성 요소를 한 가지 수업 모델에 적용하기보다는 수업 모델에서 적용할 수 있고 구현할 수 있는 최적의 요소를 추출하는데 주안점을 두었다.

본 절에서 제시한 학습 내용은 3학년 2학기의 문제해결로 ‘조건 바꾸기 모델’을 적용한 창의성 개발 수업 지도안이다. 교과서에서는 표 만들어 해결하기, 예상과 확인하여 해결하기라는 문제해결 방법을 익히고, 문제를 해결하도록 구성되어 있기 때문에 주어진 문제에 대한 해결에만 그치게 되는 경향이 있다. 따라서 본 수업 안에서는 ‘조건 바꾸기’ 모델을 이용하여 교과서에 제시된 문제를 먼저 해결하고, 다음 단계로 문제에 제시된 소재, 수치, 장면 등 여러 가지 조건을 바꾸어 문제를 만들어 해결하도록 재구성하였다. ‘조건 바꾸기’ 모델은 문제해결력을 신장시키기 위한 전략이기도 하지만, 학생들은 자신의 지식과 경험을 바탕으로 문제를 해결하고, 문제를 여러 방향으로 분석하고 스스로 문제를 만들고 해결해 보는 경험을 통해 확산적 사고가 가능하며, 과제집착력과 모험심과 독립심을 바탕으로 문제해결 과정에 참여하는 활동이 되도록 함으로써 학생들이 창의적으로 문제해결을 경험하도록 할 수 있는 모델이다.

▣ 교육과정 영역과 학습목표

- 학년 및 단원: 3학년 2학기 8단원. 규칙 찾기와 문제해결
- 교육 내용 목표: 표 만들어 해결하기, 예상과 확인으로 해결하기의 방법으로 문제해결 단계에 따라 문장제를 해결할 수 있다.
- 창의적 목표: 지적 호기심과 흥미, 동기를 가지고 문제해결에 임한다. 선형 지식과 경험, 메타인지 활동을 통해 단계적으로 문제를 해결하는데 자신감을 가지도록 한다. 문제를 다양하게 변형함으로써 확산적 사고를 하도록 하고, 스스로가 문제를 만들고 해결하는 과제집착력, 독립심과 자신감을 갖도록 한다.

▣ 수업 내용 분석 및 모델 적용의 의의

- 수업 내용 분석: 본 단원에서는 규칙 찾아 문제해결하기, 표 만들어 문제해결하기, 예상과 확인으로 문제해결하기 등으로 문제를 효율적으로 해결하는 방법을 익힌다. 더 나아가 주어진 문제를 여러 가지 방법으로 변형하여 만들어 보고, 해결하는 과정을 통해 창의적으로 문제를 해결하는 기회를 제공한다.
- 모델 적용의 의의: 좋은 문제해결 경험은 주어진 문제를 해결하는 것에서 나아가 다양한 방법으로 문제를 만들고 해결해 보는 것이므로, 본 수업에서는 주어진 문제를 해결하고, 조건을 바꾸어 문제를 만들어 해결해 보는 ‘조건 바꾸기’ 수업 모델을 적용하였다. 이를 통해 학생들은 자신의 지식과 경험을 바탕으로 문제를 해결하고, 문제를 여러 방향으로 분석하고 스스로 문제를 만들고 해결해 보는 경험을 통해 확산적 사고가 가능하며, 과제집착력과 모험심과 독립심을 바탕으로 문제해결 과정에 참여하는 활동이 될 수 있다.

▣ 세부 수업 안

학년	3	영역	규칙성과 문제해결	단원명	8. 규칙 찾기과 문제해결
차시	7/8	주제	문제해결하기		
수업형태	조건 바꾸기 모델				
학습자료	학생용-그림 장면(칼싸움하는 모습), 종이, 필기도구				

학습 목표	내용	○표 만들어 해결하기, 예상과 확인으로 해결하기 등 적절한 문제해결 전략을 이용하여 문장제를 해결할 수 있다. ○문장제에 제시된 조건을 여러 가지로 변형하여 새로운 문제를 만들어 보고, 이를 해결해 볼 수 있다.
	창의	○지적 호기심과 흥미, 동기를 가지며, 지식과 경험, 메타인지 활동을 통해 단계적으로 문제를 해결하는데 자신감을 가지도록 한다. ○문제를 다양하게 변형함으로써 확산적 사고를 하도록 하고, 스스로가 문제를 만들고 해결하는 과제집착력, 독립심과 자신감을 갖도록 한다.

학습 과정	교수 · 학습 활동	창의성 요 소
도입	○동기유발 상황 제시: 두 사람이 막대기로 칼싸움 장난을 하는 상황을 제시한다. ○문제 제시하기: 민수가 가지고 있는 30cm막대가 부러졌습니다. 부러진 막대를 서로 대어 보았더니 긴 쪽이 짧은 쪽보다 6cm 더 길었습니다. 긴 쪽의 막대의 길이는 몇 cm인지 알아봅시다.	흥미, 동기 지적호기심
전개	[활동 1] 문제에 제시된 조건을 파악하고, 문제해결하기 1. 구하고자 하는 것은 무엇입니까? 2. 알고 있는 것은 무엇입니까? 3. 어떤 방법으로 문제를 해결할 수 있습니까? 4. 긴 쪽의 막대의 길이는 몇 cm 인니까? 5. 답이 맞는지 확인해 보세요. 6. 다른 방법으로 이 문제를 해결해 보세요. [활동 2] 문제 만들기: 조건을 변화시켜 새로운 문제 만들기 ○조건을 변화시켜 문제 만들기 소재, 수치, 장면 등을 변형시키기 ○만든 문제 발표하고 해결하기	지식, 경험 과제집착력 자신감 메타인지 확산적사고 독립심 자신감
정리	○문제를 친구들에게 안내, 전시키기	

▣ 상세 수업 진행 과정

<도입>

○동기유발

=동기유발 자료(두 사람이 막대기로 칼싸움을 하다가 막대 하나가 부러지는 장면)를 통해 문제를 제시한다. (문제: 민수가 가지고 있는 30cm막대가 부러졌습니다)

다. 부러진 막대를 서로 대어 보았더니 긴 쪽이 짧은 쪽보다 6cm 더 길었습니다. 긴 쪽의 막대의 길이는 몇 cm인지 알아봅시다.)

- [창의Tip] 동기유발 자료는 사용할 문제해결 방법에 따라 맞게 사용한다.
생활 장면을 활용하여 학습에 흥미와 동기를 부여한다.
문제 해결을 위한 지적 호기심을 자극한다.

<전개>

[활동 1] 문제에 제시된 조건을 파악하고, 문제 해결하기

- =Polya의 문제해결 4단계에 따라 문제를 해결하도록 지도한다.
- =각 단계에 맞는 발문을 통하여 학생들이 문제해결 단계에 익숙해지도록 한다.
- =능력이 우수한 학생의 경우에는 Polya의 4단계 발문의 기본적인 질문사항을 출력하여 학생들끼리 서로 묻고 대답할 수 있도록 지도해도 된다.

[창의Tip] 이전의 문제해결 지식과 경험을 바탕으로 문제해결에 필요한 적절한 방법을 스스로 발견하도록 한다. 각 단계에서 발문을 통해 메타인지 기능을 향상시키도록 한다. 문제를 끝까지 해결하려는 과제집착력과 자신감을 가지도록 한다.

[활동 2] 조건을 변화시켜 새로운 문제 만들고 해결해보기

○조건을 변화시켜 문제 만들기

- =원 문제에 진술된 속성을 나열하고, 소재나 수치를 바꾸어 문제를 만들도록 한다.

변형 1. 소재 바꾸기: 등장인물이나 막대 대신 사용할 수 있는 소재를 찾아보게 한다. 모둠별로 브레인스토밍을 통해 소재를 찾는 것이 효율적이다.
(소재 : 리본, 수수깡, 막대과자, 실 등)

변형 2. 수치 바꾸기: 문제 나온 수치들을 바꾸어 문제를 해결하도록 한다. 학생들이 장난으로 수치를 너무 크게 잡지 않도록 안내한다.

[창의Tip] 이해력이 좋은 학생의 경우에는 소재와 수치를 혼합하여 문제를 만들어 보도록 안내한다.

○만든 문제 발표하고 해결하기

- =각자 만든 문제를 발표하고, 스스로 해결해 보도록 한다.
- =만든 문제를 발표하고 속성을 고려하여 분류해 보고, 대표적인 문제를 풀어보도록 할 수도 있다.

[유의점] 자신이 만든 문제를 가지고 스스로 문제를 해결하도록 하여 문제가 잘 만들어졌는지 점검하도록 안내한다. 3학년 학생임을 고려하여 소재와 수치를 바꾸도록 하였다. 학생들의 능력에 따라 변형 내용을 확장해 지도해도 된다.

[창의Tip] 문제를 다양하게 변형함으로써 확산적 사고를 하도록 한다. 스스로가 문제를 만들고 해결하는 독립심을 갖도록 한다. 변형된 문제 친구들에게 소개하면서 자신감을 갖도록 한다.

<정리>

- =자신이 만든 문제를 친구들에게 안내하거나 전시하게 한다.

V. 결 론

1950년대 이후로 창의성이 교육에서 관심의 대상이 된 이후로 각 교과에서는 교과의 특성을 살리고 교과의 성격에 적합한 창의적인 능력을 갖춘 학생을 기르는 방안의 모색에 많은 노력을 경주해 왔다. 특히, 현대의 지식 정보화 사회라는 지식의 홍수 속에서 학생들이 창의적으로 문제를 해결할 수 있는 능력을 기르는데 더욱 관심이 고조되고 있다. 그럼에도 불구하고 창의성 정의의 불명료함과 창의성 개발을 위한 구체적인 방안에 대해서는 일치된 견해를 찾기가 어렵다.

수학교육에서는 2011개정 교육과정 개정의 기본 방침으로 창의와 인성을 기르는데 주안점을 두는 것으로 설정하였다(교육과학기술부, 2011). 이에 한국과학창의재단에서는 ‘수학과 교육 영역 창의·인성교육 교수 학습 자료 개발 연구’를 제시하였으며(권오남 외 16), 교사들의 자율연구동아리를 통해서도 수학적 창의성 개발을 위한 교수·학습 지도안을 개발하도록 권고하고 있다. 그렇지만 창의성 개발의 모델이나 학습 지도안이 국소적인 영역에 머무르고 있고, 수학의 특성과 전 영역을 아우르는 교수 모델의 개발에 미치지 못하고 있는 형편이다. 이에 본 연구에서는 2011 개정 수학과 교육과정에서 개정의 기본 기저에 비추어 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델을 제시하였다. 이를 위해 먼저, 수학적 창의성에 대한 논점과 수학적 창의성의 요소를 인지적, 정의적, 태도적 측면으로 알아보았다. 그리고 이를 바탕으로 수학 교과의 특성을 반영하면서 학생들이 창의적으로 학습 내용을 접근할 수 있는 수학적 창의성 개발을 위한 수학과 교수 모델을 8가지로 제시하였다.

수학적 창의성의 논점에서는 수학적 창의성 정의에서 다루어지는 ‘새로움’의 대상에 따라 창의성을 두 가지 유형으로 구분하여 다루어 보았고, 수학교육에서 창의성은 수학적 사고의 확산적 측면과 수학적 문제해결 측면으로 나누어 생각해 보았다. 수학적 창의성의 요소에서는 크게 세 가지로 나누어 인지적 요소로는 지식과 경험, 확산적 사고, 직관, 메타인지를 제시하였다. 정의적 요소로는 흥미, 동기, 지적 호기심, 가치 인식을 들었고, 태도적 요소로는 과제집착력, 모험심, 자신감, 독립심을 들었다. 이러한 요소들은 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델에 따라 수업을 전개하는 과정에서 창의성 개발에 영향을 끼치는 요소가 될 것이다.

마지막으로 본 연구에서는 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델 8가지를 제시하였다. 8가지 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델은 수학의 특성을 고려하고, 최근에 수학 학습 이론에서 강조되는 관점과 창의성 이론을 바탕으로 이를 수학적 창의성 개발에 접목하는 방법으로 구안하였다. 추후에는 본 연구에서 제시한 수학적 창의성 개발을 위한 수업 모델 8가지를 바탕으로 각각의 모델과 수학 학습 내용을 접목한 수업 아이디어와 수업 지도안의 개발에 관한 개발 연구가 요구된다. 또한 개발된 수업 지도안을 활용하여 교실 수업에 적용하고, 이를 통해 본 연구에서 제시한 수학적 창의성의 세 가지 요소들이 어떻게 영향을 주고, 발현되는가에 대한 수학 교실에서의 실천연구도 병행되어야 한다.

참 고 문 헌

- 교육과학기술부(2009). **초등학교 교사용 지도서 수학2-1**. 서울: (주)두산.
- 교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정-교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8]**. 교육과학기술부.
- 교육과학기술부(2012). **수학교육 선진화 방안 발표-보도자료-**. 교육과학기술부.
- 권오남, 박정숙, 박지현, 조영미(2005). 개방형 문제 중심의 프로그램이 수학적 창의력에 미치는 효과. **수학교육**, 44(2), 307-323.
- 권오남 외 16(2011). **수학과 교육 영역 창의·인성교육 교수 학습 자료 개발 연구**. 한국과학창의재단.
- 김경희, 김수진, 김미영, 김선희(2009). **PISA와 TIMSS의 상위국과 우리나라의 교육과정 및 성취 특성 비교 분석**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2009-7-2.
- 김도한 외 18(2009). **창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구**. 한국과학창의재단.
- 김부윤, 김철언, 이지성(2005). 수학적 창의성의 평가에 대한 고찰(II). **수학교육 논문집**, 19(1), 241-251.
- 김부윤, 이지성(2007). 수학적 창의성에 대한 관점 연구. **수학교육**, 46(3), 293-302.
- 김상룡(2002). 초등수학에서 동화의 활용 방안 탐색. **초등수학교육**, 6(1), 29-40.
- 김언주(1997). 창의력 사고에 있어서 정서의 문제. **창의력교육연구**, 1(2), 171-189.
- 김홍원, 김명숙, 송상현(1996). **수학 영재 판별 도구 개발 연구(I)-기초연구편-**. 한국교육개발원 연구보고 CR 96-26. 한국교육개발원.
- 남승인(2007). 수학 창의성 어떻게 기를 것인가? **경북창의성교육연구회 발표 원고**.
- 문용린(2010). **배려와 나눔을 실현하는 창의인재육성을 위한 창의·인성교육 활성화 방안 연구**. 한국과학창의재단.
- 박만구(2009). 수학교육에서 창의성 신장 방안. **수학교육논문집**, 23(3), 803-822.
- 박만구(2011). 창의성 신장을 위한 초등수학 과제의 유형. **초등수학교육**, 14(2), 117-134.
- 박성선(2002). 수학적 창의성 신장을 위한 탐구학습에 관한 소고. **초등수학교육**, 6(2), 65-74.
- 윤종건(1996). **창의력-이론과 실제-**. 서울: 정민사.
- 이강섭, 심상길(2005). 창의성 증진을 위한 수학 활동 프로그램과 평가 방법의 소개. **학교교육 논문집**, 19(1), 101-110.
- 이강섭, 황동주(2007). 수가 영재학생과 일반학생의 수학 창의성과 문제설정과의 상관 연구. **수학교육**, 46(4), 503-519.
- 이광우, 민용성, 전제철, 김미영, 김혜진(2008). **미래 한국인의 핵심 역량 증진을 위한 초·중등학교 교육과정 비전연구(I)-핵심 역량 영역별 하위 요소 설정을 중심으로**. 한국교육과정평가원 연구보고 RRC 2008-7-1.

- 이대현(2011). 초등수학에서 직관적 원리에 의한 교육 내용 분석. **한국초등수학교육학회지**, 15(2), 283-300.
- 정문자(2005). 첫가락 게임을 활용한 창의성 신장 방안 연구. **수학교육논문집**, 19(3), 503-516.
- 제주도교육청(1996). **창의성 교육**. 경신인쇄사.
- 한정민, 박만구(2010). 수학 창의성 관점에서 본 교사의 발문 분석. **한국초등수학교육학회지**, 14(3), 865-885.
- 현종익(2005). 초등 수학교육에서 창의성 신장 학습. **제주교육대학교 논문집**, 34, 1-20.
- Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Brown, S. I., & Walter, M. I. (1983). *The art of problem posing*. The Franklin Institute.
- de Bono, E. (1986). The use of lateral thinking. 전영길, 이영만 공역 (1995). **수평적 사고와 창의성**. 서울: 서원.
- Dienes, Z. P. (1964). *Building up mathematics*. Hutchinson Educational.
- Evyneck, G. (1991). Mathematical creativity. In D. Tall(Ed.), *Advanced mathematical thinking*(pp.42-53), Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. D. Reidel publishing company.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education-China lectures-*. Kluwer Academic Publishers.
- Hadamard, J. S. (1945). *An essay on the psychology of invention in the mathematical field*. Princeton university press, Princeton.
- Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics*, 18(1), 59-74.
- Henderson, S. J. (2004). Investors: The ordinary genius next door. In R. J. Sternberg, E. L. Grigorenko, & J. L. Singer(Eds.), *Creativity from potential to realization*(pp. 103-125). American Psychological Association.
- Kaufman, J. C., & Baer, J. (2004). Hawking's haiku, Madonna's math: Why it is hard to be creative in every room of the house. In R. J. Sternberg, E. L. Grigorenko, & J. L. Singer(Eds.), *Creativity from potential to realization*(pp. 3-19). American Psychological Association.
- Kaufman, J. C., Plucker, J. A., & Baer, J. (2008). *Essentials of creativity assessment*. John Wiley & Sons, Lnc.
- Klavir, R., & Gorodetsky, M. (2009). On excellence and creativity: A study of gifted and expert students. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu(Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students*(pp. 221-242). Sense Publishers.

- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. The University of Chicago Press.
- Leikin, R. (2009). Bridging research and theory in mathematics education with research and theory in creativity and giftedness. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu(Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students*(pp. 385-411). Sense Publishers.
- Liljedahl, P. (2009). In the words of the creators. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu(Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students*(pp. 51-69). Sense Publishers.
- Liljedahl, P., & Sriraman, B. (2006). Musings on mathematical creativity. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 17-19.
- Mathematical Science Education Board of the National Research Council(1993). *Measuring up: Prototypes for mathematics assessment*. Washington, DC: the National Academy Press.
- Mayer, R. E. (1999). Fifty years of creativity research. In R. J. Sternberg, *Handbook of creativity*(pp. 449-460). Cambridge University Press.
- Movshovitz-Hadar, N. & Kleiner, I. (2009). Intellectual courage and mathematical creativity. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu(Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students*(pp. 31-50). Sense Publishers.
- NCTM(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, V.A: NCTM.
- Nickerson, R. S. (1999). Enhancing creativity. In R. J. Sternberg, *Handbook of creativity*(pp. 392-430). Cambridge University Press.
- Poincaré, H. (1908). Science et méthode. 김형보, 오병승 공역 (1982). **과학의 방법**. 서울: 단대출판부.
- Sheffield, L. J. (2009). Developing mathematical creativity-questions may be the answer. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu(Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students*(pp. 87-100). Sense Publishers.
- Sriraman, B. (2008). The characteristics of mathematical creativity. In B. Sriraman(Ed.), *The Montana mathematics enthusiast, monograph 4: Creativity, giftedness, and talent development in mathematics*(pp 1-31). Information Age Publishing, Inc.
- Starko, A. J. (1995). *Creativity in the classroom*. Longman publishers.
- Torrance, E. P. (1995). Why fly?: A philosophy of creativity. 이종연 (2005). **토랜스의 창의성과 교육**. 서울: 학지사.
- Ward, T. B., Smith, S. M., & Finke, R. A. (1999). Creative cognition. In R. J. Sternberg, *Handbook of creativity*(pp. 189-212). Cambridge University Press.

- Weisberg, R. W. (2006). *Creativity: Understanding innovation in problem solving, science, invention, the arts*. John Wiley & Sons, Inc.
- Yuan, X., & Sriraman, B. (2011). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. In B. Sriraman, & K. Lee(Eds.), *The elements of creativity and giftedness in mathematics*(pp. 5-28). Sense Publishers.

<Abstract>

A Study on the Factors of Mathematical Creativity and Teaching and Learning
Models to Enhance Mathematical Creativity

Lee, DaeHyun²⁾

Mathematical creativity is essential in school mathematics and mathematics curriculum and ensures the growth of mathematical ability. Therefore mathematics educators try to develop students' creativity via mathematics education for a long time. In special, 2011 revised mathematics curriculum emphasizes mathematical creativity. Yet, it may seem like a vague characterization of mathematical creativity. Furthermore, it is needed to develop the methods for developing the mathematical creativity.

So, the goal of this paper is to search for teaching and learning models for developing the mathematical creativity. For this, I discuss about issues of mathematical creativity and extract the factors of mathematical creativity. The factors of mathematical creativity are divided into cognitive factors, affective factors and attitude factors that become the factors of development of mathematical creativity in the mathematical instruction. And I develop 8-teaching and learning models for development of mathematical creativity based on the characters of mathematics and the most recent theories of mathematics education. These models make it crucial for students to develop the mathematical creativity and create the new mathematics in the future.

Key words: mathematical creativity, factors of creativity, cognitive factors, affective factors, attitude factors, teaching and learning model

논문접수: 2012. 01. 27

논문심사: 2012. 04. 02

게재확정: 2012. 04. 13

2) leedh@gnue.ac.kr