

지반 확률변수의 불확실성 정량화에 관한 사례연구

한상현¹ · 여규권^{2*} · 김흥연²

¹서일대학 토목과, ²삼부토건(주) 기술연구소

A Case Study on Quantifying Uncertainties of Geotechnical Random Variables

Sang-Hyun Han¹, Geu-Guwen Yea^{2*}, and Hong-Yeon Kim²

¹Department of Civil Engineering, Seoil College

²Technology Research Office, Sambu Construction Co., Ltd.

지반정수의 통계적 불확실성을 설계에 반영함으로써 합리적인 설계를 하기위한 확률론적 설계법이 국내외에서 설계기준으로 채택되고 있는 추세이다. 본 연구에서는 지반 확률변수의 불확실성을 정량화 하기위한 기법과 획득한 자료의 수에 따라 불확실성을 최소화함으로써 설계의 경제성을 기할 수 있는 기법들을 분석하였다. 국내의 특정 현장에서 채취되고 시험된 토질정수를 불확실성 정량화를 위한 몇 가지 기법들에 적용하고 비교하였다. 그 결과 3-sigma 기법은 자료를 이용하여 산정된 표준편차에 비하여 모두 낮게 평가되어 확률론적으로 경제적인 설계가 가능하나 샘플 수를 고려하지 않은 Bayesian 기법을 이용하여 사전정보와 조합한 경우 일부의 변수는 3-sigma 기법이 작게 산정되어 불안정한 설계의 우려가 있었다. 반면, 샘플 수를 고려하여 Bayesian 분석한 경우는 상대적으로 가장 낮은 분산을 보였다. 샘플 수가 증가할수록 확률밀도함수의 분산이 현저히 감소하였고 25개 이상인 경우 전체적으로 일정수준에 수렴하였다. 특히, 단위중량과 같이 변동성이 작은 확률변수의 경우 상대적으로 적은 샘플 수에서도 사후정보에서 신뢰도 높은 값을 추정할 수 있었다.

주요어 : 확률밀도함수, 확률변수, 3-sigma 기법, Bayesian 기법, 표준편차

Probabilistic design methods have been used as a design standard in Korea and abroad for achieving reasonable design by considering the statistical uncertainties of soil properties. In this study, the following techniques for reflecting geotechnical uncertainty are analyzed: quantification of the uncertainties of geotechnical random variables, and consideration of economic feasibility in design by minimizing the uncertainties related to the number of samples. To quantify the uncertainties, the techniques were applied to soil properties obtained from samples collected and tested in the field. The results showed an underestimation of the standard deviation by the 3-sigma approach in comparison with calculations using data from the samples. This finding indicates that economical design is possible in terms of probability. However, when compared with the Bayesian approach, which does not consider the number of samples, variability in the 3-sigma approach is underestimated for some variables. This finding also indicates a safety issue, whereas the number of samples based on the Bayesian approach showed the lowest variance. The variance of the probability density function showed a marked decrease with increasing number of samples, to converge at a certain level when the number exceeds 25. Of note, the estimation of values is more reliable for random variables having low variability, such as soil unit weight, and can be obtained with a small number of samples.

Key words : Probability density function, Random variable, 3-sigma approach Bayesian approach, Standard deviation

*Corresponding author: moonju@sambu.co.kr

서 론

지반구조물 설계에서 현재까지 사용되어온 결정론적 설계법은 원위치 또는 실내시험으로부터 산정된 설계 파라미터를 산술평균치 또는 보다 보수적인 그 이하의 단일치로 가정하고 그 값을 확정적인 수치로 간주하여 설계에 적용하였다. 그러나 여기에는 지반의 불균질성, 시료채취시의 교란오차, 시험오차 등 많은 불확실성이 포함되어 있으며, 안전율을 고려하여 설계를 수행한다 하더라도 각기 불확실성 요소들이 지반의 한계상태에 단일적 또는 복합적으로 미치는 영향범위를 감안하기는 어렵게 된다.

한편, 선진국을 중심으로 이미 개발된 유로코드 및 하중저항계수설계법(LRFD) 등 설계변수의 불확실성을 설계에 반영하기 위한 확률론적 설계기법의 개발은 근래에 국내에서도 상당히 이루어지고 있는 실정이다. 확률론적 설계법의 목적은 종래에 설계변수를 평균치 등의 단일상수로 결정하여 안전율을 계산하는 방식과는 달리 변동성(variability) 즉, 불확실성을 가진 확률변수(random variable)로 취급하여 불확실성을 설계에 반영하기 위함이다. 따라서, 이러한 확률변수의 불확실성을 파악하고 정량화하는 것은 확률론적 설계에 필수적이다. 또한, 불확실성을 최소화하여 설계에 반영하는 일은 과도한 파괴 확률 산정을 지양함으로써 경제적인 설계를 수행하는데 있어서 매우 중요하다고 할 수 있다. 불확실성을 줄이기 위한 가장 일반적인 방법은 조사 및 시험개소를 증가시키는 것이며 사전에 확보된 다른 모집단의 자료를 고려하는 방법도 있다.

본 논문에서는 현장의 조사 및 시험된 자료에 대하여 불확실성을 통계학적으로 정량화하기 위한 각 방법별로 변동성 수준을 비교하였다. 또한, 베이저안 기법을 적용하여 사전 조사자료를 가지고 기존의 자료를 갱신한 결과를 변동성과 확률밀도함수를 가지고 비교하였다. 사전 정보를 이용하여 여러 단계에 걸쳐 사후정보를 예측할 때 변동성의 변화를 고찰하였다. 또한, 샘플 수를 고려한 경우와 그렇지 않은 경우의 변동성 수준과 확률밀도 함수 변화를 비교하였다.

이를 위하여 불확실성을 정량화하기 위한 방법들 중 샘플 수를 이용하여 표준편차를 산정하는 방법, 베이저안 기법(Bayesian approach) 및 3 σ 기법 등을 이용하였다. 샘플 수를 이용하여 표준편차를 산정하는 방법은 편차가 평균값을 기준으로 얻어질 때 산포도를 나타내기에 적합한 척도가 된다. 베이저안 기법은 샘플의 수가

적어 전체 지반정보를 대표하기 어려운 경우에 사전정보(prior information)를 우도정보(likelihood information)와 조합함으로써 사전정보의 불확실성을 최소화 시킬 수 있는 방법이다. 3 σ 기법은 정규분포 하는 모든 파라미터의 99.7%가 평균의 3 σ (σ : 표준편차) 범위 내에 있다는 이론이다.

확률변수의 변동성 분석 및 불확실성 정량화와 관련하여서는 과거에 주로 국외에서 많은 연구가 이루어졌다. Phoon and Kulhawy(1999)은 수집된 각종 실내 및 원위치 시험 자료를 이용하여 토질의 고유 변동성(inherent soil variability)을 통계적으로 정량화하는 연구를 수행하였다. Andrea et al.(2006)은 유기질이 포함된 항만지역의 점토에 대하여 표준관입시험, 현장베인시험, 표준압밀시험 및 삼축압축시험 등의 자료를 이용, 통계 및 초기의 자기상관성(initial autocorrelation) 연구를 수행하였다. Fenton and Griffiths(2003)은 전단강도가 공간적으로 변화하는 지반에서 토질정수(c 와 ϕ)의 공간적 변동성과 교차상관성(cross correlation)이 지지력에 미치는 영향을 랜덤필드 이론(random field theory)과 탄소성 유한요소해석을 이용하여 평가하였다. Garbulewski et al.(2009)은 CPT 및 DMT 시험이 수행된 빙적 전석 점토층(glacial boulder clays)에서 베이저안 기법을 통하여 빌딩기초 설계를 위한 지반조건을 파악하고 토질특성을 평가하는데 유용한 적용성을 확인하였다. Kerstens(2006)는 단말뚝의 극한지지력 예측을 위하여 현장시험 결과를 가지고 지지력 정보를 조합하고자 베이저안 기법을 이용하여 모델 불확실성의 확률을 수립하고 적용 가능성이 큼을 검증하였다.

변동성 정량화 및 감소기법

광범위한 구역의 지반설계를 위하여 한정된 지점에서 채취된 시료를 가지고 각종시험으로부터 흙의 공학적 특성을 정의하는 것은 매우 어려운 일이다. 그럼에도 불구하고 시간적, 경제적 이유로 대표적인 표본을 추출하여 관심지역의 전반적인 토질특성을 추정함이 불가피하다. 추출된 표본 중에서도 대표치를 결정하고 그 값이 가진 불확실성을 정량화하는 문제는 매우 중요하다고 할 수 있다. 이렇게 증대한 모수를 통계학적으로 추정하는 방법에 대하여 살펴보았다.

표본추출에 의한 분산의 추정

채취된 샘플 모집단의 분산(variance)은 자료의 산포

도로써 불확실성을 나타낸다. 분산은 편차가 평균값을 기준으로 얻어질 때 산포를 나타내는 적절한 척도라 할 수 있다. 확률밀도함수(PDF)가 $f_X(x)$ 인 연속형 확률변수 X 의 분산은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f_X(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} (x^2 - 2\mu x + \mu^2) f_X(x) dx \quad (1)$$

여기서, $E(X)$ 는 확률변수(random variable) X 의 기댓값이고 $\mu = E(X)$ 이므로 분산은 다음과 같이 되며 그 제곱근이 표준편차가 된다.

$$\sigma^2 = E(X^2) - 2\mu E(X) + \mu^2 \quad (2)$$

$$= E(X^2) - \mu^2$$

$$\sigma = \sqrt{E(X^2) - \mu^2} \quad (3)$$

Dai & Wang(1992)은 모집단의 최대 및 최소값을 이용하여 표준편차를 추정하는 방법을 제시하였다. 이 방법은 모집단이 정규분포를 따를 때 모집단의 99.7%가 평균치를 중심으로 3σ 범위 내에 있다는 이론에 기초한다. 이 이론은 표준정규분포에서 평균 $\mu=0$ 에 대하여 $\pm(1\sim 3)\sigma$ 이내에 포함되는 면적이 각각 68.3%, 95.4% 및 99.7%에 해당한다는 데에서 출발하였다. 여기서, 면적은 그림에 나타난바와 같이 확률값을 의미하며, $f_S(s)$ 는 표준정규분포의 확률밀도함수를 나타낸다.

이 이론에 따르면 최상추정치(Highest Conceivable Value; HCV) 및 최하추정치(Lowest Conceivable Value; LCV)는 평균치의 상하로 3σ 의 범위 내에 있다. 이를 이용하여 다음과 같이 표준편차를 간단히 추정할 수 있다. 한편, 이 방법은 표본 수가 제한적인 경우에도 이용할 수 있으나 변동성을 추정할 경우는 최상추정치와 최하추정치 사이의 범위를 가능한 크게 예측해야 확률론적으로 불안정한 설계를 피할 수 있다.

$$\sigma = \frac{HCV - LCV}{6} \quad (4)$$

표본추출에 대한 베이지안 접근법

베이지안 접근법은 이용할 수 있는 정보가 항상 제한되어있고 때에 따라 주관적 판단이 요구되는 문제에서 모수를 추정하는데 있어 유용하다. 모수를 추정할 때 가능한 값이나 모수의 범위에 대한 경험적 지식을 가지고 어떤 값이 다른 값보다 다소 많이 발생할 것이라는 직관적 판단을 하기도 한다. 여기서는 정규분포를 따르는

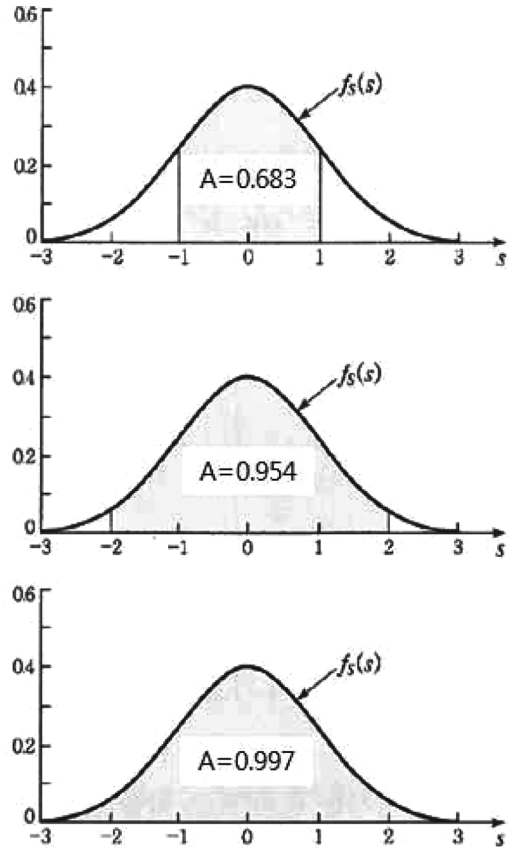


Fig. 1. Areas under 1σ , 2σ and 3σ on the PDF (Ang and Tang, 1975).

표본추출에 대한 베이지안 접근법의 개념을 다루었다.

(1) 정규분포에서의 우도함수

θ 를 분포함수의 매개변수라 하면 우도함수 $L(\theta)$ 는 변수 x_1, x_2, \dots, x_n 에 대하여 계산된 X 의 확률밀도함수의 곱으로서 다음과 같다.

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i | \theta) \quad (5)$$

정규분포를 따르고 표준편차(σ)가 알려진 모집단의 모수(μ)에 대한 우도함수는 식 (5)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L(\mu) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (6)$$

여기서, $N_{\mu}(x_i, \sigma)$ 는 평균 x_i , 표준편차 σ 인 μ 의 확률 밀도함수를 의미한다.

평균 μ , 표준편차 σ 인 m 개의 정규분포인 확률밀도 함수의 곱 또한 다음과 같은 평균과 분산을 갖는 정규 확률밀도함수이다.

$$\mu^* = \frac{\sum_{i=1}^m (\mu/\sigma_i^2)}{\sum_{i=1}^m 1/\sigma_i^2}, (\sigma^*)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^m 1/\sigma_i^2} \quad (7)$$

따라서, 우도함수 $L(\mu)$ 는 다음 식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} L(\mu) &= N_{\mu} \left(\frac{\sum_{i=1}^n (\mu/\sigma^2)}{\sum_{i=1}^n (1/\sigma^2)}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n (1/\sigma^2)} \right) \\ &= N_{\mu} \left(\frac{(1/\sigma^2) \sum_{i=1}^n x_i}{n/\sigma^2}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n (1/\sigma^2)} \right) \\ &= N_{\mu} \left(\bar{x}, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, \bar{x} 는 표본평균이다.

(2) 사후분포의 추정

베이저안 기법은 모수(μ)를 추정하는데 있어 사전정보가 존재하는 경우 그 판단정보를 포함시킴으로써 보다 신뢰도를 높일 수 있다는 것이 전통적인 모수 추정 방법과의 차이이다. 이는 사전분포($f^*(\mu)$)를 이용하여 직접적으로 이루어진다. 정규분포를 따르는 X 의 분산이 이미 알려져 있는 경우 $f^*(\mu)$ 는 $N(\mu', \sigma')$ 로 나타낼 수 있고, 식 (8)의 우도함수에 대한 μ 의 사후분포는 다음 식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} f''(\mu) &= kL(\mu)f^*(\mu) \\ &= kN_{\mu} \left(\bar{x}, \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) N_{\mu}(\mu', \sigma') \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)는 2개의 즉, 우도 및 사전분포함수의 정규분포 확률밀도함수의 곱이므로 사후분포 $f''(\mu)$ 역시 정규분포가 되고 평균치와 표준편차는 다음과 같다.

$$\mu'' = \frac{[\bar{x}(\sigma\sqrt{n})^2] + [u'(\sigma')^2]}{[1/(\sigma\sqrt{n})^2] + [1/(\sigma')^2]} = \frac{\bar{x}(\sigma^2) + u'(\sigma'^2/n)}{(\sigma^2) + (\sigma'^2/n)} \quad (10)$$

$$\sigma'' = \sqrt{\frac{(\sigma')^2(\sigma^2/n)}{(\sigma^2) + (\sigma'^2/n)}} \quad (11)$$

식 (10)에서 평균치에 대한 베이저안 추정치는 각각 분산의 역수를 가중인자로 한 사전분포의 평균치 μ' 와 표본평균 \bar{x} 의 평균이다. 사후분포 평균의 추정치는 표본 수 n 이 클수록 표본의 평균에 접근한다. 또한, 사전분포 자료의 표준편차(σ) 또는 변동성이 커 신뢰도가 낮은 경우에도 표본의 평균에 접근하게 되어 표본추출의 효율성이 향상된다. 즉, 식 (10)은 평균치 μ 를 추정하기 위하여 사전정보가 얼마나 관측자료에 체계적으로 결합되는지 보여준다. 식 (11)에서 σ 에 대한 사후분포의 분산은 항상 $(\sigma')^2$ 이나 (σ^2/n) 보다 작다. 즉, 사후분포의 분산은 항상 사전분포나 우도함수의 분산보다 작다.

궁극적으로 식 (10)과 식 (11)에서 산정된 확률적 모수를 갖는 μ 의 사후분포 $N_{\mu}(\mu'', \sigma'')$ 를 바탕으로 사후분포 μ 가 구간 a 와 b 사이에 있을 확률 즉, 다음과 같은 확률밀도함수를 결정할 수 있다.

$$P(a < \mu \leq b) = \int_a^b f''(\mu) d\mu \quad (12)$$

변동성 최소화에 대한 사례분석

불확실성을 나타내는 대표적인 통계모수는 표준편차이며 지반정수간 상대적인 비교를 위하여는 무차원으로 변환된 변동계수를 이용함이 편리하다. 한정된 표본을 가지고 이러한 불확실성을 최소화하기 위한 방법으로 이상치(outlier)를 제거하는 방법, 사전정보를 추가하는 베이저안 기법, 시뮬레이션(simulation) 기법 등이 있다.

수집된 자료의 특성

본 연구에서는 인천지역에서 채취된 점성토 시료를 이용하여 실내시험이 수행되었고 그로부터 얻어진 토질물성이 분석되었다. 분석대상이 된 물성치는 기본 물리적 특성과 전단강도 및 압축지수 등이다. Table 1에 나타난바와 같이 샘플 수는 기본물성 64개, 압축 및 강도 특성 19개 등이며 각각 산출된 기초통계량을 불확실성을 나타내는 지표인 변동계수(COV)로 나타내었다. 이들 변동성을 비교하기 위하여 토질물성별 과거 변동계수 연구결과를 Table 2에 나타내었다. 채취된 시료는 압축지수를 제외하고 모두 과거 제시된 변동성 범위 내에 있음을 알 수 있다. 단, 압축지수는 여러 연구자들이 제안한 범위를 다소 상회하는데 이는 채취된 점토시료의 기

Table 1. Basic statistics for the main soil properties.

Property	μ	σ	COV	N	Property	μ	σ	COV	N
ω_n	32.30	10.292	0.319	64	P_0	60.96	27.325	0.448	19
G_s	2.65	0.0481	0.018	64	OCR	1.39	0.504	0.362	19
γ_{sat}	17.61	1.171	0.066	19	C_{UU}	16.99	7.766	0.457	19
e_0	1.09	0.294	0.270	19	m (Skempton)	0.185	0.0266	0.144	28
C_c	0.29	0.176	0.606	19	m (Hansbo)	0.178	0.0335	0.188	25

Table 2. Typical ranges of soil variability.

Property	COV	References
ω_n (clay & silt)	0.06~0.63	Lee et al. (1983), Phoon and Kulhawy (1996)
γ	0.03~0.10	Hammit (1966), Harr (1984), Kulhawy (1992), Lacasse et al. (1996), Lumb (1974), Phoon and Kulhawy (1996)
e_0	0.07~0.32	Lumb (1966; 1974), Corotis et al. (1975), Lee et al. (1983), Lacasse et al. (1996)
C_{UU} (clay & clayey silt)	0.05~0.63	Lumb (1974), Harr (1984), Lee et al. (1983), Kulhawy (1992), Lacasse et al. (1996), Duncan (2000)
C_c	0.10~0.52	Lumb (1966; 1974), Corotis et al. (1975), Harr (1984), Kulhawy (1992), Duncan (2000)

본적인 토성이 CL 내지 ML이나 OL 및 OH로 분류되는 유기질 성분이 상당수 포함된 지반이기 때문에 판단된다.

평가방법별 변동성 분석

실내시험 결과 산출된 지반정수에 대하여 상기 언급된 세 가지 방법을 가지고 산정된 분산을 비교하였다. 자료의 분산을 나타내는 표준편차는 무차원으로 변환하여 상호간 불확실성을 비교하기 위하여 변동계수로 나타내었다. Fig. 2에 보인바와 같이 자료를 이용하여 산정한 표준편차가 모든 경우에 가장 높은 값을 보인다.

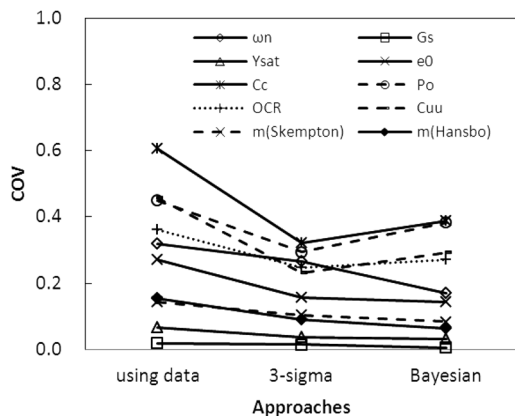


Fig. 2. Comparison of COV with each approach (No. of samples not considered).

이는 불확실성이 크다는 의미로 설계정수가 가장 보수적으로 결정됨을 의미한다. 반면, 수집된 표본의 최상추정치와 최하추정치를 가지고 표준편차를 계산하는 3 σ 방법은 자료를 이용한 방법에 비하여 모두 작게 산정되며 최대 98%까지 차이가 났다. 이는 3 σ 방법의 경우 최상추정치 및 최하추정치의 결정에 따라 표준편차 산정결과가 달라지기 때문인데 두 추정치의 차이가 클수록 변동성은 보수적으로 산정된다. 그러나 자료상 이상치가 제거될 경우 추정치의 차이가 작아지므로 표준편차는 감소되어 확률론적 측면에서 다소 경제적인 설계가 이루어질 수 있다.

사전정보를 고려한 베이지안 기법에 의한 표준편차는 대체로 가장 낮게 산정되었는데 Fig. 2에 나타난 결과는 표본 수가 고려되지 않은 경우이다. 이 때, 초기함수비, 유효상재압, 비배수 전단강도, 과압밀비는 3 σ 방법에 의한 값을 상회하였다. Fig. 2의 확률변수 중 초기간극비, 압축지수 및 비배수 전단강도의 대표적인 세 가지에 대하여 표본 수를 고려하여 베이지안 기법에 의한 사후분포를 산정하였다. 세 확률변수의 수집된 자료분포를 Fig. 3에 나타내었다. 이 파라미터들은 모두 변동계수가 20% 이상으로 비교적 불확실성이 큰 것들이다. 그림에는 평균치와 표준편차 범위, 그리고 정규분포로 가정할 경우 대략적인 확률밀도함수 형태를 나타내었다. 초기간극비는 대개 정규분포를(Lumb, 1966; Meyerhof, 1970; Smith, 1985), 압축지수와 비배수 전단강도는 정규 또는 대수정규분포를 따르는 것으로 알려져 있다(Lacasse and

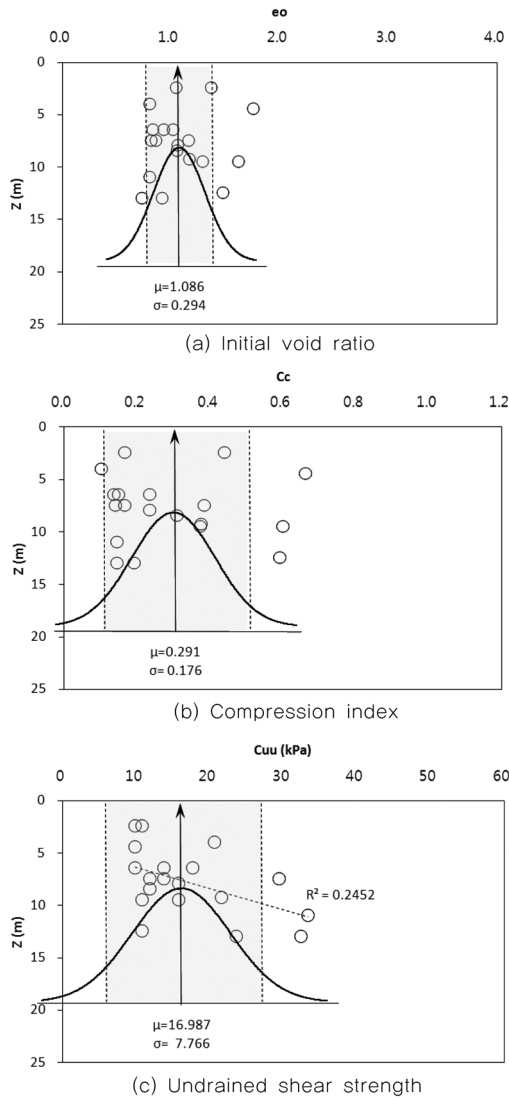


Fig. 3. Distribution of typical random variables.

Nadim, 1996). 비배수 전단강도는 통상 침도에 따라 증가하는 것이 일반적이거나 그림에 나타난바와 같이 본 사례의 경우는 침도에 따른 증가추세가 명확하지 않아 일정한 것으로 간주하였다($R^2=0.2452$). Fig. 4와 같이 베이저안 기법 적용시 표본 수를 고려한 경우는 자료 수를 이용한 방법과 3σ 방법에 비교할 때 가장 낮은 값이 산정되었다. 모든 경우에 수집된 자료에 사전정보를 추가로 고려한 베이저안 기법은 자료를 이용하여 산정한 결과에 비교할 때 표준편차가 감소된다. 이 때 베이저안 기법에 의한 변동계수는 자료를 이용한 경우에 비하여 최

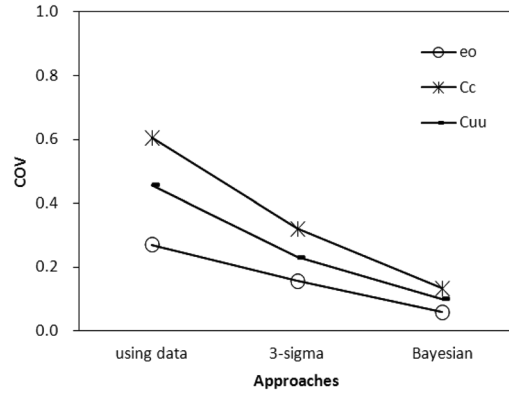


Fig. 4. Standard deviation with each approach (No. of samples considered).

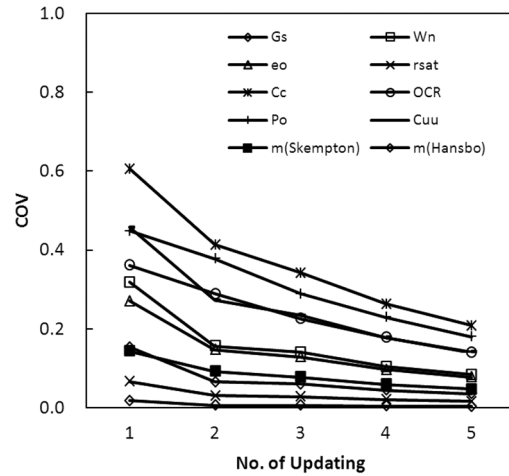
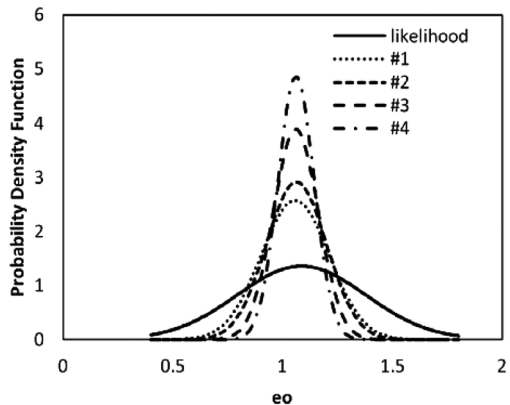
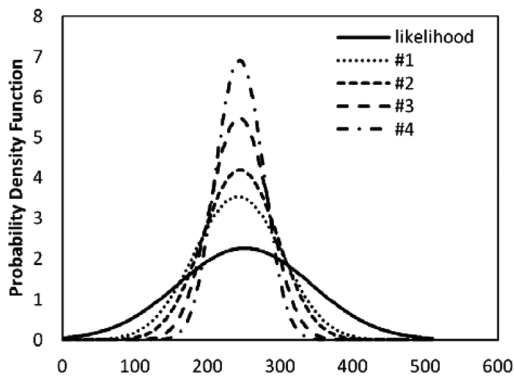


Fig. 5. COV with the number of updating steps (No. of samples not considered).

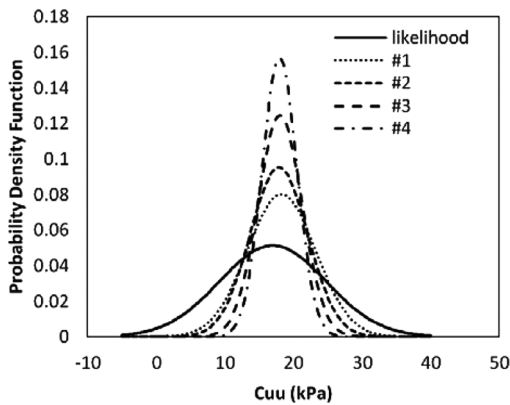
소 21.7%까지, 3σ 방법에 비하여 37.5%까지 감소하였다. 베이저안 기법은 사전정보를 이용한 갱신(updating)을 통하여 우도정보의 정밀도를 높이는 과정이다. 갱신된 우도정보를 사전정보로 활용하면 표준편차를 최소화할 수 있다. Fig. 5는 여러 단계에 걸쳐 베이저안 기법을 적용할 경우 갱신회수에 따른 변동계수 변화를 나타낸다. 이 때 표본 수는 고려하지 않았고 갱신회수 1은 최초 우도정보의 변동계수를 나타낸다. 전반적으로 갱신단계를 거치면서 감소율이 다소 완만해지는 경향이 있으나 초기 우도정보에 비하여 상당히 변동성이 감소되었음을 알 수 있다.



(a) Initial void ratio



(b) Compression index



(c) Undrained shear strength

Fig. 6. PDF with the number of updating steps (No. of samples not considered).

Fig. 6은 표본 수를 고려하지 않고 베이지안 기법을 적용한 경우 초기간극비, 압축지수 및 비배수 전단강도 자료에 대한 확률밀도함수를 나타낸다. 그림에 나타난바

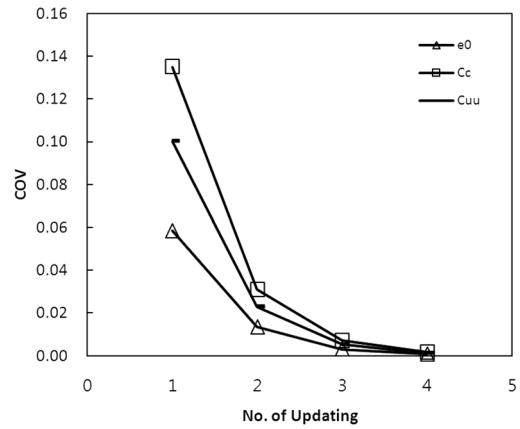


Fig. 7. COV with the number of updating steps (No. of samples considered).

와 같이 실선의 우도함수 분산은 비교적 큰 상태에서 시작하여 사전정보의 자료들을 추가하여 갱신됨에 따라 변량의 값이 중심값 근처에 가깝게 근접하고 확률밀도 값이 커졌음을 알 수 있다. 이는 변동성이 감소하였음을 의미한다.

베이지안 기법 적용시 정확한 표본 수를 고려하여 상기 세 가지 확률변수를 분석하였다. Fig. 7은 우도함수를 제외하고 갱신회수에 따른 변동계수 변화를 나타낸 것이다. 그림에 나타난바와 같이 갱신회수에 따라 변동성이 감소하였고 감소폭은 점차 작아졌다. 최종적으로 4 회의 갱신을 수행하였을 때 변동성이 현저히 감소하여 최초갱신 대비 최대 약 13%까지 감소하였다.

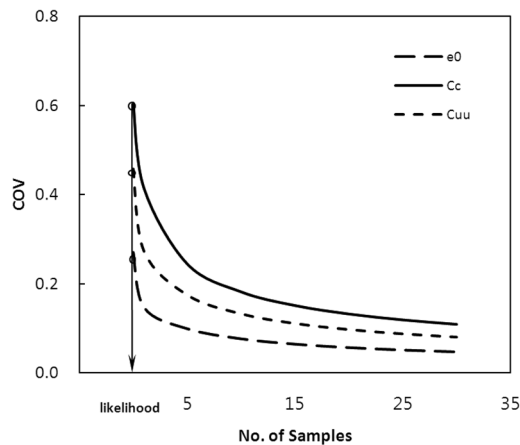


Fig. 8. COV with the number of samples using the Bayesian approach.

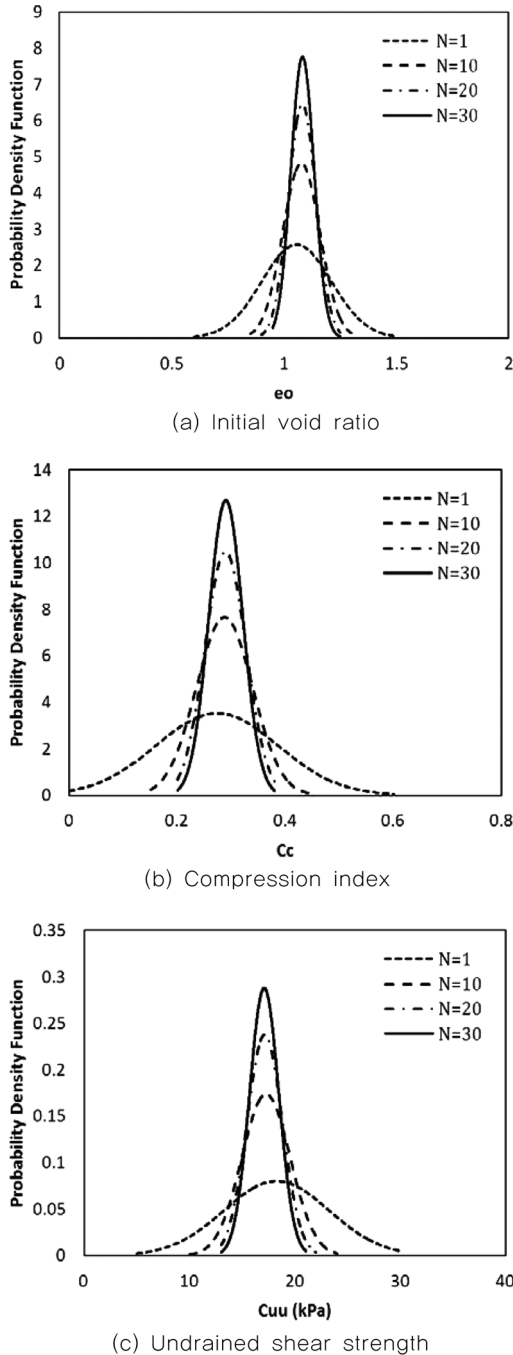


Fig. 9. PDF with the number of samples using the Bayesian approach.

사전정보를 가지고 사후정보를 예측할 때 베이저안 기법은 샘플 수에 영향을 받는다. Fig. 8은 우도함수를

가지고 1회 갱신하여 사후정보를 도출한 경우 고려되는 샘플 수 변화에 따라 변동계수를 관찰한 결과이다. 샘플 수가 많을수록 사후정보의 불확실성은 현저하게 감소하고 약 25개 이상일 때 일정수준에 수렴하는 양상을 보였다. 초기 우도함수의 변동계수가 작은 경우일수록 적은 샘플 수에서 수렴되었다. 즉, 흙의 단위중량 등 불확실성이 작은 확률변수의 경우는 그렇지 않은 경우에 비해 상대적으로 샘플 수가 많지 않아도 사후정보에서 신뢰도 높은 값을 추정할 수 있다.

사전정보를 이용하여 1회 갱신할 경우 샘플 수에 따른 확률밀도함수 변화를 관찰하였다. Fig. 9에 나타난바와 같이 표본 수 $N=1$ 로 가정하여 사후분포를 구한 경우 분산이 큰 형태를 나타내었으나 그 수가 많아질수록 중심값에 수렴하는 양상을 나타내었다. 즉, 동일한 사전 및 우도함수에 대하여 샘플 수가 많아질수록 표준편차는 감소한다고 할 수 있다.

결론

지만 확률변수의 불확실성을 정량화 하기위한 기법과 획득한 자료의 수에 따라 불확실성을 최소화함으로써 설계의 경제성을 기할 수 있는 기법들을 국내의 특정 현장에서 채취되고 실험된 토질정수를 이용하여 분석하였으며 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 3σ 기법은 자료를 이용하여 산정된 표준편차에 비하여 모두 낮게 평가되어 확률론적으로 경제적인 설계가 가능하였으나 이는 최상 및 최하추정치에 의존하므로 이상치가 적절히 제거될 경우 합리적인 평가가 가능할 것으로 판단된다.

(2) 샘플 수의 고려 없이 Bayesian 기법을 이용하여 우도정보를 사전정보와 조합한 경우 일부 확률변수는 3σ 기법에 비해 크게 산정되어 보수적인 경향이 있었다. 반면, 샘플 수를 고려하여 분석한 경우는 세 방법 중 상대적으로 가장 낮은 분산을 보였다. 이와 같이 사전정보와 샘플 수가 동시에 고려되는 경우는 합리적으로 변동성을 감소시킴으로써 설계의 경제성을 높일 수 있을 것이다.

(3) 샘플 수를 변화시키며 Bayesian 기법을 분석한 결과 샘플 수가 증가할수록 확률밀도함수의 분산이 현저히 감소하였고 그 수가 25개 이상인 경우부터 전체적으로 일정수준에 수렴하는 경향이 있었다.

(4) 특히, 단위중량과 같이 변동성이 작은 확률변수의 경우 상대적으로 적은 샘플 수에서도 사후정보에서 신

뢰도 높은 값을 추정할 수 있었다.

(5) 결론적으로 먼저 이상치를 적절히 판단하여 제거한 후 샘플 수를 이용 또는 3σ법에 의해 분산을 산정한다면 최상 및 최하추정치를 합리적으로 추정함으로써 불확실성을 최소화할 수 있으며, 사전정보가 있다면 이를 우도정보와 결합하여 샘플 수에 따라 더욱 합리적으로 감소된 변동성을 가지고 경제적인 설계가 가능할 것으로 판단된다.

사 사

본 연구는 2011년도 서일대학 학술연구비 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

Andrea, S. D., John, H., Dawn, S. and Alessander, K., 2006, Soil Variability Study for Embankment Design of Port of Navegantes, Brazil, Proc. of GeoCongress 2006: Geotechnical Engineering in the Information Technology Age, 118-123.

Ang, A. H-S. and Tang, W. H., 1975, Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Volume I - Basic Principles, John Wiley & Sons Ltd., 424p.

Corotis, R. B., Azzouz, A. S. and Krizek, R., 1975, Statistical evaluation of soil index properties and constrained modulus, Second International Conference on Application of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Aachen, 273-294.

Dai, S. H. and Wang, M. O., 1992, Reliability analysis in Engineering Applications, Van Nostrand Reinhold, New York, 448p.

Duncan, J. M., 2000, Factors of Safety and Reliability in Geotechnical Engineering, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 126(4), 307-316.

Fenton, G. A. and Griffiths, D. V., 2003, Bearing-capacity prediction of spatially random c-f soils, Canadian Geotechnical Journal, 40, 54-65.

Garbulewski, K., Jablonowski, S. and Rabarjioely, S., 2009, Advantage of Bayesian approach to geotechnical designing, Land Reclamation, 41(2), 83-93.

Hammitt, G. M., 1966, Statistical Analysis of Data from a Comparative Laboratory Test Program Sponsored by ACIL, Vicksburg, MS, U.S. Army Waterways Experiment Station, 58p.

Harr, M. E., 1984, Reliability-Based Design in Civil Engineering, the 1984 Henry M. Shaw Lecture, Department of Civil Engineering, North Carolina State University, Raleigh, NC, 68p.

Kerstens, J., 2006, A Bayesian way to solve the pdf selection problem: an application in geotechnical analysis, HERON, 51(4), 233-249.

Kulhawy, F. H., 1992, On the Evaluation of Soil Prop-

erties, ASCE Geotechnical Special Publication, 31, 95-115.

Lacasse, S. and Nadim, F., 1996, Uncertainties in characterizing soil properties, Uncertainty in the Geologic Environment, Madison, ASCE, 49-75.

Lee, I. K., White, W. and Ingles, O. G., 1983, Geotechnical Engineering, Boston, Pitman, 508p.

Lumb, P., 1966, The variability of natural soils, Canadian Geotechnical Journal, 3, 74-97.

Lumb, P., 1974, Application of statistics in soil mechanics, Soil Mechanics: New Horizons, Lee I. K., ed., London, Newnes-Butterworth, 44-111.

Meyerhof, G. G., 1970, Safety Factors in Soil Mechanics, Canadian Geotechnical Journal, 7(4), 349-355.

Phoon, K. K. and Kulhawy, F. H., 1996, On quantifying inherent soil variability, Uncertainty in the Geologic Environment, Madison, WI, ASCE, 326-340.

Phoon, K. K. and Kulhawy, F. H., 1999, Characterization of Geotechnical Variability, Canadian Geotechnical Journal, 36, 612-624.

Smith, G. N., 1985, The use of probability theory to assess the safety of propped embedded cantilever retaining walls, Geotechnique, 35(4), 451-460.

2012년 01월 09일 원고접수
 2012년 02월 22일 수정일자
 2012년 03월 05일 게재승인

한상현

서일대학 토목과
 131-702 서울시 중랑구 서일대학길 22
 Tel: 02-490-7444
 Fax: 02-490-7241
 E-mail: shhan@seoil.ac.kr

여규권

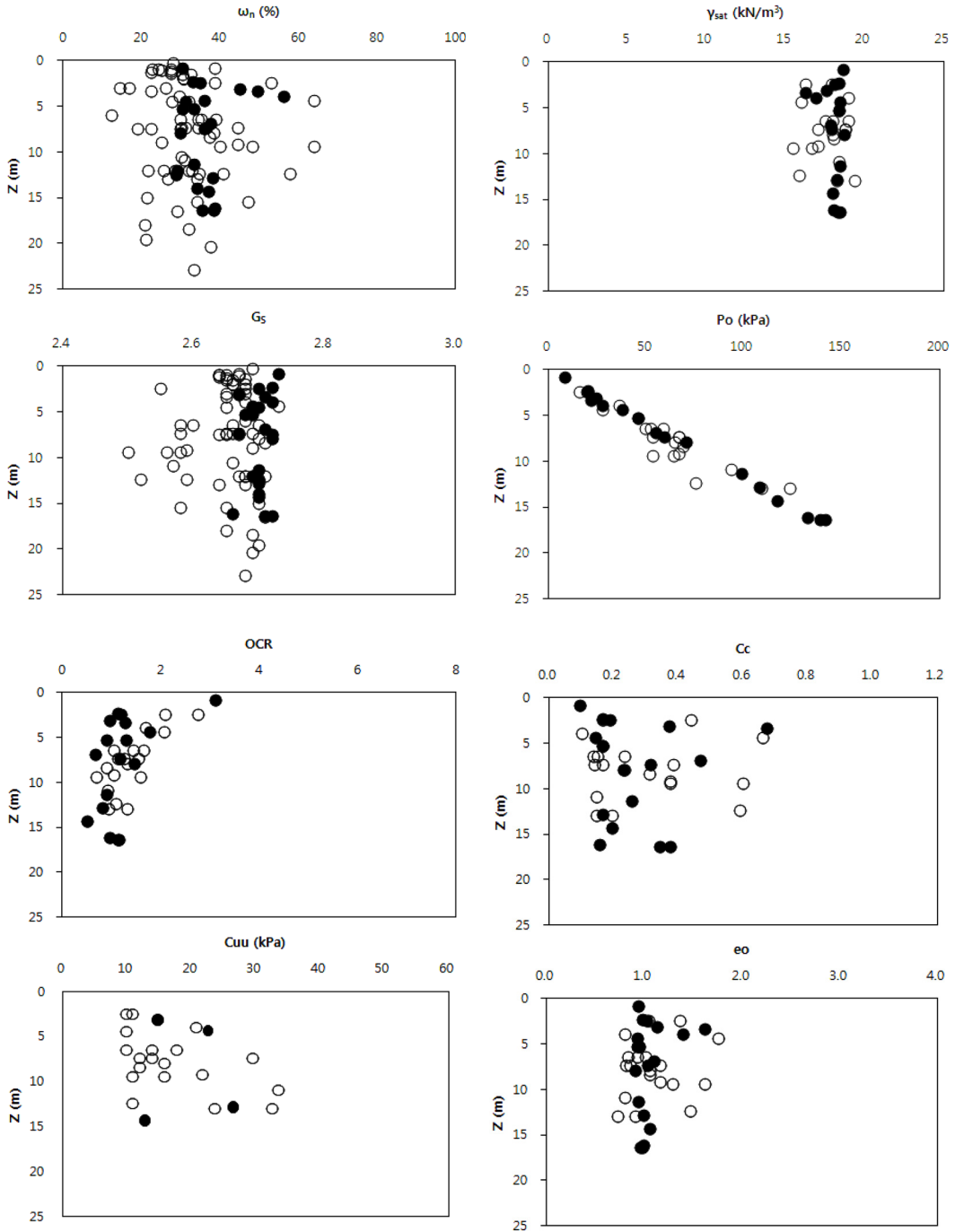
삼부토건(주) 기술연구실
 100-804 서울시 중구 남창동 9-1
 Tel: 02-3706-2537
 Fax: 02-756-3920
 E-mail: moonju@sambu.co.kr

김홍연

삼부토건(주) 기술연구실
 100-804 서울시 중구 남창동 9-1
 Tel: 02-3706-2542
 Fax: 02-756-3920
 E-mail: hykim74@sambu.co.kr

부 록

1. Distribution of data with depth (● Prior information, ○ Likelihood information).



2. Calculation of standard deviation using the 3-sigma approach.

	ω_n	G_s	γ_{sat}	e_0	C_C	P_0	OCR	c_{UU}	m (Skempton)	m (Hansbo)
max	64.0	2.73	19.3	1.75	0.66	122.9	2.75	33.4	0.26	0.30
min	12.5	2.50	15.4	0.73	0.10	15.4	0.69	9.81	0.14	0.18
σ	8.583	0.038	0.649	0.171	0.093	17.910	0.344	3.924	0.019	0.019

3. Process of Bayesian updating for a representative case.

	Prior		Likelihood		Bayesian (1st)		Bayesian (2nd)		Bayesian (3rd)		Bayesian (4th)	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
G_s	2.70	1.82E-02	2.65	4.81E-02	2.69	1.70E-02	2.69	1.60E-02	2.69	1.17E-02	2.69	9.44E-03
ω_n	36.4	6.516	32.3	10.293	35.2	5.510	34.6	4.850	34.9	3.640	34.8	2.910
e_0	1.05	0.183	1.09	0.294	1.06	0.155	1.06	0.137	1.06	0.103	1.06	8.22E-02
γ_{sat}	18.0	0.623	17.6	1.171	17.9	0.550	17.9	0.498	17.9	0.369	17.9	0.296
C_C	0.26	0.147	0.29	0.176	0.27	0.113	0.28	9.52E-02	0.28	7.28E-02	0.28	5.78E-02
OCR	1.20	0.574	1.39	0.504	1.31	0.379	1.34	0.303	1.33	0.236	1.33	0.186
P_0	64.9	45.6	61.0	27.3	62.0	23.4	61.6	17.8	61.7	14.2	61.7	11.1
c_{UU}	19.1	6.483	17.0	7.766	18.3	4.980	17.9	4.190	18.0	3.210	18.0	2.550
m (Skempton)	0.16	0.019	0.19	0.027	0.17	1.55E-02	0.17	1.34E-02	0.17	1.01E-02	0.17	8.09E-03
m (Hansbo)	0.21	0.015	0.21	0.032	0.21	1.36E-02	0.21	1.25E-02	0.21	9.21E-03	0.21	7.42E-03