

---

# AWGN에 훼손된 영상복원을 위한 복합 필터 알고리즘에 관한 연구

Gao Yinyu\* · 김남호\*\*

A Study on Mixed Filter Algorithm for Restoration of Image Corrupted by AWGN

Gao Yinyu\* · Nam-Ho Kim\*\*

## 요 약

현재, 영상처리는 다양한 분야에서 활용되고 있으며, 영상의 우수한 화질을 위해 열화현상을 제거하여야 한다. 잡음은 열화현상의 대표적인 원인으로서, 영상은 AWGN(additive white Gaussian noise)에 의해 많이 훼손된다. 따라서 본 논문에서는 AWGN을 제거하기 위해, 공간영역에서의 위너 필터와 웨이브렛 영역에서의 임계값 잡음 처리방법을 병렬 연결하여 처리하는 복합 필터 알고리즘을 제안하였다. 웨이브렛 영역에서의 처리방법은 각 스케일에 따라 서로 다른 thresholding function을 사용하여 처리하며, 제안한 변형된 thresholding function은 parent 웨이브렛 계수와 child 웨이브렛 계수를 이용함으로서, 우수한 잡음제거 특성을 나타냈다.

## ABSTRACT

Nowadays, image processing has been applied in a variety of fields. In order to preserve the high quality of visual degradation phenomenon for images should be removed. Noise is one of the representative elements cause of the degradation phenomenon and AWGN(additive white Gaussian noise) always damages images. In this paper, an mixed filter algorithm, which is based on parallel denoising method, is proposed to suppress AWGN. This algorithm parallels the spatial domain wiener filter and the wavelet domain thresholding method which thresholding function is selected based on scale level. The proposed modified thresholding function which considers the dependency between parent and child coefficient performs well on suppressing noise.

## 키워드

AWGN, 복합 필터 알고리즘, 병렬, 웨이브렛, 임계값 처리

## Key word

AWGN, Mixed filter algorithm, Parallel, Wavelet, Thresholding

---

\* 준희원 : 부경대학교 제어계측공학과  
\*\* 종신희원 : 부경대학교 제어계측공학과 (교신저자, nhk@pknu.ac.kr)

접수일자 : 2012. 02. 10  
심사완료일자 : 2012. 03. 08

**Open Access** <http://dx.doi.org/10.6109/jkiice.2012.16.5.1064>

©This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

## I. 서 론

현재, 디지털 영상에 관한 장치들이 대중화되면서 영상의 우수한 화질에 대한 사람들의 기대가 높아져 가고 있다. 그러나 영상의 전송과 저장 과정에서 시스템 내·외부적인 원인에 의해 잡음이 발생하고 있으며, 영상의 화질을 저하시킨다. 따라서 잡음제거에 대한 필요성이 대두되고 있다. 영상에 첨가되는 잡음은 발생원인과 형태에 따라 다양한 종류가 있으나, AWGN(additive white Gaussian noise)이 대표적이다. 따라서 AWGN을 제거하기 위한 연구들이 활발히 진행되고 있다[1].

AWGN을 제거하기 위하여 많은 기법들이 제안되었고, 가장 기본이 되는 방법은 공간영역에서의 평균 필터와 위너 필터(SDWF: spatial domain wiener filter) 등이다 [1]-[9]. 공간영역에서의 기법들은 영상을 흐리게 함으로서 블러링 현상을 나타낸다. 한편, J. Morlet에 의해 처음 제안되어, 다중해상도해석이 가능한 웨이브렛 변환은 AWGN 제거에서 매우 우수한 성능을 보이고 있고, 최근 영상의 잡음제거 연구에 많이 이용되고 있다[2]. Donoho와 Johnstone은 임계값에 기초한 웨이브렛 영역에서의 잡음제거방법을 제안하였으며, 그 이후 임계값의 크기와 적용방법에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다[2][3]. 기존의 임계값에 기초한 잡음제거방법에는 VisuShrink, SureShrink와 Sendur와 Selesnick가 제안한 BiShrink 등이 있다[5]-[10]. 그러나 이러한 기존의 웨이브렛 영역에서의 기법들은 임계값을 정할 때, 웨이브렛 계수들의 관계를 고려하지 않았고, 큰 임계값의 적용으로 하여, 많은 비잡음 신호도 처리됨으로, 처리된 영상은 오차가 발생한다.

따라서 본 연구에서는 AWGN을 효과적으로 제거하기 위하여, 공간영역에서의 위너 필터와 웨이브렛 영역에서의 임계값 잡음 처리방법을 병렬 연결하여 처리하는 복합 필터 알고리즘을 제안하였다. 웨이브렛 영역에서의 처리방법은 각 스케일에 따라 서로 다른 thresholding function을 사용하여 처리하며, 제안한 변형된 thresholding function은 parent 웨이브렛 계수와 child 웨이브렛 계수를 이용함으로서, 우수한 잡음제거 성능을 나타냈다.

## II. 웨이브렛 기반의 잡음제거 알고리즘

일반적인 웨이브렛 기반의 잡음제거 알고리즘은 먼저, 잡음이 첨가된 noisy 신호를 웨이브렛 변환하여 웨이브렛 계수  $w$ 를 얻는다. 그리고 hard 또는 soft thresholding function을 적용한 후, 역 웨이브렛 변환을 통해 추정된 신호를 얻는다. Hard thresholding function과 soft thresholding function은 각각 다음의 식 (1)과 (2)로 표현된다[5].

$$\hat{w}_{ij} = \begin{cases} w_{ij}, & |w_{ij}| \geq \lambda \\ 0, & |w_{ij}| < \lambda \end{cases} \quad (1)$$

$$\hat{w}_{ij} = \begin{cases} sign(w_{ij}) \cdot (|w_{ij}| - \lambda), & |w_{ij}| \geq \lambda \\ 0, & |w_{ij}| < \lambda \end{cases} \quad (2)$$

위의 식 (1)과 (2)에서,  $w_{ij}$ 는 신호를 웨이브렛 변환하여 얻은 웨이브렛 계수이고,  $\hat{w}_{ij}$ 는 thresholding function을 적용하여,  $w_{ij}$ 를 처리한 후의 웨이브렛 계수를 나타낸다. 또한,  $\lambda$ 는 임계값이고,  $(i, j)$ 는 웨이브렛 계수의 위치를 나타내며  $sign(\cdot)$ 은 signum function을 의미한다. Hard 혹은 soft thresholding function은  $w_{ij}$ 의 절대치가 임계값보다 크거나 같은 경우, 원래의 크기 혹은 선형적인 기법을 이용하여 처리하고, 나머지 경우에는 0으로 정한다. 기존의 임계값에 기초한 잡음제거방법에는 VisuShrink, SureShrink와 Sendur와 Selesnick가 제안한 BiShrink 등이 있다. VisuShrink는 Donoho와 Johnstone에 의하여 제안되었으며, 이 때 사용되는 임계값은 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda_{univ} = \sigma_n \sqrt{2 \ln M} \quad (3)$$

위의 식으로부터,  $M$ 은 영상의 크기를 의미하고,  $\sigma_n$ 은 잡음 표준편차를 나타내며, 다음의 식 (4)와 같이 구한다.

$$\sigma_n = \frac{Median(|w_{ij}|)}{0.6745}, \quad w_{ij} \in HH_1 \quad (4)$$

SureShrink는 Steins's unbiased risk estimator(SURE)에 기반한 방법이고, subband에 의하여 임계값을 구한다. SureShrink는 임계값의 레벨에 따라, hard thresholding과 soft thresholding 방법을 선택한다[2][3]. 그리고 BiShrink는 bivariate model에 따라 parent 계수와 child 계수를 이용하여, 웨이브렛 계수들을 soft thresholding function에 따라 처리한다[2]-[9].

### III. 공간영역에서의 위너 필터

화소  $(i,j)$ 에서 AWGN에 의해 훼손된 영상은 다음의 식 (5)와 같이 표현된다.

$$x(i,j) = f(i,j) + n(i,j) \quad (5)$$

1

식으로부터,  $f(i,j)$ 는 원 영상이고,  $n(i,j)$ 는 AWGN이며,  $x(i,j)$ 는 잡음에 의해 훼손된 영상이다. 이때, 공간영역에서의 위너 필터는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} y(i,j) &= \frac{\sigma_x^2(i,j)}{\sigma_x^2(i,j) + \sigma_{xn}^2(i,j)} [x(i,j) - \mu(i,j)] \quad (6) \\ &\quad + \mu(i,j) \end{aligned}$$

여기서,  $\mu(i,j)$ 는 위너 필터에 사용한 마스크내의 평균값이고,  $\sigma_x^2$ 는 잡음 영상의 국부 영역에 대한 분산이며,  $\sigma_{xn}^2$ 은 잡음에 대한 분산이다. 그러나 일반적으로 잡음의 분산  $\sigma_{xn}^2$ 이 알려져 있지 않으므로, 훼손된 영상의

모든 국부 영역에 대한 분산의 평균으로  $\sigma_{xn}^2$ 을 추정한다[6]. 위너 필터는 기존에 있는 공간영역에서의 방법들 보다는 저주파 특성이 우수함과 동시에 잡음제거에서 오차를 줄일 수 있지만, 에지보존에서 미흡한 성능을 나타낸다[7][8].

### IV. 제안한 방법

본 논문에서는 AWGN을 효과적으로 제거하기 위하여, 복합 필터 알고리즘을 제안하였다. 제안한 복합 필터 알고리즘은 저주파 특성이 우수하여 잡음제거에 효과적인 SDWF와 고주파 특성이 우수하고 에지보존 성능을 향상시킨 웨이브렛 기반의 알고리즘을 병렬 연결함으로서 결과 값을 얻는다. 그림 1은 본 논문에서 제안한 알고리즘의 모델을 나타낸다.

웨이브렛 기반의 알고리즘은 에지를 보존하기 위해, 각 스케일에 따라 적응적으로 서로 다른 thresholding function과 임계값으로 처리한다. 즉, 스케일  $k=1, 2, \dots, J-1$ 에서는 제안한 parent 계수와 child 계수의 관계를 이용하여 처리하는 변형된 thresholding function을 사용하고, coarsest 스케일  $J$ 에서는 soft thresholding function과 제안한 임계값에 의해 처리된다. 임계값은 마스크내 및 subband의 분산에 의해 정의됨으로 적응적으로 변화한다.

웨이브렛 영역에서의 알고리즘은 다음과 같다.

우선 먼저, 훼손된 영상에 대해, 2-D 이산 웨이브렛 변환(DWT: discrete wavelet transform)을 진행하여, 웨이브렛 계수들을 구한다.

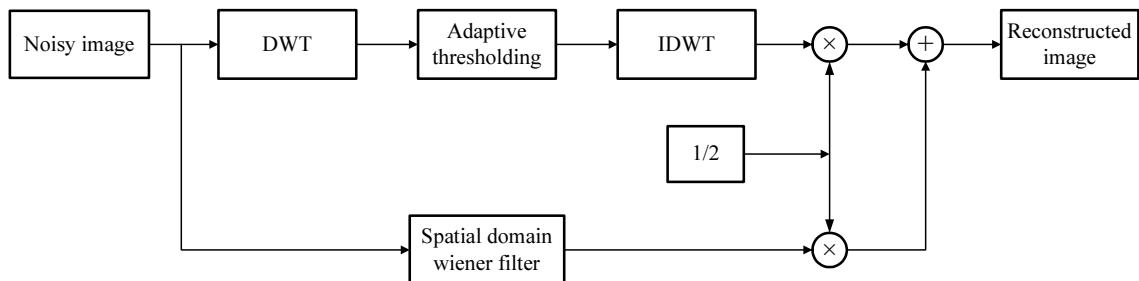


그림 1. 제안한 복합 필터 알고리즘의 병렬모델  
Fig. 1 Parallel model of proposed mixed filter algorithm

다음, 웨이브렛 변환에 의해 얻은 스케일  $k=1, 2, \dots, J-1$ 에서 parent 웨이브렛 계수와 child 웨이브렛 계수의 관계에 의해 잡음신호를 처리하며, 이들을 각각  $w_1, w_2$ 라고 한다. 그리고 스케일에 대한 임계값을 구하기 위해, child 계수가 위치하여 있는 고주파 subband  $HH_k, HL_k, LH_k$ 에서  $N \times N$ 크기의 마스크를 적용하여, 마스크내의 분산과 marginal 분산을 구한다.

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{N \times N} \sum_{w_{ij}} w_{ij}^2 \quad (7)$$

$$\sigma_w^2 = \max(\sigma_m^2 - \sigma_n^2, 0) \quad (8)$$

식으로부터,  $\sigma_m^2$ 은 마스크의 분산이고,  $\sigma_w^2$ 는 marginal 분산이며,  $\sigma_n^2$ 는 잡음 분산이다.

위의 분산들에 의하여, 식 (9)와 같이 스케일  $k=1, 2, \dots, J-1$ 에 대한 임계값을 정의한다.

$$\lambda_k = \sqrt{3} \times \left( \frac{\sigma_n^2}{\sigma_w} \right) \quad (9)$$

그리고 thresholding function은 식 (10)과 같다.

$$\hat{w}_k = \begin{cases} w_1 - 0.5 \times \left( \frac{\lambda_k^2}{w_1} \right), & \text{if } |w_1| > \lambda_k \text{ and } |w_2| > \lambda_k \\ w_1 - \frac{\sqrt{w_1^2 + w_2^2}}{\sqrt{w_1^2 + w_2^2 + \lambda_k}}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

그림 2는 제안한 thresholding function의 3차원 그림이다. 그림으로부터, 웨이브렛 계수의 처리 결과는 parent 계수의 영향을 많이 받음을 보아낼 수 있다.

그림 3은 parent 계수가 -10일 때, 제안한 thresholding function과 기존의 hard thresholding function과 soft thresholding function에 대한 비교 결과를 나타낸다. 그림으로부터, 기존의 function들은 임계값 보다 작은 웨이브렛 계수들을 0으로 처리하였지만, 제안한 방법은 다행식

을 적용하여 처리하였기 때문에, 처리결과 계수는 원 계수와 가까운 값을 가지게 된다.

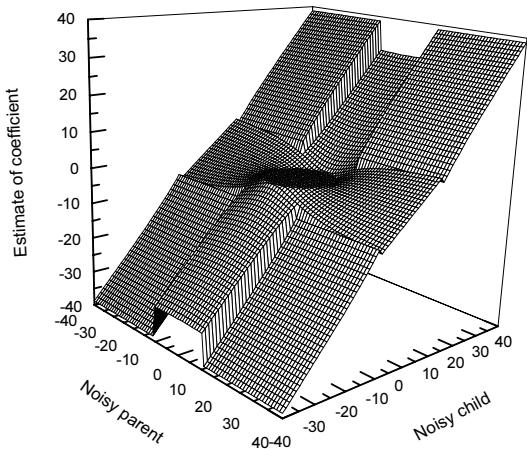


그림 2. 스케일  $k=1, 2, \dots, J-1$ 에 대한 thresholding function

Fig. 2 Proposed thresholding function for scale  $k=1, 2, \dots, J-1$ .

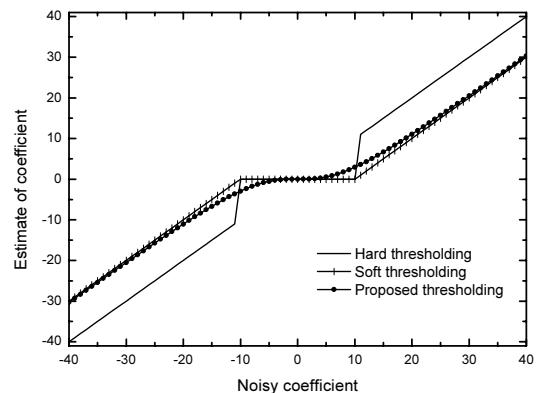


그림 3. 스케일  $k=1, 2, \dots, J-1$ 에 대한 제안한 thresholding function(parent 계수가 -10)와 기존의 hard and soft thresholding functions

Fig. 3 Proposed thresholding function(let noisy parent is -10) with hard and soft thresholding functions for scale  $k=1, 2, \dots, J-1$ .

그리고 coarsest 스케일  $J$ 에 대한 처리과정은 다음과 같다. 우선 먼저 스케일  $J$ 에서의 임계값을 구하여, 아래의 식 (11)과 같이 정의된다.

$$\lambda_J = \frac{\sqrt{\frac{\sigma_n}{\sigma_n - 2^{\left(\frac{\sigma_n}{10} + 1\right)}} \cdot \sigma_n^2}}{\sigma_s} \quad (11)$$

식 (11)에서,  $\sigma_s$ 는 고주파 성분을 가지고 있는 subband( $HH_J$ ,  $HL_J$ ,  $LH_J$ )들에 대한 비잡음 신호들의 표준편차이다.  $\sigma_s$ 는 approximate maximum likelihood (ML) estimator에 의해 계산되며, 아래의 식 (12)와 같다 [5].

$$\sigma_s = \sqrt{\max \left\{ 0, \frac{1}{N_s} \sum_{i,j}^{N_s} w_{ij} - \sigma_n^2 \right\}} \quad (12)$$

여기서,  $N_s$ 는 subband의 크기를 의미한다.

다음, 임계값  $\lambda_J$ 에 의해 기존의 soft thresholding function을 이용하여 처리한다. 이때, 처리된 웨이브렛 계수를  $\hat{w}_J$ 라고 하면, 본 논문에서 제안한 웨이브렛 기반의 알고리즘으로 계산된 결과 계수는 다음과 같이 정리된다.

$$\hat{w} = \begin{cases} \hat{w}_k, & \text{if } k = 1, 2, \dots, J-1 \\ \hat{w}_J, & \text{if } k = J \end{cases} \quad (13)$$

그리고 처리된 웨이브렛 계수  $\hat{w}$ 에 대하여, 역 2-D 이산 웨이브렛 변환(IDWT: inverse discrete wavelet transform)을 진행하여 추정된 영상신호를 얻는다. 그리고 추정된 신호값의 절반과 기존의 SDWF에 의해 얻은 신호의 절반값을 서로 더함으로서, 출력영상의 값으로 정한다.

## V. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 제안된 알고리즘의 AWGN 제거 성능을 평가하기 위해, 분산( $\sigma$ )이 10~30인 AWGN에 의해 훼손된  $512 \times 512$  크기의 8 비트 그레이 영상 Peppers 영상에 대해 시뮬레이션하였다. 영상의 개선 정도를 가능하기 위하여 PSNR를 구하여 기존의 VisuShrink[2], SureShrink[3], SDWF[7]와 BiShrink[9] 등 방법들과 성능을 비교하였다. 여기서 VisuShrink는 soft thresholding 방법을 적용하였다. 그리고 제안한 방법과 기존의 웨이브렛 기반의 방법들은 Daubechies 8(db8) 웨이브렛 함수를 이용하여 웨이브렛 변환을 하였다[2]-[9]. 그리고 잡음제거 성능의 우수성을 입증하기 위해, PSNR(peak signal to noise ratio)를 이용하여 기존의 방법들과 그 성능을 비교하였다[9].

그림 4는 Peppers 영상에 표준편차가 30인 AWGN을 첨가하였을 때, 기존의 방법들과 제안한 방법의 시뮬레이션 결과이다. (a)는 원 영상이고 (b)는 원 영상에 AWGN을 중첩한 잡음영상이며, (c)~(f)는 각각 VisuShrink, SureShrink, SDWF와 제안한 방법의 시뮬레이션 결과이다.

시뮬레이션 결과로부터, 기존의 VisuShrink에 의해 처리된 영상은 상대적으로 큰 임계값의 적용으로 큰 오차가 나타났고, SureShrink는 미흡한 잡음제거 성능을 보였다. SDWF는 잡음제거 및 에지보존 성능이 미흡하였고, 평활화되어 있음을 알 수 있다. 그러나 본 논문에서 제안한 복합 필터 알고리즘에 의한 결과는 뛰어난 잡음제거 성능과 에지보존 특성을 나타내었고, 처리된 영상은 시각적으로 부드럽고, 개선된 화질을 보이고 있다.

표 1은 Peppers 영상에서 AWGN의 크기 변화에 따른 기존의 필터들과 제안한 필터 알고리즘으로 처리한 후의 PSNR를 나타낸 것이다. 표의 결과로부터, 제안한 방법으로 복원한 영상은 기존의 방법들에 비해 우수한 PSNR 특성을 보였다. 그리고 제안한 방법은 AWGN의 표준편차가 30인 Peppers 영상에서 29.10dB의 높은 PSNR을 보이고 있으나, 기존의 VisuShrink, SureShrink, SDWF와 BiShrink는 각각 25.16dB, 25.86dB, 28.06dB와 27.86dB의 PSNR를 나타내고 있다.

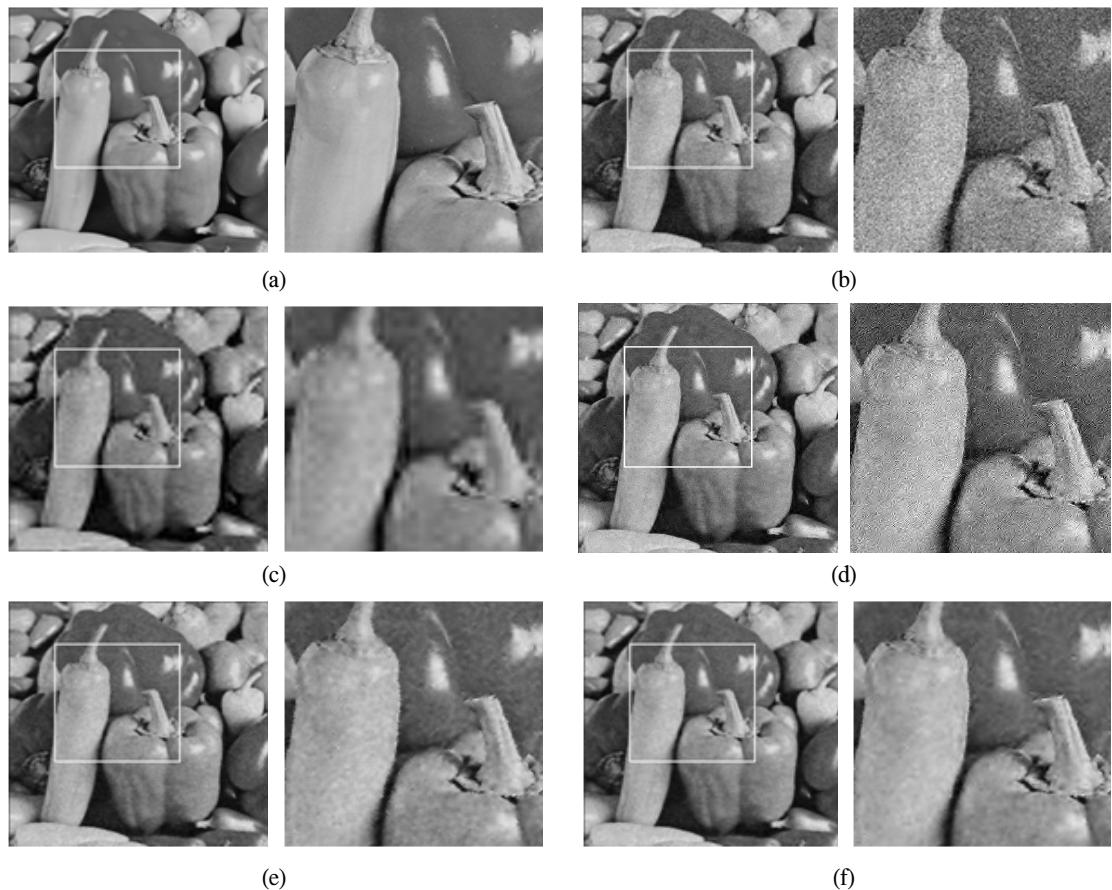


그림 4. Peppers 영상에 대한 시뮬레이션 결과

(a) 원 영상 (b) 잡음이 첨가된 영상 (c) VisuShrink (d) SureShrink (e) SDWF (f) 제안한 방법

Fig. 4 Simulation result of Peppers image.

(a) Original image (b) Noisy image (c) VisuShrink (d) SureShrink (e) SDWF (f) Proposed method

표 1. Peppers 영상에 대한 각 잡음제거 방법의 PSNR(dB)

Table. 1 PSNR values (dB) obtained by different denoising methods applied on Peppers image.

Test image	$\sigma$	VisuShrink	SureShrink	BiShrink	SDWF $5 \times 5$	Proposed $5 \times 5$
Peppers	10	29.27	31.36	33.37	32.94	33.87
	15	28.12	30.72	31.62	31.63	32.44
	20	27.33	29.58	30.15	30.36	31.17
	25	26.65	27.85	28.91	29.17	30.06
	30	25.16	25.86	27.86	28.06	29.10

## VI. 결 론

본 논문에서는 AWGN을 효과적으로 제거하기 위하여, 저주파 특성이 우수한 SDWF와 고주파 특성이 우수한 웨이브렛 기반의 알고리즘을 병렬 연결하여 처리하는 복합 필터 알고리즘을 제안하였다. 웨이브렛 영역에서의 처리방법은 스케일에 따라 서로 다른 thresholding function을 사용하여 처리하며, 제안한 변형된 thresholding function은 parent 웨이브렛 계수와 child 웨이브렛 계수를 이용하였다. 시뮬레이션 결과, 제안한 복합 필터는 AWGN 환경에서 잡음제거 성능에서 기존의 방법들보다 높은 PSNR을 나타냄으로서, 우수한 결과를 보였으며, 예지 성분에 대한 보존 특성도 우수하였다.

## 참고문헌

- [1] Gonzalez R. C and Woods R. E, "Digital Image Processing", Addison-Wesley, 2003.
- [2] Donoho, D. L. and Johnstone, "Ideal Spatial Adaptation via Wavelet Shrinkage", *Technical Report, Department of Statistics, Stanford University, Tentatively*, 1992.
- [3] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage," *J. Amer. Statist. Assoc.*, vol. 90, no. 432, pp. 1200 - 1224, Dec. 1995.
- [4] Gao Yinyu and Nam-Ho Kim, "Image Denoising using Adaptive Threshold Method in Wavelet Domain", *International Journal of KIIECE*, vol. 9, no. 3, pp. 767-772, December 2011.
- [5] Gao Yinyu and Nam-Ho Kim, "Direction Information Concerned Algorithm for Removing Gaussian Noise In images", *International Journal of KIICE*, vol. 9, no. 6, pp. 762-766, DEC. 2011.
- [6] D. T. Kuan, A. A. Sawchuk, T. C. Strand, and P. Chavel, "Adaptive noise smoothing filter for images with signal dependent noise", *IEEE Trans. PAMI*, vol. 7, pp. 165 - 177, 1985.
- [7] J. S. Lee, "Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics", *IEEE Trans. PAMI*, vol. 2, pp. 165 - 168, 1980.
- [8] L. Sendur and I.W. Selesnick, "Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising exploiting interscale dependency", *IEEE Trans. Signal Proc.* vol. 50, pp. 2744 - 2756, 2002.
- [9] L. Sendur and I.W. Selesnick, "Bivariate shrinkage with local variance estimation", *IEEE Signal Process. Lett.* vol. 9, pp. 438 - 441, 2002.

## 저자소개



Gao Yinyu(Gao Yinyu)

2010년 6월 Harbin Engineering University 졸업

2010년 9월 ~ 현재 부경대학교 대학원 제어계측공학과 석사과정

※ 관심분야: 공간필터와 웨이브렛을 이용한 영상처리



김남호(Nam-Ho Kim)

제11권 제1호 참조

1992년 3월 ~ 현재 부경대학교 공과대학 제어계측공학과 교수

※ 관심분야: 영상처리, 통신시스템, 적응필터와 웨이브렛을 이용한 잡음제거 및 신호 복원