

격자 볼츠만 법의 유체 구조 연성해석 적용에 대한 응력 기반 격자 재생성 모델

신재호* · 이상환** · 이주희***†

Stress Based Node Refill Model for Lattice-Boltzmann Method on Fluid-Structure Interaction Problems

Jae Ho Shin*, Sang Hwan Lee**, Juhee Lee***†

Key Words : Lattice Boltzmann Method(격자 볼츠만 기법), Node Refill Model(격자정보 재생성), Fluid-Structure Interaction(유체 구조 연성해석)

ABSTRACT

The Lattice Boltzmann Method has developed for solving the Boltzmann equation in Cartesian domains containing immersed boundaries of arbitrary geometrical complexity moving with prescribed kinematics. When a immersed boundaries are sweeping the fixed fluid node, refilling the node information in a vicinity of fluid nodes is one of the important issues in Lattice Boltzmann Method. In this study, we propose a simple refill algorithm for the particle distribution function based on a proper velocity, density and strain rate to enhance accuracy and stability of the method. The refill scheme based on a asymptotic analysis of LBGK model has improved accuracy than interpolation schemes. The proposed scheme in this study is validated by the simulations of an impulsively started rotating circular cylinder to investigate adaptability for fluid-structure interaction (FSI) problem. This refill scheme has improved stability and accuracy especially at high Reynolds number region.

1. 서 론

유체와 고체의 연성해석문제(FSI, fluid structure interaction)에서 움직일 수 있으며 변형이 가능한 경계를 표현하기 위하여 고안된 오일러리안 격자와 라그랑지안 격자 시스템의 조합은 다양한 영역에 적용이 가능하다. 많은 연구자들은 유체-구조 상호작용 문제의 해석에 대한 정확성과 효율성을 향상시키기 위한 연구를 수행하고 있다.⁽¹⁾⁽²⁾ 이러한 연구에서 정확성과 관련된 부분을 몇 가지로 분류해보면 다음과 같다. 먼저 유체에 잠겨 이동하는 고체에 의한 유동장의 비정상적인 노이즈 발생을 줄이려는 연구, 고체와 유체의 상호작용에 관한 힘의 전달, 고체 경계를 정확하게 묘사하는 연구, 그리고 시간영역에서 두 가지 해석을 조합시키는 방법

에 관한 것들이 있다. 또한 수치해석적인 측면에서 정확성과 효율성에 동시에 관여되는 부분이 바로 고체와 유체의 경계 부분에 대한 격자의 구조나 유체에 잠긴 고체를 표현하는 방법이라 할 수 있다. 이렇게 유체에 잠겨(submerged) 운동하는 고체를 해석하는 방법 중에는 고체가 변형하는 동안 유체 격자가 움직이느냐 혹은 고정되어 있느냐에 따라 구분할 수 있다. 격자가 변형하는 방법으로는 Arbitrary Lagrange-Eulerian method (ALE)이 있으며 고체의 움직임에 따라 격자가 함께 움직이며 격자 정보를 재구성하는 방법이다. 이 방법은 높은 정확도를 지니고 있으나 격자의 재구성 과정 중에 연산 소요비용이 많이 들며 구조체의 변형이 큰 경우 격자의 재구성 절차가 매우 복잡해진다. 두 번째는 fictitious-domain method로써 유체를 고정 격자 계를 통하여 연산하는 방법이다. 고정 격자계를 이용하면 격자의 재구성 절차가 없기 때문에 간단하고 효과적으로 연산을 할 수 있지만 고체 벽면을 정확하고 세밀하게 표현하지 못하는 단점을 가지고 있다.

* 한양대학교 기계공학과 대학원

** 한양대학교 기계공학부

*** 호서대학교 메카트로닉스공학과

† 교신저자, E-mail : juheelee@hoseo.edu

본 연구에서는 유체의 유동을 해석하기 위하여 격자 볼츠만 법(LBM) 중 LBGK model⁽⁹⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾을 사용하였다. 격자 볼츠만 법은 1990년대 이후로 기존의 유동해석 방법을 대신해 광범위하게 사용되어왔다. LBM은 기본적으로 고정된 격자를 기반으로 한 방법으로써 움직이는 복잡한 형태의 고체 경계를 정확하게 표현하기 위해 수많은 방법이 연구되었다.⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾ Bouzidi 등⁽⁹⁾ 체계적으로 구성된 보간법을 바탕으로 복잡한 형태의 움직이는 경계를 표현하는 방법에 대하여 연구하였다. 이 방법은 2차 정도의 정확성을 가지며 움직이는 경계에 대한 일반적인 접근법을 제시하였다. Lallemand와 Luo⁽⁷⁾ 보간법을 기본으로 하는 2차 정도의 bounce back을 제시하였고 이를 통하여 채널 내부에서 움직이는 실린더의 유동해석에 적용하였다. 지금까지 제시된 형태의 경계조건 표현법은 대부분의 움직이는 고체의 경우에 대하여 간단하고 쉽게 적용할 수 있다. 그러나 이러한 방법들은 보간법을 바탕으로 하기 때문에 움직이는 고체의 벽면이 가까워져서 벽면 사이의 유체격자 개수가 2개 이하가 되면 적용이 불가능해진다. 결국 고체의 움직임을 통하여 상호 접촉 하는 운동을 풀거나 변형을 하는 다공성 물질 혹은 수많은 입자를 포함하는 유동해석의 경우 적용이 어려워진다. 또한 이전의 연구에서는 복잡한 고체 경계를 표현하는 방법과 고체 경계와 인접한 유체 격자점의 점착조건(no slip condition)을 만족시키는 방법에 대한 연구만을 수행 하였다. 이러한 방법을 LBM에 적용하게 되면 고체 경계가 유체 격자 위를 지나면서 지나간 자리의 유체 정보가 손실되는 문제가 발생한다. 하지만 현재까지 이러한 문제에 대한 체계적인 연구는 진행되지 않았고 이미 제시된 방법들도 수치해석상의 간편함을 목적으로 물리적인 타당성이 손실된 방법을 사용하고 있다.

유체 격자점의 밀도, 속도, 응력정보 재구성 문제를 가장 처음 언급한 Lallemand와 Luo⁽⁷⁾은 다음의 두 가지 방법을 제시하였다. 첫째로 재구성되는 점의 속도정보를 인접한 고체 벽면의 속도와 같다고 보고 단위 밀도나 인접 격자 사이의 평균 밀도를 이용하여 유체 입자의 평형 분포함수를 구한 뒤 이 정보를 이용하여 격자정보를 재구성하는 방법이다. 두 번째는 고체 경계의 법선 방향으로 3개의 유체 격자점을 취하여 세 점의 입자 분포함수를 보간하는 방식으로 유체 정보를 재구성하는 방법이다. 이러한 방법들은 고체 경계의 속도 정보만을 이용하거나 혹은 유체의 입자 분포함수 정보만을 이용하기 때문에 유체와 고체의 두 가지 정보가 동시에 활용되는 유체-고체 연성해석에서 적합성이 떨어진다고 할 수 있다. 또한 정확성의 측면에서도 유체와 고체 두 영역에서의 정보가 동시에 활용되지 않으므로 해석 결과의 타당성을 보증하기 어려운 경우가 발생할 수 있다. Caiazzo⁽¹⁰⁾는 Lallemand와 Luo⁽⁷⁾가 제시한 재구성법을 이용하여 유체 격자의 입자분포 함수를 재구성하고 추가적으로 유체의 응력 정보를 나타내는 입자의 비평형 분포가 인접한 유체격자와

같은 것이라는 가정을 토대로 인접격자의 입자 비평형 분포를 복사하는 형식으로 재구성을 수행하였다. 이는 유체 격자의 정보와 고체 경계의 정보를 동시에 활용하여 유체-고체 연성해석 문제에 대한 적합성을 향상시켰지만 속도와 밀도의 정확성에 관련된 문제와 고체의 경계 면에서 발생하는 응력을 정확하게 모사하지 못하는 단점을 가지고 있다.

본 연구에서 LBM 격자 정보 재생성에 관하여 유체-고체 연성 해석의 측면에서 접근한 새로운 재생성법을 제시하였다. 격자의 입자 확률분포 재생성에 필요한 속도, 밀도 조건에 대하여 고체와 유체의 정보 모두를 포함한 형태의 평형 입자 확률분포를 구성하였고, 응력을 나타내는 비평형 입자 확률분포의 재생성에 대하여 고체와 유체의 경계에 작용하는 응력을 활용하는 접근법을 시도하였다. 연구에 제시된 재생성법은 인접 격자의 정보를 활용하는데 있어 제약이 없으므로 특히 다량의 입자 거동이나 유연한 다공성 물질의 해석에 용이하게 활용될 수 있다. 본 연구의 재생성법은 기존의 방법들에 비하여 안정적인 수렴성을 보여주었고 해석 결과의 정확성에 관해서도 매우 뛰어난 결과를 보여주고 있다. 특히 레이놀즈수(Reynolds number)가 높아질수록 수렴성과 정확성이 높아짐을 확인할 수 있었다. 격자 정보 재생성 법의 성능 검증을 위하여 일정 각속도로 회전하며 직진운동을 하는 실린더의 후류 속도 장을 측정된 실험 값 및 수치해석 값을 본 연구의 해석 결과와 비교하였다.

2. 단일 완화계수를 가지는 격자 볼츠만 기법

잘 알려진 격자볼츠만법 중의 하나는 다음과 같은 단일이완시간상수를 사용한 BGK모델이다.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \cdot \nabla f = -\frac{1}{\lambda}(f - f^{(0)}) \quad (1)$$

여기서 $f^{(0)}$ 는 평형분포함수(Equilibrium Distribution Function)로 맥스웰-볼츠만(Maxwell-Boltzmann) 분포함수로 표현된다. $f(X, \xi, t)$ 는 입자속도분포함수(particle velocity distribution vector)이며, X 는 공간위치벡터(spatial position vector)이며, ξ 는 입자속도벡터(particle velocity vector), t 는 시간, λ 는 이완시간상수(Relaxation Time)이다. 입자속도분포를 수치적으로 구하기 위해 식(1)을 이산속도집합 e_i 로 이산화하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \xi_i \cdot \nabla f_i = -\frac{1}{\lambda}(f_i - f_i^{(eq)}) \quad (2)$$

여기서 $f_i(x, t)$ 는 이산속도 e_i 의 i 번째 분포함수이며, $f_i^{(eq)}$ 는 이산속도공간에 상응하는 평형분포함수이다.

식(2)를 시공간상에서 이산화하면 다음과 같다.

$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) - f_i(x, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{(eq)}(x, t)], \quad (3)$$

$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) = f_i(x, t) + \Omega_i(x, t)$$

여기서 $\tau (= \lambda / \delta t)$ 는 무차원화된 이완시간상수이며, x 는 이산화된 물리공간에서의 위치이며, $\Omega_i (= -1 [f_i - f_i^{(eq)}] / \tau)$ 는 충돌항이다. 식(3)은 다음과 같이 2단계를 거쳐서 계산될 수 있다.

2.1 충돌 단계(Collision Step)

$$\tilde{f}_i(x, t + \delta t) = f_i(x, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(x, t) - f_i^{(eq)}(x, t)] \quad (4)$$

2.2 이송 단계(Stream Step)

$$f_i(x + e_i \delta t, t + \delta t) = \tilde{f}_i(x, t + \delta t) \quad (5)$$

여기서 \tilde{f}_i 는 분포함수의 충돌 후 상태 값이다. 이러한 두 단계는 전체 공간에 대한 행렬연산이 필요 없는 국지적인 계산이며, 구성 및 적용이 용이하다. 여러 가지 이산속도 집합들 중에 본 연구에서 2차원유동해석에 사용한 9속도 집합 모델(D2Q9)을 Fig. 1에 도시하였다. 평형분포함수는 다음과 같다.

$$f_i^{(eq)} = \rho w_i \left[1 + \frac{3}{c^2} (e_i \cdot u) + \frac{9}{2c^4} (e_i \cdot u)^2 - \frac{3}{2c^2} (u \cdot u)^2 \right] \quad (6)$$

여기서 e_i 는 이산 속도 집합이다. e_i 은 D2Q9에서 다음과 같은 9개의 향으로 이루어져있다. 즉,

$$e_i = 0, \quad i = 0$$

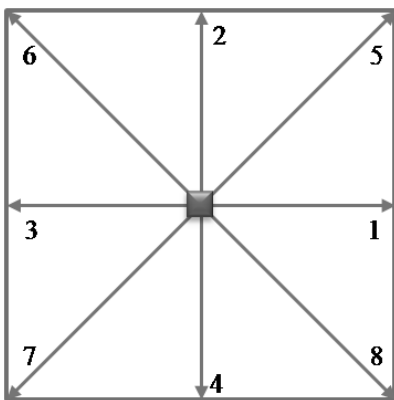


Fig 1. Discrete velocity set on a square lattice in two dimensions (D2Q9)

$$e_i = c \cos\left(\frac{(i-1)\pi}{4}\right), c \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{4}\right), \quad i = 1, 3, 5, 7$$

$$e_i = \sqrt{2} \left[c \cos\left(\frac{(i-1)\pi}{4}\right), c \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{4}\right) \right], \quad i = 2, 4, 6, 8 \quad (7)$$

여기서 $c (= \delta x / \delta t)$ 는 격자속도이며, δx 는 격자상수, δt 는 시간 간격, w_i 는 가중치로 $i = 0$ 일 때 $w_i = 4/9$, $i = 1, 3, 5, 7$ 일 때 $w_i = 1/9$, $i = 2, 4, 6, 8$ 일 때 $w_i = 1/36$ 이다.

밀도, 운동량, 압력과 같은 거시적인 물리량들은 LBM의 주요 변수들로부터 구할 수 있다. 밀도(density)는 $\rho = \sum_i f_i = \sum_i f_i^{(eq)}$ 로 구할 수 있으며, 비운동량(specific momentum)은 $\rho u = \sum_i e_i f_i = \sum_i e_i f_i^{(eq)}$ 로 구할 수 있고, 압력 (pressure)은 $p = \rho c_s^2 = \rho \frac{c^2}{3}$ 로 구할 수 있다. 또한 동점성계수는 $\nu = \left(\tau - \frac{1}{2}\right) c_s^2 \delta t$ 로 연계되어 있으며, 음속은 $c_s = \frac{c}{\sqrt{3}}$ 와 같이 연계되어 있다.

3. 유체-구조 연성해석에서 유체 격자 정보에 대한 전단응력 기반 격자 정보 재생성법

격자 볼츠만 법에서의 충돌과 이송 단계는 확률 분포 입자가 충돌 단계를 통한 완화 과정을 거치며 격자 단위의 국부적인 평형상태로 변화해 가는 연속적인 과정을 모델링한 것이다. 여기서 국부적 완전 평형을 의미하는 $f_i^{(eq)}$ 는 맥스웰-볼츠만 분포로써 낮은 마하수와 낮은 Kn 수에서의 입자속도 분포를 나타낸다.

LBGK 모델에 대한 Chapman-Enskog 전개에 따라서 볼츠만 확률분포를 2차의 정도로 시간과 공간에 대해서 전개를 하면 다음과 같다.

$$f_i = f_i^{(0)} + \epsilon f_i^{(1)} + \epsilon^2 f_i^{(2)} + \dots \quad \epsilon (Kn) \ll 1 \quad (8)$$

여기서 0번째 차수의 입자 속도분포가 $f_i^{(0)} = f_i^{(eq)}(\rho, \vec{u})$ 이 되는 관계를 이용하여 다음과 같은 관계를 확인할 수 있다.

$$f_i = f_i^{(eq)} + \epsilon f_i^{(n-eq)} \quad (9)$$

여기서 $f_i^{(n-eq)} = f_i^{(1)} + \epsilon f_i^{(2)} + \dots$ 는 비평형 입자속도 분포를 나타낸다.

BGK 모델의 1차 Chapman-Enskog 전개에 의하면 다음의 관계를 얻는다.

$$f_i^{(1)} \approx f_i^{(n-eq)} = -\frac{\pi_i^2}{2c_s^2} Q_{i\alpha\beta} (\partial_\alpha \rho u_\beta + \partial_\beta \rho u_\alpha) \quad (10)$$

식(10)에서 텐서 $Q_{i\alpha\beta} = v_{i\alpha} v_{i\beta} - c_s^2 \delta_{\alpha\beta}$ 와 t_i 그리고 c_s 는 모두 격자 구조의 종류에 따라 이산화 과정에서 발생하는 특정한 계수를 의미한다.

입자속도 분포는 크게 두 가지의 형태로 유체의 역학적 특성을 나타낸다. 0번째 차수의 입자속도 분포는 완전 평형 상태의 분포로서 유체의 속도와 밀도에 관한 함수로 표현된다. 1번째 차수의 입자속도 분포는 비평형 입자 속도 분포로서 속도의 구배에 의한 함수가 된다.⁽²⁾ 즉 입자속도 분포는 속도와 밀도, 속도의 구배에 의해 재생성이 가능하다는 것을 뜻한다. 따라서 고체의 경계가 유체격자 위를 지나가면서 손실된 유체의 정보를 재생성 하기 위해서는 적합한 밀도, 속도, 속도 구배의 정보가 필요하고 이로서 타당한 재생성이 가능한 것이다. 특히 FSI 해석에 있어서 표면에 영향을 미치는 속도 구배 및 압력분포가 고체의 움직임을 결정하는 중요한 변수가 되므로 손실된 유체의 타당한 재생성이야 말로 FSI 해석의 정확도를 높이는 매우 효과적인 방법이라 할 수 있다.

재생성에 필요한 밀도정보는 크게 두 가지로 구분할 수 있는데 첫째 단위밀도를 넣어주는 방법과 지역적 평균 밀도를 넣어주는 방법이 있다. LBGK 모델은 비압축성 유동을 가정하여 유도된 지배 방정식을 바탕으로 하므로 두 가지 방법의 결과에 대해서 큰 차이점은 없다. 다만 단위 밀도를 사용하면 재생성 과정의 밀도 섭동이 발생하지 않으므로 안정성 면에서 발산할 가능성이 적어지지만 정확성 면에서 약간 떨어짐을 알 수 있었다. 재생성 유체 점의 속도와 그에 따른 속도 구배를 구하는 방법은 Fig. 2에서와 같이 재생성 격자 주위에 속도 정보를 가지고 있는 8개의 점을 이용하여 그 점들 중 재생성 격자를 지나는 가장 가까운 두 점을 연결하여 이를 bilinear interpolation 하는 방법으로 속도 정보를 구성하였다. 고체 표면의 점은 \vec{V}_2 의 속도를 가지고 재생성 격자의 반대편 유체의 속도 정보는 \vec{V}_1 의 속도를 가지고 있다. 이 두 점을 통해 재생성 유체 점의 속도를 구해보면

$$\vec{V}_{refill} = \frac{q_2 \vec{V}_1 + q_1 \vec{V}_2}{q_1 + q_2} \quad (11)$$

식(11)에서 보이는 q_1 은 재생성 격자와 샘플링 되는 유체 점 사이의 거리이고 q_2 는 재생성 격자와 고체 벽의 속도 샘플링이 이루어지는 지점 사이의 거리이다. 이렇게 속도를 구하게 되면 선행 연구자들이 제시한 방법에 비하여 고체와 유체 정보를 모두 활용할 수 있는 장점을 가지게 된다. 또한 기존의 방법으로는 접근할 수 없었던 고체 벽으로 둘러싸인 유체 점의 경우에 대해서도 접근이 가능해 범용적인 사용이 가능

한 장점이 있다.

밀도와 속도 정보를 활용하여 유체의 평형 상태의 입자 속도 분포를 구할 수 있었다면 속도의 구배 조건을 이용하여 유체의 비평형 상태 입자속도 분포, 즉 재생성 격자점의 변형율 (strain rate)을 구할 수 있다. 이는 Fig. 2에서와 같이 유체 점 혹은 고체의 경계점을 이용한 점선과 같은 형태의 상자를 구성한다. 연속체 역학의 관점에서 보면 점선 내부의 속도 구배는 일정하다고 볼 수 있다. 이 점을 활용하여 재생성 격자 내부의 속도 구배를 구할 수 있으며 여기서 구한 속도 구배 정보를 바탕으로 비평형 입자 속도 분포를 생성할 수 있다.

4. 결과 및 고찰

4.1 회전하며 급출발하는 원통유동

본 연구의 입자 확률분포 재생성 법을 검증하기 위하여 Coutanceau와 Menard⁽¹¹⁾가 실험적 연구를 수행한 급출발, 회전 실린더 주위 유동의 실험 결과와 비교하였다. Coutanceau와 Menard는 Fig. 3과 같이 일정 각속도로 회전하면서 급출

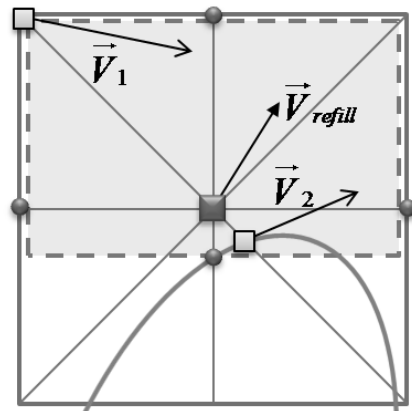


Fig 2. Box-shape strain rate and velocity source for refill node

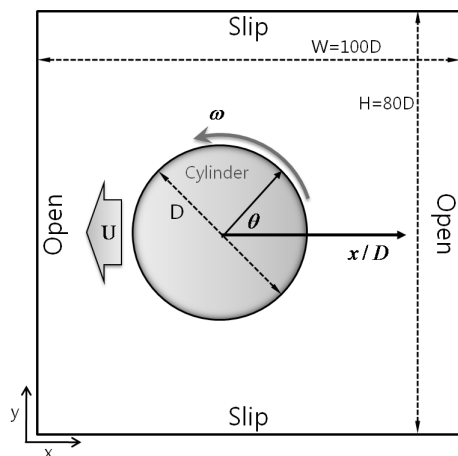


Fig 3. Schematic diagram of the Rotating cylinder in a stationary flow with constant velocity

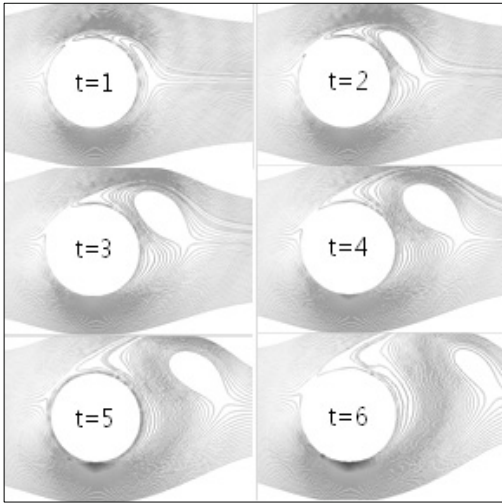


Fig 4. Instantaneous streamlines and pressure contours for a impulsively started cylinder at various times

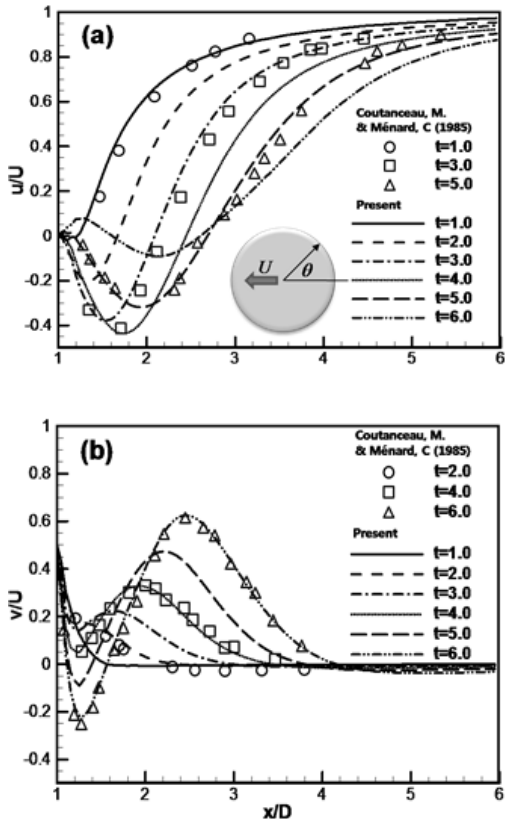


Fig 5. Time development of velocity profiles and comparison with the experimental results for $Re=200$, $\alpha=0.5$. (a) x -component of velocity on $\theta=0$. (b) y -component of velocity on $\theta=0$

발하는 원통형 실린더 ($D=20$)의 후류 속도 분포를 측정하였다. 한 격자의 크기를 1로 잡았을 때 원통형 실린더의 지름 $D=20$ 이며, 원통의 병진 운동의 속도 $U=0.1$ 을 기준으로 하였을 때 레이놀즈수 $Re=200$ 이다. 무차원 각속도 $\alpha(\omega D/(2U))=0.5$ 로

정의하였다.

원통의 중심을 원점으로 정의 하였을 때 원점을 기준으로 $\theta=0^\circ, x/D=1-6$ 사이의 x 방향, y 방향 속도의 크기를 측정하였다. 실린더의 윗면과 바닥면의 영향을 최소화 하기 위하여 미끄럼 경계조건(slip boundary condition)을 주었고 입구와 출구에는 동일한 형태의 열린 경계조건을 두었다. 계산 영역은 $L_x \times L_y = 100D \times 80D = 2000 \times 1600$ 의 정방격자 형태로 설정하여 계산영역의 경계에 의한 오차를 최소화 하였다. Fig. 4는 무차원 시간 $t^* = iU/(D/2)$ 가 1에서 6이 될 때까지의 유선을 나타낸 것이다. 시간이 지날수록 회전과 병진 운동에 의한 원통 후류의 속도 성분 변화를 관찰할 수 있다. 우리가 비교 대상으로 삼은 $\theta=0^\circ, x/D=1-6$ 구간의 x 방향 속도 u/U 와 y 방향 속도 v/U 를 위치에 따른 그래프로 표현하면 각각 Fig. 5(a), 5(b)와 같다. 결과적으로 시간의 흐름에 따른 후류 속도의 크기가 잘 맞고 있음을 확인할 수 있고 이 사실을 통해서 본 연구에서 제시된 방법이 정확성을 가짐을 보여 주고 있다.

4.2 전단응력기반 격자 정보 재생성 법의 정확도 분석

4.1장에서는 계산결과와 실험값의 비교를 통하여 계산이 실제 실험과 유사함을 보여주었다. 이번 장에서는 물체의 경계가 움직이면서 발생할 수 있는 오차의 정도를 정량적으로 분석하였다.

대부분의 연구에서는 실린더와 유체사이의 상대운동이 존재할 경우에 실린더를 움직이지 않고 대신 유동장을 일정속도로 흘러주며 둘 사이의 물리적 현상을 관찰하는 방식의 접근을 해왔다. 수치해석상 실린더를 움직이는 것보다 유동장을 흘러주는 방법이 연산이 적고 실린더를 움직이면서 격자 재생성을 하게 될 때 발생하는 계산상의 오차를 없앨 수 있는 방법이기 때문이다. 본 연구에서는 기존의 접근방법과 동일하게 실린더를 고정하고 유체를 흘러주는 방식으로 유동 해석을 하였다. 또한 정지된 유체 내부에서 실린더를 움직이며 격자 재생성을 하고 이 두 가지를 비교하였다. 정지상태의 유체 속에 잠겨있던 실린더가 일정 속도로 움직이면서 유체 사이를 통과하는 Lallemand and Luo⁽⁷⁾의 두 가지 방법(Lallemand1, Lallemand2)을 적용하여 본 연구에 제시된 재생성법과의 정확도를 비교하였다.

이전의 재생성법과 본 연구의 재생성법에 의한 오차를 비교하기 위하여 식(12)과 같이 L_2 -norm error를 구하여 Fig. 6에 나타내었다. $L_x \times L_y = 100D \times 80D = 2000 \times 1600$ 의 격자를 구성하고 실린더의 병진 운동하는 속도 $U=0.1$, 일정 각속도 $\alpha=0.5$ 로 정하였다.

$$Error(L_2 - norm) = \sqrt{\frac{\sum_{x \in \Omega} (U_{sol}(\vec{x}) - U_{ref}(\vec{x}))^2}{\sum_{x \in \Omega} (U_{ref}(\vec{x}))^2}} \quad (12)$$

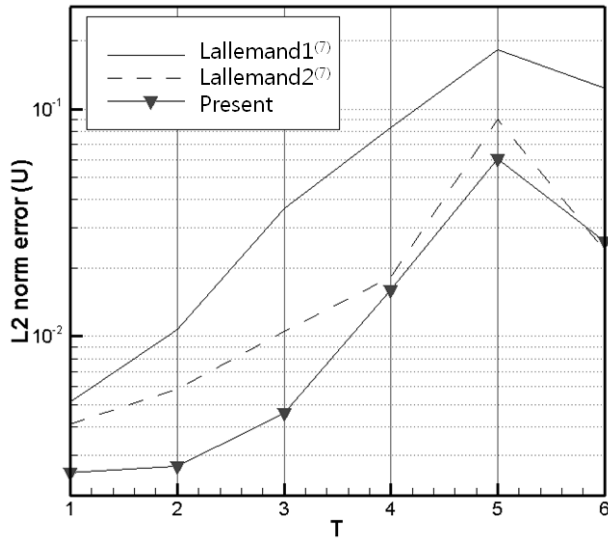


Fig. 6. L2 error obtained by x-component of velocity on $\theta=0$

Fig. 6에서 Lallemand1⁽⁷⁾의 결과는 실린더 벽의 속도만을 이용해서 속도 정보를 얻어내어 재구성 하는 방법이고 Lallemand2⁽⁷⁾는 유체 격자 내부 3개의 점을 보간하여 재구성하는 방법이다. 전체적으로 격자의 재생성 과정이 포함되어 있기 때문에 오차가 증가하다가 일정 시간이 지나서 유동이 정상상태로 접어들기 시작하는 $t^* = 5$ 를 지났을 때부터 수치적인 오차의 소산에 의해서 오차의 크기가 줄어드는 것을 확인할 수 있다. Lallemand1의 방법은 고체의 정보만을 활용하므로 오차의 크기가 가장 큰 것을 확인할 수 있고 Lallemand2의 방법은 Lallemand1의 방법보다 오차가 적은 하지만 여전히 본 연구의 방법에 비하여 오차가 큰 것을 알 수 있다. 특히 고체의 표면에서 가장 전단력의 영향이 큰 초기 출발 부분에서는 세 가지의 방법 중에서 본 연구에 제시된 방법이 가장 정확함을 알 수 있다. 이는 다른 재생성 방법들에 비하여 현재의 방법이 속도 정보를 정확하게 구함은 물론이고 응력정보를 중요하게 사용하고 있기 때문이다.

4.3 전단응력기반 격자 정보 재생성 법의 수렴성 분석

격자 볼츠만 법에서 정확한 경계조건을 설정하는 것은 매우 중요한 일이다. 계산의 편의성 때문에 자주 쓰이고 있는 LBGK model의 경우 속도영역의 완화계수 τ 만으로 유동장을 완화시키므로 TRT⁽¹²⁾, MRT⁽¹³⁾ 등의 다중 완화계수를 사용하는 격자 볼츠만 법에 비하여 수치적 오차에 대한 안정성이 떨어진다. 따라서 본 연구에서 제시한 방법이 안정적으로 적용되기 위해서는 정확성을 바탕으로 수치적인 오차가 가능한 한 적어야 한다. 수렴성과 안정성을 판단하기 위하여 Fig. 7과 같은 수치적 실험을 수행하였다. Binder et al.⁽¹⁴⁾의 수치적 실험에 따르면 LBM의 한 격자의 길이를 단위 길이로 잡을 경우 지름 $D=20$ 정도의 수준을 가질 때 수치적 오차의 범위가 수용할 만한 수준에 이른다는 결과를 바탕으로

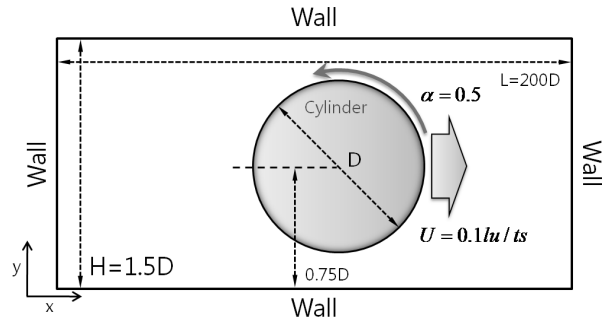


Fig. 7. Schematic diagram of the cylinder moving along the center of a confined channel with rotation and translation

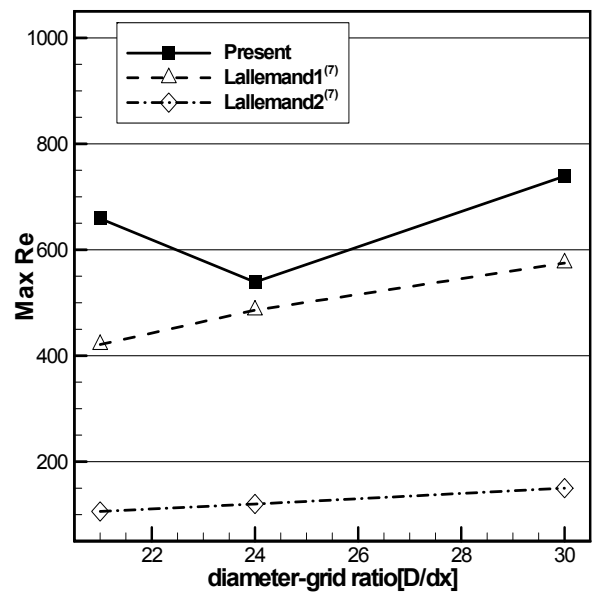


Fig. 8. Numerical stability for a cylinder moving along the center of a confined channel with rotation and translation. The maximum Reynolds number which can be reached before numerical instabilities appear is plotted.

$D=19 \sim 30$ 사이로 변화를 주어 해석하였다. 병진운동의 속도 $U=0.1$ 과 각속도 $\alpha=0.5$ 를 일정하게 두고 실린더의 지름과 완화계수 τ 의 크기를 변화시키며 레이놀즈수를 결정하였다. 일반적으로 특성길이와 기준 속도를 고정시킨 상황에서 완화계수가 0.5에 가까워질수록 레이놀즈수가 올라간다. 완화계수 1을 기준으로 2에 가까워지면 하향이완 되고 0.5에 가까워질수록 상향이완 되는데 상향이완 될수록 점성의 효과가 적게 나타난다. 유동장이 상향이완 되면 수치적 오차의 소산이 상대적으로 줄어드는 효과가 발생한다. 이때 수치 해석적 오차가 발생하면 오차들이 사라지지 않고 유동장에 남게 되어 해석이 발산하는 결과가 생긴다. 재생성 과정에서 수치 해석적 오차가 발생할 수 있지만 올바른 접근법으로 오차 발생을 최대한 억제한다면 같은 특성길이와 기준속도에서 완화계수를 더 줄여 레이놀즈수를 높여도 안정적으로 수

림할 수 있는 것이다. 이에 최대 해석가능 레이놀즈수를 측정하여 안정성을 검증하였다. 최대 해석가능 레이놀즈수는 Fig. 8에 나타내었다. 여기서 단순한 구조의 후류만을 다루지 않고 근처에 벽이나 구조물과 같은 장애물이 생길 때 발생할 수 있는 유동의 불균일성을 고려하여 좁은 관벽 사이에 실린더를 진행시키며 후류를 더욱 복잡하게 만들어 안정성 검증을 수행하였다. Lallemand1의 방법은 고체 벽의 속도만을 활용하므로 유체의 불균일한 성분이 재생성에 난입되지 않는다. 따라서 안정성의 측면에서는 나쁘지 않은 특성을 보이지만 정확성의 측면에서 부족함을 보여준다. Lallemand2의 방법은 유체의 정보를 보간 하여 재생성을 하기 때문에 후류 영역이 복잡할 경우 결과에서와 같이 안정성의 면에서 상당히 취약해짐을 확인할 수 있다. 하지만 본 연구에 제시된 방법은 고체벽면의 정보와 복잡한 유동장의 정보를 모두 활용하여 재생성을 함에도 불구하고 안정성의 측면에서 좋은 결과를 보여주고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서 유체-고체 연성해석 문제에 대한 정확한 해석을 위해 격자 볼츠만 법의 격자 정보 재생성에 대한 새로운 방법을 제안하였다. 이번 연구에서 제안된 방법은 재생성 유체 격자의 타당한 속도와 응력정보를 제공하기 위하여 고체의 경계 정보와 경계에 인접한 유체 격자 사이의 운동학적 관계를 활용하였다. 이렇게 구해진 속도와 응력정보는 움직이는 경계에 의해 손실된 유체의 정보를 역학적으로 타당하게 재생성 할 수 있게 만드는 방법이다. 본 연구에서 제시된 방법은 재생성 격자에 인접한 격자의 정보만을 필요로 하기 때문에 기존에 연구된 방법들에 비하여 간단하게 적용이 가능하고 범용적으로 쓰일 수 있다는 장점을 가진다.

본 연구에서는 정지 상태에서 회전하며 직진하는 실린더 문제에 관하여 향상된 정확성을 보였고 이를 통해 안정성 또한 보장받을 수 있음을 확인할 수 있었다. 이번 연구에서 제시된 재생성 방법은 움직이는 고체 경계를 포함하는 유동장은 물론이고 고체 표면에 정확하게 전달되는 유체의 정보에 의해 유체-고체 연성해석 문제 해석의 정확성 또한 향상시킬 수 있을 것이다.

참고문헌

- (1) S. Y. Chen, H. D. Chen, D. Martinez, and W. Matthaeus, 1991, "Lattice Boltzmann Model for Simulation of Magnetohydrodynamics," *Physical Review Letters*, Vol. 67, pp. 3776~3779.
- (2) Y. H. Qian, D. Dhumieres, and P. Lallemand, 1992, "Lattice Bgk Models for Navier-Stokes Equation," *Europhysics Letters*, Vol. 17, pp. 479~484.
- (3) H. Liu and K. Kawachi, 1999, "A numerical study of undulatory swimming," *Journal of Computational Physics*, Vol. 155, pp. 223~247.
- (4) R. Glowinski, T. W. Pan, T. I. Hesla, and D. D. Joseph, 1999, "A distributed Lagrange multiplier fictitious domain method for particulate flows," *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 25, pp. 755~794.
- (5) P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, and M. Krook, 1954, "A Model for Collision Processes in Gases. 1. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems," *Physical Review*, Vol. 94, pp. 511~525.
- (6) R. W. Mei, L. S. Luo, and W. Shyy, 1999, "An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method," *Journal of Computational Physics*, Vol. 155, pp. 307~330.
- (7) P. Lallemand and L. S. Luo, 2003, "Lattice Boltzmann method for moving boundaries," *Journal of Computational Physics*, Vol. 184, pp. 406~421.
- (8) J. Lee and S. Lee, 2010, "Boundary treatment for the lattice Boltzmann method using adaptive relaxation times," *Computers & Fluids*, Vol. 39, pp. 900~909.
- (9) M. Bouzidi, M. Firdouss, and P. Lallemand, 2001, "Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with boundaries," *Physics of Fluids*, Vol. 13, pp. 3452~3459.
- (10) A. Caiazzo, 2008, "Analysis of lattice Boltzmann nodes initialisation in moving boundary problems," *Progress in Computational Fluid Dynamics*, Vol. 8, pp. 3~10.
- (11) M. Coutanceau and C. Menard, 1985, "Influence of Rotation on the near-Wake Development Behind an Impulsively Started Circular-Cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 158, pp. 399~446.
- (12) I. Ginzburg, F. Verhaeghe, and D. d'Humieres, 2008, "Two-relaxation-time Lattice Boltzmann scheme: About parametrization, velocity, pressure and mixed boundary conditions," *Communications in Computational Physics*, Vol. 3, pp. 427~478.
- (13) D. d'Humieres, I. Ginzburg, M. Krafczyk, P. Lallemand, and L. S. Luo, 2002, "Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann models in three dimensions," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, Vol. 360, pp. 437~451.
- (14) C. Binder, C. Feichtinger, H. J. Schmid, N. Thurey, W. Peukert, and U. Rude, 2006, "Simulation of the hydrodynamic drag of aggregated particles," *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 301, pp. 155~167.