

## 쿼드로터 무인기 비선형 적응 자세제어기 설계

최인호<sup>1\*</sup>, 박무혁<sup>1</sup>, 김현기<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>한국항공우주연구원

### Non-linear Adaptive Attitude Controller Design of Quadrotor UAV

In-Ho Choi<sup>1\*</sup>, Mu-hyuk Park<sup>1</sup> and Hyun-Gi Kim<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Korea Aerospace Research Institute

**요 약** 본 논문은 쿼드로터 무인기의 비선형 적응 자세 제어기 설계에 대한 것이다. 쿼드로터 무인기는 4 개의 추력기를 갖는 불안정한 비선형시스템으로써 모델 파라미터가 변화하기 때문에 특별한 제어기가 필요하다. 본 연구에서는 산업 응용에 따른 페이로드의 변화에 따라서 무인기의 모델파라미터가 변화하더라도 페이로드에 따른 튜닝을 자동으로 할 수 있도록 적응제어기를 설계하였다. 특히, 무인기의 수학적 모델을 이용하여 비선형 적응제어기를 설계하였고 리아프노프 함수를 이용하여 이론적으로 안정성을 분석하였고 페이로드 변화에 따른 시뮬레이션을 통해서 제어기의 성능과 파라미터 추정법칙의 유효성을 입증하였다.

**Abstract** This paper is discussed the design on non-linear adaptive attitude controller for quadrotor UAV. Quadrotor UAV featured to have four rotor, required the special controller to compensate for the model parameter uncertainties as the unstable nonlinear system. In this research, we designed the adaptive controller to compensate for the payload changes even though it is changed with industrial applications. Especially, based on the mathematical model of UAV, non-linear adaptive controller is suggested and the stability is verified using the Lyapunov function and finally proved its performance and effectiveness of update laws with various payload by simulation.

**Key Words** : Quadrotor, Rotor, Non-linear, Adaptive, Lyapunov

### 1. 서론

쿼드로터는 4 개의 추력기를 갖는 비행체로서 1922년 프랑스 과학자 오미셴(Oehmichen)에 의해서 처음 비행이 가능함이 시현된 이후 지속적인 발전을 하고 있다. 쿼드로터의 개발 초기에는 유인기로 활용하기 위해서 개발을 하였으나, 근래에는 제어기술이 발전함에 따라 무인기를 위주로 활발한 연구가 진행되고 있다. 특히, 쿼드로터는 호버링 성능이 우수하고, 기계적 구조가 간단하여 제작 및 유지보수 비용이 적으며, 목적물에 충돌시에도 로터내의 운동에너지가 4개로 분산되어 있기 때문에 손실이 적다는 장점을 가지고 있기 때문에 군사 분야에서 정찰, 지형 탐색용도 뿐만 아니라, 민간분야에서도 대기오염 및

산불 감시, 게임용으로 활용되고 있다. 이러한 다양한 임무를 수행하기 위해서는 정밀한 자세 제어기술에 대한 연구가 필요하다[7, 8].

쿼드로터 무인기의 제어기 설계에 대한 연구로 수학적 모델링에 근거를 하지 않는 강화학습에 대한 연구[5]와 비선형이론을 이용한 제어연구[1, 4]가 진행되어 왔다. 적응제어이론을 적용하기 위해서 신경망을 이용한 연구가 진행되었으며[2], 슬라이딩 모드 제어기에 적응제어기법을 적용한 연구도 진행되었다 [3]. 그러나 기존의 연구에서는 페이로드의 변동에 대해 많은 연구가 진행되지 않았다. 본 연구에서는 기존 연구를 보완하기 위해서 페이로드의 변하는 질량과 관성모멘트 항을 추정하는 적응제어기법을 적용한 동적 인버전 방법에 의한 비선형제어기

본 논문은 한국항공우주연구원 항공우주시스템사업의 일부로 수행되었음.

\*Corresponding Author : In-Ho Choi

Tel: +82-10-4017-8443 email: inho@kari.re.kr

접수일 12년 03월 05일

수정일 (1차 12년 04월 27일, 2차 12년 05월 29일)

게재확정일 12년 06월 07일

를 제안하고자한다. 본 논문은 2.1절에서 쿼드콥터 무인기의 동력학 방정식을 유도하고, 2.2절은 제어기 설계, 2.3절은 시뮬레이션 결과로 구성되어 있다.

## 2. 본론

### 2.1 쿼드콥터 동력학 방정식

쿼드콥터는 그림 1과 같은 전기모터와 피치각이 고정된 프로펠러로 구성되는 추력기 4 개를 갖는 전형적인 형태의 모델을 사용하였다[1, 6].

쿼드콥터 모델의 개념도는 그림 2 와 같이 모델 중심으로부터 길이가  $l$  인 곳에 프로펠러가 장착되어 전기 모터와 연결이 되어 있고, 전기신호에 따라 프로펠러의 회전수를 변경하여 추력을 변화 시킨다. 그림 2의 개념도를 참조하면 쿼드콥터는 4개의 운동을 한다. 추력기 1과 3의 차이에 의해 피치운동을 하고, 추력기 2와 4의 차이에 의해 롤운동을 하고, 추력기 1, 2, 3, 4의 총합의 제어로 고도운동을 하고, 추력기 1, 3과 2, 4의 차이에 의해 생기는 반토크에 의해 요운동을 한다. 쿼드콥터의 동력학 방정식은 기존의 많은 연구에서 연구가 되어왔으며, 본 연구에서는 다음과 같은 기본적인 가정하에 유도하였다.

- 가정 1 : 쿼드콥터는 강체 운동을 한다.
- 가정 2 : 로터 (1, 3)은 시계 방향으로 회전하고, 로터 (2, 4)는 정지비행시 반토크를 상쇄하기 위해 시계 반대방향으로 회전한다.
- 가정 3 : 쿼드콥터는 쿼드콥터 무게중심이 쿼드콥터 중심에 위치하도록  $x$ -축,  $y$ -축에 대해서 대칭으로 설계한다.
- 가정 4 : 저속에서의 공력에 의한 힘과 모멘트는 무시한다.

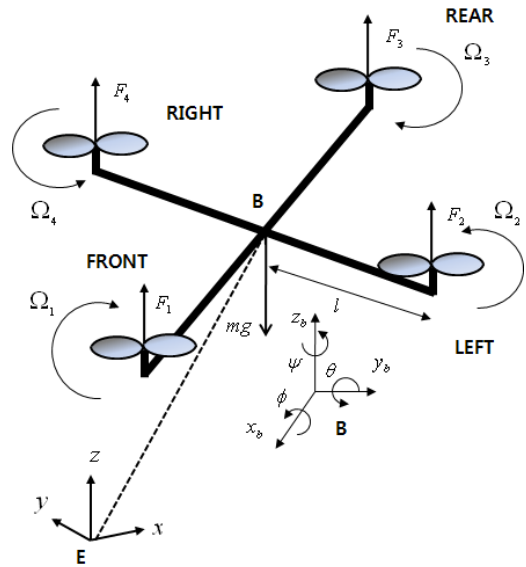
위와 같은 가정하에 쿼드콥터의 병진과 회전 운동방정식은 식 (1), (2), (3) 과 같다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ u_1 (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ u_1 \cos \phi \cos \theta - g \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (J_y - J_z)/J_x qr \\ (J_z - J_x)/J_y pr \\ (J_x - J_y)/J_z pq \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$



[그림 1] 에어드론(쿼드콥터)  
[Fig. 1] AR. Drone(Quadrotor)



[그림 2] 쿼드콥터 구성도 및 좌표계  
[Fig. 2] Quadrotor configuration and coordinate

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \\ q \cos \phi - r \sin \phi \\ q \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서,  $[x, y, z]^T$  와  $[v_x, v_y, v_z]^T$  는 관성좌표계에서의 쿼드콥터의 위치와 속도를 나타내고,  $[p, q, r]^T$  은 각 속도,  $[\phi, \theta, \psi]^T$  는 쿼드콥터의 자세를 나타내는 오일러 각이며,  $g$  는 중력가속도 상수를 나타낸다. 더욱이,  $\mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3, u_4]^T$  는 제어입력으로써 추력기의 추력

$\mathbf{f} = [f_1, f_2, f_3, f_4]^T$  과 식 (4), (5)와 같은 관계식으로 표현된다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}\mathbf{F} \quad (4)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1/m & 1/m & 1/m & 1/m \\ 0 & l/J_x & 0 & -l/J_x \\ -l/J_y & 0 & l/J_y & 0 \\ \rho/J_z & -\rho/J_z & \rho/J_z & -\rho/J_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

여기서,  $m$  은 쿼드로터 질량,  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $J_z$  는 각각  $x$ -축,  $y$ -축,  $z$ -축에 대한 관성모멘트,  $\rho$  는 추력에 대한 반토크 비례상수를 나타낸다.

## 2.2 비선형 적응 자세제어기 설계

제어기를 설계하기 위해서 다음 식 (6)과 같이 상태를 정의한다.

$$\begin{bmatrix} x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8 \end{bmatrix} \\ \equiv [z - z_d, \phi - \phi_d, \theta - \theta_d, \psi - \psi_d, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4] \quad (6)$$

여기서,  $z_d$ ,  $\phi_d$ ,  $\theta_d$ ,  $\psi_d$  는 각각 고도, 롤, 피치, 요 각을 위한 자세제어 입력신호이다. 자세제어 문제를 안정화문제로 변환하기 위해서 식(7)로 새로운 상태변수를 정의하면 상태방정식은 식 (8)로 표현된다.

$$\mathbf{z} \equiv [\Lambda_1 x_1 + x_5 \quad \Lambda_2 x_2 + x_6 \quad \Lambda_3 x_3 + x_7 \quad \Lambda_4 x_4 + x_8] \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{a} + \mathbf{c} + \mathbf{G}\mathbf{B}\mathbf{f} \quad (8)$$

여기서,

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \Lambda x_5 - \ddot{z}_d - g \\ \Lambda x_6 - \ddot{\phi}_d + q\dot{\phi} \cos \phi \tan \theta + q\dot{\theta} \sin \phi \sec^2 \theta \\ -r\dot{\phi} \sin \phi \tan \theta + r\dot{\theta} \cos \phi \sec^2 \theta \\ \Lambda x_7 - \ddot{\theta}_d - q\dot{\phi} \sin \phi - r\dot{\phi} \cos \phi \\ \Lambda x_8 - \ddot{\psi}_d + q\dot{\phi} \cos \phi \sec \theta + q\dot{\theta} \sin \phi \tan \theta \sec \theta \\ -\dot{\phi} r \sin \phi \sec \theta + r\dot{\theta} \cos \phi \tan \theta \sec \theta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ w_1 q r + w_2 p r \sin \phi \tan \theta + w_3 p q \cos \phi \tan \theta \\ w_4 p r \cos \phi - w_5 p q \sin \phi \\ w_6 p r \sin \phi \sec \theta + w_7 p q \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 1 \sin \phi \tan \theta \cos \phi \tan \theta \\ 0 & 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ w_1 q r + w_2 p r \sin \phi \tan \theta + w_3 p q \cos \phi \tan \theta \\ w_4 p r \cos \phi - w_5 p q \sin \phi \\ w_6 p r \sin \phi \sec \theta + w_7 p q \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix}$$

식 (7)에서  $\mathbf{c}$  는 추정해야하는 파라미터를 갖는 항이며, 식(5)와 (8) 에서 쿼드로터에 탑재되는 페이로드에 대해 알 수 없기 때문에, 다음과 같이 추정해야 하는 파라미터를 식 (9)와 같이 정의한다.

$$\mathbf{w} \equiv [w_1, \dots, w_{19}] \quad (9)$$

여기서,

$$w_1 = (J_y - J_z)/J_x$$

$$w_2 = w_4 = w_6 = (J_z - J_x)/J_y$$

$$w_3 = w_5 = w_7 = (J_x - J_y)/J_z$$

$$w_8 = w_9 = w_{10} = w_{11} = 1/m$$

$$w_{12} = w_{13} = l/J_x$$

$$w_{14} = w_{15} = l/J_y$$

$$w_{16} = w_{17} = w_{18} = w_{19} = \rho/J_z$$

추정 파라미터를  $\hat{\mathbf{w}}$  기호를 사용하여 표기하면, 추정함수는 각각  $\hat{\mathbf{c}}$ ,  $\hat{\mathbf{B}}$  이고 파라미터는,  $\hat{\mathbf{w}}$ ,  $\hat{w}_i$  가 된다. 추정오차는  $\tilde{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{w}} - \mathbf{w}$  이며, 추정함수 오차는  $\tilde{\mathbf{c}}(\tilde{\mathbf{w}}) = \hat{\mathbf{c}}(\hat{\mathbf{w}}) - \mathbf{c}(\mathbf{w})$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}(\tilde{\mathbf{w}}) = \hat{\mathbf{B}}(\hat{\mathbf{w}}) - \mathbf{B}(\mathbf{w})$  이다.

본 연구에서는 제어법칙과 추정법칙을 각각 식(10), 식 (11)로 설계하였다.

$$\mathbf{f} = (\mathbf{G}\hat{\mathbf{B}})^{-1} (-\mathbf{a} - \hat{\mathbf{c}} - \mathbf{K}\mathbf{z}) \quad (10)$$

여기서,  $\mathbf{K}$  는 양의 상수 이다.

$$\dot{\tilde{w}}_i = \beta \frac{\partial}{\partial \tilde{w}_i} \mathbf{z}^T (\tilde{\mathbf{c}}(\tilde{\mathbf{w}}) + \mathbf{G}\tilde{\mathbf{B}}(\tilde{\mathbf{w}})\mathbf{f}) \quad (11)$$

여기서,  $\beta$  는 양의 상수 이다.

안정성 분석을 위해, 식 (12) 와 같이 리야프노프 함수를 정하면, 미분 값은 식(10)과 (11)을 이용하여 식(13)과 같이 되고 제어시스템이 안정함을 확인할 수 있다.

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{z} + \frac{1}{2\beta} \tilde{\mathbf{w}}^T \tilde{\mathbf{w}} \quad (12)$$

$$\dot{V} = -\mathbf{z}^T \mathbf{K} \mathbf{z} \quad (13)$$

### 2.3 시뮬레이션 결과

시뮬레이션을 하기 위한 쿼드콥터 무인기의 주요 모델 파라미터는 다음과 같다.

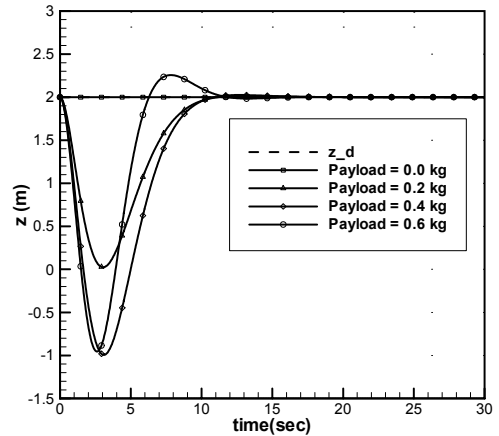
초기조건은  $z = 2$ ,  $\phi = 10\text{deg}$ ,  $\theta = -10\text{deg}$ ,  $\psi = 5\text{deg}$  에서 시뮬레이션을 수행하였으며, 고도와 자세가 안정화 되도록 제어명령을 주고 30초간 시뮬레이션을 수행하였다. 첫 번째 시험은 페이로드의 질량을 0, 0.2, 0.4, 0.6 kg 로 변화하면서 영향성을 평가하였고, 두 번째 시험은 페이로드에 따라서 질량과 관성모멘트가 동시에 변화했을 때 특성을 보기 위해 불확실한 페이로드와 관성 모멘트를  $\Delta m = 0.6$ ,  $\Delta J_x = \Delta J_y = \Delta J_z = 0.2$  로 변경하여 시뮬레이션을 수행하였다.

[표 1] 쿼드콥터 파라미터

[Table 1] Quadrotor parameter

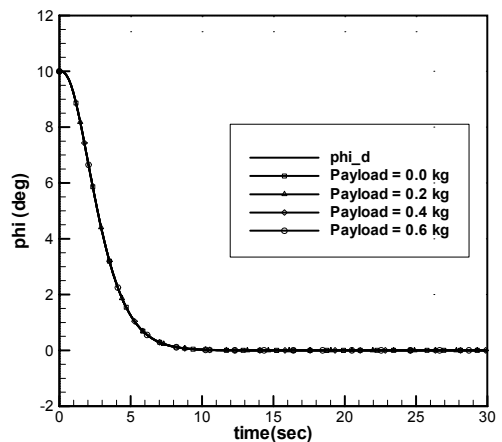
파라미터	값	단위
$J_x, J_y$ (관성모멘트)	0.8	$Nms^2 / rad$
$J_z$ (관성모멘트)	1.0	$Nms^2 / rad$
$m$ (질량)	1	$kg$
$l$ (로터간 거리)	0.4	$m$
$\rho$ (반토크 비율)	5.7E-3	-

질량의 변화에 따른 시뮬레이션 결과는 그림 3, 4, 5, 6와 같이 초기에는 파라미터의 추정이 진행 중이므로 오차가 발생하였으나, 점차 파라미터 값이 추정됨에 따라 오차가 줄어들어 명령값과 일치하여짐을 확인할 수 있었다.

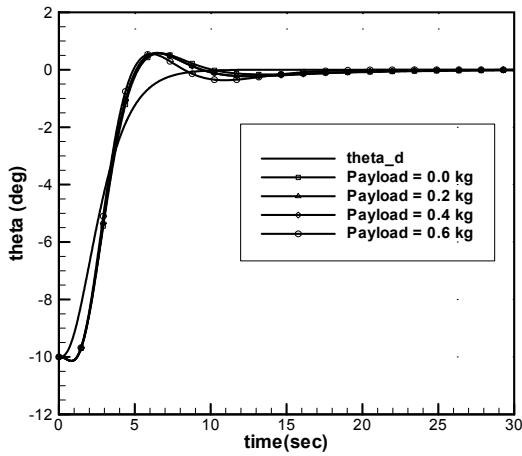


[그림 3] 페이로드 질량에 따른 응답(z)  
[Fig. 3] Response with payload masses(z)

시뮬레이션 그림에서 알 수 있듯이 페이로드가 증가함에 따라 초기 추정오차에 따른 궤적 오차가 증가함을 확인할 수 있다. 특히 그림 3에서 알 수 있듯이 페이로드의 질량 파라미터는 고도에 직접적인 영향을 주기 때문에 고도 오차에 더 많은 영향을 주는 것도 확인할 수 있다.



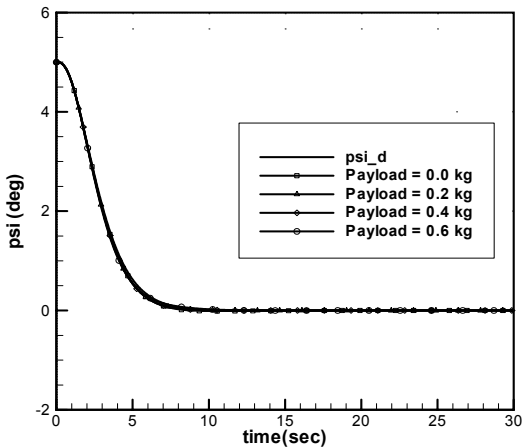
[그림 4] 페이로드 질량에 따른 응답( $\phi$ )  
[Fig. 4] Response with payload masses( $\phi$ )



[그림 5] 페이로드 질량에 따른 응답( $\theta$ )

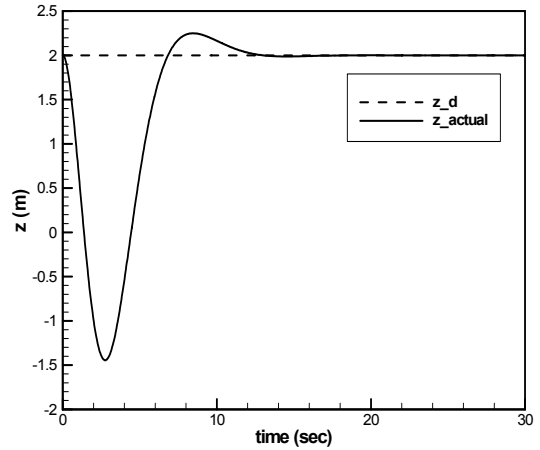
[Fig. 5] Response with payload masses( $\theta$ )

두 번째로 페이로드에 따라서 질량뿐 아니라 관성모멘트가 동시에 바뀔 경우에 대한 영향성을 보기 위한 시뮬레이션 결과 고도, 롤각, 피치각, 요각은 그림 7, 8, 9, 10와 같다. 첫 번째 해석과 마찬가지로 관성모멘트에 대한 추정치 오차가 존재하더라도 고도와 피치 운동에 영향이 있음을 확인 할 수 있고 초기에만 오차가 발생할 뿐 시간이 지남에 따라 고도와 자세제어기가 안정적으로 수렴함을 확인 하였다.



[그림 6] 페이로드 질량에 따른 응답( $\psi$ )

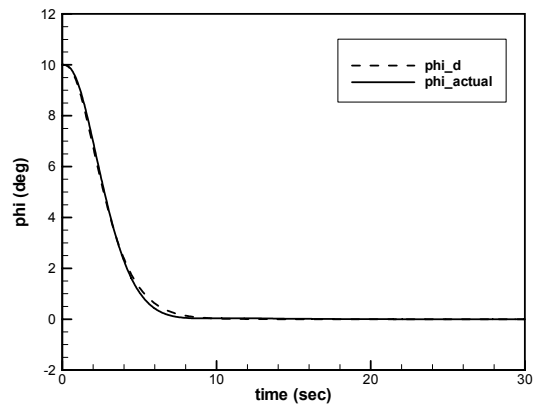
[Fig. 6] Response with payload masses( $\psi$ )



[그림 7] 페이로드 질량/모멘트에 따른 응답(z)

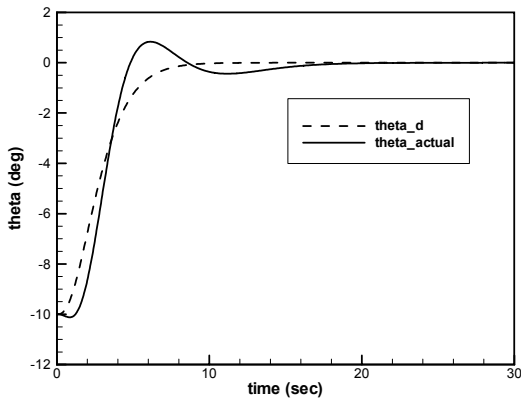
[Fig. 7] Response with payload mass and moment (z)

더불어 그림 11에서와 같이 추정파라미터가 시간이 지남에 따라 안정적으로 수렴함을 확인 할 수 있었다. 그러나 추정 파라미터의 실제값이 1.6 으로 정확하게 수렴하지 않는 특성을 나타내는데, 이는 추정오차가 일정 범위안에만 오면 제어기가 정상 동작하기 때문에 나타나는 결과로써 재어기 관점에서는 정상적인 현상이며, 단지 수렴특성을 확인함으로써 제어시스템이 안정함을 확인할 수 있었다.



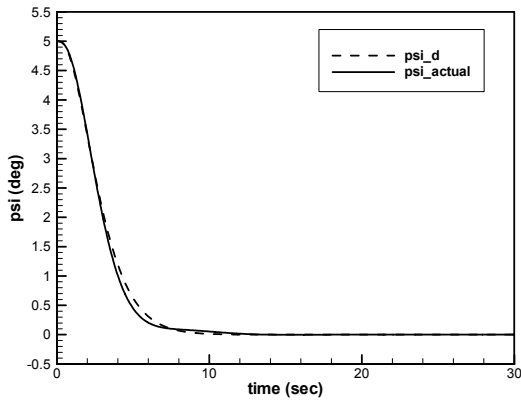
[그림 8] 페이로드 질량/모멘트에 따른 응답( $\phi$ )

[Fig. 8] Response with payload mass and moment ( $\phi$ )



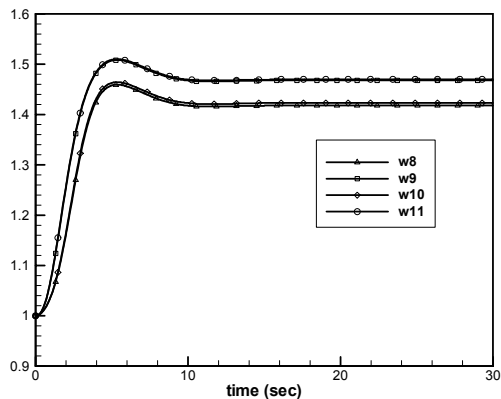
[그림 9] 페이로드 질량/모멘트에 따른 응답( $\theta$ )

[Fig. 9] Response with payload mass and moment ( $\theta$ )



[그림 10] 페이로드 질량/모멘트에 따른 응답( $\psi$ )

[Fig. 10] Response with payload mass and moment ( $\psi$ )



[그림 11] 추정파라미터의 결과

[Fig. 11] Parameter estimation history

### 3. 결론

본 연구에서는 쿼드로터 무인기 모델의 자세제어기를 미지의 페이로드가 장착되더라도 자동적으로 튜닝이 되어 자세제어가 가능하도록 적응 제어기법을 이용한 비선형 제어기 설계에 대해서 제안 하였다. 본 논문에서 제시한 제어기는 수학적으로 안정성이 증명이 가능하면서 파라미터 추정이 가능하다는 장점이 있으며, 시뮬레이션을 통하여서 제어기 성능을 입증하였다. 본 연구를 통하여 쿼드로터가 다양한 목적에 맞게 페이로드를 변경하더라도 재튜닝 없이 비행이 가능하고, 향후 개인용 항공기에 적용시, 탑승자의 몸무게에 영향을 받지 않고 비행이 가능하도록 적용이 가능하다고 판단되며 자율비행 제어기 설계의 내부 모듈로 적용이 가능하다.

### References

- [1] A. Das, K. Subbarao, F. Lewis, "Dynamic Inversion with zero-dynamics Stabilization for Quadrotor Control," IET Control Theory and Applications, Vol. 3, No. 3, pp. 303-314, 2009.
- [2] C. Nicol, C.J.B. Macnab, A. Ramirez-Serrano, "Robust adaptive control of a quadrotor helicopter," Mechatronics, Vol. 21, No. 6, pp. 927-938, 2011.
- [3] D. Lee, H. Kim, and S. Sastry, "Feedback Linearization vs. Adaptive Sliding Mode Control for a Quadrotor Helicopter," Int. J. of Control, Automation, and System, pp.419 - 429, 2009.
- [4] In-Ho Choi and Hyo-Choong Bang, "Adaptive command filtered backstepping tracking controller design for quadrotor unmanned aerial vehicle," Proc. of the IMechE, Part G: Journal of Aerospace Engineering 2011, doi:10.1177/0954410011415001.
- [5] D.J., Lee, et al, "Design of pitch controller for quad-rotor using reinforcement learning," conf. on 2010 KSAS, pp. 627-630, 2010.
- [6] Hoffmann G, Huang H, Waslander S, Tomlin C. "Quadrotor helicopter flight dynamics and control: theory and experiment," Proceedings of the AIAA guidance, navigation & control conference, Hilton Head, SC, USA, 2007.
- [7] Nicholas Kottenstette and Joseph Porter, "Digital Passive Attitude and Altitude Control Schemes for Quadrotor Aircraft," 2009 IEEE Int. Conf. on Control and Automation, New Zealand, pp.1761-1768, Dec.9-11, 2009.

[8] I. Can Dikmen, Aydemir Arisoy, and Hakan Temeltas, "Attitude Control of a Quadrotor," '09 4<sup>th</sup> Int. Conf. on Recent Advances in Space Technologies, pp.722-727, 2009.

**최 인 호(In-Ho Choi)**

[정회원]



- 1994년 2월 : 전북대학교 전자공학 학과 (학사)
- 1996년 2월 : 전북대학교 전자공학 학과 (석사)
- 2012년 2월 : 한국과학기술원 항공우주공학전공 (박사)
- 1996년 3월 ~ 현재 : 한국항공우주연구원 선임연구원

<관심분야>  
제어, 전자, 항공

**박 무 혁(Mu-Hyuk Park)**

[정회원]



- 1993년 2월 : 서강대학교 전자공학 학과 (학사)
- 1993년 3월 ~ 2000년 3월 : 삼성항공(한국항공우주산업) 재직
- 2000년 4월 ~ 현재 : 한국항공우주연구원 선임연구원

<관심분야>  
제어, 전자, 항공

**김 현 기(Hyun-gi Kim)**

[정회원]



- 2000년 2월 : 서울대학교 기계항공공학부(학사)
- 2002년 2월 : 서울대학교 기계항공공학부(석사)
- 2006년 2월 : 서울대학교 기계항공공학부(박사)
- 2006년 2월 ~ 2007년 12월 : 현대중공업 구조연구실 선임연구원
- 2007년 12월 ~ 현재 : 한국항공우주연구원 항공계통팀 선임연구원

<관심분야>  
구조최적화, 축소모델, 구조-유체 연성해석