

# 다물체 요소이론을 이용한 예인줄 동역학의 모델링 및 시뮬레이션

† 윤현규 · 이홍석\* · 박종규\*\* · 김연규\*\*\*

† 창원대학교 조선해양공학과, \*\*창원대학교 기계공학전공, \*\*\*한국해양연구원 대덕분원

## Dynamic Modeling and Simulation of a Towing Rope using Multiple Finite Element Method

† Hyeon Kyu Yoon · Hong-Seok Lee\* · Jong Kyu Park\*\* · Yeon Gyu Kim\*\*\*

† Dept. of Naval Architecture & Marine Engineering, Changwon National University, Gyeongnam 641-773, Korea

\*\*Dept. of Mechanical Engineering, Changwon National University, Gyeongnam 641-773, Korea

\*\*\*Maritime & Ocean Engineering Research Institute, KORDI, Daejeon 305-343, Korea

**요 약** : 예인줄을 여러 개의 유한요소로 분할 한 뒤 각 요소들에 Newton의 운동 제 2법칙을 적용하고 각각에 작용하는 외력은 성분별로 장력, 항력, Coriolis 힘, 중력, 부력, 입수 충격력 등으로 구분하여 예선과 부선을 연결하는 예인줄의 동역학 모델을 정립하였다. 일반적으로 예인줄 요소의 병진 운동만을 고려하는 이전의 연구들과는 달리 본 논문에서는 예인줄 요소의 운동을 횡동요를 제외한 5자유도로 확장하고 외력 고려가 용이한 물체고정좌표계에서 기술하였다. 예인줄 요소들 간에는 연결점에서 인장만 되는 스프링과 감쇠기로 연결하고, 스프링의 강성계수는 실제 적용되는 예인줄의 강성계수와 등가가 되도록 설정하였다. 정립된 예인줄 모델의 검증은 위하여 예인줄의 공기중 및 수면 바로 위에서의 자유낙하, 예인선의 가속운동, 예인선의 조화운동 시나리오에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과, 예인선, 부선, 예인줄 요소들의 운동 시계열 값들은 실제 예상치와 유사한 경향을 보이는 것을 확인하였다.

**핵심용어** : 예인줄, 다물체 요소이론, 예선, 부선, 모델링, 시뮬레이션

**Abstract** : After towing rope connecting a barge to a tug was subdivided into multiple finite elements, then those dynamic models was established using Newton's second law and considering the external force and moment such as tension, drag, Coriolis force, gravity, buoyancy, and impact due to free surface acting on each element. While the previous research on the model of towing rope considered only translation, five-degree-of-freedom equations of motion except roll based on the body-fixed frame were established in this paper. All elements are connected by a spring and a damper, and the stiffness of the spring was set as the equivalent value of the real rope. In order to confirm the established multiple finite element model, various scenarios such as freely falling of towing rope in the air and above the free surface, accelerating of a tug which tows a barge connected by towing rope, and sinusoidal moving of a tug were set up and simulated. As the results, the trajectories of the tug, the barge, and the towing rope showed good tendencies to the ones of real expected situations.

**Key words** : towing rope, multiple finite element method, tug, barge, modeling, simulation

## 1. 서 론

통상적인 예선(Tugboat)은 예항과 압항을 하는데 압항은 주로 선박을 이접안 하는 경우에 사용하는 방법이므로 예항에 비하여 상대적으로 대형사고의 발생 가능성이 적다. 하지만 예항하는 경우에 피예인되는 바지(Barge)선의 중량은 일반적으로 예선보다 크게 되고, 해상상태가 거친 경우에는 바지선의 과도한 운동이 예선에 큰 영향을 미쳐서 대형사고가 발생할 수 있다. 2007년 12월에 충남 태안 앞바다에서 발생한 허베이 스피리트호와 삼성중공업의 해상크레인과의 충돌사고에 의한 해양오염사고가 대표적인 사례이다(유, 2011). 이 외에도

해상상태가 거친 상태에서 부선에 의한 예인력이 선회를 하는 예선에 과도하게 작용하여 예선이 전복되는 경우도 종종 발생한다(Yoon et al, 2011). 이러한 예선 사고는 충돌이나 기관고장 등의 사고에 비하여 빈도는 적으나, 일단 사고 발생시 인명사고로 이어지는 경우가 대부분이다.

국내에서는 전문적인 예선 운항 교육을 받지 못한 사람들이 경험칙에 의하여 예선을 운항하는 경우가 대부분이므로 예부선의 운항조건이 통상적인 경우와 상이하거나 비상 상황시에는 대응에 어려움이 있을 수 있다. 예선 운항자들의 다양한 상황에 대한 대응능력을 향상하기 위해서는 시뮬레이터를 활용하는 방법이 가장 효과적일 수 있다. 현재까지 국내에서 운

† 교신저자 : 정희원, hkyoon@changwon.ac.kr 055)213-3683  
\* 학생회원, aktkssha@nate.com 010)8552-9977  
\*\* 정희원, chong@changwon.ac.kr 055)213-3607  
\*\*\* 정희원, ygkim@moeri.re.kr 042)866-3642

용되고 있는 선박 조종 시뮬레이터는 주로 대형 상선이나 함정 등의 입출항, 이접안 훈련을 위한 목적으로 많이 활용되고 있고, 예선 시뮬레이터는 없는 실정이다. 하지만 국외에서는 다양한 예선 작업을 설정하고, 이에 대한 운용 훈련을 시뮬레이터를 이용하여 수행하고 있다(Hensen, 2003).

예선의 6자유도 운동을 정확히 모사하기 위해서는 예인줄 및 바지선의 동역학 수학모형이 적절하게 정립되어야 한다. 바지선은 일반적인 선박에 대한 조종 수학모형(Hamamoto, 1987)을 적용해도 충분하지만 예인줄의 경우는 다양한 예부선 상황을 모사할 수 있도록 수학모형을 정립해야 한다. 해상에 계류되어 있는 선박이나 해양구조물의 계류줄은 항상 어느 정도의 장력이 미리 걸려 있으므로 사전에 계류형상을 현수선(Catenary) 형태로 가정할 수 있고, 현수선 형태의 변형에 따른 인장력만으로 모델링하여도 충분하다(Berteaux, 1976; Chu et al, 2009). 이러한 현수선 모델은 예부선이 인접하여 접안되어 있다가 예선만의 이동에 의하여 예인줄이 점차적으로 길어지는 상황이나 예부선의 간격이 좁아져서 예인줄이 수면에 걸쳐있는 상황과 같은 다양한 시나리오에 대해서 적용할 수 없고, 이런 경우에는 예인줄을 여러 개의 요소로 분할하여 모델링해야 한다(Berteaux, 1976; Koderaayama, 1989).

본 연구에서는 다양한 예부선 운용 상황을 모델링 하기 위하여 다물체 요소이론을 적용하고, 기존에는 예인줄 요소의 병진운동만을 지구고정좌표계에 대하여 기술한 반면에 예인줄 요소의 운동을 횡동요를 제외한 5자유도로 확장하여 예인줄 요소고정좌표계에 대해서 정립하였다. 예인줄은 그 직경과 동일한 지름을 갖는 원통으로 가정하고, 인접 요소들 간에는 예인줄의 재료 특성이 반영된 스프링과 감쇠기로 연결하였다. 또한 각 요소에 작용하는 중력, 부력, 부가질량력, 항력, 입수 충격력, 장력을 모델링하고, 지구고정좌표계와 예인줄고정좌표계 간의 좌표변환 관계를 이용하여 시뮬레이션 프로그래밍에 용이한 벡터-행렬 형태로 연성운동방정식을 정립하였다. 마지막으로, 정립된 운동방정식의 유효성을 검증하기 위하여 다양한 시나리오를 가정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

## 2. 예인줄 요소의 운동방정식

### 2.1 예인줄 구성 요소 모델링

Fig. 1에 도시한 바와 같이 예인줄을 N개의 요소로 분할하고, 각각의 요소는 질량이 균일하게 분포되어 있는 원통이라고 가정한다. 각 요소들의 양 끝점에서는 인접 요소들과 스프링 및 감쇠기로 연결되고, 예인줄 요소 0과 N-1은 각각 예선과 부선의 계선주에 연결된다.

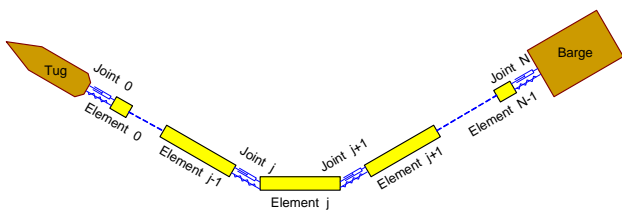


Fig. 1 Configuration of towing rope elements

### 2.2 좌표계

예인줄 요소의 위치와 자세를 정의하기 위하여 Fig. 2에 도시한 바와 같이 관성좌표계(Inertial coordinates)로 간주할 수 있는 지구고정좌표계(O-XYZ)를 정의한다. 지구고정좌표계는 지구 표면에 임의의 고정된 점을 원점으로 하고, 양의 X, Z 축을 각각 북극 방향, 연직 상방으로 하는 직각우수좌표계이다.

또한 예인줄 요소의 운동을 편리하게 기술하기 위하여 비관성좌표계인 예인줄 요소고정좌표계(o-xyz)를 정의한다. 예인줄 요소고정좌표계도 지구고정좌표계와 마찬가지로 예인줄 요소 관점에서 예선방향을 양의 x축으로 하고, 연직상방을 z축으로 하는 직각우수좌표계이다.

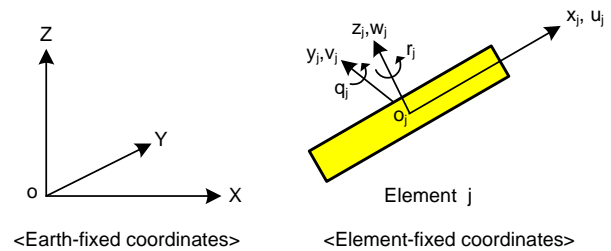


Fig. 2 Coordinates systems

### 2.3 운동방정식

예선의 이동 및 부선의 항력에 의하여 예인줄의 형상은 변화하게 되고, 이러한 형상 변화는 예인줄 요소들에 대한 운동방정식의 해로써 매 시간간격 마다 구해진다. 예인줄 요소들의 운동방정식을 정립하기 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

예인줄 요소는 길이 방향으로 지름이 동일한 원통형이고, 질량은 길이 방향으로 동일하게 분포되어 있다. Fig. 2의 예인줄 요소고정좌표계의 원점은 예인줄 요소의 무게중심이며,  $y_j, z_j$  방향으로 작용하는 항력계수는 동일하다.

예인줄 요소는  $x_j$  축에 대한 횡동요를 제외한 전후동요, 좌우동요, 상하동요, 종동요, 선수동요의 5자유도 운동을 한다.

예인줄 요소들 간에는 예인줄 재료 특성과 동일한 강성을 가진 스프링과 감쇠기로 연결되어 있다. 이 때 감쇠계수는 축방향과 축과 수직인 방향에 대해서는 서로 다른 값을 갖게 되고 축방향의 감쇠계수가 수직 방향에 비하여 매우 크다.

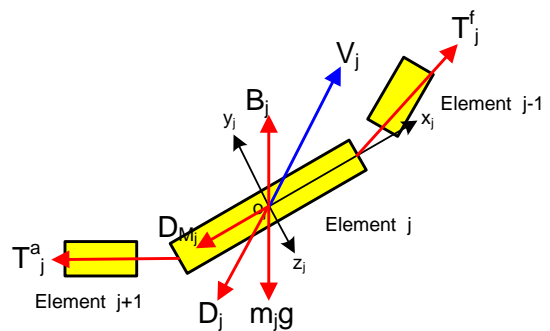


Fig. 3 Force components acting on the element

Fig. 3에는 예인줄 요소에 작용하는 힘을 도시하였다. Fig. 3의 힘 구성도에 따라 운동방정식을 나타내면 식(1)과 같다. 여기서, 표기의 편의를 위하여 예인줄 요소의 번호를 나타내는 하첨자  $j$ 는 생략하고 기술하기로 한다.

$$(M+M_A)\dot{V} = \underline{C} + \underline{C}_A + \underline{D} + \underline{D}_M + \underline{H} + \underline{B} + \underline{W} + \underline{T}^f + \underline{T}^a \quad (1)$$

식(1)에서  $M, M_A$ 는 각각 요소 질량 및 부가질량 행렬을 나타내고,  $\underline{C}, \underline{C}_A, \underline{D}, \underline{D}_M, \underline{H}, \underline{B}, \underline{W}, \underline{T}$ 는 각각 Coriolis 힘, 주변유체의 관성에 의한 힘, 항력, 요소 내부의 감쇠력, 입수 충격력, 부력, 중력, 장력을 나타낸다. 상첨자  $f, a$ 는 각각 요소의 앞, 뒤점을 나타낸다. 속도벡터( $\underline{V}$ ) 위에 나타낸 acute( $\dot{\cdot}$ )는 벡터 요소들의 시간 미분을 나타낸다. 즉 예인줄 요소의 5 자유도 운동 방향의 속도벡터와 속도벡터 요소들의 시간변화율은 다음과 같다.

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ q \\ r \end{bmatrix}, \quad \dot{\underline{V}} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서, 속도벡터 요소들은 순서대로 전후동요, 좌우동요, 상하동요, 종동요, 횡동요 속도를 나타내고, 속도 변수들 위의 dot( $\dot{\cdot}$ )는 변수들의 시간 미분을 나타낸다.

식(1)의  $M$ 은 질량행렬로서 예인줄 요소의 무게중심이 예인줄 요소고정좌표계의 원점에 위치하고, 횡동요를 고려하지 않는다면 식(3)과 같이 5×5 대각행렬로 나타낼 수 있다. 예인줄 요소는 xz, yz, xy 평면에 대하여 대칭이므로, 식(3)과 같이 부가질량 행렬  $M_A$ 의 요소들도 대각요소들만 남게 된다. 앞선 가정에 따라 예인줄 요소의 y, z축에 대한 질량관성모멘트( $I_y, I_z$ )는 식(4)와 같다.

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}, \quad M_A = \begin{bmatrix} m_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$I_y = I_z = \frac{1}{12}m(l^2 + 3r^2) \quad (4)$$

여기서,  $m, l, r$ 은 각각 요소의 질량, 길이, 반경을 나타내고,  $m_x, m_y, m_z, J_y, J_z$ 는 각각 x, y, z축 방향의 부가질량과 y, z축 방향의 부가질량관성모멘트를 나타낸다.

식(1)에 의하여 예인줄 요소의 속도를 계산할 수 있고, 지구 고정좌표계 원점에 대한 예인줄 요소고정좌표계 원점의 위치 벡터  $\underline{R}$ (각 방향 성분은  $X, Y, Z$ )과 종동요각( $\theta$ ), 선수동요각( $\psi$ )의 시간 변화율은 운동학적 조건식에 따라 계산할 수 있다. 운동학적 조건식은 지구고정좌표계와 예인줄 요소고정좌

표계 간의 변환행렬과 예인줄 요소고정좌표계에서 구한 속도를 이용하여 다음과 같이 기술된다.

$$\dot{\underline{R}} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = C_b^n \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = D_b^n \begin{bmatrix} q \\ r \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서,  $C_b^n, D_b^n$ 은 각각 병진속도 벡터와 회전속도 벡터를 예인줄 요소고정좌표계에서 지구고정좌표계로 변환하는 변환행렬들이고, 다음과 같이 예인줄 요소의 Euler각을 이용하여 나타낼 수 있다. 이 때 변환 순서는 지구고정좌표계에서 물체 고정좌표계로 변환할 때 321 Euler 변환(Fossen, 1994), 즉 지구고정좌표계로부터 선수동요-종동요-횡동요 순으로 예인줄 요소고정좌표계로 변환한다고 가정하였고, 여기서는 횡동요를 고려하지 않았으므로 32번환으로만 변환행렬이 구성된다.  $C_b^n$ 은 정규직교행렬이므로  $C_b^n$ 의 역행렬과 전치행렬은 동일하다.

$$C_b^n = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & -\sin\psi\cos\psi\sin\theta \\ \sin\psi\cos\theta & \cos\psi & \sin\theta\sin\psi \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}, \quad D_b^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/\cos\theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

### 3. 예인줄 요소에 작용하는 외력 모델

#### 3.1 Coriolis 힘

예인줄 요소고정좌표계는 종동요, 선수동요의 회전운동을 하는 비관성좌표계이다. 따라서, 예인줄 요소에는 좌표계의 병진속도와 회전속도가 중첩되어 추가적인 병진 가속도가 발생하고, 이것이 추가적인 관성력인 Coriolis 힘으로 작용한다.

예인줄 요소의 속도 벡터를 시간 미분한 후 병진속도와 회전속도와의 곱성분에 질량행렬을 곱하면 Coriolis 힘성분을 얻을 수 있다. 예인줄 요소가 물에 잠겨 있는 경우에는 주변유체에 의한 Coriolis 힘도 고려해야 하는데 이 경우는 강체와 달리 가속 방향에 따라 상응하는 부가질량 성분을 이용하여야 한다.

$$\underline{C} = M(\dot{\underline{V}} - \dot{\underline{V}}) = \begin{bmatrix} -m(qw - rv) \\ -mru \\ mqu \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{C}_A = \begin{bmatrix} -m_zqw + m_yrv \\ -m_xru \\ m_xqu \\ (m_z - m_x)wu \\ (m_x - m_y)uv \end{bmatrix} \quad (8)$$

#### 3.2 동유체력

동유체력은 식(1)의 부가질량력( $\underline{M}_A$ ) 및 주변유체에 대한 Coriolis 힘( $\underline{C}_A$ )과 예인줄 요소에 수직 및 접선 방향으로 작용하는 항력( $\underline{D}$ )으로 구성된다. 여기서, 예인줄 요소는 앞선 가정에 따라 길이가  $l$ , 반지름이  $r$ 이고 속이 판 찬 원통형이다.

부가질량 행렬 및 Coriolis 힘 벡터는 이미 식(3)과 식(8)에 각각 기술하였으므로, 여기서는 예인줄 요소의 운동방향에 따른 성분값들에 대해서만 모델링하기로 한다. 예인줄 요소의 운동방향별 부가질량은 다음과 같이 모델링한다.

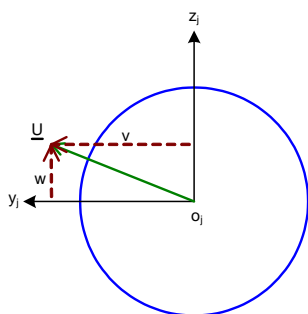
$$m_x \approx 0, \quad m_y = m_z = \rho \nabla, \quad J_y = J_z = \frac{\rho \nabla}{12} (l^2 + 3r^2) \quad (9)$$

여기서,  $\nabla (= \pi r^2 l)$ 은 예인줄 요소의 체적이다. x축 방향의 부가질량은 일반 선박에서도 배수량의 5~10% 정도로 고려하는데, 예인줄 요소의 경우에는 앞뒤가 인접한 요소들로 연결되어 있으므로 무시할 수 있다고 가정하였다. 예인줄 요소는 축대칭이므로 y, z축에 대한 부가질량 및 부가질량관성모멘트는 동일하고, y축에 대한 부가질량은 2차원 원통에 대한 단위 길이당 부가질량으로 모델링 하였다. 또한 y축에 대한 부가질량관성모멘트는 예인줄 요소가 밀어낸 물에 대한 질량관성모멘트와 동일하다고 가정하였다.

항력은 예인줄 요소에 수직인 성분과 접선방향 성분으로 구성된다. 또한 여기서 수직인 성분은 Fig. 4에 나타낸 바와 같이 다시 y, z 방향으로 구분하고, 항력 중심은 예인줄 요소 고정좌표계의 원점이라고 가정하면 항력에 의한 동유체모멘트는 0이 된다. 이때 항력 벡터( $\underline{D}$ )는 다음과 같이 표현한다.

$$\underline{D} = - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \rho D \|u\| u C_f \\ \frac{1}{2} \rho D \|U\| v C_D \\ \frac{1}{2} \rho D \|U\| w C_D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서,  $\underline{U} = [0 \quad v \quad w]^T$  이고, Fig. 4에 예인줄 요소 단면에서의 속도 벡터를 나타내었다.  $D$ 는 요소의 지름( $2r$ )이다.



Cross section of Element j

Fig. 4 Definition of transverse velocity components

식(10)에서  $C_f$ ,  $C_D$ 는 각각 접선 방향과 법선 방향의 항력 계수이고, 모델링의 단순화를 위하여 예인줄 요소의 지름에 기반한 레이놀즈수( $Re$ )에 따른 변화가 거의 없는 영역에 대한 대표값을 적용하기로 한다(Berteaux, 1976).

$$\begin{aligned} C_f &= 0.015 \\ C_D &= 1.2 \end{aligned} \quad (11)$$

### 3.3 부력 및 중력

부력은 각 예인줄 요소의 중심점이 수면 보다 하방에 있을 때만 예인줄 요소의 무게와 동일한 값으로 고려한다. 예인줄 요소의 부력과 중력은 Fig. 2의 지구고정좌표계의 Z 방향과 평행하게 작용하므로 지구고정좌표계에서 예인줄 요소고정좌표계로의 변환행렬인  $C_n^b$ 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다. 이 때 무게중심과 부력중심은 요소의 원점과 동일하므로 모멘트 성분은 없다.

$$\underline{B} = C_n^b \underline{B}_n = C_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \nabla g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\rho \nabla g \sin \theta \\ 0 \\ \rho \nabla g \cos \theta \end{bmatrix}, \quad \text{if } Z \leq 0, \quad (12)$$

$$\underline{W} = C_n^b \underline{W}_n = C_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mg \sin \theta \\ 0 \\ -mg \cos \theta \end{bmatrix} \quad (13)$$

### 3.4 입수 충격력

예인줄 요소가 빠른 속도로 입수할 시에는 많은 에너지를 수면에 제공하게 된다. 입수 충격력은 다음과 같이 간단하게 부가질량의 변화율을 이용하여 나타내기로 한다.

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{m}_y v \\ \dot{m}_z w \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서,  $\dot{m}_y = m_y / \Delta t$ ,  $\dot{m}_z = m_z / \Delta t$  이다.

### 3.5 요소 변형에 따른 내부 감쇠력

식(1)의  $\underline{D}_M$ 은 예인줄 요소의 변형에 따른 내부 감쇠력이며 예인줄 요소의 운동에 대하여 다음과 같이 모델링 한다.

$$\underline{D}_M = - \begin{bmatrix} c_x u \\ c_y v \\ c_z w \\ c_m \dot{q} \\ c_n \dot{r} \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서, 예인줄 요소의 대칭성을 고려하면  $c_y = c_z$ ,  $c_m = c_n$  이 된다.

식(15)에서 감쇠력계수  $c$ 는 모두 유차원값인데, 일반적으로 예인줄의 사양에서 이 값이 주어지는 경우는 거의 없다. 따라서, 예인줄의 인장시험 또는 예부선의 시험시에 시간에 따른 예인줄의 형상변화를 계측하여 결정하는 수 밖에 없다. 하지만 감쇠력계수를 표준감쇠비로 표현하면 직관적으로도 그 값을 가정하는데 도움이 될 수 있다. 따라서, 다음의 과정에 따

라 예인줄 요소의 각 방향에 대한 1차원 표준형 운동방정식을 통하여 표준감쇠비를 설정한 후 감쇠력계수를 결정하기로 한다.

먼저 예인줄 요소의 공기중에서 외력이 없는 경우에 x축 방향 변형량( $\Delta x$ )의 1차원 운동방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{\Delta x} + c_x \dot{\Delta x} + k_x \Delta x = 0 \quad (16)$$

$$\Rightarrow \ddot{\Delta x} + 2\zeta_x \omega_{nx} \dot{\Delta x} + \omega_{nx}^2 \Delta x = 0$$

여기서,  $c_x = 2\zeta_x \sqrt{k_x m}$  이다.

예인줄 요소의 축방향과 수직한 방향인 y, z 방향의 표준감쇠비( $\zeta_y, \zeta_z$ )는 0.5 정도로 가정하고, 축방향은 이에 대하여 10 배 크다고 가정한다. 이러한 표준감쇠비는 실제 경우에는 기준이 되는 실험 상황을 가정한 후 결정해야 하는 값이다. 왜냐하면 표준감쇠비의 크기에 따라서 천이 시간 동안의 응답이 크게 변하기 때문이다.

$$\zeta_y = \zeta_z = \frac{1}{10} \zeta_x, \quad \text{여기서, } \zeta_x = 0.5 \quad (17)$$

예인줄 요소의 회전운동에 대한 단순한 1차원 운동방정식은 Fig. 5를 참조하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$I_y \ddot{\theta} + c_m \dot{\theta} + k_x \Delta x l \theta = 0 \quad (18)$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + 2\zeta_m \omega_{nm} \dot{\theta} + \omega_{nm}^2 \theta = 0$$

여기서,  $c_m = 2\zeta_m \sqrt{k_x \Delta x l I_y} = c_n$  이다.

식(18)에 의하면 회전운동에 대한 감쇠계수를 구하기 위해서는 변형량  $\Delta x$ 를 결정하여야 하는데, 이것은 예인줄 요소가 운동하는 동안에 계속 변화하는 값이 된다. 따라서, 감쇠계수를 가장 크게 정하기 위하여  $k_x \Delta x$ 를 예인줄 요소의 최대 인장력( $P$ )과 동일하게 결정하고,  $\zeta_m$ 은 실험적으로 구하여야 하는데 본 연구에서는 부족감쇠의 중간값인 0.5로 가정하였다.

$$c_m = c_n = 2\zeta_m \sqrt{P I_y}, \quad \text{여기서, } \zeta_m = 0.5 \quad (19)$$

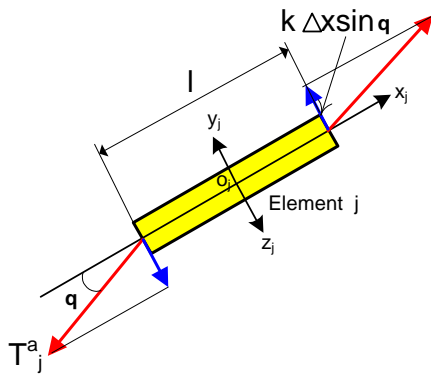


Fig. 5 Relationship between rotational motion and tension

### 3.6 장력

장력은 예인줄의 특성인 강성계수(Stiffness)와 인접한 예인줄 요소 및 예인줄 요소와 예부선의 연결점 간의 거리의 곱으로 나타낼 수 있다. 매 시간 간격마다 연결점 간의 거리는 Fig. 6에 나타낸 위치벡터의 관계로부터 다음과 같이 표현된다. Fig. 6에서 위치벡터는  $\underline{R}$ ,  $\underline{r}$ 로 나타내며, 대문자와 소문자는 각각 벡터가 기술된 좌표계인 지구고정좌표계와 예인줄 요소고정좌표계를 나타낸다.

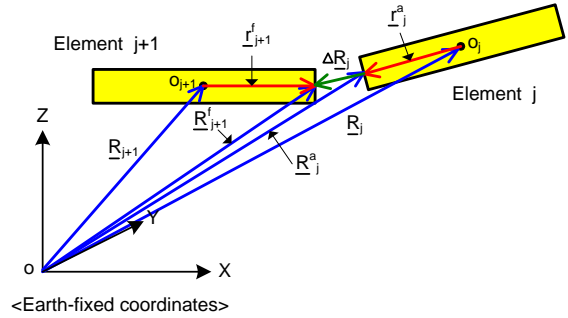


Fig. 6 Definition of position vectors of the element

$$\|\Delta \underline{R}_j\| = \|\underline{R}_{j+1}^f - \underline{R}_j^a\| \quad (20)$$

$$= \|\underline{R}_{j+1} + C_{bj+1}^m \underline{r}_{j+1}^f - \underline{R}_j - C_{bj}^m \underline{r}_j^a\|$$

식(20)에서  $\underline{r}_{j+1}^f, \underline{r}_j^a$ 는 예인줄 요소 길이의 반으로 고정값이고, 각 예인줄 요소의 좌표변환 행렬과 원점의 위치벡터는 매 시간간격마다 개선되는 값이다.

연결점에서 장력의 방향만 계산하면 예인줄 요소에 작용하는 장력벡터를 얻을 수 있다. 장력의 방향은 변형된 방향과 동일하다고 가정해도 예인줄의 지름이 전체길이 보다 상대적으로 매우 작은 경우에는 물리적으로 타당하다. 또한 연결점의 연결선 상에서는 예인줄 요소 j와 j+1에 작용하는 장력은 내력으로써 방향만 반대로 같은 크기의 작용-반작용력이 된다. 따라서 장력의 방향은 변형량 벡터 방향이 되고, 식(20)의 norm 기호를 제거하면 다음과 같이 장력벡터를 나타낼 수 있다.

$$\underline{T}_j^a = k C_{nj}^b \Delta \underline{R}_j \quad (21)$$

$$= k C_{nj}^b (\underline{R}_{j+1}^f - \underline{R}_j^a)$$

$$= k C_{nj}^b (\underline{R}_{j+1} + C_{bj+1}^m \underline{r}_{j+1}^f - \underline{R}_j - C_{bj}^m \underline{r}_j^a)$$

$$\underline{T}_{j+1}^f = -k C_{nj+1}^b \Delta \underline{R}_j \quad (22)$$

$$= -k C_{nj+1}^b (\underline{R}_{j+1}^f - \underline{R}_j^a)$$

$$= -k C_{nj+1}^b (\underline{R}_{j+1} + C_{bj+1}^m \underline{r}_{j+1}^f - \underline{R}_j - C_{bj}^m \underline{r}_j^a)$$

식(21)과 식(22)로 표현되는 예인줄 요소 j의 후방 연결점에 작용하는 장력과 예인줄 요소 j+1의 전방 연결점에 작용하는 장력은 다음과 같은 관계가 있다.

$$C_{bj}^m \underline{T}_j^a = -C_{bj+1}^m \underline{T}_{j+1}^f \Rightarrow \underline{T}_{j+1}^f = -C_{bj+1}^h C_{bj}^m \underline{T}_j^a \quad (23)$$

최종적으로  $j$ 번째 예인줄 요소에 작용하는 장력은 식(21)~(23)로 나타낸 장력과 이에 의한 모멘트로 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} [\underline{T}_j]_{1-3} &= \underline{T}_j^a + \underline{T}_j^f \\ [\underline{T}_j]_{4-5} &= \underline{r}_j^a \times \underline{T}_j^a + \underline{r}_j^f \times \underline{T}_j^f \end{aligned} \quad (24)$$

여기서, 예인줄은 압축이 되지 않는 연성체이므로 “예인줄 요소  $j$ 의 원점에서 예인줄 요소  $j+1$ 의 전방 연결점까지의 거리가 예인줄 요소의 반길이 보다 작으면 장력이 작용하지 않는 상태”(Fig. 7 참조)라고 생각할 수 있다.

따라서 이러한 불연속 조건과 조건 판단에 사용되는 위치 벡터는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{T}_j^a &= \underline{T}_{j+1}^f = 0, \quad \text{for } \|\underline{R}_{j+1,j}^f\| \leq l/2 \\ \underline{T}_j^f &= \underline{T}_{j-1}^a = 0, \quad \text{for } \|\underline{R}_{j-1,j}^a\| \leq l/2 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \underline{R}_{j+1,j}^f &= \underline{R}_{j+1}^f - \underline{R}_j = (\underline{R}_{j+1} + C_{bj+1}^m \underline{r}_{j+1}^f) - \underline{R}_j \\ \underline{R}_{j-1,j}^a &= \underline{R}_{j-1}^a - \underline{R}_j = (\underline{R}_{j-1} + C_{bj-1}^m \underline{r}_{j-1}^a) - \underline{R}_j \end{aligned} \quad (26)$$

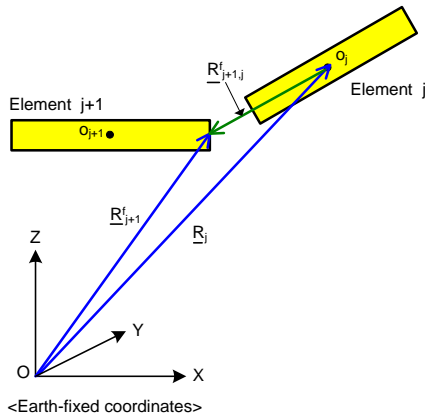


Fig. 7 Position vector for neglecting tension

## 4. 시뮬레이션

### 4.1 예제 예인줄 사양

모델링 결과를 검증하기 위하여 Table 1의 예제 예인줄을 선정하고 Fig. 8과 같이 예인줄 요소를 편의상 11개로 분할하여 다양한 시나리오에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

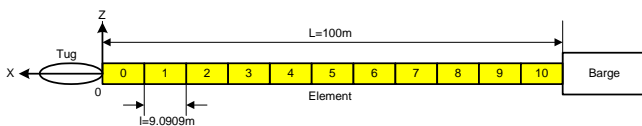


Fig. 8 Configuration of the elements of towing rope

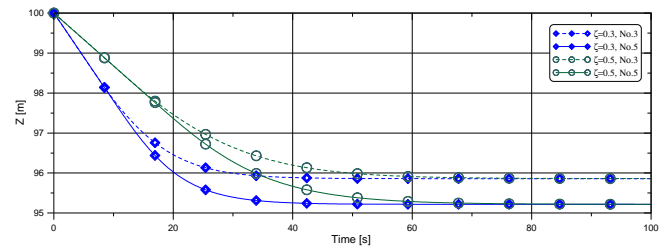
Table 1 Specification of example towing rope

항목	값
전체 길이	100.0 m
예인줄 단면의 지름	0.05 m
단위 길이당 무게	1.725 kgf/m
인장강도	16 ton
신장률	15 %
법선방향 항력계수	1.2
접선방향 항력계수	0.015
표준감쇠비	0.5
요소 개수	11

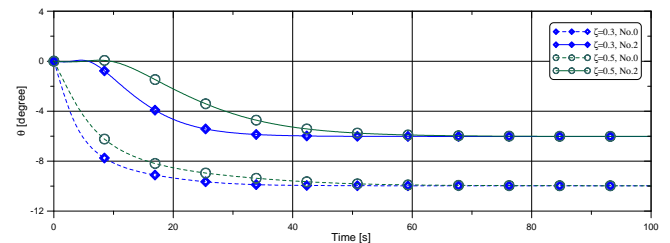
### 4.2 공기중에서 단순하게 처짐

첫 번째 시나리오는 Fig. 8에 나타낸 예인줄의 양쪽 끝이 고정단에 힌지 상태로 고정되어 있어서 힘만 전달된다고 할 때, 초기 조건으로 처음에는 수평으로 있던 예인줄을 자유 낙하하는 경우이다. 이 때 예인줄 양쪽 끝단의 고정점의 좌표는 수면에서 100m 높이에 있어서 예인줄이 수면과 접촉하지 않도록 설정하였다.

Fig. 9(a)에는 No.3, No.5 예인줄 요소의 표준감쇠비에 따른 높이 방향 변화를 비교하여 나타내었다. 시간이 지남에 따라 No.3, No.5 예인줄 요소는 각각 95.86m, 95.22m로 수렴하지만 정상상태가 되기 전에는 서로 다른 거동을 보이는 것을 알 수 있다. 따라서, 실제 예인줄의 처짐 상태를 실험을 통하여 측정한 후 표준감쇠비를 설정하면 실제와 유사한 예인줄 운동 시뮬레이션 결과를 얻을 수 있을 것으로 사료된다. Fig. 9(b)에는 No.0, No.2 예인줄 요소에 대한 종동요각 시계열을 나타냈는데 Fig. 9(a)와 마찬가지로 처음 천이 구간에서 차이를 보이고 정상상태값은 일정하게 되는 것을 볼 수 있다.



(a) Z trajectory



(b) Pitch angle

Fig. 9 Results in case of freely falling in air

### 4.3 수면 바로 위에서 단순하게 처짐

Fig. 10에는 수면 바로 위(1.0m)에서 예인줄이 자유낙하하

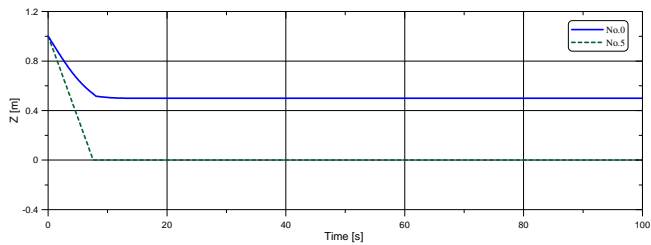
는 경우의 요소들의 Z궤적과 종동요각 시계열을 나타내었다.

예인줄의 부력이 무게보다 크므로 수면 아래로 예인줄이 내려가지 않고, 종동요각도 처음에 과도 특성을 보이다가 수면과 접촉하는 No.1 요소 부터는 0°가 유지되고 있다.

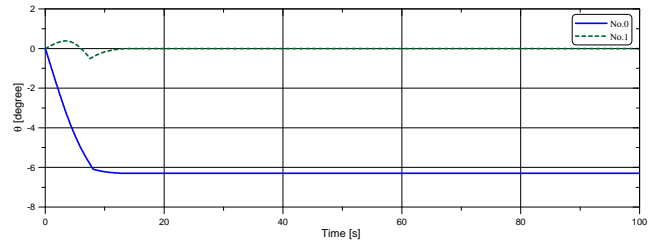
#### 4.4 예선이 일정속력으로 전진

Fig. 11에는 예선이 5 knots의 속력으로 직진하는 경우에 예인줄의 Z궤적과 종동요각 시계열을 나타내었다.

상하동요는 앞서와 마찬가지로 초반에 장력과 항력의 영향에서 가장 멀게 있는 No.5 요소가 크게 일어나다가 일정한 값으로 수렴하고, 종동요의 경우는 반대로 예선과 부선에 인접한 예인줄 요소의 초반 종동요각이 크다가 일정값으로 수렴한다. 여기서, 예부선의 계선주 높이는 각각 2m, 1m로 설정하였다.

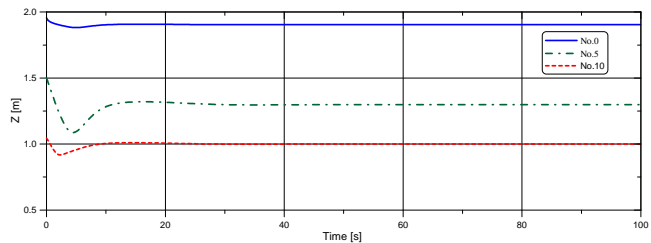


(a) Z trajectory

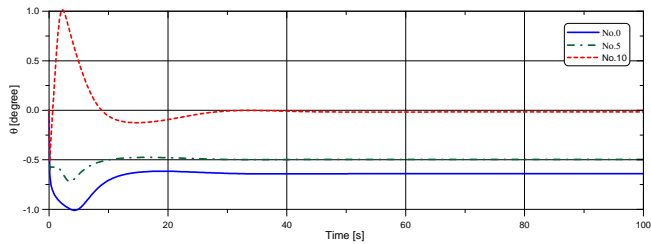


(b) Pitch angle

Fig. 10 Results in case of freely falling near free surface



(a) Z trajectory

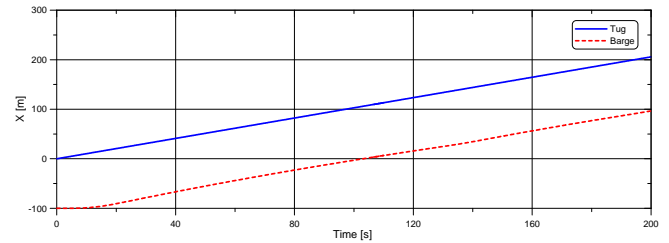


(b) Pitch angle

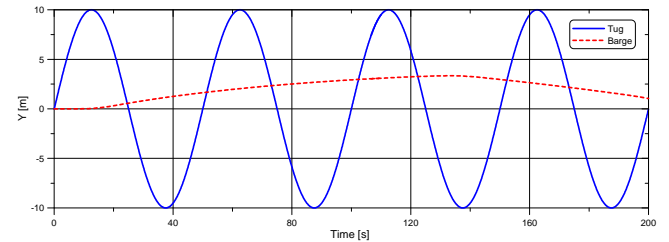
Fig. 11 Results in case of steady straight running

#### 4.5 예선이 전진하면서 조화운동

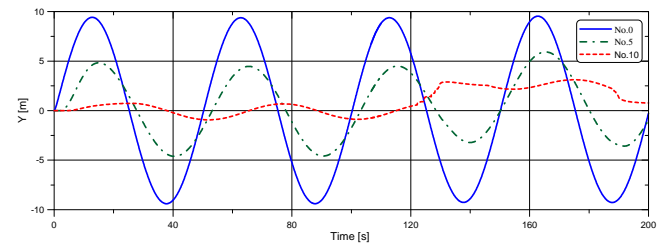
Fig. 12에는 예선이 2 knots의 속력으로 전진하면서 Y방향 진폭이 10m이고, 주기가 50초인 운동을 하는 경우에 부선의 궤적, 예인줄 요소들의 XY궤적, 선수동요각, Z궤적, 종동요각의 시계열을 도시하였다.



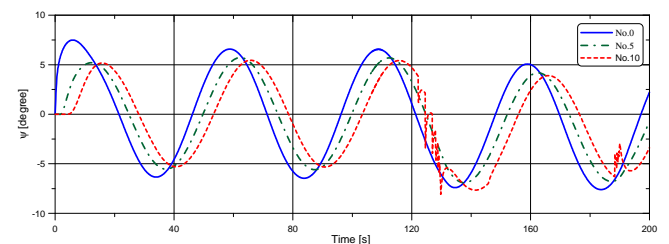
(a) X trajectories of tug and barge



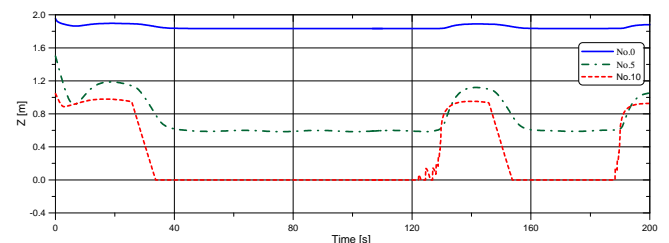
(b) Y trajectories of tug and barge



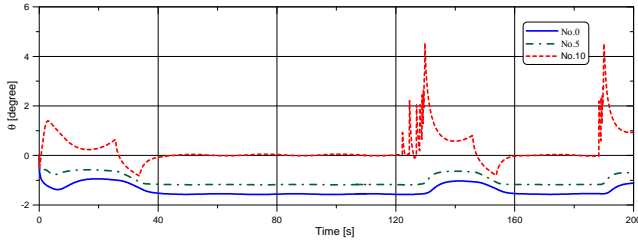
(c) Y trajectories of the elements of towing rope



(d) Yaw angles of the elements of towing rope

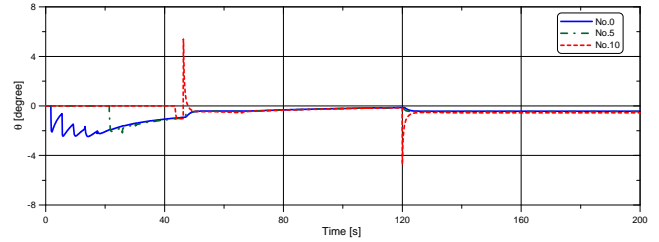


(e) Z trajectories of the elements of towing rope



(f) Pitch angles of the elements of towing rope

Fig. 12 Results in case of sinusoidal motion of tug



(d) Pitch angles of the elements of towing rope

Fig. 13 Results in case of acceleration motion of tug

Fig. 12의 X축적의 차이가 예인줄 길이를 유지하는 것으로 보아서 예인은 적절하게 되고 있다고 판단된다. 하지만 120초 정도가 지나면 부선과 연결된 마지막 예인줄 요소의 운동에 진동이 일어난다. 이러한 현상의 주원인은 시뮬레이션에 적용한 부선이 길이, 폭, 흘수, 방형계수는 각각 50m, 15m, 0.5m, 0.9인 박스 형태이므로 직선안정성이 부족한 선박이기 때문이라고 사료된다.

Fig. 13에는 예선과 부선의 전진방향 궤적에 대한 시계열을 보여주고 있는데, 매 시간마다 약 100m의 예인거리를 유지하고, 예선에 가까운 예인줄 요소부터 전방으로 이동한다. 최종적으로는 예선과 부선의 계선점 높이가 다음에 따라 예인줄은 경사되어 예인되고 있는 것을 볼 수 있다.

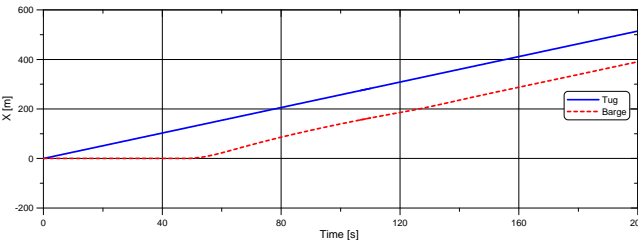
#### 4.6 예인줄이 예선의 계선주에서 풀리기 시작

마지막으로 예인줄이 예선의 계선 원치에 감겨 있고, 예선과 부선이 동일한 위치에 있다가 예선이 5 knots의 속도로 일정하게 전진하는 경우에 예인줄의 운동 변화를 시뮬레이션 하였다.

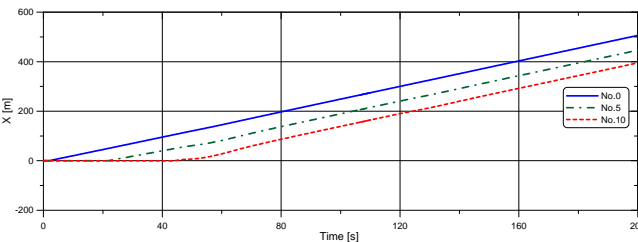
### 5. 결론

예부선은 예인줄로 서로 구속되어 예인선열로 운항하므로, 이러한 예인선열의 동역학 시뮬레이션을 수행하기 위하여 예인줄 수학 모형을 정립하였다.

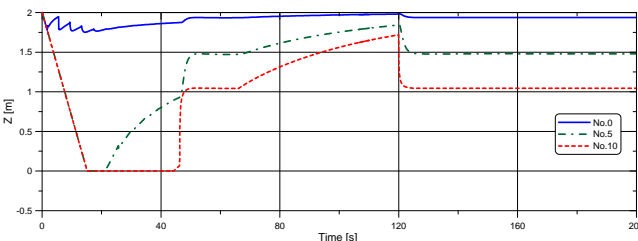
기존에는 예인줄 수학모형으로서 동일 거리 원칙에 따른 반복 계산법, 현수선(Catenary) 모델, 3자유도 병진운동만을 고려한 다물체 요소모델을 사용하였다. 전자는 반복 계산 시간을 예측하기 어렵고, 수치적으로도 불안정하여 항상 일정한 시간간격으로 정보가 개선되어야 하는 시뮬레이터에 적용하기에는 어려움이 있고, 현수선 모델도 예인줄에 사전장력이 작용하여 포물선과 같은 형태를 가진 다음부터 모델 적용이 가능하므로 비인장 상태와 같은 다양한 예인줄 조건에 대한 시뮬레이션에는 한계가 있었다. 3자유도 병진운동만을 고려한 다물체 요소모델은 외력을 지구고정좌표계에 대하여 기술함에 따라 최종식이 매우 복잡한 형태로 기술되었다.



(a) X trajectories of tug and barge



(b) Y trajectories of tug and barge



(c) Z trajectories of the elements of towing rope

본 연구에서는 예인줄을 다물체 요소로 분할한 후 각 요소들에 대한 횡동요를 제외한 5자유도 운동방정식을 물체고정좌표계에 대하여 벡터-행렬 형태로 기술하였다. 이러한 경우 비인장상태와 같은 다양한 상황을 시뮬레이션 할 수 있고, 벡터-행렬 표현식에 따라 수치 프로그래밍이 용이한 장점이 있다. 개발된 수학모형을 다양한 시나리오에 적용하여 검증을 수행한 결과, 물리적·직관적으로 타당한 결과를 얻을 수 있었다.

앞으로, 수학모형의 적절성을 실험적으로 검증하기 위하여 이상적인 모의상황을 설정한 후 예인줄의 거동을 계측하고, 이러한 시험 결과와 본 논문에서 정립한 예인줄의 동역학 모형을 이용한 시뮬레이션 결과가 잘 일치하는지 확인하여야 한다. 또한 실제 예부선 및 예인줄의 실선 시운전 결과를 활용한 시뮬레이션 결과 검증도 수행되어야 한다.



## 후 기

이 논문은 2009년도 창원대학교 신입교수 연구비 지원과 한국해양연구원의 “예인줄 재료 특성을 고려한 예부선 연성 운동 시뮬레이션 기법 연구” 과제의 지원으로 수행되었습니다.

## 참 고 문 헌

- [1] 유경필, 허베이 스피리트호 기름유출사건에서의 항법 문제에 관한 연구(2011), 목포해양대학교 대학원, 석사학위논문, pp. 1-15.
- [2] Berteaux, H.O.(1976), Buoy Engineering, John Wiley & Sons, pp. 97-134.
- [3] Chu, C.H., Chou, S.K, Chung, F.Y, and Chang, F.N.(2009), "Development of a PC-based Ship Handling Simulation Prototype System", 9th Asian Conference on Marine Simulator and Simulation Research, pp. 43-50.
- [4] Fossen, T.I.(1994), Guidance and Control of Ocean Vehicles, John Wiley & Sons, pp. 6-17
- [5] Hamamoto, M., Nonaka, K. and Mizoguchi, S.(1987), "Estimation of Hydrodynamic Forces Acting on a Ship Hull", 4th Marine Dynamics Symposium, Society of Naval Architects of Japan, pp. 19-92.
- [6] Hensen, H.(2003), Tug Use in Port - A Practical Guide, 2nd Ed., The Nautical Institute, pp. 117-133.
- [7] Koderayama, W. and Yamakita, K.(1989), "Dynamics and Control of Underwater Towed Vehicles", 6th Marine Dynamics Symposium, Society of Naval Architects of Japan, pp. 111-154.
- [8] Yoon, H.K., Kim, S.Y. and Lee, G.J.(2011), "Causal Analysis of a Tugboat Capsizing Based on a Dynamical Simulation", International Journal of Ocean System Engineering, Vol.1, No.4, pp. 211-221.

---

원고접수일 : 2012년 3월 20일  
심사완료일 : 2012년 5월 25일  
원고채택일 : 2012년 5월 30일