

ML 기반 모노 펄스 MR 커브의 선형 영역의 확장

Linear Region Extension of MR Curve in ML Based Monopulse

김흥수 · 임종환 · 양훈기 · 정용식 · 김두수* · 이희영* · 김선주*

Heung-Su Kim · Jong-Hwan Lim · Hoon-Gee Yang · Young-Seek Chung ·

Doo-Soo Kim* · Hee-Young Lee* · Seon-Joo Kim*

요 약

모노 펄스 estimator의 성능은 Monopulse Ratio(MR) 커브에 의해 결정된다. 모노 펄스 estimator의 성능을 향상시키기 위해서는 배열 구조 파라메타와 관련된 MR 커브의 수학적 표현이 필요하다. 본 논문에서는 Maximum Likelihood(ML) 기반 모노 펄스 estimator의 MR 커브의 역함수를 이용한 모노 펄스 estimator를 제안한다. 평면 배열 모노 펄스 레이더 안테나에서 제안된 estimator의 MR 커브의 선형 영역을 확장시키는 과정을 보이고, 시뮬레이션을 통해 기존의 ML 기반 estimator와 성능을 비교한다.

Abstract

The performance of a monopulse estimator is depend on its monopulse ratio(MR) curve. To improve its performance, a mathematical expression of the MR curve that is associated with an array the parameters is needed. In this paper, we present a novel monopulse estimator that uses the inverse function of a MR curve for the Maximum Likelihood (ML)-based monopulse estimator. It is shown that the proposed method can extend the linear region of the MR curve, which in turn improve the estimation accuracy. Moreover, it's performance is compared with the ML-based method through simulation.

Key words : Monopulse Ratio Curve, Maximum-Likelihood, Inversed Function, Planar array

I. 서 론

모노 펄스 방식의 추정 성능은 합 빔(sum beam) 및 차 빔(difference beam) 패턴으로 계산되는 MR (Monopulse Ratio) 커브의 통계적 특성을 분석하여 평가한다^{[1],[2]}. ML(Maximum Likelihood) 기반의 모노 펄스의 경우, 목표물로부터 송신된 신호의 확률밀도 함수를 최대로 만드는 방향 추정 값을 목표물의 방향으로 추정하는 방식으로 높은 정확도를 산출하며,

CRLB(Cramer-Rao Lower Bound)를 이용하여 모노 펄스 estimator의 성능을 평가한다^[3]. 하지만 모노 펄스 추정의 본질적인 성능은 MR 커브의 특성에 의해 결정되며, 이에 따른 모노 펄스 배열 안테나에서 다목적 함수를 만족시키는 합 빔과 차 빔 패턴의 합성을 이용하여 모노 펄스 추정 성능을 향상시키는 연구가 수행되고 있다^[4]. Nickel이 제안한 모노 펄스 방식은 합 빔의 가중치 벡터의 미분 값을 이용하여 차 빔 패턴을 형성하는 방법이다. 하지만 안테나의 조향 방

「이 연구는 국방과학연구소의 위탁연구과제 연구비 지원을 받아 수행되었음.」

광운대학교 전자공학과(Department of Electronics Convergence Engineering, Kwangwoon University)

*국방과학연구소(Agency for Defense Development)

· Manuscript received March 19, 2012 ; Revised April 24, 2012 ; Accepted May 7, 2012. (ID No. 20120319-029)

· Corresponding Author : Hoon-Gee Yang (e-mail : hgyang@kw.ac.kr)

향과 실제 수신 신호와의 차이가 증가하면 추정 값에 오차가 발생하여 모노 펄스의 성능이 감소하는 문제가 있다^[5].

본 논문에서는 모노 펄스 추적용 배열 안테나에서 기존의 Nickel이 제시한 MR 커브에 대한 수학적 표현을 이용하여 역함수를 구하고, 이를 이용한 새로운 모노 펄스 estimator를 제시한다. 본 논문의 개요는 II장에서는 기존의 ML 기반 모노 펄스 알고리즘에 대해서 살펴보고, III장에서는 MR 커브의 역함수를 이용한 알고리즘을 제시하고, IV장에서는 모의 실험을 통하여 기존의 estimator와 제안한 estimator의 성능을 비교하며, V장에서는 결론을 맺는다.

II. ML 기반의 모노 펄스 기법

방위각 ϕ , 고도각 θ 방향에 위치한 표적에 반사된 레이더 펄스가 평면 배열 안테나에 수신될 때 수신 신호 벡터 \mathbf{z} 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{z} = \mathbf{a}b + \mathbf{n} \quad (1)$$

식 (1)에서 b 는 신호의 진폭이고, \mathbf{n} 은 백색 잡음 벡터를 나타내며, \mathbf{a} 는 (u_1, v_1) 방향에서 입사하는 입력 신호 벡터로 i 번째 요소는 다음과 같이 표현된다.

$$a_i = \exp\left[j\frac{2\pi}{\lambda}(x_i u_1 + y_i v_1)\right], \quad i = 1, \dots, N \quad (2)$$

식 (2)에서 (x_i, y_i) 는 반파장 등 간격의 배열 소자 위치 좌표, N 은 배열 소자들의 수, (u_1, v_1) 은 구 좌표계 시스템에 의해 $(\cos\theta \sin\phi, \sin\theta \sin\phi)$ 의 값으로 정의되는 방향변수이다.

방향 탐지의 목적은 안테나의 조향각 (u_0, v_0) 와 측정된 데이터 \mathbf{z} 로부터 (u_1, v_1) 의 값을 추정하는 것으로 기존의 제시한 ML 기반의 모노 펄스 방정식은 다음과 같다^[5].

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1 - u_0 &\triangleq -F_{uu}^{-1}(\tilde{u}_1, \tilde{v}_1) \cdot F_u(u_0, v_0) \\ \tilde{v}_1 - v_0 &\triangleq -F_{vv}^{-1}(\tilde{u}_1, \tilde{v}_1) \cdot F_v(u_0, v_0) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} F_u(u_0, v_0) &= 2Re \left\{ \frac{\mathbf{a}_u^H(u_0, v_0) \mathbf{z}(u_1, v_1)}{\mathbf{a}^H(u_0, v_0) \mathbf{z}(u_1, v_1)} \right\} \\ F_v(u_0, v_0) &= 2Re \left\{ \frac{\mathbf{a}_v^H(u_0, v_0) \mathbf{z}(u_0, v_1)}{\mathbf{a}^H(u_0, v_0) \mathbf{z}(u_0, v_1)} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} F_{uu}(\tilde{u}_1, \tilde{v}_1) &= -\frac{2}{N} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \sum_{i=1}^N x_i^2 \\ F_{vv}(\tilde{u}_1, \tilde{v}_1) &= -\frac{2}{N} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \sum_{k=1}^N y_k^2 \end{aligned} \quad (5)$$

식 (3)에서 \mathbf{a}_u 와 \mathbf{a}_v 는 \mathbf{a} 의 u, v 에 관한 1차 미분을 나타내며, 식 (4)의 분모항은 합 빔 패턴을, 분자식은 차 빔 패턴을 나타내며, 식 (5)의 F_{uu}, F_{vv} 은 u, v 에 무관한 상수 값을 갖는다.

III. MR 커브의 역함수를 이용한 모노 펄스 기법

잡음이 포함되지 않은 식 (4)의 합 빔, 차 빔 패턴은 다음과 같이 u, v 에 관한 함수로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_u(u_0, v_0) &= F_u(u_0) \\ &= 2Re \left\{ \frac{-j \frac{2\pi}{\lambda} \sum_{i=1}^N x_i \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} x_i (u_1 - u_0)\right]}{\sum_{i=1}^N \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} x_i (u_1 - u_0)\right]} \right\} \\ F_v(u_0, v_0) &= F_v(v_0) \\ &= 2Re \left\{ \frac{-j \frac{2\pi}{\lambda} \sum_{k=1}^N y_k \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} y_k (v_1 - v_0)\right]}{\sum_{k=1}^N \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda} y_k (v_1 - v_0)\right]} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

위의 식을 수학적으로 분석하면 다음의 식으로 근사화 할 수 있다^[6].

$$\begin{aligned} F_u(u_0) &\approx 2\mu\beta \tan(\beta(u_1 - u_0)) \\ F_v(v_0) &\approx 2\mu\beta \tan(\beta(v_1 - v_0)) \end{aligned} \quad (7)$$

위의 식에서 β 는 $M = \log_2 N$, 배열 소자 간의 간격 d 를 포함한 $\beta = 2^{M-1} \pi d / \lambda$ 로 정의된다. β 는 배열 안테나 구조가 정해지면 결정되는 값이며, μ 는 식 (7)이 식 (6)에 근접하기 위한 scale factor이다. 식 (7)을 이용하여 식 (3)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{u} - u_0 &\approx K_x \tan(\beta(u_1 - u_0)) \\ \tilde{v} - v_0 &\approx K_y \tan(\beta(v_1 - v_0)) \end{aligned} \quad (8)$$

위의 식에서 $K_x = -2\mu\beta F_{uu}^{-1}$, $K_y = -2\mu\beta F_{vv}^{-1}$ 이다. 식 (8)에 의하면 ML-estimator에서 실제 값과 추정 값과의 오차는 비선형 함수인 tangent 함수에서 비롯됐다고 할 수 있다. 그러므로 tangent 함수의 역

함수를 이용하면 오차가 대폭 제거된 추정 값을 얻을 수 있을 것이다. 그런 관점에서 식 (8)을 다음과 같이 변형시켜 보자.

$$\begin{aligned} u_1 - u_0 &\approx \frac{1}{\beta} \tan^{-1} \left(\frac{1}{K_x} (\tilde{u}_1 - u_0) \right) \\ v_1 - v_0 &\approx \frac{1}{\beta} \tan^{-1} \left(\frac{1}{K_y} (\tilde{v}_1 - v_0) \right) \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)의 오른쪽 항은 ML 기법의 추정 값보다 실제 값에 훨씬 더 근접한 값이며, 이 추정 값을 $(\hat{u}_1 - u_0, \hat{v}_1 - v_0)$ 로 정의하자.

$$\begin{aligned} \hat{u}_1 - u_0 &\triangleq \frac{1}{\beta} \tan^{-1} \left(\frac{1}{K_x} (\tilde{u}_1 - u_0) \right) \\ \hat{v}_1 - v_0 &\triangleq \frac{1}{\beta} \tan^{-1} \left(\frac{1}{K_y} (\tilde{v}_1 - v_0) \right) \end{aligned} \quad (10)$$

본 논문에서 새로이 제시하는 estimator는 수신 신호로부터 $(\hat{u}_1 - u_0, \hat{v}_1 - v_0)$ 을 계산하는 것으로 이를 위해서는 1차적으로 ML 추정 기법 결과, $(\tilde{u}_1 - u_0, \tilde{v}_1 - v_0)$ 를 얻은 후 식 (10)에 제시된 것처럼 tangent 역함수를 이용해서 오차를 보정해 주어야 한다.

그림 1은 제시된 방법이 기존 ML 기법보다 우수한 성능을 나타낼 수 있음을 보여준다. 그림 1에서 x 축이 $(u_1 - u_0)$ 축이고, y 축이 추정 값 결과를 나타내며, 점선은 식 (3)에 의해 얻어지는 ML 기반 estimator의 MR 커브이고, 실선은 $\frac{1}{\beta} \tan^{-1} \left(\frac{1}{K_x} (\cdot) \right)$ 을

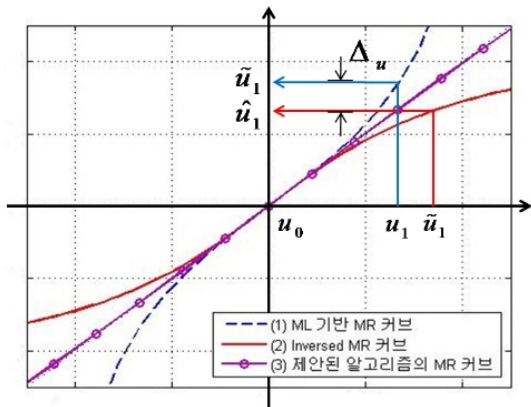


그림 1. MR 커브의 선형 영역 확장 알고리즘(u -dimension)

Fig. 1. Linear region extension algorithm of MR curve (u -dimension).

그린 것이다. 식 (8)의 근사식이 식 (3)과 같으면 같을수록 제안된 방식의 측정 오차는 줄어들게 된다. u_1 을 변화시키면서 $(u_1 - u_0, \hat{u}_1 - u_0)$ 커브를 그려 보면, 즉, 제시된 estimator의 MR 커브는 기울기가 1인 직선과 거의 동일하며, 이는 제시된 estimator가 거의 오차를 제거할 수 있음을 보여 준다.

IV. 시뮬레이션

합 빔의 3 dB 내의 구간에서 식 (8)이 오차의 범위 안에 들도록 하는 μ 값은 $1.25 \leq \mu \leq 1.35$ 의 범위를 가졌다. 그림 2, 3은 배열 소자의 간격을 0.5λ , 안테나의 조향각을 0° , μ 의 값을 1.3, 배열 소자의 개수가 $[8 \times 8]$ 개인 평면 배열 안테나에서의 추정 결과를 나타낸다. 화살표의 시작점은 실제 목표물의 방향, 도착점은 목표물의 추정 방향을 나타내며, 크기는 목표물의 실제 방향과 추정 값의 오차의 크기를 나타낸다. 점선은 합 빔의 3 dB 감소 지점을 나타낸다. 그림 2와 그림 3을 보면 ML 기반 estimator의 추정 결과보다 제안된 estimator의 추정 결과가 실제 값과 알고리즘보다 목표물의 추정 입사각의 오차가 크게 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 그림 4는 $v_1 = v_0$ 인 경우 그림 2와 그림 3의 u 축을 나타낸다. 그림 4의 점선은 ML 기반의 estimator의 추정 결과로 선형 영역은 12.76° 이고, 실선은 제안된 estimator의 추정 결과로 선형 영역은 28.29° 이다. 이를 통해 제안된 esti-

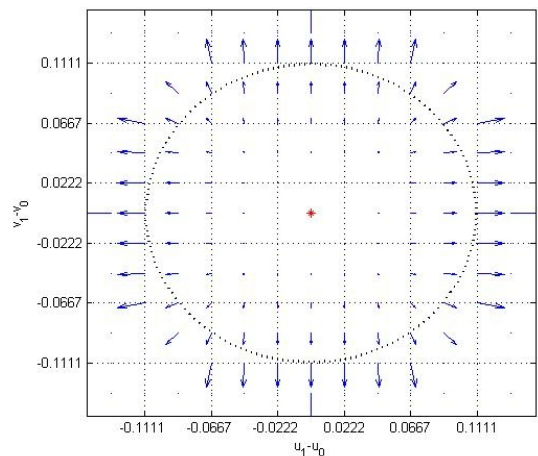


그림 2. ML 기반 estimator의 추정 결과

Fig. 2. Results of ML-based estimator.

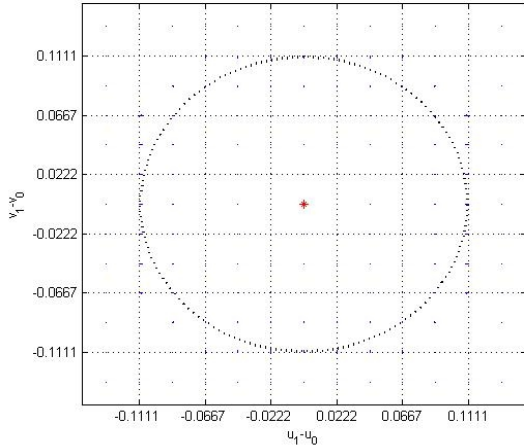


그림 3. 제안된 estimator의 추정 결과
Fig. 3. Results of proposed estimator.

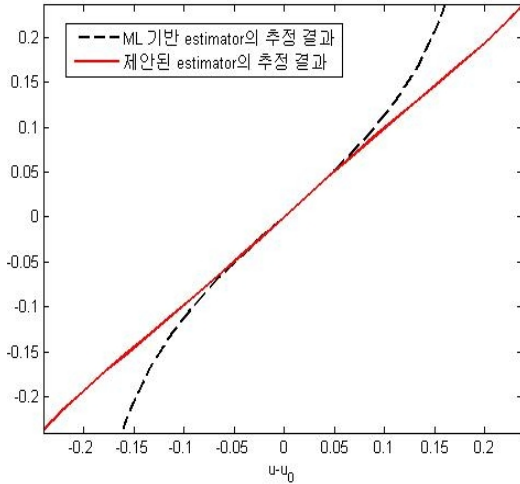


그림 4. 모노 펄스 estimator의 추정 결과(u -dimension)
Fig. 4. Results of monopulse estimator(u -dimension).

mator의 MR 커브의 선형 영역이 증가하는 것을 확인할 수 있다.

V. 결 론

Nickel이 제안한 모노 펄스 MR 커브는 기존의 입사각 추정 방법에 비해 높은 정확도를 산출하지만, 안테나의 조향 방향과 실제 수신 신호와의 차이가 발생할 경우 오차가 발생하게 된다. 본 논문에서는

Nickel이 제안한 ML 기반의 MR 커브의 선형 영역을 확장하는 방법을 제안하였다. 방정식의 핵심이 되는 합 빔과 차 빔의 비를 수학적 유도를 통한 tangent 함수의 역함수를 구함으로써 기존의 입사각 추정 방법의 오차를 줄이는 방법을 보였다. 또한 시뮬레이션을 통해 제안된 알고리즘을 이용하여 오차를 크게 줄이는 것을 보였다.

참 고 문 헌

- [1] I. Kanter, "Multiple gaussian targets : The track-on-jam problem", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 13, no. 6, pp. 620-623, Nov. 1977.
- [2] B-E. Tullson, "Monopulse tracking of Rayleigh targets: A simple approach", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 27, no. 3, pp. 520-531, May 1991.
- [3] A. Sinha, T. Kirubarajan, and Y. Bar-Shalom, "Maximum likelihood angle extractor for two closely spaced targets", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 38, no. 1, pp. 183-203, Jan. 2002.
- [4] S. Pal, S. Das, A. Basak, and P. N. Suganthan, "Synthesis of difference patterns for monopulse antennas with optimal combination of array-size and number of subarrays : A multi-objective optimization approach", *Progress in Electromagnetics Research B.*, vol. 21, pp. 257-280, 2010.
- [5] U. Nickel, "Monopulse estimation with adaptive arrays", *IEE Proc. F, Radar Signal Process*, vol. 140, pp. 303-308, Oct. 1993.
- [6] Heung Su Kim, Jong Hwan Lim, Jae Hyuk Youn, Hoon Gee Yang, Young Seek Chung, Doo Soo Kim, Hee young Lee, and Seon Joo Kim, "A closed-form expression for a maximum likelihood estimation-based monopulse ratio curve", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 2, no. 46, pp. 503-510, 2012.