

## 이산 칼만 필터를 이용한 구동 출력 토크 추정

김기우\*

경북대학교 자동차공학부

## Driveline Output Torque Estimation Using Discrete Kalman Filter

Gi-Woo Kim\*

School of Automotive Engineering, Kyungpook National University, Gyeongsbuk 742-711, Korea

(Received 23 August 2011 / Revised 26 October 2011 / Accepted 29 November 2011)

**Abstract** : This paper presents a study on the driveline output torque estimation using a discrete Kalman filter. The in-situ output shaft torque is first measured by a non-contacting magneto-elastic torque transducer. The linear state-space system equations are first derived and the discrete Kalman filter is designed based on the Kalman filter theory to recover the driveline output torque contaminated by random noises. In addition to using torque measurement, the estimation of the output torque using two angular velocities: the output and wheel, is also conducted. The experimental results show that the discrete Kalman filter can be effective for not only removing the random noise in output torque but also estimating the output torque without torque measurement.

**Key words** : Discrete kalman filter(이산 칼만 필터), Driveline output torque(구동 출력 토크), In-situ torque measurement(토크 측정), State estimation(상태 추정)

### Nomenclature

$A$  : frontal area of vehicle ( $m^2$ )  
 $C_a$  : coefficient of aerodynamic resistance  
 $J_o$  : moment of inertia of output shaft ( $kg \cdot m^2$ )  
 $J_v$  : equivalent moment of inertia of vehicle ( $kg \cdot m^2$ )  
 $R_d$  : final gear ratio  
 $R_i$  : second gear ratio  
 $T_s$  : sampling time (second)  
 $T_o$  : output torque (Nm)  
 $T_i$  : input torque (Nm)  
 $T_l$  : road load torque (Nm)  
 $k_s$  : torsional spring constant (Nm/rad)  
 $m_v$  : vehicle mass (kg)

$r_i(t)$  : wheel radius (m)  
 $\omega$  : angular velocity (rad/s)  
 $\rho_a$  : air density ( $kgm^{-3}$ )  
 $\mu_r$  : coefficient of rolling resistance

### 1. 서론

최근 차량 센서 기술의 급격한 발달로 인해 자동차 제어 시스템에도 토크 변환기(torque transducer) 또는 센서(sensor)가 점진적으로 도입되고 있다. 차량의 엔진 토크 또는 변속기 출력 토크(transmission output torque)를 실차 상태에서 실시간(real time)으로 측정할 수 있으면 엔진 및 변속기의 내구 상태를 감시할 수 있으며<sup>1)</sup> 폐루프 제어(closed-loop control)가 가능하여 외란에 보다 강건한(robust) 동력전달 시스템 제어(powertrain control)가 가능해진다.<sup>2)</sup> 그

\*Corresponding author, E-mail: gwkim2@knu.ac.kr

러나 이러한 장점에도 불구하고 고가이며 차량 동력 전달 장치의 고속 회전 환경에 적합하지 않은 기술적 단점 때문에 직접적인 측정보다는 간접적으로 추정하는 방법에 대한 이론적인 연구가 진행되어 왔다.<sup>2,4)</sup> 복잡한 관측기(observer) 설계 대신 직접 속도 신호만을 이용한 토크 계산에 대한 연구도 수행되었다.<sup>5,6)</sup> 그러나 실제 토크와 차이가 큰 단점으로 인해 그 동안 차량의 출력 토크를 실시간으로 직접 측정하기 위한 다양한 토크 측정 기술이 꾸준히 연구되고 있다.<sup>7)</sup> 그중에서 Magneto-elastic 재료를 이용한 비접촉 방식 토크 센서의 적용 가능성에 대한 연구가 최근 활발히 진행 중이다.<sup>8,9)</sup> Fig. 1에 도시한 자기탄성(magneto-elastic) 토크 변환기의 작동 원리를 살펴보면 출력축(output shaft)에 작용하는 비틀림 토크에 비례하여 자기 탄성(magneto-elastic) 재료로 제조된 극성체(polarized ring)에서 자기장의 변동이 발생되면 비접촉 필드 센서에서 자기장 변동을 감지 한 후 미리 결정된 감도(sensitivity)에 의해 토크 신호로 변환된다.

그러나 이런 최신 센서 기술을 실제 차량 제어에 적용하기 위해서는 각종 잡음(noise)을 필터링 하는 토크 센서 신호 처리 기술이 필수적이다. 특히 도로 표면 조도(road roughness)에 의한 랜덤 가진(random excitation)에 의해 토크 신호가 크게 영향을 받는다. 본 연구에서는 보다 신뢰성 있는 출력축 토크 정보를 사용하기 위해 백색 잡음 제거에 효과적인 이산 칼만 필터(discrete Kalman filter)를 설계하여 토크 신호를 사용하였을 경우의 잡음 제거 성능 및 토크 신호를 사용하지 않을 경우의 토크 추정 성능을 수집된 시험 데이터를 이용하여 평가하였다.

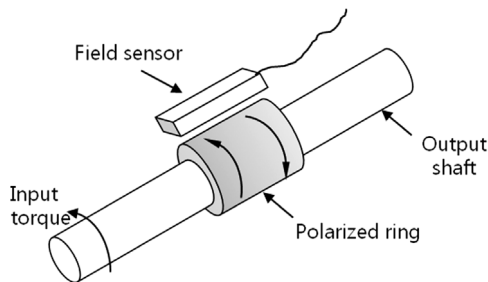


Fig. 1 Schematic of in-situ magneto-elastic torque transducer

## 2. 차량 모델링

### 2.1 시스템 모델

Fig. 2에 나타난 출력축 토크 측정 시스템은 크게 변속기 출력축 및 구동축(driveline shaft)으로 구성되어 있다. 엔진 및 변속기로부터 전달된 입력 토크가 출력축에 작용하면 노면과 연결된 구동축의 강성 때문에 양단에서 각속도의 미세한 상대 차이가 발생하며 출력축에 작용하는 비틀림 토크에 비례하게 된다. 이때 출력축에 비접촉 토크 변환기를 설치하거나 두 속도 센서로부터 출력 토크를 측정 또는 추정할 수 있다.

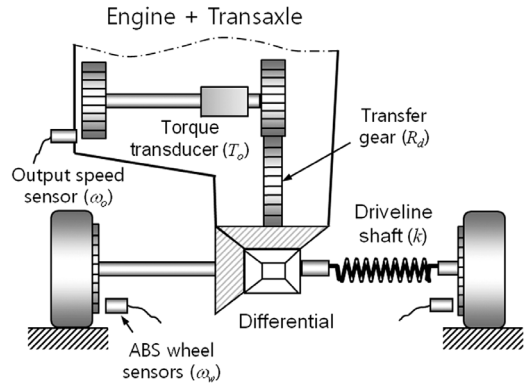


Fig. 2 Schematic of test-bed car model

먼저 변속기 출력축에 대한 운동 방정식은 토크 평형식을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$J_o \dot{\omega}_o = \frac{T_i}{R_i} - R_d T_o \quad (1)$$

where,  $\dot{\omega}_o$ : output angular velocity,  $J_o$ : moment of inertia of output shaft,  $T_i$ : input torque,  $T_o$ : output shaft torque,  $R_d$ : final gear ratio,  $R_i$ : second gear reduction ratio. 구동축(driveline shaft)에 대한 운동 방정식은

$$J_v \dot{\omega}_w = T_o - T_l \quad (2)$$

where,  $\dot{\omega}_w$ : wheel angular velocity,  $J_v$ : equivalent moment of inertia of vehicle. 이때  $T_l$ 는 주행 저항 토크

크(road load torque)를 나타내며 만약 차량이 편평한 도로를 일정한 속도로 주행 중일 경우 다음과 같이 간략하게 표현할 수 있다.

$$T_l = r_i (\mu_r m_v + \frac{\rho_a}{2} C_a A \omega_w^2) \quad (3)$$

where,  $m_v$ : the vehicle mass,  $\mu_r$ : the coefficient of rolling resistance,  $\rho_a$ : air density,  $C_a$ : coefficient of aerodynamic resistance,  $A$ : frontal area of vehicle,  $r_i$ : wheel radius.  $\mu_r$ 는 일정하다고 가정하면 일반적으로 주행 저항은 속도의 2차 함수로 비례하는 비선형식 이어서 다음과 같이 일정한 속도 (예, 40 km/h) 에서 선형화한 식을 사용하였다.<sup>3)</sup>

$$T_l = r_i \rho_a C_a A \omega_{wo} \omega_w \quad (4)$$

따라서 식 (4)로 표시되는 주행 저항 토크는 인근 주행 속도에서 실제 주행 토크와 차이를 나타낼 수 있으므로 식 (2)를 다음과 같이 변경하였다.

$$J_o \dot{\omega}_w = T_o - T_l - T_{L_e} \quad (5)$$

이때  $T_{L_e}$ 는 미지의 입력 변수인 주행 저항 토크 오차를 나타내며 변화량이 작고 차량의 동역학 특성에 비해 느리므로 다음과 같이 상태 변수로 변환하였다.<sup>11)</sup>

$$\dot{T}_{L_e} = 0 \quad (6)$$

구동축은 트랜스퍼 및 차동 기어를 강체로 가정하면 직경에 비해 상대적으로 길이가 크므로 비틀림 스프링으로 모델링하였다.

$$\dot{T}_o = k_s (R_d \omega_o - \omega_w) \quad (7)$$

where,  $k_s$ : torsional spring constant. 따라서 식 (1), (5), (6)과 (7)을 상태 공간 방정식(state-space equation)으로 표현하면 다음과 같은 연속 선형 시스템으로 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \quad u = T_i \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (8)$$

where,  $x$ : state vector defined by  $[\omega_o \ \omega_w \ T_o \ T_{L_e}]^T$ ,  $u$ : input,  $T_i$ : input torque,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{R_d}{J_o} & 0 \\ 0 & \frac{-r_i \rho_a C_a A \omega_{wo}}{J_v} & \frac{1}{J_v} & \frac{-1}{J_v} \\ k_s R_d & -k_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ J_o R_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ or } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 2.2 상태 변수 측정

본 연구에서 출력 토크 추정에 사용된 측정 상태 변수는 출력 각속도, 휠 각속도, 출력축 토크이다. 우선 출력축 속도 센서 및 ABS 휠 속도 센서로부터 측정된 각속도를 Fig. 3에 나타내었다. 이때 휠 속도 신호는 좌우측 ABS 센서 신호의 평균치이며 가장 빠른 토크 변환기의 샘플링 주파수(2kHz)와 일치시키기 위해 재샘플링(resampling) 절차를 거쳤다.

도로 표면조도(road roughness) 형상등에 의한 랜덤 가진(random excitation)에 의해 발생된 측정 잡음 토크를 de-trending 절차를 수행하여 추출한 대표적 인 결과를 Fig. 4에 나타내었다.<sup>10)</sup> 그림에 나타낸바와 같이 토크 신호에 포함된 잡음은 정규 가우시안 분포(normal Gaussian distribution)를 나타내어 칼만 필터를 적용하기 위해 필요한 가정을 만족시키는 사실을 알 수 있다.

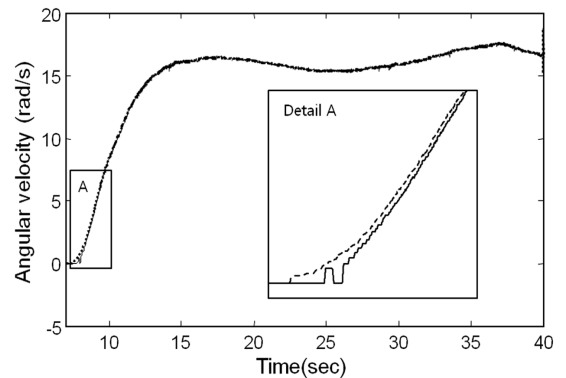


Fig. 3 Speed sensor output signals;—: wheel, ···: output  $\times R_d$

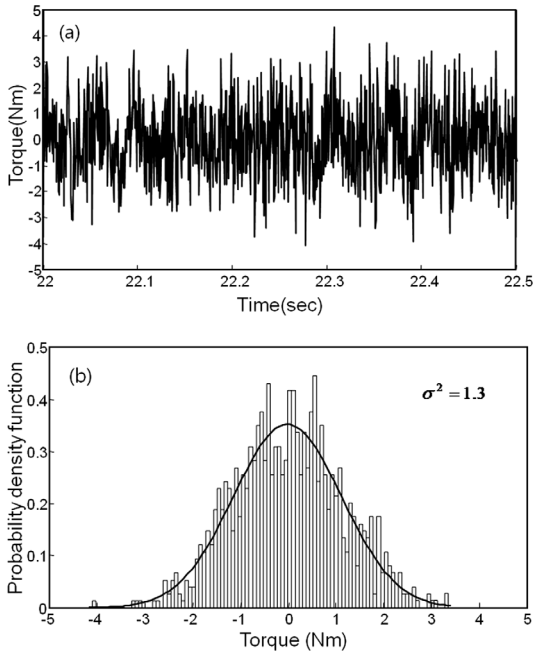


Fig. 4 Characteristic of measured driveline output torque signal: (a) estimated error (noise) torque, (b) its normal Gaussian distribution

### 2.3 입력 토크

본 연구에서는 전륜 구동 자동 변속기(automatic transaxle)가 탑재된 차량이 토크 컨버터(torque converter)의 록업 클러치(lock-up clutch)가 해제된 상태에서 2단으로 주행시 출력축 토크를 측정하였기 때문에 입력이 터빈 토크(turbine torque)이므로 엔진 회전수 및 토크 컨버터(torque converter)의 특성 곡선을 이용하여 정상 상태(steady state)에서의 터빈 토크를 다음 식을 이용하여 결정 할 수 있다.<sup>2)</sup>

$$T_i = R_t(r) C_f(r) \omega_e^2 \quad (9)$$

where,

$$r = \frac{\omega_t}{\omega_e}, R_t(r) = \begin{cases} -1.4r + 2.2 & r < 0.85 \\ 0.99 & r \geq 0.85 \end{cases}$$

$$C_f(r) = (-1.695r^2 + 0.3r + 1.874) \times 10^{-3}$$

## 3. 이산 칼만 필터

### 3.1 이산 칼만 필터 설계

칼만 필터 설계를 위해 먼저 식 (8)에 나타낸 연속

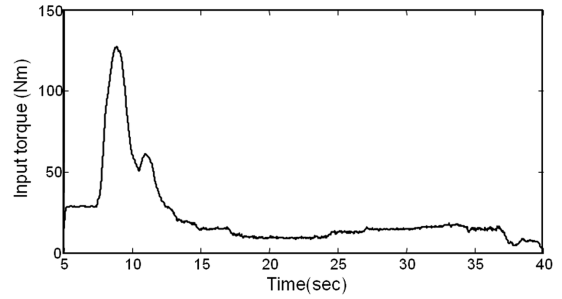


Fig. 5 Calculated input (turbine) torque from engine angular velocity and torque converter

선형 방정식을 바탕으로 이산(discrete) 상태 공간 방정식을 유도하였다.

$$\begin{aligned} x_k &= A_a x_{k-1} + B u_{k-1} + w_{k-1} \\ z_k &= H x_k + v_k \end{aligned} \quad (10)$$

where,  $x_k$  : the state to be estimated,  $A_a = I + T_s A$  :  $n \times n$  state transition matrix defined by

$$A_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{T_s R_d}{J_o} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{T_s c}{J_v} & \frac{T_s}{J_v} & -\frac{T_s}{J_v} \\ T_s k_s R_d - T_s k_s & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} T_s \\ J_o R_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$z_k$ : measurement vector,  $H$ : measurement matrix,  $T_s$ : sampling time,  $c$ : coefficient ( $=r_t \rho_a C_a A \omega_{wo}$ ). 랜덤 변수  $w_{k-1}$ 와  $v_k$ 는 각각 프로세스(process) 및 측정 잡음이며 서로 독립적이고 다음과 같은 정규 분포를 가진다고 가정한다.

$$p(w) \sim N(0, Q) \quad (11)$$

$$p(v) \sim N(0, R) \quad (12)$$

where,  $Q$  : 프로세스 잡음 공분산 (process noise covariance),  $R$ : 측정 잡음 공분산. 이때 공분산 행렬  $Q$  및  $R$ 은 시간에 따라 변할 수 있지만 일정하다고 가정하며 측정 신호 및 추정 성능의 관찰을 통해 조율(tuning)한다. 적절한 초기치의 선정을 통해 칼만 이득(Kalman gain)이 재귀 최소 자승(recursive least square) 알고리즘에 의해 최적으로 보정된다.<sup>12)</sup>

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} \quad (13)$$

이때 칼만 필터는 다음과 같이 정의된 오차 공분산(error covariance) 행렬을 최소화 시킨다.

$$P_k = (I - K_k H) P_k^- \quad (14)$$

또한,  $P_k^-$  (a priori error covariance)는 다음 식으로 정의하여 미리 예측 할 수 있다.

$$P_k^- = A P_{k-1} A^T + Q \quad (15)$$

칼만 필터에 사용된 파라미터를 Table 1에 나타내었다. 구동축의 비틀림 스프링 상수는 측정하기 어려워 참고문헌의 수치를 이용하여 대략 추정하였다.<sup>3)</sup>

Table 1 Parameters for the discrete Kalman filter

Symbol	Parameters	Value (unit)
$J_o$	moment of inertia of output shaft	0.016 kg·m <sup>2</sup>
$J_v$	equivalent moment of inertia of vehicle	160 kg·m <sup>2</sup>
$R_{gl}$	final gear ratio	0.255
$R_g$	second gear ratio	0.43
$k_s$	torsional spring constant	9000 Nm/rad (estimated)
$T_s$	sampling time	0.0005 second
$\rho_a$	air density	0.123 kgm <sup>-3</sup>
$C_a$	coeff. of aerodynamic resistance	0.33
$A$	frontal area of vehicle	2 m <sup>2</sup>
$r_t$	tire (wheel) radius	0.3 m
$w_{wo}$	angular velocity	80 rad/s

### 3.2 추정 결과 및 고찰

먼저 토크 변환기로 직접 측정된 구동 출력 토크 신호를 사용할 경우( $H = \text{diagonal}[1 \ 1 \ 1 \ 0]$ ) 잡음 공분산 행렬 Q와 R의 초기치를 칼만 필터 이득의 수렴 속도를 빠르게 하기 위해 랜덤으로 설정하지 않고 시스템 모델링 및 각 센서 신호의 표준 편차(standard deviation)를 고려하여 각 대각 요소마다 다른 가중치를 두어 다음과 같이 설정하였다.

$$Q = \text{diag}[1 \times 10^4 \ 1000 \ 1 \ 1 \times 10^4] \quad (16)$$

$$R = \text{diag}[415 \ 27 \ 22500 \ 1]$$

Fig. 7에 나타낸 측정치와 추정치의 차이인 추정

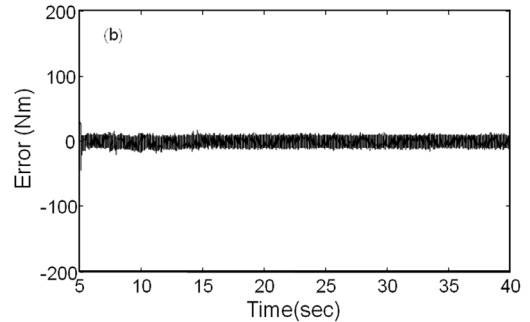
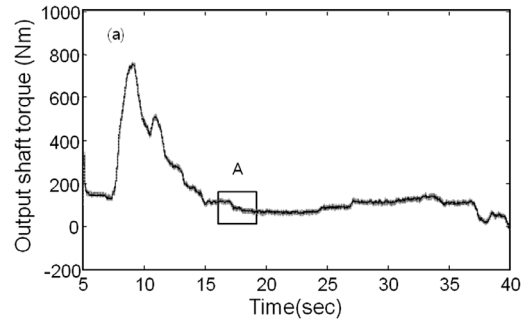


Fig. 6 Kalman filtering with torque measurement: (a) output torque; —: measured, ···: estimated (b) estimation error

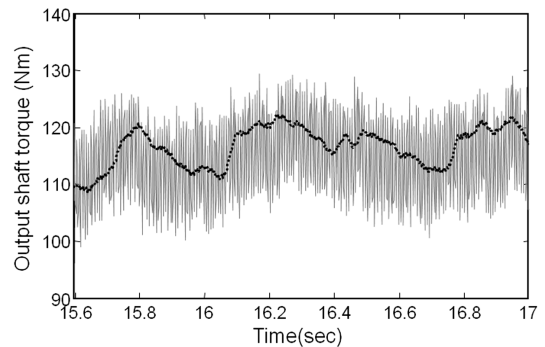


Fig. 7 Detail A of Fig. 6 (a); —: measured, ···: estimated

오차(error)를 살펴보면 RMS(root-mean-square) 값이 6.7 Nm 정도로 계산되었으며 추정 오차가 제거되어야 할 잡음을 의미하므로 전시간대에 걸쳐 저주파수 통과 필터(low-pass filter)의 역할을 성공적으로 수행하는 사실을 알 수 있다. 또한, Fig. 8에 나타낸 오차 공분산 행렬 및 칼만 이득값이 초기치로부터 약 20회 (0.01 초) 반복 이후부터 빠르게 수렴하여 칼만 필터링이 성공적으로 작동하는 사실을 알 수 있다.

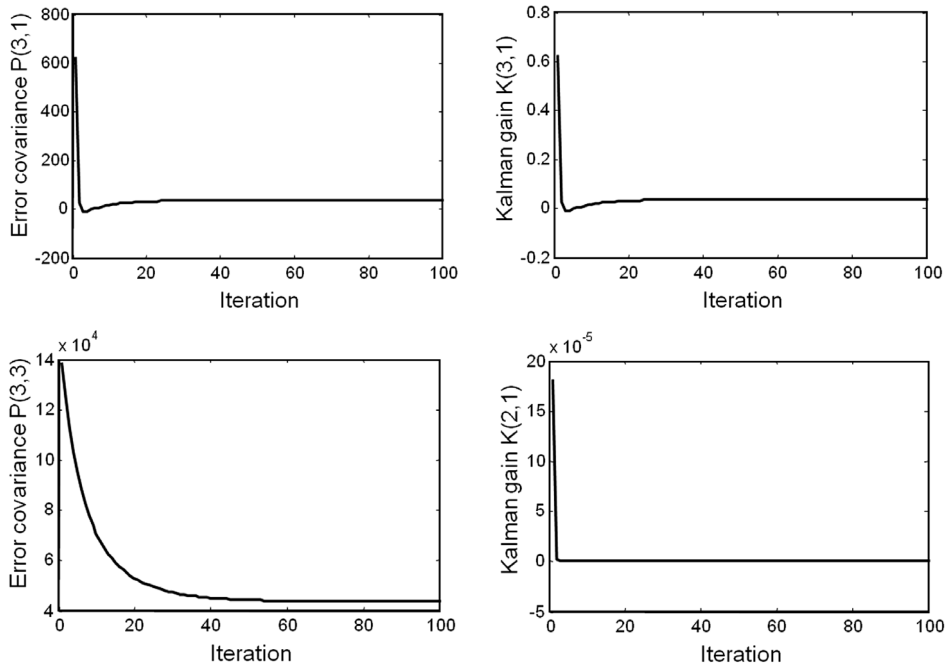


Fig. 8 Converging error covariance and optimal gains

추정된 토크 신호를 사용하지 않고 두 속도 pick-up 센서로부터 측정된 회전 속도 신호만 사용할 경우( $H = \text{diagonal}[1 \ 1 \ 0 \ 0]$ ) 추정 성능을 개선하기 위해 잡음 공분산  $Q$ 와  $R$  행렬의 초기치를 다음과 같이 약간 변경하였다.

$$Q = \text{diag}[1 \times 10^4 \ 1000 \ 1 \ 2 \times 10^4] \quad (17)$$

$$R = \text{diag}[500 \ 50 \ 1 \times 10^5 \ 1]$$

Fig. 9(b)에 나타난 추정 결과를 보면 토크 신호를 사용하는 경우와 비교하여 상대적으로 RMS 값이 28.5 Nm로 증가하여 추정 성능이 저하되었지만 초기 차량 발진 후 정상 상태(steady-state)에서는 비교

적 안정된 추정 결과를 나타내었다. Fig. 10에 나타난 오차 공분산 행렬 및 최적 이득을 살펴보면 약 1000회 (0.5 초) 이후부터 수렴하여 토크 측정 신호를 사용할 경우 보다 상대적으로 수렴 속도가 느린 사실을 알 수 있다.

Fig. 11에 추정된 주행 저항 토크 오차를 나타내었다. 식 (6)에서 가정한 바와 같이 변화량 (기울기)이 무시할 만큼 작기 때문에 시스템 모델링의 타당성을 검증하였다. 향후 심도 있는 추가 연구를 통해 실시간 측정이 매우 어려운 미지의 주행 저항 토크의 추정도 가능할 것으로 예상된다.<sup>4)</sup>

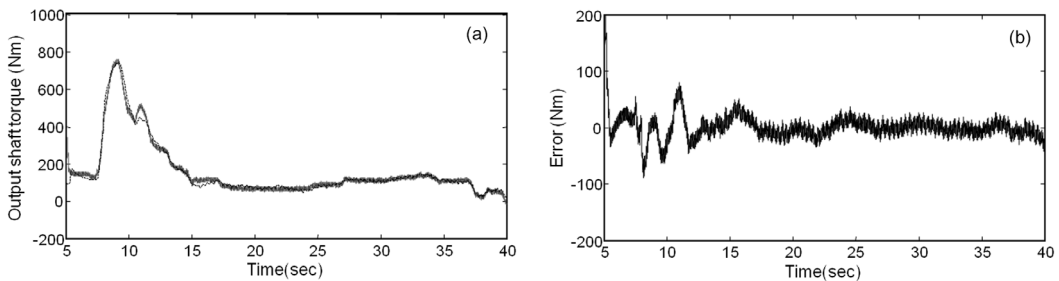


Fig. 9 Kalman filtering without torque measurement: (a) output torque (—: measured, ···: estimated) (b) error

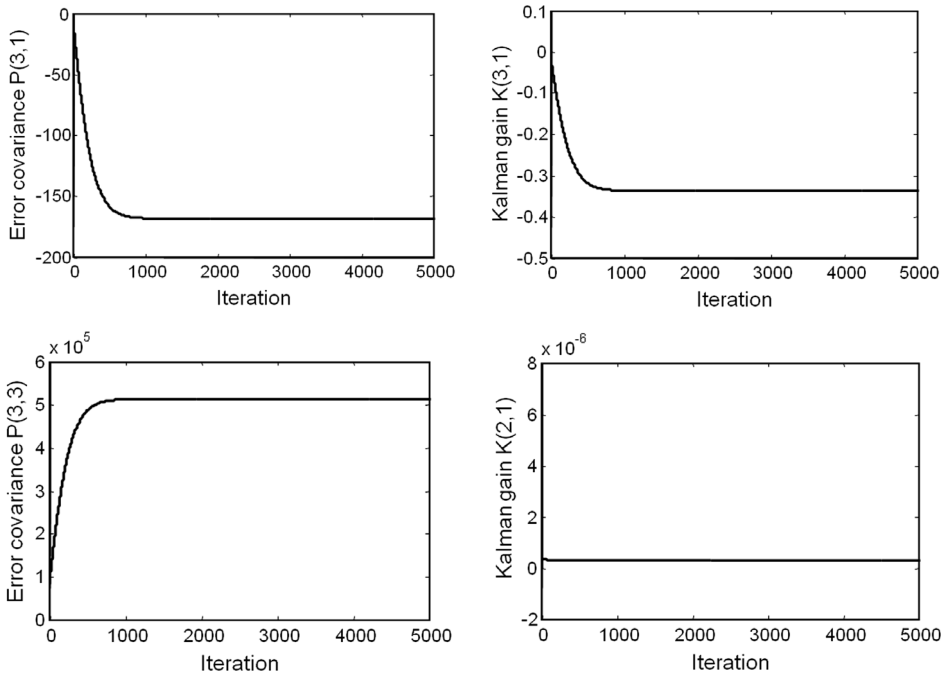


Fig. 10 Converging error covariance and optimal gains

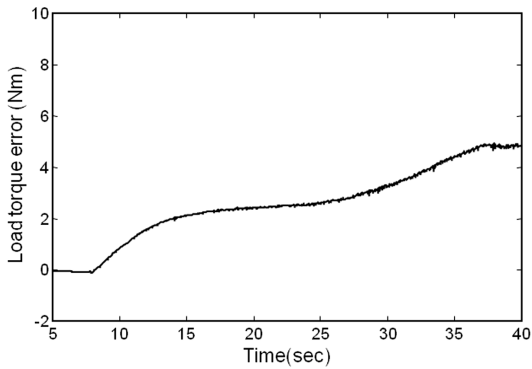


Fig. 11 Estimated load torque error without torque measurement

마지막으로 입력 토크가 칼만 필터의 성능에 미치는 영향을 고찰하기 위해 2장에서 계산된 터빈 토크를 입력시키지 않고 추정된 결과, Fig. 12에 나타난 바와 같이 측정치와 큰 차이를 나타냈으며 식 (7)만 이용하여 입력을 사용하지 않은 연구 결과<sup>5,6)</sup>의 추정 편차와 비슷한 경향을 나타내어 입력 토크는 추정 오차를 발생시키는 주요 원인으로 작용한다는 사실을 알 수 있다. 향후 본 기술을 하이브리드 전

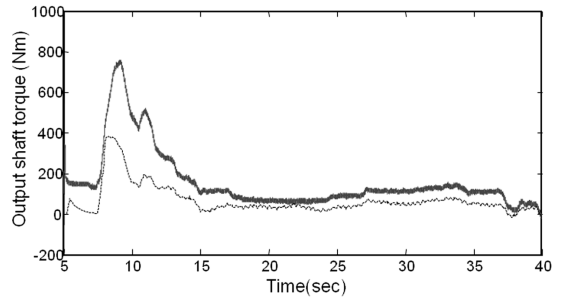


Fig. 12 Kalman filtering without using input torque; —: with input torque, ···: without input torque

기차 (HEV) 또는 전기차등에 적용하기 위해서는 미지의 입력 토크 추정에 대한 연구가 필요하다.

#### 4. 결론

본 연구는 자기탄성(Magneto-elastic) 재료를 기반으로 하는 비접촉 방식의 최신 토크 센서 기술을 차량 제어에 적용하기 위한 선행 연구로 이산 칼만 필터를 적용하여 다음과 같은 중요한 결론을 도출하였다.

토크 변환기로 측정된 토크 신호에 포함된 정류

분포를 나타내는 랜덤 잡음을 제거하기 위해 칼만 필터링을 사용할 경우 효과적으로 잡음을 제거하는 사실을 알 수 있었다.

출력축 토크 변환기를 직접 사용하지 않고 저가의 속도 센서만을 사용하여 두 축의 회전 속도 차이에 의한 상대 토크를 추정 할 경우에도 칼만 필터가 효과적이라는 사실을 알 수 있었다.

입력 토크가 칼만 필터의 성능에 영향을 미치는 추정 결과로부터 미지 입력에 대한 정확한 추정이 필요하다는 중요한 결론을 도출하였다.

## 후 기

이 논문은 2011학년도 경북대학교 신입교수정착 연구비에 의하여 연구되었음

## References

- 1) Y. Shim, S. K. Kauh and K. P. Ha, "Evaluation of Idle Stability Through In-situ Torque Measurement in Automatic Transmission Vehicles," *Int. J. Automotive Technology*, Vol.12, No.3, pp.315-320, 2011.
- 2) K. Yi, B. K. Shin and K. I. Lee, "Estimation of Turbine Torque of Automatic Transmissions Using Nonlinear Observers," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol.122, pp.276-283, 2000.
- 3) R. A. Masmoudi and J. K. Hedrick, "Estimation of Vehicle Shaft Torque Using Nonlinear Observers," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol.114, pp.394-400, 1992.
- 4) D.-H. Kim, K.-S. Hong and K.-S. Yi, "Driving Load Estimation with the Use of an Estimated Turbine Torque," *JSME Int. Journal Series C*, Vol.49, No.1, pp.163-171, 2006.
- 5) T. Karer, "Torque Measurement with Speed Sensors," *Proceedings of CTI Innovative Automotive Transmissions and Drive Trains Symposium & Exhibition*, Berlin, Germany, 2006.
- 6) D. Li, K. Hebbale, C. Lee, F. Samie and C.-K. Kao, "Relative Torque Estimation on Transmission Output Shaft with Speed Sensors," *SAE 2011-01-0392*, 2011.
- 7) W. J. Fleming, "New Automotive Sensors-A Review," *IEEE Sensors Journal*, Vol.8, No.11, pp.1900-1921, 2008.
- 8) I. J. Garshelis, J. A. Alexsonis, C. A. Jones and R. M. Rotay, "Development of a Magneto-elastic Torque Transducer for Automotive Transmission Applications," *SAE 970605*, 1997.
- 9) Y. Fujii, R. Hogirala and T. Greene, "Magneto-elastic Torque Sensor for Automotive Transmissions," *Proceedings of CTI Transmission Symposium*, Ann Arbor, MI, 2010.
- 10) G.-W. Kim, J. Kucharski, G. Pietron, D. Yanakiev, Y. Fujii and K. W. Wang, "Effect of Road Excitation on Driveline Output Torque Measurements," *SAE 2011-01-15*, 2011.
- 11) J. S. Meditch and G. H. Hostetter, "Observers for Systems with Unknown and Inaccessible Inputs," *Int. J. Control*, Vol.19, No.3, pp.473-480, 1974.
- 12) M. S. Grewal and A. P. Andrews, *Kalman Filtering*, Prentice Hall, New Jersey, 1993.