

## 유체가 흐르는 가스파이프의 진동 특성

김경태\*, 이성수<sup>+</sup>, 이성우<sup>++</sup>

(논문접수일 2011. 01. 13, 수정일 2011. 07. 09, 심사완료일 2012. 01. 09)

### Vibrational Characteristics of the Gas Pipelines Conveying Flow

Kyung-tae Kim\*, Sung-soo Lee<sup>+</sup>, Seong-woo Lee<sup>++</sup>

#### Abstract

This work investigates the vibrational characteristics of the underground gas pipelines. Experiments were conducted to analyze the effects of various parameters on the vibrational characteristics from the emergency detection point of view. Influences of the various types of impact exerted on the pipe, height of free fall and measuring locations were analyzed. Especially, the difference between the vibrational signal generated by the direct impact on the pipe and the ambient noise was successfully identified. To validate the experimental observation, computer simulation was also performed with constant properties(elasticity, fluid velocity and internal pressure) which are directly conjectured from the accompanying experiment with a real pipe system.

**Key Words :** Gas pipeline(가스 파이프라인), Vibrational characteristics(진동 특성), Impact(충격), Frequency range(주파수 범위), Ambient noise(주변 소음)

## 1. 서론

최근 도시가스가 널리 보급되고 있다. 도시가스는 지하에 거미줄처럼 매설된 가스배관에 의해 공급되는데, 아직 지하 매설물에 대한 전산화가 미비하여 많은 문제점을 안고 있다. 특히, 가스배관 주변에서의 작업은 그 위험성이 매우 높다. 대공 지하철 공사장에서의 가스 폭발 사고는 그 대표적인 예의 하나이다.

가스는 폭발성 때문에 사고가 나면 대형사고로 이어지는 경우가 많아서, 이러한 대형 사고를 미연에 방지하기 위하여 다양한 연구들이 이루어지고 있다. 그러한 연구의 하나로 가스 배관라인에서 일정 진도 이상의 지진이 발생하였을 때, 자동으로 가스 배관을 차단하는 시스템, 수중에 설치된 배관에 선박 앵커

의 충격을 감지하여 그 위치를 산출하는 시스템 등이 있다. 그러나 지금까지 대부분의 연구들은 단순히 진동의 진폭만을 측정하여 진폭의 크기만으로 위험 여부를 판단하여 왔다. 이러한 방법의 문제점은 진동측정 센서가 설치되어진 지점과 가까운 곳에서 발생하는 주변 소음들, 즉 자동차의 이동, 도로공사, 굴착기의 작업, 발자국 소리 등의 진동은 원거리에서 가스배관에 큰 충격이 가해져서 전달되는 진동보다 진폭이 큰 경우가 많아 진동 측정 센서의 오작동을 일으키게 되어 신뢰성이 떨어지는 원인이 되고 있다. 이러한 문제점을 보완하기 위하여 지면에 터미센서를 설치하여 주변소음들을 측정하고, 주센서에서 측정된 신호와 비교하여 터미센서의 신호를 제거하는 기술이 개발되었으나, 프로그램 상에서의 신호에 대한 비교분석이 곤란

\* 건국대학교 기계설계학과 (anycalls80@naver.com)

주소: 143-701 서울시 광진구 화양동 1번지

+ 건국대학교 기계설계학과

++ 건국대학교 기계설계학과

하고, 신뢰성에도 의문이 제기되고 있다.

본 연구에서는 먼저 압력이 가해진 유체가 일정한 속도로 가스배관을 흐르는 상태에서 가스배관에 직접적인 충격이 가해졌을 때에 발생하는 진동의 특성을 분석한다. 그리고 센서주변에서 발생할 수 있는 주변 소음들에 의한 진동도 정밀 분석하여 이들과의 차이를 비교한다. 실제 가스배관에서는 유체유동속도 및 파이프의 강성을 변화시킬 수 없어서 가스배관의 운동방정식을 이용하여 수치 해석을 통하여 그 특성을 확인한다.

한편, 가스배관의 구조진동과 내부유체인 가스의 유동 특성을 해석하기 위해서는 정밀한 해법이 필요하며, 유체와 배관구조물 사이의 연관성을 보다 실질적이고 엄밀하게 고려한 배관동역학 이론을 적용하여야 한다.

이러한 파이프라인의 유체유발 진동에 대한 모델링과 해석에 관한 연구로는 초기에 Ashley와 Haviland<sup>(1)</sup>의 유체유동을 가진 파이프의 횡방향 진동에 대한 연구가 있고 Housner<sup>(2)</sup>는 유동유체를 가진 배관에 코리올리의 힘을 고려한 운동방정식을 유도하였다. 또한 Nemat-Nasser 등<sup>(3)</sup>, Païdoussis 등<sup>(4)</sup>, Lesmez 등<sup>(5)</sup>은 선형이론을 발표하였고 Lin 등<sup>(6)</sup>, Jensen<sup>(7)</sup>과 Namkoong 등<sup>(8)</sup>은 비선형 이론을 발표하였다. 그리고 Lee 등<sup>(9,10)</sup>은 정상유동을 갖는 파이프에 대한 스펙트럼 요소법(SEM : Spectral Element Method)을 유도하고, 횡방향과 축방향의 진동해석과 안정성 해석을 이론적으로 수행하여 해석의 정밀성을 입증하였다. Lee<sup>(11)</sup>는 3차원 파이프라인의 진동을 전달행렬법으로 해석하였고, Min 등<sup>(11)</sup>은 플랜트 배관계의 응력 및 진동평가에 관한 논문을 발표하였다.

본 논문에서는 현재 사용하고 있는 대형가스관을 대상으로 충격실험을 수행하여 진동 특성을 정밀분석하고, 스펙트럼 요소법<sup>(9)</sup>을 이용하여 실험에서 수행할 수 없는 부분을 수치해석으로 보완하였으며, 이를 통하여 가스배관의 위험을 보다 정확하게 감지할 수 있는 정보 시스템의 알고리즘을 개발하고자 한다.

## 2. 진동측정 시스템

Fig. 1은 실제 가스 수송배관 라인에 설치된 측정시스템을 개략적으로 보여주는 것으로, 2개의 센서와 신호 증폭기를 이용하여 신호를 입력받아 DSP 전용 마이크로 프로세서인 TMS320C32로 아날로그 신호를 이산화처리하고, RS-232C 통신방식을 이용하여 데이터를 전달한다. 지점 A와 지점 B의 거리는 약 3km 정도이며 그 사이에 실험을 위해 추를 자유 낙하시키는 지점이 있으며, 이 충격지점과 지점 A의 거리는 약 2.7km, 지점 B는 약 0.3km 정도이다. 지점 A, B에서 파이프라인내의 매질을 통하여 전달되어오는 충격신호를 실시간으로 측정하여 신호처리를 한다.

Fig. 2와 Fig. 3은 이전에 개발된 측정시스템에 의해서 해저 구간이 포함된 영종도에서 측정된 것이다. 각각의 그림은 충격

에 의한 진동응답의 시간 영역을 나타낸다. 또한 이 측정시스템은 0.1024sec 간격으로 FFT(Fast Fourier Transform)를 수행하는 기능도 있다.

Fig. 2는 측정센서가 설치되어 있는 주변에서 발생하는 작업소음, 사람 목소리, 돌맹이 타격 및 발자국 소리 등의 각종 주변

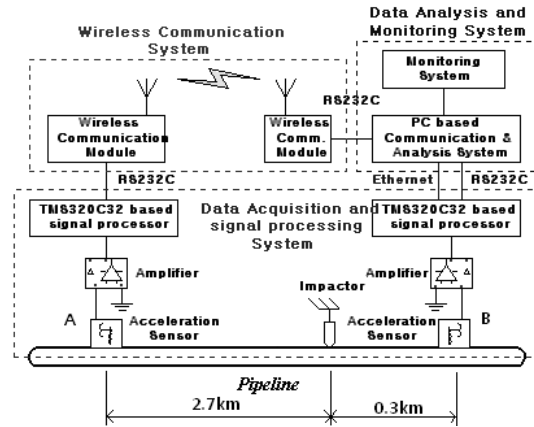
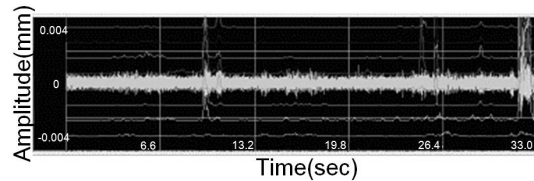
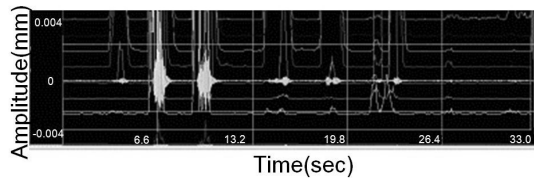


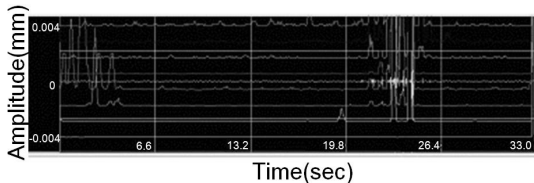
Fig. 1 The schematic diagram of measurement system



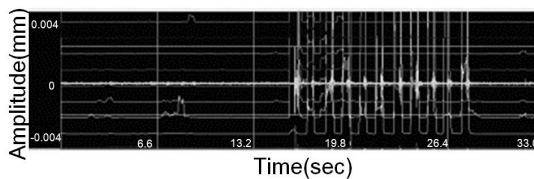
(a) Working noise



(b) Voice



(c) Stone impact



(d) Footstep noise

Fig. 2 The measurement of circumferential noise

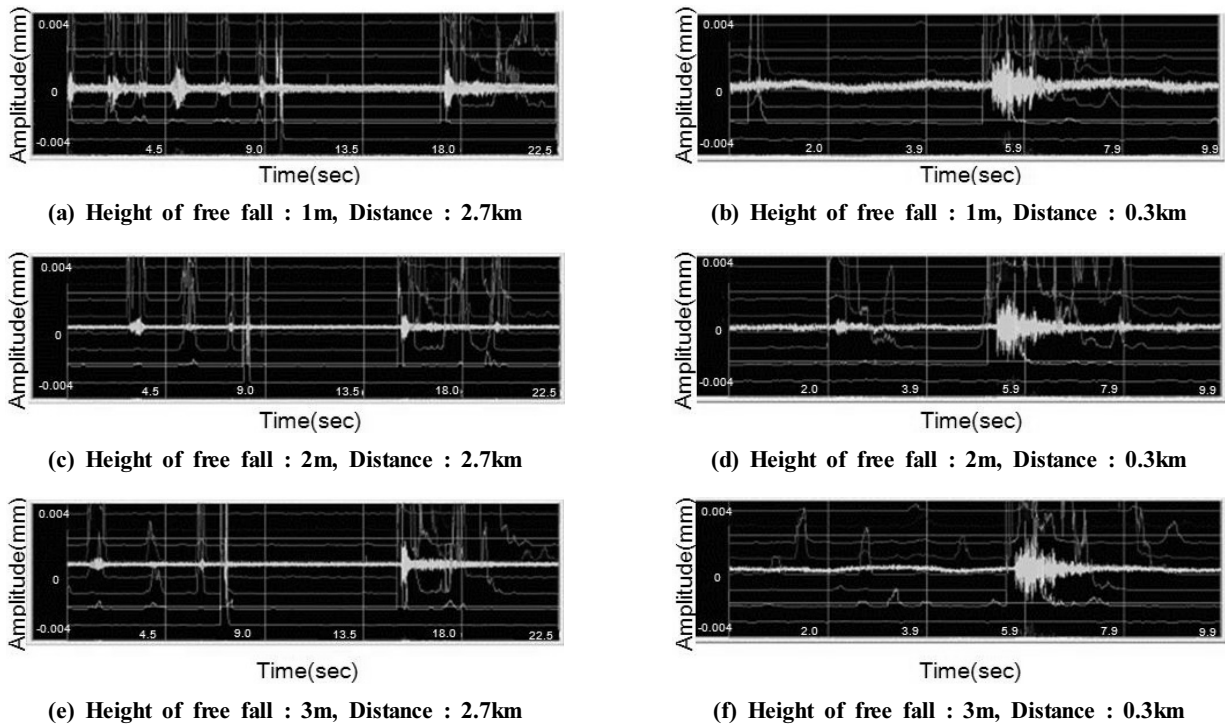


Fig. 3 The measurement of impact responses(weight : 196N)

소음이다. 가스배관이 노출되지 않고 지하에 매장된 상태에서 지면의 흙으로부터 전달되어오는 진동을 측정된 결과이다. 이에 대하여 주파수 분석을 해본 결과, (a)는 주변에서 크레인 등이 작업을 하고 있는 경우로 100Hz 대역 이하, (b)는 사람 말소리로 약600Hz 대역 이상이며 (c)는 돌로 땅에 충격을 가했을 때로 넓은 범위에서 주파수가 발생하지만 꼬리가 없는 것이 특징이다. (d)는 발 울림으로 100Hz 대역 이하에서 신호가 측정되었다.

Fig. 3은 가스배관 위의 흙을 제거하고 직접 충격을 가하여 진동을 측정된 것이다. 196N 및 392N의 추를 각각 1m, 2m 및 3m 높이에서 자유낙하 시키고, 2.7km 떨어진 지점에 측정된 데이터를 그림의 왼쪽 (a), (c)와 (e)에, 0.3km 떨어진 지점에서 측정된 데이터를 그림의 오른쪽 (b), (d)와 (f)에 나타내고 있다. 이 영역 전체에 대한 진동 파형 및 FFT 분석결과, 자유낙하시킨 추의 충격에 의해서 전달되어 온 신호는 300Hz~1,000Hz까지의 넓은 영역에서 신호가 나타난 후, 하나의 주파수만 남아 고주파에서 저주파로 떨어지고 있는 것을 볼 수 있다. 즉 초기의 과도진동 후, 정상진동이 Fig. 2의 다른 진동과 비교하여 길게 나타난다. 발소리와 같이 지면을 통하여 전달되는 충격은 과도진동만 발생할 뿐, 정상진동이 없다는 것을 알 수 있다. 그러나 가스배관에 추를 자유 낙하시켜서 직접충격을 가하는 경우에는 매질인 강관과 내부의 일정 압력 이상의 가스가 공진하여 과도진동이 끝난 후에도 정상진동이 오랫동안 지속되는 것을 알 수 있다.

본 실험은 실제 영종도 구간에 설치되어 있는 가스배관을 대상으로 수행하였기 때문에 가스의 유속변화 및 내부 압력 변화에 대한 실험은 하지 못하였다.

### 3. 데이터 분석

측정시스템으로부터 얻은 결과를 체계화하기 위하여 196N 및 392N의 추를 각각 1m, 2m, 3m 높이에서 자유낙하 시켜서 얻은 데이터를 정밀분석 하였다. 분석한 결과의 일부를 제시한다.

Fig. 4는 196N의 추를 3m 높이에서 자유낙하 시켜 얻은 결과이고, 충격 지점에서 0.3km 떨어진 곳에 센서를 설치하여 측정된 시간이력을 보여주고 있다. 자유낙하 충격에 의해서 발생한 진동은 5.73초 이후의 진동이다.

이 영역에 대한 정밀분석을 위하여 시간영역을 확대하여 진동이 변화하는 곳을 찾아 분석하였다. Fig. 5의 상단은 5.73~5.755초의 시간영역을, 하단은 이에 대한 FFT의 분석결과이

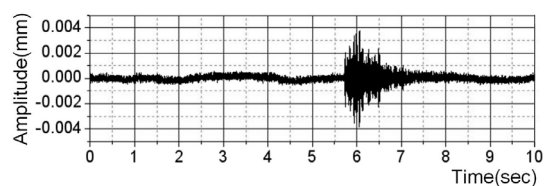


Fig. 4 All time histories for impact(Weight : 196N, Height : 3m, Distance : 300m)

다. 이 영역은 충격의 초기에 발생하는 과도진동으로 주파수 스펙트럼은 320Hz에서 가장 크게 발생하고 있는 것을 알 수 있다.

Fig. 6은 Fig. 5의 다음 시간영역(5.83~5.85초)을 보여주고 있다. 여기에서는 진폭이 작아지면서 과도진동인 320Hz 이외에 새로운 560Hz 스펙트럼이 발생하는데 이는 관내의 매질에 의한 정상진동으로 판단된다. Fig. 7에서는 과도진동인 320Hz가 340Hz로 올라가면서 크기가 축소되고 앞에서의 정상진동인 560Hz는 540Hz로 낮아지면서 크게 성장하는 것을 볼 수

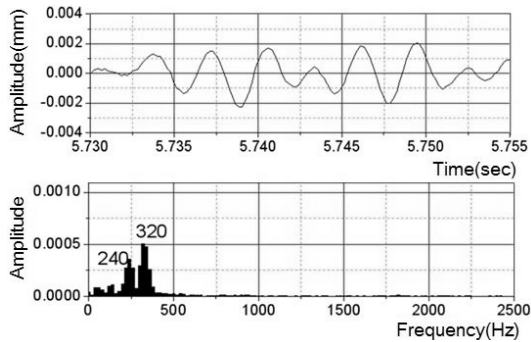


Fig. 5 Transient vibration(5.73~5.755sec)(Weight : 196N, Height : 3m, Distance : 300m)

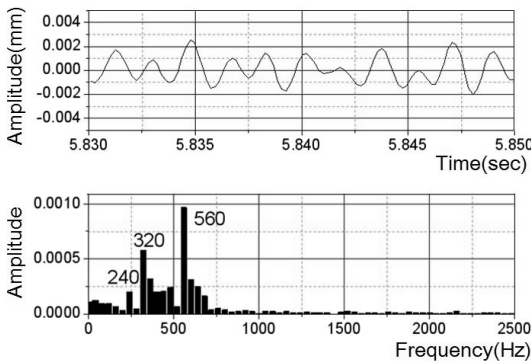


Fig. 6 Transient vibration and steady-state(5.83~5.85sec)(Weight : 196N, Height : 3m, Distance : 300m)

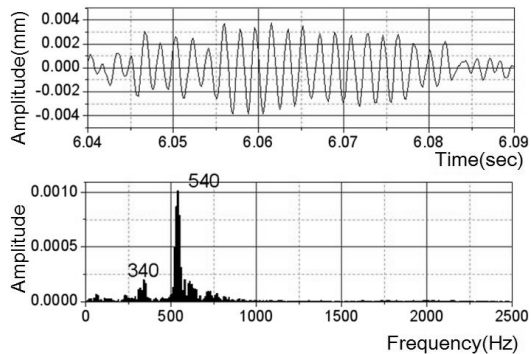


Fig. 7 Transient vibration and steady-state(6.04~6.09sec)(Weight : 196N, Height : 3m, Distance : 300m)

있다. 다음의 시간영역(6.24~6.29초)인 Fig. 8에서 과도진동은 완전히 사라지고 정상진동인 540Hz 만이 존재하고 있는 것을 알 수 있다.

이와 같이 측정된 모든 데이터에 대하여 분석을 하고, 이 때 발생한 스펙트럼이 일정 크기 이상인 주파수를 정리한 것이 Table 1과 Table 2 이다. Table 1은 충격위치로부터 0.3km 거리에서 측정된 값이며 Table 2는 2.7km 떨어진 곳에서 측정된 값이다. 여기서 시간대 별로 다양한 주파수가 발생하지만 무게나 자유낙하 높이 및 측정위치에 관계없이 과도진동영역에서는 310~375Hz 영역에서 주파수 스펙트럼이 발생하며, 정상

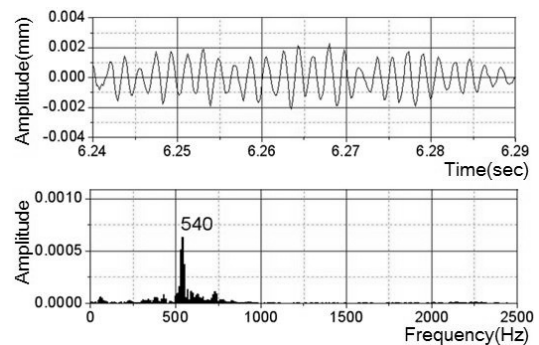


Fig. 8 Steady-state(6.24~6.29sec)(Weight : 196N, Height : 3m, Distance : 300m)

Table 1 Spectrum distribution(Distance : 300m)

Weight (N)	Height of free fall (m)	Transient vibration (Hz)	Transient vibration/ Steady-state (Hz)	Steady-state (Hz)
196	1	230, 320	540	530
	2	230, 320	320, 560	540
	3	240, 320	320, 560	540
392	1	230, 320	320, 560	540
	2	230, 320	340, 540	530
	3	230, 340	320, 560	540

Table 2 Spectrum distribution(Distance : 2.7km)

Weight (N)	Height of free fall (m)	Transient vibration (Hz)	Transient vibration/ Steady-state (Hz)	Steady-state (Hz)
196	1	291, 351	410, 527	566
	2	332	410, 468	566
	3	293, 332	429, 546	566
392	1	332	410, 469	546
	2	352, 449	341, 410	546
	3	293, 352	410, 566	556

진동 영역에서는 530~570Hz 영역에서 주파수 스펙트럼이 발생하는 것을 알 수 있다. 즉, 주변 소음형 진동은 지면을 통하여 배관에 전달되는 충격이기 때문에 가스배관에는 직접적인 위험이 없으며, 진동특성으로는 과도진동만 있다. 그러나 파이프가 직접충격을 받는 경우에는 위의 데이터와 같이 일차적으로 320~370Hz 주파수 영역의 진동이 일정크기 이상으로 먼저 발생하고 난 후에 520~570Hz 주파수 영역의 진동이 발생한다. 이것은 충격하중이 감소로 인해 운동량이 변화하면서 공진하는 고유진동수도 변화하는 것으로, 과도진동에서 정상진동으로 이행하면서 변화하는 운동량에 따라 공진하는 주파수가 다르게 나타나는 것이다. 따라서 이와 같은 특성의 진동이 발생한다면 이것은 가스배관을 직접 타격하여 발생한 진동으로 판단할 수 있다.

앞에서 언급한 대구 지하철 가스폭발사고는 인근 공사장에서 지반을 다지기 위하여 천공작업을 하던 중 그 부근을 지나던 가스관이 파손되어 새어 나온 가스가 하수관을 타고 지하철 공사장에 차 있다가 폭발한 사고이다.

이러한 분석으로부터 직접충격과 지면을 통한 간접충격을 구별할 수 있는 알고리즘을 개발하여 기존의 진폭으로만 위험 신호를 보내는 장치나 앞에서 언급한 터미센서를 이용하는 방법보다 오작동 경보를 감소시킬 수 있는 알고리즘이라는 것을 알 수 있다. 또한 터미센서방식은 터미센서로부터의 노이즈형 신호를 제거해야하기 때문에 산업용 PC를 사용하여야 한다. Fig. 9와 같이 크기는 480×430×160mm<sup>3</sup>, 전원은 AC220V를 사용하였으나 발생 주파수 영역을 감시하는 알고리즘을 이용하여

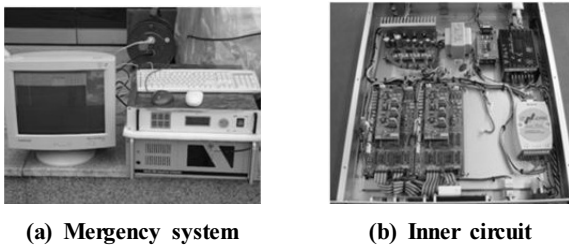


Fig. 9 The existing system

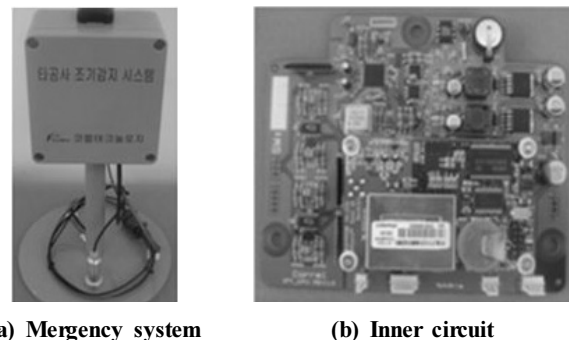


Fig. 10 New system

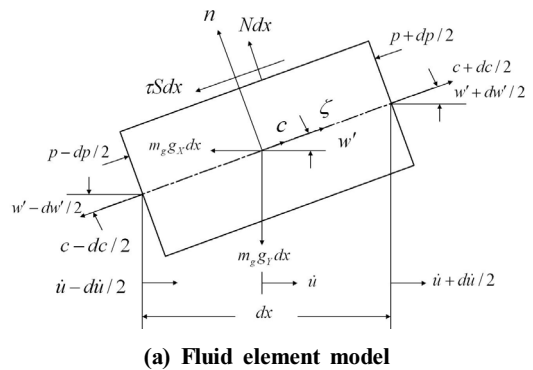
개발한 새로운 경보장치는 전력 소비가 적고, 아날로그 방식으로 FFT를 수행할 수 있는 DMF(Digital Multi Filter)를 사용함으로써 Fig. 10에서 보여주는 것과 같이 크기는 160×160×93mm<sup>3</sup>으로 소형화 하였으며 DC12V의 전원으로 태양전지를 이용하여 장소에 구애받지 않고 사용할 수 있다.

#### 4. 가스관의 요소 모델

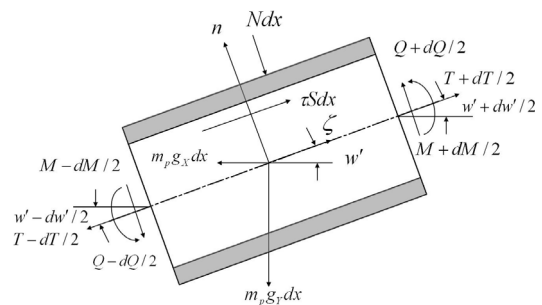
본 연구에서 다루고자 하는 요소모델<sup>(9)</sup>을 Fig. 11에 제시한다. 각각의 그림은 미소 파이프 구조요소와 유체요소를 나타낸다.  $w(x,t)$ 와  $u(x,t)$ 는 각각 파이프의 횡방향과 축방향 변위를 나타내고,  $c(x,t)$ 와  $p(x,t)$ 는 각각 유체의 속도와 압력을 나타낸다.  $N$ 과  $\tau S$ 는 유체가 파이프 벽에 작용하는 수직방향과 접선방향의 합력을 각각 나타낸다. 여기에서  $\tau$ 는 유체마찰에 의한 접선응력을,  $S$ 는 파이프의 내부 둘레를 나타낸다. Newton의 제 2 법칙과 질량보존의 법칙을 기초로 하여 사용된 최종 파이프 운동방정식<sup>(9)</sup>을 유도하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (EA_p + T_0)u'' - m_g c_0 \dot{u}' - m_p \ddot{u} + m_g g_y w' &= m g_x - F_s \\ EI_p w'''' + (m_p + m_g) \ddot{w} + 2m_g c_0 \dot{w}' - T_s w'' - F_s w' &= -m g_y \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 (·)와 (')는 각각 시간 t와 공간 좌표 x에



(a) Fluid element model



(b) Pipe element model

Fig. 11 Numerical analysis model

대한 미분을 나타낸다. 각각의 기호는 탄성계수  $E$ , 파이프의 단면적  $A_p$ , 초기장력  $T_0$ , 파이프의 단위 길이당 질량  $m_p$ , 유체의 단위 길이당 질량  $m_g$ , 유체의 속도  $c_0$ , 파이프의 관성모멘트  $I_p$ , 파이프의 내경  $D$ , 중력가속도  $g$ 를 의미한다. 또한

$$F_s = m_w (g_x + \frac{f_s}{2D} |c_0| c_0) \quad (2)$$

$$T_s = T_0 - m_w c_0^2 - p_0 A$$

이며 여기서  $f_s$ 는 마찰 계수이다

### 5. 수치해석 결과

파이프는 내부에 유체가 흐르는 양단이 단순 지지된 균일한 파이프로서 지표면과 평행을 이루고 있다( $\theta = 0^\circ$ ). 영종도 구간에서 사용되고 있는 파이프는 내경 762mm, 두께 20mm이다. 파이프와 유체의 단위 길이당 질량은 각각  $m_p = 55.463\text{kg/m}$ 와  $m_g = 456.04\text{kg/m}$ 이다. Darch- Weisbach 마찰계수는 0.0016 이고, 초기압력은 101825Pa이다.

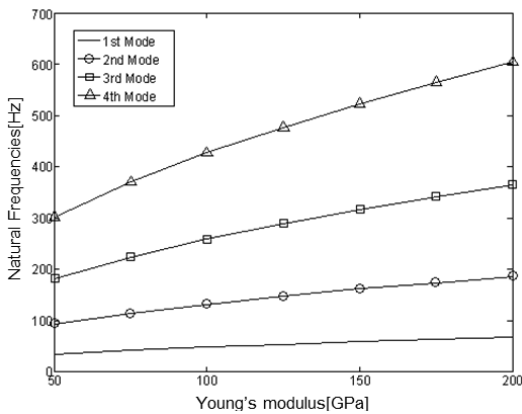


Fig. 12 The change of natural frequency by Young's modulus

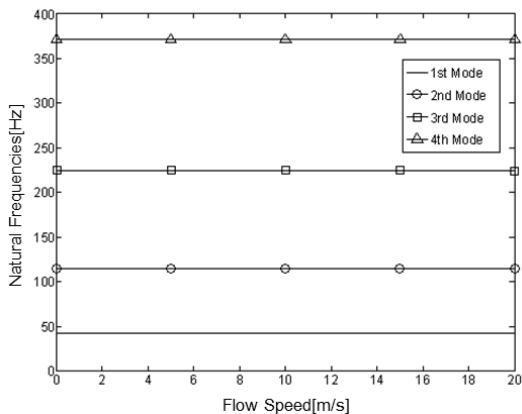


Fig. 13 The change of natural frequency by the flow speed

실제 가스배관에서는 파이프의 탄성계수, 유체유동속도 및 내부압력을 변화시킬 수 없으므로 그 특성값을 변화시키고 파이프의 중심으로 2개의 요소로 나누어 스펙트럼 요소 해석을 수행하였다.

Fig. 12는 탄성계수를 변화하여 얻은 그래프이다. 유체의 속도는 20m/s로 가정하였고 주파수의 변화간격을 1Hz로 하여 처음 4개의 고유진동수를 나타내었다. 가로축은 탄성계수, 세로축은 고유진동수를 나타낸다. 이 그래프를 통해 탄성계수가 증가함에 따라 고유진동수도 증가함을 알 수 있다. 지하에 매설된 실제 가스배관은 한번 설치하면 재공사를 하지 않는 한, 탄성계수의 변화가 일어날 가능성은 매우 적다. 그러나 가스관 주변에서 공사를 하는 경우에는 반드시 다시 실험을 해서 발생 주파수를 검출해야한다. 그 결과, 발생 주파수의 변화가 있다면 반드시 경보기의 설정값을 수정해 주어야 한다. 이러한 실험을 위해서 매번 가스배관라인의 땅을 파고 실험할 수 없기 때문에 가스라인 관리소 또는 특정 위치에 충격을 가할 수 있는 간이시설을 할 필요가 있다. 이를 이용하여 충격시험뿐 아니라 경보장치가 이상 없이 정상적으로 작동하고 있는지를 정기적으로 확인하는데도 활용할 수 있다.

Fig. 13은 유체의 속도를 변화시켜 얻은 그래프이다. 탄성계수는 75GPa로 가정했다. 주파수의 변화간격을 1Hz로 하여 확인해본 결과 변화가 미미하여 0.01Hz로 변경 후 얻은 결과이다. 가로축은 유체의 속도를 나타내며 세로축은 고유진동수를 나타낸다. 이를 통해 유체의 속도가 증가함에 따라 고유진동수가 미세하게 감소함을 보이고, 전체적으로 보았을 때 유체의 속도는 고유진동수 변화에 미치는 영향이 적음을 알 수 있다. 배관 내부압력의 변화에 대한 영향도 검토하였으나 유체속도보다도 고유진동수에 미치는 영향이 미미한 것으로 확인되었다. 이러한 결과로부터 실제 가스배관에서는 가스속도와 가스압력의 변화에 의한 고유진동수의 변화는 거의 없다는 것을 알 수 있다.

### 6. 결론

진폭을 측정하여 그 크기만으로 위험 여부를 판단하는 기준의 시스템이나 더미센서를 설치하여 주변 노이즈를 제거하는 시스템에서의 오작동 경보에 대한 문제점을 해결하기 위하여 가스 파이프라인에 발생하는 다양한 진동을 측정하여 분석하고, 수치시뮬레이션을 통해 실험에 대한 보완을 하였다. 그 결과는 다음과 같다.

- (1) 주변 소음 등이 지면을 통하여 가스배관에 전달되는 진동은 과도진동만이 발생하였다.
- (2) 직접 가스배관에 충격이 가해질 때의 진동특성은 과도진동 후에 정상진동이 길게 발생하였다. 이 결과는 추의 높이나

무게의 변화(즉 충격량의 변화)에 무관하기 때문에 실제로 가스배관에 위험이 될 수 있는 선박의 앵커나 굴삭기 버킷에 의한 충격에서도 유사한 특성이 나타남을 예측할 수 있다.

- (3) 어떤 충격량이든 같은 배관라인이라면 과도진동에서 여러 개의 특정 주파수영역의 진동이 발생하고 정상진동으로 이행하면서 또 다른 주파수영역의 진동이 성장하게 되는 것을 확인하였다. 따라서 과도진동에서의 특정 영역 주파수를 감지한 후, 일정시간 이내에 정상진동에서 발생하는 특정 주파수를 감지한다면 이는 가스배관에 직접적인 충격이 가해진 위험한 상황이라는 것을 알 수 있으며 이때 경보를 발생하도록 알고리즘을 개선하였다.
- (4) 실제 파이프 충격 실험에서는 탄성계수나 유체속도 등을 변화시킬 수 없어서 수치해석을 통해 그 영향을 조사해본 결과, 유체속도나 내부압력의 변화는 고유진동수의 변화에 거의 영향이 없었으나, 탄성계수는 커질수록 고유진동수가 증가한다는 것을 확인하였다. 그러나 지하에 매설된 대형 강관의 탄성은 그 변화 가능성이 매우 적다. 하지만 가스배관 주변에 공사를 하는 등의 경우에는 변화할 가능성이 있기 때문에 반드시 재실험을 하여 경보기의 설정값을 수정해야 한다.
- (5) 위의 결과로부터 얻어진 알고리즘을 이용함으로써 DMF (Digital Multi Filter)를 사용할 수 있게 되어 경보장치의 크기를 1/13로 획기적으로 줄일 수 있었으며 전력 소비가 적기 때문에 태양전지를 이용할 수 있어서 장소에 구애받지 않고 설치가 가능하게 되었다. 특히 오작동 경보를 줄인 개선된 경보장치를 개발하였다.

### 후 기

이 논문은 2011년도 건국대학교의 지원에 의하여 연구되었음.

### 참 고 문 헌

- (1) Ashley, H., and Havil, G., 1950, "Bending Vibrations of a Pipeline Containing Flowing Fluid," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 17, No. 3, pp. 229~232.
- (2) Housner, G. W., 1952, "Bending Vibrations of a Pipeline

- Containing Flowing Fluid," *Journal of Applied Mechanics*," Vol. 19, No. 2, pp. 205~209.
- (3) Nemat-Nasser, S., Prasad, S. N., and Hermann, G., 1966, "Destabilizing Effect of Velocity-Dependent Force in Nonconservative Continuous Systems," *AIAA Journal*, Vol. 4, No. 7, pp. 1276~1280.
- (4) Païdoussis, M. P., Luu, T. R., and Laither, B. E., 1986, "Dynamics of Finite-Length Tabular Beams Conveying Fluid," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 106, No. 2, pp. 311~331.
- (5) Lesmez, M. W., Wiggert, D. C., and Hatfield, F. J., 1990, "Modal Analysis of Vibrations in Liquid-Filled Piping Systems," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 109, No. 2, pp 311~331.
- (6) Lin, Y. H., and Tsai, Y. K., 1997, "Nonlinear Vibrations of Timoshenko Pipes Conveying Fluid," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, No. 23, pp. 2945~2956.
- (7) Jensen, J. S., 1997, "Fluid Transport Due to Nonlinear Fluid-Structures," *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 11, pp. 327~344.
- (8) Namkoong, C. K., and Lee, S. W., 2001, "Subharmonic Resonances of Order 1/2 of Continuous Rotor with Nonlinearity and Internal Resonances," *KSMTE*, Vol. 10, No. 1, pp. 43~50.
- (9) Lee, U., and Oh, H., 2003, "The Spectral Element Model for Pipelines Conveying Internal Steady Flow," *Engineering Structures*, Vol. 25, pp. 1045~1055.
- (10) Lee, U. S., 2004, *Spectral Element Method in Structural Dynamics*, Inha University Press, Korea.
- (11) Lee, D. M., 1998, "Vibration Analysis of Three-Dimensional Piping System by Transfer Matrix Method", *KSMTE*, Vol. 7, No. 6, pp. 110~116.
- (12) Min, S. K., Choi, M. J., and Jang, S. H., 2002, "A Study on Stress and Vibration Evaluations and Application of Piping System in Petrochemical Plant," *KSMTE*, Vol. 11, No. 3, pp. 110~116.