# Barge 형 수상선의 DP(Dynamic Positioning) System 개발에 관한 연구 A Study on the Development of Dynamic Positioning System for Barge Type Surface Vessels

# 부이반퍽·김영복 Van-Phuoc Bui and Young-Bok Kim

(접수일 : 2011년 10월 25일, 수정일 : 2011년 12월 31일, 채택확정 : 2012년 1월 5일)

Key Words : Barge Type Surface Vessel(Barge형 수상선), Dynamic Positioning System(DPS), Stability(안정성), Control Allocation(제어력 분배), 무어링 윈치(Mooring Winch)

Abstract : In this paper, the authors propose a new approach to control a barge type surface vessel. It is based on the Dynamic Positioning System(DPS) design. The main role of barge ship is to carry and supply the materials to the floating units and other places. To carry out this job, it should be positioned in the specified area. However sometimes the thrust systems are installed on it, and in general the rope control by mooring winch system is used. It may be difficult to compare the control performances of two types. If we consider this problem in point of usefulness, we can easily find out that the winch control system is more useful and applicable to the real field than the thrust control system except a special use. Therefore, in this paper we consider a DPS design problem which can be extended to the many application fields. The goal of this paper, a robust stability condition is given based on descriptor system representation. In the result, the sliding mode control law guarantees to keep the vessel in the defined area in the presence of environmental disturbances. And second, the thrust allocation problem is solved by using redistributed pseudo-inverse (RPI) algorithm to determine the thrust force and direction of each individual actuator. The proposed approach has been simulated with a supply vessel model and found work well.

#### 1. 서 론

해상에서 고정되거나 이동하는 부유체(Floating Units)는 목적에 따라 일정위치에서 정지된 상태를 유지해야 하는 경우가 있다. 일반선박은 접안을 위해 대기하거나 접안하여 안벽에 정박하는 경우가 여기 에 해당된다. 또한 시추선과 이와 관련된 작업을 하 는 특수목적의 해상설비 등은 해양자원을 채굴하기 위해 일정위치에 정지된 상태에서 장기간의 작업을 수행하기도 한다. 이와 관련된 특수목적의 작업선 중 에는 Barge선이 있다. Barge선은 원양해역에서 보다 연안이나 항만에서 선박건조작업을 지원하거나 근거 리 자재운반 등의 비교적 가벼운 임무를 수행한다. 필요에 따라서는 작업자들이 거주하는 해상공간으로 이용되기도 하는데, 아무튼 작업지원이 그 주된 사용 목적이라 할 수 있다. Barge선은 일반적으로 자체 추진장치를 갖지 않는다. 터그보트 등에 이끌려 작업 위치까지 이동되는 것이 일반적이나 고정도 위치제 어가 필요한 경우에는 이동식 사이드스러스트를 장 착하는 경우가 있다. 이것은 고정도 위치제어를 통해 특수한 목적을 달성하기 위한 것으로 더 이상 Barge 선으로 분류할 수 없다. 작업수행을 위해 Barge선을 해상에서 일정위치에 유지하도록 하는 방법은 와이 어나 로우프로 연결되는 앵커(anchor)를 해저에 던져 고정시키는 것이 가장 보편적인 방법이다. 즉, 앵커 링으로 조류나 바람 등에 의해 해상설비가 밀려 일 정범위를 벗어나는 것을 방지하는 것이다. 앞서 기술

<sup>Y. B. Kim(corresponding author) : Department of Mechanical</sup> System Engineering, Pukyong National University.
E-mail : kpjiwoo@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6197
V. P. Bui : Department of Mechanical System Engineering, Pukyong National University.

하였듯이 접안을 위해 대기중인 선박을 앵커링으로 묶어두는 것과 Barge선을 작업위치에 고정시키는 것 은 그 개념이 다르다 할 수 있다. 선박의 경우는 특 별한 경우를 제외하고 윈치조정으로 선박의 자세까 지 제어하지 않는다. 즉 선박의 선수위치 등의 제어 는 수행하지 않는다. Barge선은 해상구조물(Rigs 등 의 부유식 플랫폼)의 건조작업을 위해 필요자재를 육상에서 해상으로 운반하거나, 해상에서 부유식 플 랫폼으로 전달하는 작업지원에 활용된다. 이때 부유 식 플랫폼을 고정된 설비로 보고 Barge선이 접근하 여 작업해야 하므로 근접위치에서의 작업중에 서로 간의 충돌이 발생할 수도 있다. 혹은 상대 부유체 근 접영역에서의 작업지원을 해야 하는 경우에는 위치 뿐 만 아니라 선수각도까지 유지해야 하는 요구가 따르게 된다. Barge선은 자체 추진장치를 갖지 않기 때문에 앵커링 후 윈치로 와이어를 풀고 감는 것으 로 위치 및 자세제어를 수행한다. 사이드스러스트를 이용하는 기술과 비교할 만한 제어성능을 달성할 수 는 없으나, 필요에 걸 맞는 적절한 성능을 달성할 수 있다는 것은 잘 알려져 있다. 단, 이와 관련한 기술 도 DPS(Dynamic Positioning System) 기술<sup>1-5)</sup>을 기 반으로 한 것이나 이와 관련된 기초기술조차 확보하 지 못한 것이 국내기술의 현실이다.

따라서 본 연구에서는 FPSO 및 Drill Ship 등의 운영에 필수기술인 DPS 기술개발을 위해 자체 추진 장치를 갖지 않는 Barge선의 자세 및 위치제어기술 을 개발하고자 한다. 즉, 4기 혹은 그 이상으로 이루 어지는 윈치제어를 통해 와이어의 장력을 제어함으 로써 Barge선의 위치 및 자세를 제어하는 문제를 고 려한다. Barge선의 기본모델로는 수상운동체의 파일 롯 동적모델<sup>6)</sup>을 이용한다. 일정각도로 회전할 수 있 는 추진장치를 이용하여 Barge선을 미는 동작만으로 바람 및 조류영향에 따른 Barge선의 위치이동 및 자 세변화를 제어하도록 한다. 이 방법은 선박제어를 위 한 제어력 발생방향 만 다를 뿐 윈치제어에 의한 방 법과 동일하다. 특히 본 연구에서는 제어기설계법으 로 슬라이딩모드 제어기 설계법을 도입한다. 그리고 기존의 안정성해석법과 달리 보다 일반성을 갖는 안 정성 해석기법 및 안정화기법을 제안하고 시뮬레이 션을 통해 제안하는 제어기법의 유효성을 검증한다.

# 2. 시스템 및 외란모델

Barge선은 일반선박이 해상에서 일정속도로 운동

하는 것과는 달리 비교적 저속으로 운동하거나 정지 해 있는 수상구조물이다. 그래서 *XY* 평면에서 서로 대칭이고 Barge선의 무게 및 회전중심도 좌표중심 근처에 위치한다고 가정한다. 이 때 선박운동은 다음 과 같은 선형모델로 나타낸다.<sup>6)</sup>

$$\begin{split} \mathbf{M} \dot{\boldsymbol{\nu}} + \boldsymbol{D} \boldsymbol{\nu} &= \boldsymbol{\tau}, \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} &= \boldsymbol{R}(\varphi) \boldsymbol{\nu} \end{split}$$
 (1)

여기서  $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 은 관성행렬이고,  $D \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 은 댐핑행렬로 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0\\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}}\\ 0 & -N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix},$$
(2)  
$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} -X_u & 0 & 0\\ 0 & -Y_v - Y_r\\ 0 & -N_v - N_r \end{bmatrix}$$

그리고  $\eta = [x, y, \varphi]^T \in R^3$ 는 Earth Fixed Frame에 서의 위치 (x, y)와 각도  $\varphi$ 에 대한 관성위치를 나타 낸다.  $\boldsymbol{\nu} = [u, v, r]^T \in R^3$ 는 Body Fixed Frame에서 의 서지(surge), 스웨이(sway) 및 요우(yaw)방향 속 도를 나타낸다. 그리고  $\boldsymbol{R}(\varphi)$ 는 선박좌표를 관성좌 표로 변환시키는 변환행렬로 다음 식과 같다.

$$\boldsymbol{R}\left(\varphi\right) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0\\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3)

액추에이터에 의해 선박에 작용하는 서지, 스웨이 및 요우방향의 외력 및 모멘트  $\tau = [X, Y, N] \in R^3$ 는 그림 1과 같은 힘의 조합으로 구성된다.



Fig. 1 System description for barge ship

(4)

$$oldsymbol{ au} = oldsymbol{B}(lpha)oldsymbol{f}$$

식 (4)에서 **f** = [ $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ ,  $f_4$ ]<sup>T</sup>∈ F는 4기의 액추 에이터에 의해 발생하는 제어력을 나타낸다. 단 본 연구에서는 액추에이터가 발생시키는 제어력이 시스 템 특성상 단방향성을 갖는 경우만 고려한다. 즉, F 는  $0 < f_i < f_{max}$ ,  $\forall i \in (1, ..., 4)$ 이다. 따라서 액추 에이터와 선박과의 제어력 구성은  $B(\alpha) \in R^{3 \times 4}$ 와 같이 나타낼 수 있다. 여기서 몇 가지 가정을 둔다. 4 기의 액추에이터가 적절한 위치에 배치되어 있다고 하고,  $i^{th}$ 번째 액추에이터 위치를 ( $x_i, y_i$ ), 선박중심 선과 액추에이터에 의해 선박에 가해지는 힘이 이루 는 각도를  $\alpha_i$ 라 둔다. 이 때 시계방향의 값을 양의 값으로 둔다. 이 값은 모두 Body Fixed Frame을 기 준으로 나타낸 것이다. 그러면 식 (4)에서의 행렬  $B(\alpha)$ 는 각각의 액추에이터 위치와 각도를 고려하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{B}(\alpha_i) = \begin{bmatrix} \cos\left(\alpha_i\right) \\ \sin\left(\alpha_i\right) \\ -l_{iy}\cos\left(\alpha_i\right) + l_{ix}\sin\left(\alpha_i\right) \end{bmatrix}$$
(5)

이때 4기의 액추에이터를 조합하면 힘과 모멘트 벡터와의 관계는 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} c\alpha_1 \, s\alpha_1 & -l_{y1}c\alpha_1 + l_{1x} \, s\alpha_1 \\ c\alpha_2 \, s\alpha_2 & -l_{2y}c\alpha_2 + l_{2x} \, s\alpha_2 \\ c\alpha_3 \, s\alpha_3 & -l_{3y}c\alpha_3 + l_{3x} \, s\alpha_3 \\ c\alpha_4 \, s\alpha_4 & -l_{4y}c\alpha_4 + l_{4x} \, s\alpha_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix}$$
(6)

여기서  $s\alpha_i = \sin(\alpha_i), c\alpha_i = \cos(\alpha_i)$ 이다.

바람 및 파도 등의 영향을 평가하기 위해 외란모 델을 고려한다. 본 논문에서는 일반적으로 많이 이용 되는 다음 식의 Markov Process를 도입한다.

$$\dot{\boldsymbol{b}} = -\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{b} + \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{n} \tag{7}$$

여기서, *b* ∈ *R*<sup>3</sup>는 힘 및 모멘트 벡터, *n*는 Gaussian 백색잡음이다. 그리고 *T* ∈ *R*<sup>3×3</sup>는 정정 대각행렬이고, *Ψ*는 대각행렬이며 백색잡음의 강도를 결정하기 위한 상수행렬로 둔다. 이 모델은 저속으로 운동하는 수상운동체에 대해 작용하는 파도 및 바람 을 포함하여 모델링오차의 영향을 평가하기에 적절 한 모델로 알려져 있다.<sup>6)</sup>

#### 3. 제어기 설계 및 안정성 해석

본 논문에서는 로버스트 제어기법의 하나인 슬라 이딩 모드 제어기 설계법에 기초하여 Barge선의 위 치 및 자세제어를 위한 제어기를 설계한다. 이를 위 해 먼저 슬라이딩 평면을 다음과 같이 정의한다.

$$\boldsymbol{s} = \tilde{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{\eta}} \tag{8}$$

여기서  $\Lambda \in R^{3 \times 3}$ 는 정정대각(positive symmetric) 행렬이다. 그리고  $\tilde{\eta} = \eta - \eta_d$ 는 Earth Fixed Frame 기준에서 추종해야 할 궤도를  $\eta_d = [x_d, y_d, \psi_d]$ 라 둘 때의 추종오차이다. 단, 앞서 기술한 제약조건을 고려해야 하므로 추종해야 할 궤도는 충분히 유연하 고 한계를 갖도록 설정해야 한다. 이것은 조건  $\eta_d, \dot{\eta}_d \in L_\infty$ 을 만족해야 함을 의미한다. 이것으 로부터 슬라이딩 평면 s가 '0'으로 수렴하게 되면 추 종오차  $\tilde{\eta}$ 가 '0'이 됨을 알 수 있다.

실제로 추종해야 할 목표궤도는 다음 식과 같이 정의한다.

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_r = \dot{\boldsymbol{\eta}}_d - \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{\eta}} \tag{9}$$

식 (8) 및 식 (9)로부터 슬라이딩 평면을 다음과 같 이 정의한다.

$$\boldsymbol{s} = \dot{\boldsymbol{\eta}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}_r \tag{10}$$

3.1 안정성 해석식 (1)의 모델을 다음과 같이 변환하여 표현한다.

$$\boldsymbol{M}^{*} \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{D}^{*} \dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\tau}^{*}$$
(11)

여기서 각 행렬은 변환행렬 **R**(φ)로부터 다음과 같 이 계산된 것이다.

$$M^{*} = R(\varphi)MR^{T}(\varphi),$$
  

$$D^{*} = R(\varphi) \{DR^{T}(\varphi) - MS(\dot{\varphi})R^{T}(\varphi)\}, \quad (12)$$
  

$$\tau^{*} = R(\varphi)\tau_{c}$$

여기서 skew 행렬  $\boldsymbol{S}(\varphi)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\varphi}) = \begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{\varphi} & 0\\ \boldsymbol{\varphi} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(13)

시스템 해석의 편의성을 위해 식 (11)을 기준으로 하여 안정성 해석을 시작한다. 즉, 제어대상이 식 (11)과 같이 표현되어져 있다고 하고, 이 모델에 존 재하는 선형 및 비선형 불확실성을 고려하여 불확실 성을 포함한 모델을 다음 식과 같이 정리하여 나타 낸다.

$$(\widehat{\boldsymbol{M}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}})\ddot{\boldsymbol{\eta}} + (\widehat{\boldsymbol{D}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{D}})\dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\tau}^*$$
(14)

불확실성을 나타내는 모델은 식 (11)의 각 행렬을  $M^* \to (\hat{M} + \Delta \hat{M}), D^* \to (\hat{D} + \Delta \hat{D})$ 와 같이 변환 하여 나타낸 것이며 대칭행렬이어야 할 제약조건은 갖지 않는다.<sup>6)</sup> 이때  $\hat{D}, \hat{M}$ 은 공칭(nominal)행렬이 며,  $\Delta \hat{M}, \Delta \hat{D}$ 는 불확실성을 나타내는데 여기에는 파라미터 변동 뿐 만 아니라 크기에 제한을 갖는 비 선형성도 포함되어 있다. 특히 ( $\hat{M} + \Delta \hat{M}$ )이 비대 칭이라 하면  $\hat{M}$ 을 대칭이라 두어도 아무런 문제가 없다. 즉, 식 (14)에서 ( $\hat{M} + \Delta \hat{M}$ )이 비대칭이 되도 록 하는 모든 요소가  $\Delta \hat{M}$ 에 포함되어 있다고 가정 함을 의미한다.

여기서  $\Delta \hat{M}$ 은  $\Delta \hat{M} = \Delta \hat{M}_L \times \hat{M} = \hat{M} \times \Delta \hat{M}_R$ 과 같이 나타 낼 수 있는 것으로 고려한다. 즉,

$$\widehat{\boldsymbol{M}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}} = (\boldsymbol{I} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}_L) \widehat{\boldsymbol{M}} = \widehat{\boldsymbol{M}} (\boldsymbol{I} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}_R) \quad (15)$$

와 같이 표현할 수 있다. 또한 불확실성  $\Delta \widehat{M}_L$ ,  $\Delta \widehat{M}_R$ 은 식 (14)에 나타낸 시스템의 rank를 변화시 키지 않도록 다음의 조건을 만족한다고 가정한다.

 $\det\left(\boldsymbol{I} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}_{L}\right) \neq 0, \ \det\left(\boldsymbol{I} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}_{R}\right) \neq 0 \qquad (16)$ 

이것은 지수모드와 임펄스모드 수의 합이 불확실성  $\Delta \hat{M}$ 에 의해 변화지 않음을 의미한다.

위의 표현방법은 대상시스템을 descriptor형식으로 나타낸 경우에 해당된다. 따라서 이와 같은 descriptor 시스템이 일의적으로 해를 갖기 위해서는  $\Delta \hat{M} = 0, \ \Delta \hat{D} = 0$ 일때의 기준 시스템을 포함하여 다음 조건이 성립하여야 한다.

$$\det\left[s\left(\widehat{\boldsymbol{M}} + \Delta\widehat{\boldsymbol{M}}\right) + \left(\widehat{\boldsymbol{D}} + \Delta\widehat{\boldsymbol{D}}\right)\right] \neq 0$$
(17)

즉, 대상 시스템은 임펄스모드를 갖지 않는다고 가정

한다. 이 조건을 만족하기 위한 필요충분조건은  $\Delta \hat{M} = 0, \ \Delta \hat{D} = 0$ 일 때를 포함하여 다음 조건을 만족해야 한다.<sup>7)</sup>

$$\operatorname{rank}(\widehat{\boldsymbol{M}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}) = \operatorname{deg} \operatorname{det} \left[ s\left(\widehat{\boldsymbol{M}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}\right) + \left(\widehat{\boldsymbol{D}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{D}}\right) \right]$$
(18)

이것으로부터 식 (14)의 시스템에 대한 로버스트 안정성 및 로버스트 안정화 가능성에 대해 논의하도 록 한다.

[정의 1] 식 (14)의 시스템에 대해, 제어입력 τ<sup>\*</sup> ≡ 0 라 가정한다. 이 때 어떤 지정된 범위(크기)의 불확 실성 Δ*M̂*, Δ*D̂* 이 존재할 때 아래 식 (19)를 만족 하는 모든 근의 실수부가 음이면 식 (14)의 시스템은 로버스트 안정하다.

$$\det\left[s\left(\widehat{\boldsymbol{M}} + \Delta\widehat{\boldsymbol{M}}\right) + \left(\widehat{\boldsymbol{D}} + \Delta\widehat{\boldsymbol{D}}\right)\right] = 0 \tag{19}$$

또한, 그 한정된 크기의 불확실성  $\Delta \hat{M}$ ,  $\Delta \hat{D}$ 가 존 재할 때 선형피드백이득

$$\tau^* = \mathbf{K} \dot{\boldsymbol{\eta}} \tag{20}$$

에 의해 아래 식 (21)의 폐루프계가 안정하게 되면 식 (14)의 시스템은 식 (20)의 제어입력에 의해 안정 화 가능하다고 한다.

$$(\widehat{\boldsymbol{M}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}})\ddot{\boldsymbol{\eta}} = -(\widehat{\boldsymbol{D}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{D}} + \mathbf{K})\dot{\boldsymbol{\eta}}$$
(21)

그리고 식 (15) 및 식 (16)으로부터 다음 식이 성 립한다.

$$\det \left[ s \widehat{\boldsymbol{M}} \left( I + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}_{R} \right) + \left( \widehat{\boldsymbol{D}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{D}} + \mathbf{K} \right) \right]$$
  
= 
$$\det \left[ s \widehat{\boldsymbol{M}} + \left( \widehat{\boldsymbol{M}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}} + \mathbf{K} \right) \left( \boldsymbol{I} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}_{R} \right)^{-1} \right] \quad (22)$$
$$\times \det \left( \boldsymbol{I} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}_{R} \right)$$

이것은 식 (21)로 표현된 시스템의 로버스트 안정성 과 아래 식 (23)으로 표현된 시스템의 로버스트 안정 성이 등가임을 의미한다.

$$\widehat{\boldsymbol{M}}\,\widetilde{\boldsymbol{\eta}} = -\,(\widehat{\boldsymbol{D}} + \Delta\,\widehat{\boldsymbol{D}} + \mathbf{K})(\boldsymbol{I} + \Delta\,\widehat{\boldsymbol{M}}_{R})^{-1}\,\dot{\boldsymbol{\eta}}$$
(23)

3.2 2차 안정성 해석법에 의한 안정성 해석

본 절에서는 선박모델에 대한 2차 안정성 해석법 에 대해 논의한다.

먼저 식 (18)과 식 (22)로부터 식 (23)의 시스템은 임펄스 모드를 갖지 않는다. 따라서 이 시스템의 다 이나믹스는 *M̂* η̂에 의해 지배된다고 할 수 있다.

이때, 식 (23)의 해인  $\dot{\eta}$ 의 거동(behaviour)이  $\hat{M}\dot{\eta}(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ 가 된다는 것은 이 시스템이 안 정하다는 것을 의미한다. 따라서 식 (23)의 시스템이 로버스트 안정하다는 것은 어떤 지정된 범위(크기)의 불확실성  $\Delta \hat{M}$ ,  $\Delta \hat{D}$ 에 대해서도  $\hat{M}\dot{\eta}(t) \rightarrow 0$ 가  $(t \rightarrow \infty)$ 됨을 의미한다.

그런데 2차 안정성의 기본개념은 불확실성을 고려 하지 않는 2차 형식의 Lyaponov 함수가 존재하는가 의 여부로 안정성을 보증하는 것이다. 따라서 식 (14)에는 이미 불확실성이 포함되어 있으므로 이것이 2차 안정하다면 이 시스템은 당연히 로버스트 안정 하고, 식 (23)의 시스템도 로버스트 안정하게 된다.

본 논문에서는 식 (23)으로 표현된 모델에 대한 2 차 안정성 조건을 제안한다. 따라서 식 (23)의 시스 템에 대한 2차 안정성은 다음과 같이 정의된다.

**[정의 2]** 식 (23)의 시스템에 대해 행렬 *P*∈**Π**와 정 수 γ > 0가 존재하고, 2차 형식의 다음 식

$$V(\boldsymbol{s}) = \boldsymbol{s}^T \widehat{\boldsymbol{M}}^T \boldsymbol{P} \widehat{\boldsymbol{M}} \boldsymbol{s}$$
(24)

의 시간미분인  $\dot{V}(s)$ 가 어떤 허용된 범위의 불확실 성  $\Delta \hat{M}$ ,  $\Delta \hat{D}$ 과는 독립적으로 아래 식 (25)의 조건 을 만족하게 되면 식 (23)의 시스템은 2차 안정하다 고 한다.

$$\dot{V}(\boldsymbol{s}) \le -\gamma \|\widehat{\boldsymbol{M}}\boldsymbol{s}\|^2 \tag{25}$$

여기서  $\hat{M}s \neq 0$ 가 되는 s에 대해  $s^T \hat{M} P \hat{M}s > 0$ 를 만족하는  $n \times n$ 의 정수의 대칭행렬 P 전체를  $\Pi$ 라 둔다.

3.3 안정화 가능조건
3.2절의 정의 2로부터 식 (23)의 시스템에 대한 2
차 안정성 조건은 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{V}(\boldsymbol{s}) = \dot{\boldsymbol{s}}^T \widehat{\boldsymbol{M}}^T \boldsymbol{P} \widehat{\boldsymbol{M}} \boldsymbol{s} + \boldsymbol{s}^T \widehat{\boldsymbol{M}}^T \boldsymbol{P} \widehat{\boldsymbol{M}} \dot{\boldsymbol{s}}$$

$$= \boldsymbol{s}^{T} (\boldsymbol{I} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}_{R})^{-T} (\widehat{\boldsymbol{D}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{D}} + \mathbf{K})^{T} \boldsymbol{P} \widehat{\boldsymbol{M}} \boldsymbol{s} \quad (26)$$
$$+ \boldsymbol{s}^{T} \widehat{\boldsymbol{M}}^{T} \boldsymbol{P} (\widehat{\boldsymbol{D}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{D}} + \mathbf{K})^{T} (\boldsymbol{I} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}_{R})^{-1} \boldsymbol{s}$$
$$\leq -\gamma \boldsymbol{s}^{T} \widehat{\boldsymbol{M}}^{T} \widehat{\boldsymbol{M}} \boldsymbol{s}$$

즉, 행렬부등식

$$\{ (\widehat{D} + \Delta \widehat{D} + \mathbf{K})^T \mathbf{P} (\widehat{M} + \Delta \widehat{M}) + (\widehat{M} + \Delta \widehat{M}^T \mathbf{P} (\widehat{D} + \Delta \widehat{D} + \mathbf{K}) \} + \gamma (\widehat{M} + \Delta \widehat{M})^T (\widehat{M} + \Delta \widehat{M}) \leq 0$$

$$(27)$$

을 만족하는 행렬 K, **P**∈**Π**와 정수 γ가 존재하면 식 (23)은 2차 안정하다.

식 (27)의 부등식이 해를 갖기 위해서는 Null △D̂⊃Null M̂가 만족되어야 한다. 또한 피드백 이 득 K에 대해서도 Null K⊃Null M̂의 조건이 성립 해야 한다. 계산의 편의를 위해서는 처음부터 피드백 이득 K를 다음과 같이 치환하여 해석하는 것이 효 율적일 수도 있다.

$$\mathbf{K} = \widehat{K}\widehat{M} \tag{28}$$

[보조정리] 여기서 식 (26)의 2차 안정성 조건은 Lyapunov 함수를

$$\widehat{V}(\boldsymbol{s}) = \boldsymbol{s}^{T} (\widehat{\boldsymbol{M}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}})^{T} \boldsymbol{P} (\widehat{\boldsymbol{M}} + \Delta \widehat{\boldsymbol{M}}) \boldsymbol{s}$$
(29)

와 같이 두고 그 미분인 다음 식이 성립하는 것과 등 가이다.

$$\hat{\hat{V}}(\boldsymbol{s}) \leq -\gamma \boldsymbol{s}^{T} (\boldsymbol{\widehat{M}} + \Delta \boldsymbol{\widehat{M}})^{T} (\boldsymbol{\widehat{M}} + \Delta \boldsymbol{\widehat{M}}) \boldsymbol{s}$$
(30)

결론적으로 식 (21)과 같은 형식으로 표현된 시스 템에 불확실성이 존재할 경우의 안정성 해석을 위한 방법으로, Lyapunov 함수를 식 (29)와 같이 도입하 고 그 미분인 식 (30)으로부터 안정성을 평가하는 것 이 타당함을 알 수 있다. 이 안정성은 기존연구<sup>6)</sup> 등 에서 문제시 하고 있는 비대칭성에 대한 제약조건을 고려하지 않아도 되는 2차 안정성 해석법이다.

#### 4. 제어력 분배

4.1 제어력 분배 문제 제어력 분배는 여러개로 이루어진 벡터신호를 적 절한 수(필요한 수)의 벡터신호로 변환시키는 문제 를 말한다. 특히 이 문제는 액추에이터 수가 제어 변수보다 많거나 적을 경우에 유용하게 적용된다. 예를 들어 본 논문에서와 같이 제어해야 할 제어변 수는 평면 좌표상에 주어지는 위치와 각도이나 제 어력은 4기의 액추에이터에 의해 생산된다. 그림 2 에 제어력 분배문제가 나타나 있는데, 설계자가 설 계한 제어기로부터 제어신호가 계산되면 이 신호는 각각의 액추에이터를 제어하기 위한 제어신호로 변 환되어야 한다. 즉 제어기로부터의 신호는 선박을 서지 및 스웨이 방향으로 움직이기 위한 힘(f<sub>i</sub>), 각 도( $\alpha_i$ ) 및 회전력( $\tau$ )이 결정되어 각 액추에이터에 전달된다.

본 논문에서는 제어력 분배를 위해 아래 3가지 조 건을 충족시키는 최적화알고리즘<sup>8,9)</sup>을 도입하였다.

- 1.  $\| \boldsymbol{\tau}(\alpha_i, f_i) \boldsymbol{\tau}_c \|$  is small to minimize the error between actual thrusts and desired signals from controller.
- 2.  $\| \boldsymbol{\tau}(\alpha_i, f_i) \|$  is small to minimize the power consumption which is supplied from actuator.
- 3.  $\alpha_i(t)$  is slow varying to suit with the dynamic response of actuators and minimize the wear and tear on the thrust devices.

위에서 *τ<sub>c</sub>*는 제어기에서 계산된 값이며, *τ*(*α<sub>i</sub>*, *f<sub>i</sub>*) 는 실제 액추에이터를 통해 선박에 작용하는 제어력 을 나타낸다. 위의 최적화 알고리즘은 그림 3의 플로 우차트와 같으며, 이것은 제어기로부터 계산된 제어 신호와 액추에이터를 통해 실제 선박에 전달되는 제 어력과의 오차가 최소가 되도록 하는 값을 구하는 것이다.

4.2 액추에이터 회전각도 및 제어력 크기 결정 Barge선의 위치 및 자세를 제어하기 위해 액추에 이터의 회전각도를 계산하는 문제를 다루도록 한다.
각 액추에이터로부터 생산되는 추진력은 두 개의 벡



Fig. 2 Control allocation for system by 4-actuators



Fig. 3 Flow chart diagram of directions and forces calculation

터로 분리하여 나타낼 수 있다. 즉, Body Fixed Frame을 기준으로 평면 좌표상에서 *X*, *Y* 방향으로 분해하여 나타낼 수 있다. 따라서 제어력 *f*를 다음 과 같이 새로운 벡터 *f*'로 나타낸다.

$$\boldsymbol{f}' = \begin{bmatrix} f_{1x}, f_{1y}, f_{2x}, f_{2y}, f_{3x}, f_{3y}, f_{4x}, f_{4y} \end{bmatrix}^T$$
(31)

여기서  $f_{ix} = f_i \cos \alpha_i$ ,  $f_{iy} = f_i \sin \alpha_i$ 이다. 이것으로부 터 식 (4)의 행렬  $B(\alpha)$ 도 벡터 B'로 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\boldsymbol{B}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -l_{1y} & l_{1x} & -l_{2y} & l_{2x} & -l_{3y} & l_{3x} & -l_{4y} & l_{4x} \end{bmatrix}$$
(32)

식 (31)의 **f**'는 Moore Penrose Pseudo Inverse (MPI) 기법으로 계산된다. 즉,

$$\boldsymbol{\tau}_c = \boldsymbol{B}' \boldsymbol{f}' \Longrightarrow \boldsymbol{f}' = \boldsymbol{B}'^* \boldsymbol{\tau}_c \tag{33}$$

이고, 여기서  $\mathbf{B}'^* = \mathbf{B}'^T (\mathbf{B}'\mathbf{B}'^T)^{-1}$ 이다. 따라서 각 액추에이터의 회전각도는 식 (34)와 같이 계산된 다.

$$\alpha_{i} = \begin{bmatrix} \tan^{-1} \left( \frac{f_{iy}}{f_{ix}} \right), & \text{if } \underline{x} \leq \alpha_{i} \leq \overline{\alpha} \\ \underline{\alpha}, & \text{if } \alpha_{i} < \max(\alpha_{\min}, \alpha_{i-1} - \Delta t \cdot \dot{\alpha}) \\ \overline{\alpha}, & \text{if } \alpha_{i} < \min(\alpha_{\max}, \alpha_{i-1} + \Delta t \cdot \dot{\alpha}) \end{bmatrix}$$
(34)

액추에이터에서 발생되는 추진력의 크기는 제약을 갖는다. 이것은 제어기에서 계산된 제어신호를 그대 로 액추에이터가 생산하는 것이 현실적으로 어렵기 때문이다. 따라서 근본적으로 제어기가 적절한 제어 신호를 계산하는 것이 타당하다. 본 논문에서는 식 (35)와 같이 제어력이 일정 크기를 초과하지 않도록 하는 제약조건을 두고 RPI 알고리즘을 도입하여 제 어력을 최적화하였다. 즉, 식 (36)의 Hamiltonian(*H*) 를 최소화하는 최적화된 제어력 *f*를 구하면 된다.

$$\boldsymbol{\tau}_{c} - \boldsymbol{B}(\alpha)\boldsymbol{f} = 0 \tag{35}$$
$$\boldsymbol{f}_{\min} \leq \boldsymbol{f}_{i} \leq \boldsymbol{f}_{\max}$$

$$H = \frac{1}{2} (f^T W f + c^T W f + f^T W c + c^T W c) + \xi (B(\alpha) f - \tau_c)$$
(36)  
$$f = -c + B^* (\tau_c + B(\alpha) c)$$

식 (36)에서  $c \in R^n$ 는 오프셋 벡터, W는 중량행 렬(weighting matrix),  $B^*$ 는 Moore Penrose Pseudo 역행렬로 다음식과 같다.

$$\boldsymbol{B}^* = \boldsymbol{W}^{-1} \boldsymbol{B}^T(\alpha) \{ \boldsymbol{B}(\alpha) \boldsymbol{W}^{-1} \}^{-1}$$
(37)

#### 5. 시뮬레이션

대상 선박의 위치 및 자세제어시스템에 대한 평가 를 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 제어대상은 Fossen<sup>6)</sup> 등이 이용한 선박모델을 이용하였다. 선박 모델의 길이는 1.19[m], 무게는 17.6[kg]이며 무게중 심은 중심좌표를 기준으로  $x_g = -0.04$ [m]에 위치한 다. 그리고 모델이 갖는 유체력 계수행렬은 다음과 같다.

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 19.0 & 0 & 0\\ 0 & 35.2 & -0.7\\ 0 & -0.7 & 0.98 \end{bmatrix}$$
(38)  
$$\boldsymbol{D} = \text{diag}\{4.0, \ 6.0, \ 1.0\}$$

그림 2에서 각 액추에이터가 설치된 위치( $l_{ix}, l_{iy}$ ) 는 중심좌표를 기준으로 다음과 같이 주어진다.

그리고 액추에이터의 추진력 $(f_{\min}, f_{\max})$ , 회전각 도 $(\alpha_{i\min}, \alpha_{i\max})$  및 회전속도 $(\dot{\alpha})$ 에 대한 제약은 아래와 같다.

$$f_{\min} = 0, \ f_{\max} = 0.5[N], \tag{40}$$
  

$$\alpha_{1\min} = \pi/2, \ \alpha_{1\max} = 5\pi/6, \\\alpha_{2\min} = \pi/6, \ \alpha_{2\max} = \pi/2, \\\alpha_{3\min} = -\pi/2, \ \alpha_{3\max} = -\pi/6, \\\alpha_{4\min} = -5\pi/6, \ \alpha_{4\max} = -\pi/2, \\\dot{\alpha} = \pi/18[rad/s]$$

위의 제약조건을 기본으로 하여 제어기를 설계하 였다. 서론에 기술하였듯이 본 논문에서는 외란 등의 불확실성에 강인하게 대처할 수 있도록 슬라이딩모 드 제어기를 도입하였다. 이것은 3장에 기술한 제어 계의 안정성 조건을 만족하는 것으로 식 (41)과 같 고, 여기서 각 이득은 식 (42)와 같이 결정하였다.

$$\tau^* = \boldsymbol{D}^* \boldsymbol{s} + \boldsymbol{M}^* \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{D}^* \dot{\boldsymbol{\eta}}$$

$$- \boldsymbol{M}^* \left( \boldsymbol{G} \boldsymbol{s} + \boldsymbol{K} \operatorname{sgn}(\boldsymbol{s}) \right)$$
(41)

$$G = \text{diag}\{0.88, 0.97, 0.91\}$$
(42)  
$$K = \text{diag}\{1.0, 0.92, 1.03\} \times 10^{-3}$$

그리고 파랑 등의 외란영향에 대한 제어시스템의 성능을 평가하기 위해 도입한 식 (7)의 외란모델에 서, 행렬 *T*, *Ψ*는 다음과 같이 정의하였다.

$$T = \text{diag}\{100, 100, 100\}, \qquad (43)$$
$$\Psi = \text{diag}\{0.1, 0.1, 0.03\}$$

이것으로부터 시뮬레이션을 수행하였다.

그림 4는 트래킹 및 정점유지 능력을 평가한 시뮬 레이션 결과이다. 즉, 외란이 존재하거나 존재하지 않는 두가지 조건에서, 대상 선박이 일정위치와 자세 를 유지하는지를 평가하기 위한 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이다. 그림 4의 (a)는 외란이 존재하지 않





(a) motion without disturbance(nominal system)

(b) motion with disturbance(uncertain system)





(a) actuator forces without disturbance(nominal system)



(b) actuator forces with disturbance(uncertain system)





(a) actuator directions without disturbance(nominal system)



(b) actuator directions with disturbance(uncertain system)

Fig. 6 Directions of each actuator

는 조건에서, Point A 에서 Point B로 이동한 후 그 위치와 자세를 유지하는 시뮬레이션 결과이다. 양호 한 해상상태에 해당하므로 양호한 시뮬레이션 결과 를 얻을 수 있다. 반면 그림 4의 (b)는 외란이 존재 하는 경우에 해당한다. 외란이 존재함에도 불구하고 Point B에서와 같이 설정된 위치와 자세를 지속적으 로 유지하고 있음을 알 수 있다. 이것은 그림 5 (b) 의 추진력 크기변화, 그림 6 (b)에 나타낸 액추에이 터의 운동방향변화로부터 알 수 있듯이 외란에 대응 하기 위해 제어력이 적극적으로 작용한 결과이다.

# 6. 결 론

본 연구에서는 Barge선의 위치 및 자세제어를 위 한 기초연구를 수행하고 시뮬레이션을 통해 그 유효 성을 검증하였다. 특히 수상 및 수중운동체의 안정성 을 평가하기 위한 새로운 안정화 기법과 안정성평가 방법을 제안하였다. 기존 연구에서 각 시스템행렬이 만족해야 할 조건(대칭성)에 구애받지 않는 일반적인 안정성 조건이다. 즉, 이것은 시스템이 가질 수밖에 없는 불확실성을 충분히 고려한 일반성이 반영된 안 정화 기법이라 할 수 있다. Barge선의 제어문제에서 는 액추에이터로 이동식 추진장치(스러스트) 뿐 만 아니라 윈치에 의해 조정되는 경우까지 고려하였다. 이것은 DPS 시스템구축을 위한 기초연구로, Barge 선 뿐 만 아니라 드릴쉽 및 시추선 등의 운동제어시 스템구축에도 적용할 수 있는 방법이다. 파랑 등의 외란이 존재하는 경우를 고려하여 본 연구에서 제안 한 방법의 유효성과 실효성을 시뮬레이션을 통해 검 증하였다.

# 후 기

이 논문은 2011년 국토해양부의 재원으로 한국해 양과학기술진흥원의 지원을 받아 수행된 연구임(해 양플랜트 거주용 부선의 계류위치 제어시스템 개발)

### 참고문헌

- T. Takai and H. Yoshihisa, 1987, "An automatic maneuvering system in berthing", Proc. 8<sup>th</sup> Ship Control System Symposium, Vol. 2, pp. 183–201.
- 2. H. Yamato, H. Uetsuki and T. Koyama, 1990, "Automatic berthing by the neural controller",

Proc. 9th Ship Control Systems Symposium, USA, Vol. 3, pp. 183–201.

- Y. A. Kasasbeh, M. M. Pourzanjani and M. J. Dove, 1993, "Automatic berthing of ship", Proc. of the Institute of Marine Engineers 3<sup>rd</sup> International Conference on Maritime Communications and Control, London, pp. 10–17.
- H. M. Bae, V. P. Bui, D. S. Lee, Y. B. Kim, 2010, "A Development of Constrained Control Allocation for Ship Berthing by Using Autonomous Tugboats", Journal of Korea society for Power System Engineering, Vol, 14, No. 6, pp. 96–101.
- Y. Zhang, G. E. Hearn and P. Sen, 1997, "A multivariable neural controller for automatic ship berthing", Journal of IEEE Control System, Vol. 17, pp. 31–44.
- 6. Thor. I. 2002, "Marine Fossen, control system-guidance and navigation, rigs and vehicle", underwater Trondheim, Norway, Norwegian University Science of and Technology.
- D. Cobb, 1981, "Feedback and pole placement in descriptor variable systems", International Journal of Control, Vol. 33, No. 6, pp. 1135–1146.
- 8. G. Strang, 2003, "Introduction to linear algebra", Wellesley Cambridge Press.
- O. J. Sordalen, 1997, "Optimal thrust allocation for marine vessels", Journal of Control Engineering Practices, Vol. 5, No. 9, pp. 1223–1231.