

모드중첩법 및 최소자승법을 통한 고충격 압저항 미소가속도계의 출력전압 해석

한 정 삼*[†] · 권 기 범*

* 안동대학교 기계설계공학과

Fast Simulation of Output Voltage for High-Shock Piezoresistive Microaccelerometer Using Mode Superposition Method and Least Square Method

Jeong Sam Han*[†] and Ki Beom Kwon*

* Dept. of Mechanical Design Engineering, Andong Nat'l Univ.

(Received January 27, 2012 ; Revised April 21, 2012 ; Accepted April 26, 2012)

Key Words : Mode Superposition Method(모드중첩법), Newmark Method(뉴마크 기법), Least Square Method(최소자승법), Piezoresistive Microaccelerometer(압저항 미소가속도계), Sensor Sensitivity(센서 감도)

초록: 본 논문에서는 여러 가지 충격하에서 압저항 고충격 미소가속도계의 과도 출력전압의 계산시 발생하는 방대한 계산 시간 문제를 모드중첩법 및 최소자승법을 이용하여 압저항 미소가속도계의 실시간 출력전압 계산이 가능하도록 효율적인 출력전압 과도해석 방법을 제안한다. 우선 정적 압저항-구조 해석을 통하여 미소가속도계의 변위와 출력전압을 계산하고 출력전압을 특정 위치의 변위에 관한 2차 다항식으로 근사화하여 그 회귀계수를 최소자승법을 통하여 결정한다. 이후에 모드중첩법을 통하여 여러 방향의 고충격하에서 미소가속도계의 과도 변위응답을 계산하고, 이 변위응답을 변위로 표현되는 출력전압 근사식에 대입하여 과도 출력전압을 예측한다. 100,000 G 고충격과, 사인파, 계단파 및 사각파 등의 여러 가지 고충격 입력에 대한 압저항 미소가속도계의 수치예제를 통하여 제안한 방법의 정확성 및 효율성을 검증하였다.

Abstract: The transient analysis for the output voltage of a piezoresistive microaccelerometer takes a relatively high computation time because at least two iterations are required to calculate the piezoresistive-structural coupled response at each time step. In this study, the high computational cost for calculating the transient output voltage is considerably reduced by an approach integrating the mode superposition method and the least square method. In the approach, data on static displacement and output voltage calculated by piezoresistive-structural coupled simulation for three acceleration inputs are used to develop a quadratic regression model, relating the output voltage to the displacement at a certain observation point. The transient output voltage is then approximated by a regression model using the displacement response cheaply calculated by the mode superposition method. A high-impact microaccelerometer subject to several types of acceleration inputs such as 100,000 G shock, sine, step, and square pulses are adopted as a numerical example to represent the efficiency and accuracy of the suggested approach.

1. 서론

미소가속도계는 시스템에 가해지는 가속도, 진동 및 충격 등을 감지하여 이를 전기적 신호로 변환하는 센서이다. 특히 미소가속도계는 MEMS 압력

센서 다음으로 MEMS의 큰 시장을 형성하고 있다. 실리콘 미소가속도계는 1979년에 Roylance⁽¹⁾에 의해 발표된 이후, 우수한 실리콘의 기계적 성질과 기준에 확립된 반도체 집적회로 공정기술 덕분에 소자의 소형화, 경량화 및 저가격화가 가능하여 많은 발전이 이루어졌다.⁽²⁻⁴⁾ 지금까지 발표된 실리콘 미소가속도계는 주로 박막형성이 용이한 폴리실리콘을 표면 마이크로머시닝하여 제작한 정전용량형(capacitive type)⁽²⁾과 단결정 실리콘 위에 압

[†] Corresponding Author, jshan@andong.ac.kr
© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

저항소자를 제작하고 이를 기관 마이크로머시닝으로 박막 가공하여 만든 압저항형(piezoresistive type)⁽³⁾의 두 가지로 크게 나눌 수 있다. 미소가속도계의 해석 관점에서는 MEMS 가속도계의 빔 구조 변화와 관련된 정적 및 동적 해석 연구,⁽⁵⁾ 빔과 진동질량의 치수 변화에 따른 가속도계의 민감도 변화 연구⁽⁶⁾ 등이 수행되었다. 또한 3 축 방향 가속도 및 3 축 방향 각 가속도를 측정할 수 있는 MEMS 가속도계 개발 등의 구조적인 개선도 발표되었다.⁽⁴⁾

일반적으로 고충격 미소가속도계에는 구조적 안전성 측면에서 압저항형 미소가속도계가 사용된다. 이러한 타입으로 두 개의 웨이퍼가 접착된 힌지 구조 및 양단지지의 브릿지 형태를 가진 고충격 미소가속도계,⁽⁷⁾ 외팔보의 판 형태의 고충격 미소가속도계,⁽⁸⁾ 두 개의 동일한 질량을 가진 양단지지의 판 형태를 가진 고충격 미소가속도계⁽⁹⁾ 등이 대표적인 예이다. 이러한 압저항 미소가속도계의 입력 충격에 대한 출력전압을 해석하기 위한 압저항-구조 연성해석에는 순차적 연성해법(sequential coupling method)이 이용된다.⁽¹⁰⁾ 압저항-구조의 연성해석 결과는 먼저 변위장을 계산하고 그 이후 압저항 효과를 계산하므로 최소한 두 번의 축차(iteration)가 필요하다. 따라서, 여러 가지 충격하에서 압저항 미소가속도계의 과도 출력전압을 계산하기 위해서는 순차적 연성해법의 특성상 매우 방대한 수치 계산이 요구된다. 따라서, 고충격 입력에 대한 출력전압 해석에는 이러한 문제를 해결할 수 있는 해석 방법이 이용되어야 한다. 본 논문에서는 이를 위하여 모드중첩법(mode superposition method)과 최소자승법(least square method)을 이용하였다.

최소자승법은 반응표면법(response surface method)에서 어떤 시스템의 성능을 나타내는 회귀모델의 계수를 추정하는 데 일반적으로 사용된다. 이의 응용사례로 유연시스템의 고유주파수와 구동기의 비선형성을 실시간 추정,⁽¹¹⁾ 3 축 CNC 시스템의 정밀도 개선,⁽¹²⁾ 자율주행 차(AUV)의 localization의 위치 오차 감소 알고리즘,⁽¹³⁾ 초장축 러빙 롤러의 진직도 및 진원도 평가⁽¹⁴⁾ 등이 최근에 발표되었다.

본 논문에서는 여러 가지 충격하에서 압저항 고충격 미소가속도계의 과도 출력전압의 계산시 발생하는 방대한 계산 시간 문제를 모드중첩법 및 최소자승법을 이용하여 압저항 미소가속도계의 실시간 출력전압 계산이 가능하도록 효율적인 출력

전압 과도해석 방법을 제안한다. 우선 정적 압저항-구조 해석을 통하여 미소가속도계의 변위와 출력전압을 계산하고 출력전압을 특정 위치의 변위에 관한 2차 다항식으로 근사화하여 그 회귀계수를 최소자승법을 통하여 결정한다. 이후에 모드중첩법을 통하여 여러 방향의 고충격하에서 미소가속도계의 과도 변위응답을 계산하고, 이 변위응답을 변위로 표현되는 출력전압 근사식에 대입하여 과도 출력전압을 구한다. 여러 가지 고충격 입력에 대한 고충격 미소가속도계의 수치예제를 통하여 제안한 방법의 정확성 및 효율성을 검증하였다.

2. 효율적인 출력전압의 과도해석

2.1 압저항-구조 연성해석

전기 저항체는 늘어나거나 변형되면 저항 값이 바뀌게 되는데 이러한 효과는 기계적 영역과 전기적 영역간의 직접적인 에너지 또는 신호 변환 메커니즘으로 쉽게 사용될 수 있다. 일반적인 금속 재료는 외력에 의해 변형되고, 재료의 길이나 단면적과 같은 기하학적 형상이 변화하게 되는데, 이와 같이 기하학적인 형상변화에 의해서 발생하는 저항변화율은 스트레인 게이지와 로드셀에 응용되어, 설계된 구조물에서 발생하는 응력이나 하중을 측정하기 위한 계측장비에 많이 적용되고 있다. 반면에, 실리콘과 같은 반도체 재료는 외력에 대해 변형이 거의 발생하지 않으나 재료의 본질적인 특성 변화에 의해 금속재료보다 저항 변화율이 최대 100배 이상이다. 반도체 재료에 외력이 가해지면 내부의 결정격자가 변형되고, 원자 구조의 에너지 밴드에 변형이 발생하고 캐리어의 이동도와 분포에 변화가 발생되어 저항률이 변하게 되는데 이를 압저항 효과(piezoresistive effect)라고 한다.⁽¹⁵⁾ 이때, 응력과 저항의 관계는 식 (1)로 표현된다.

$$\begin{pmatrix} \Delta\rho_1/\rho_0 \\ \Delta\rho_2/\rho_0 \\ \Delta\rho_3/\rho_0 \\ \Delta\rho_4/\rho_0 \\ \Delta\rho_5/\rho_0 \\ \Delta\rho_6/\rho_0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서 ρ_0 는 응력을 받지 않은 결정의 등방성 비저항 값이며 $\Delta\rho_i$ 는 각 방향의 비저항 변화량이다. 그리고 π_{ij} 는 압저항 계수(piezoresistive coefficient)

로서 세 개의 독립된 압저항 행렬 성분 값(π_{11}, π_{12} 및 π_{14})이 존재하며, σ_i 는 각 방향으로의 응력(stress) 성분을 의미한다.⁽¹⁶⁾

압저항-구조의 연성해석을 위한 유한요소방법의 행렬방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{V}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{C}^V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{V}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{K}^V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{V} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{I} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

이때, \mathbf{u} 는 변위(displacement), \mathbf{V} 는 전기포텐셜(electrical potential)이며 행렬 \mathbf{M}_s , \mathbf{C}_s , \mathbf{K}_s 는 각각 시스템의 구조 부분의 질량, 감쇠, 강성행렬이다. 특히 압저항-구조 연성해석에서 행렬 \mathbf{C}^V 및 \mathbf{K}^V 는 각각 유전체의 유전율행렬(dielectric permittivity matrix) 및 도전율행렬(electrical conductivity matrix)을 의미한다. 또한 \mathbf{F}_s 는 하중벡터(load vector), \mathbf{I} 는 절점에 가해진 전류벡터(electric current vector)를 나타낸다. 따라서, 압저항-구조 연성해석은 순차적 연성해법(sequential coupling method)을 이용하여 수행되며, 연성된 결과를 얻기 위해서는 먼저 변위장을 계산하고 그 이후 압저항 효과를 계산하므로 최소한 두 번의 축차(iteration)가 필요하다.⁽¹⁰⁾ 고충격 입력에 대한 과도 출력전압해석은 식 (2)를 시간적분하여 구해지기 때문에 순차적 연성해석법 특성상 방대한 계산시간이 요구된다. 본 논문에서는 아래 절에서 설명하는 것처럼 모드중첩법을 이용한 변위의 과도해석을 수행하고 그 변위 결과를 변위로 표현되는 출력전압 근사식에 대입하여 과도 출력전압을 근사적으로 계산하였다.

2.2 뉴마크 기법을 통한 과도해석

우선 식 (2)의 압저항-구조 연성해석을 위한 행렬방정식에서 구조 부분에 대하여 아래와 같이 시간에 관한 행렬-벡터방정식으로 표현한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}_s \mathbf{u}(t) &= \mathbf{F}_s(t) \\ \mathbf{u}(0) &= \mathbf{u}_0 \quad \dot{\mathbf{u}}(0) = \dot{\mathbf{u}}_0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 \mathbf{u}_0 와 $\dot{\mathbf{u}}_0$ 는 주어진 초기 변위와 속도벡터이며, 시스템 행렬 \mathbf{M}_s , \mathbf{C}_s , \mathbf{K}_s 는 이후 각각 \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} 로 기술한다. 본 논문에서는 식 (3)의 운동방정식과 초기조건(initial condition)으로 구성되는 초기치 문제(initial value problem)을 풀기 위하여 아래와 같은 뉴마크 기법(Newmark method)을 사용하였다.⁽¹⁷⁾ 뉴마크 기법은 시간 t 와 $t + \Delta t$ 사이에서 속도와 변위의 관계를 아래와 같이 가정한다.

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + [(1-\delta)\ddot{\mathbf{u}}_n + \delta\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}]\Delta t \quad (4)$$

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \dot{\mathbf{u}}_n \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{\mathbf{u}}_n + \alpha \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \right] \Delta t^2 \quad (5)$$

여기서 \mathbf{u}_{n+1} , $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$, $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$ 은 각각 변위, 속도, 가속도를 의미하며, 계수 α 와 δ 는 시간 적분의 정확도와 수치안정성을 결정하는 Newmark 적분 상수이다. 시간 $t + \Delta t$ 에서 식 (3)의 평형 운동방정식은 아래로 표현된다.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1} \quad (6)$$

이 식에서 시간 $t + \Delta t$ 에서 변위를 얻기 위하여 먼저 식 (5)와 (4)를 아래의 식 (7)과 (8)처럼 각각 시간 $t + \Delta t$ 에서의 가속도와 속도로 표시한다.⁽¹⁶⁾

$$\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = a_0(\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n) - a_2\dot{\mathbf{u}}_n - a_3\ddot{\mathbf{u}}_n \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + a_6\ddot{\mathbf{u}}_n + a_7\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \quad (8)$$

where $a_0 = \frac{1}{\alpha\Delta t^2}$, $a_1 = \frac{\delta}{\alpha\Delta t}$, $a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t}$, $a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1$,

$$a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1, a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right), a_6 = \Delta t(1 - \delta), a_7 = \delta\Delta t$$

식 (7)를 식 (8)에 대입하면 $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$ 과 $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$ 를 모두 미지수 \mathbf{u}_{n+1} 으로 나타낼 수 있으므로 식 (6)은 아래와 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} (\mathbf{a}_0\mathbf{M} + \mathbf{a}_1\mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{u}_{n+1} &= \\ \mathbf{F}_{n+1} + \mathbf{M}(\mathbf{a}_0\mathbf{u}_n + \mathbf{a}_2\dot{\mathbf{u}}_n + \mathbf{a}_3\ddot{\mathbf{u}}_n) &+ \mathbf{C}(\mathbf{a}_1\mathbf{u}_n + \mathbf{a}_4\dot{\mathbf{u}}_n + \mathbf{a}_5\ddot{\mathbf{u}}_n) \end{aligned} \quad (9)$$

이 식으로부터 각 시간에 대한 변위가 계산되면, 식 (7)과 (8)에서 가속도와 속도를 얻게 된다.

2.3 모드중첩법

모드중첩법(mode superposition method)은 시스템의 고유진동수 및 고유벡터를 사용하여 원래 시스템을 축소된 시스템으로 변환한다.⁽¹⁶⁾ 즉, 원래 시스템의 변위 벡터를 모드행렬(modal matrix) Φ 와 모드좌표(mode coordinate) η 로 다음과 같이 근사한다.

$$\mathbf{u}(t) = \Phi\eta(t) \quad (10)$$

이 경우, 모드행렬 Φ 는 다음과 같은 M-정규직교성(M-orthonormality)을 가지므로 다음 관계를 얻는다.

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}_n \quad (11)$$

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \Lambda_n^2 \quad (12)$$

여기서 행렬 \mathbf{I}_n 은 단위행렬, Λ_n^2 는 $\omega_1^2, \dots, \omega_n^2$ 를 대

각요소로 갖는 대각행렬을 의미한다. 식 (2)에서 구조부분만을 고려하는 경우, 식 (10)의 관계를 이용하고 양변에 Φ^T 를 곱하면 아래와 같은 모드좌표계의 응답에 관한 운동방정식으로 변환된다.

$$\mathbf{I}_n \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \Lambda_n^2 \boldsymbol{\eta}(t) = \Phi^T \mathbf{F}(t) \quad (13)$$

따라서, 원래 시스템의 구조 부분의 응답은 독립된 고유모드의 선형결합으로 표현된다. 이때, 감쇠행렬이 질량 및 강성행렬의 형태로 된 경우, 식 (13)는 비연성(uncoupled)된 연립방정식이 된다. 이러한 모드중첩법을 이용한 과도해석의 경우에는 식 (13)에 대하여 뉴마크 기법을 적용하여 각 시간별 모드좌표를 얻고 이를 식 (10)의 관계에서 과도 변위를 계산한다.

2.4 최소자승법

최소자승법(least squares method)은 반응표면법에서 어떤 시스템의 성능을 나타내는 회귀모델(regression model)의 계수를 추정하는데 주로 사용된다.⁽¹⁸⁾ 설계변수 X 의 개수를 k , 전체 실험점의 개수를 n , 그리고 i 번째 실험점에서의 반응치를 Y_i 라 하면 2차 회귀모델은 식 (14)와 같이 표현된다.

$$Y_i = a_0 + \sum_{j=1}^k b_j X_{ij} + \sum_{j=1}^k c_j X_{ij}^2 + \varepsilon_i \quad (14)$$

여기서 X_{ij} 는 i 번째 실험에서 설계변수 X_j 가 가지는 값을 의미하며 ε_i 는 Y_i 를 다항식으로 근사하면서 발생하는 오차이다. 이를 n 개의 실험점에 대한 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (15)$$

where

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} a_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ c_k \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

최소자승법은 다음과 같이 정의되는 제곱오차 L 을 최소화하여 회귀계수 벡터 \mathbf{b} 를 추정한다.

$$L = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \quad (16)$$

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right|_{\mathbf{b}} = -2\mathbf{X}^T \mathbf{Y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\mathbf{b} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (17)$$

따라서 회귀계수 벡터 \mathbf{b} 는 식 (16)로부터 구해지며, 최소자승법에 의한 근사회귀모델은 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\mathbf{b} \quad (18)$$

이때, 실험점의 개수 n 은 추정되어야 할 회귀계수의 수, 즉 반응표면 근사식에 포함된 항의 수보다 작지 않아야 한다. 따라서, 한 개의 설계변수에 대한 2차 회귀모델인 경우에 최소 3번의 실험이 요구된다. 본 논문에서는 정적 압저항-구조 해석을 통하여 미소가속도계의 변위와 출력전압을 계산한 후에 출력전압(V^{app})을 특정 위치의 변위(U)에 관한 2차 다항식으로 근사화하고 그 회귀계수를 최소자승법을 통하여 결정한다.

3. 효율적인 출력전압의 과도해석

3.1 고충격 압저항형 미소가속도계

본 논문에서 고려하는 고충격 압저항형 미소가속도계⁽⁷⁾는 두 개의 웨이퍼가 접촉된 힌지 구조 및 양단지지의 브릿지 형태를 가진 구조로 아래위(Y 방향)로 큰 가속도가 입력되었을 경우에 구조적 안정성을 유지하며 외팔보 형태보다 더 높은 고유진동수를 가질 수 있다는 점에서 유리하다. 이 미소가속도계는 Fig. 1에서 나타낸 것과 같이 두 개의 실리콘 웨이퍼가 접촉된 구조를 가지고 있으며 각각 두 개의 센싱빔과 힌지로 질량체(mass)를 지지하고 있는 형태이다. Y 방향 가속도가 작용하게 되면 질량의 처짐이 발생하게 되고 센싱빔에 응력이 발생하게 되며 센싱빔에 위치하는 압저항체(piezoresistor)는 저항변화가 발생하게 된다(Fig. 2 참고). 네 개의 압저항체는 센싱빔 위

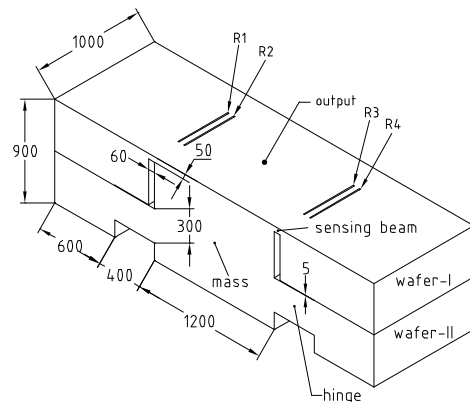


Fig. 1 A high-shock microaccelerometer with a bonded hinge structure⁽⁷⁾

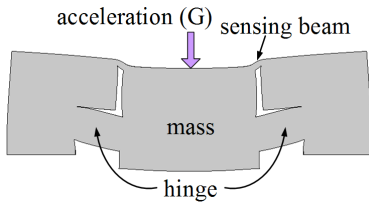


Fig. 2 A Schematic model of acceleration input and deformation of four fixed-guided beams⁽⁷⁾

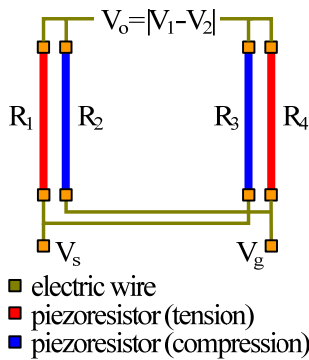


Fig. 3 Four-gauge Wheatstone bridge circuit

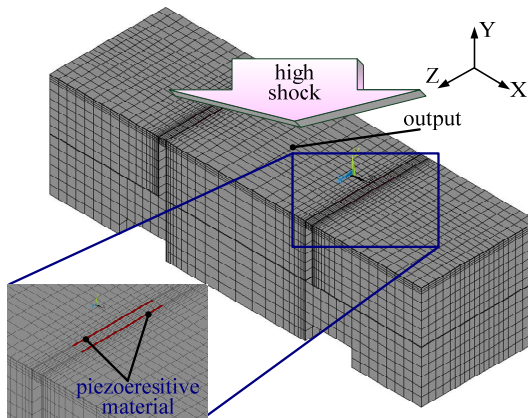


Fig. 4 Finite element model for structural-piezoresistive coupled-field simulation

에 위치하며 이 곳의 저항의 변화를 측정하기 위하여 Fig. 3처럼 4-게이지법을 이용한 휘스톤 브릿지로 구성되어 있다. 이때, 양쪽의 바깥 두 곳의 저항체에는 인장응력이 안쪽의 다른 두 곳의 저항체에는 압축응력이 발생되도록 구조체가 설계되고 저항체가 배치된다.

3.2 유한요소모델링

압저항 효과에 따른 출력전압($V_o=V_1-V_2$)을 얻기 위하여 Fig. 3과 같이 4-gauge 휘스톤 브릿지 회로 방식을 사용하였다. 여기서, V_s 와 V_g 는 각각 가진 및 접지전압이며, V_1 과 V_2 는 각각 R_1 과 R_2 의 연결점 및 R_3 과 R_4 의 연결점에서의 전압을 의미한

Table 1 Model specification

Type	Value
Size (W×H×T) [mm ³]	3200×900×1000
Young's Modulus [GPa]	160
Poisson's ratio	0.22
Density [kg/m ³]	2400
Excitation voltage [V]	5 DC

Table 2 Piezoresistance coefficients for the model

Type	Resistivity	π_{11}	π_{12}	π_{44}
Unit	$\Omega \cdot \text{mm}$	10^{-11}Pa^{-1}	10^{-11}Pa^{-1}	10^{-11}Pa^{-1}
n-type	117	-102.2	53.4	-13.6

다. Y 축 방향으로 입력되는 가속도 하에서 R_1 과 R_4 는 인장(tension)을 받게 되며, R_2 와 R_3 은 압축(compression)을 받게 된다. 이 방법은 휘스톤 브릿지 구성방법 중 출력전압을 극대화하는 방법 중의 하나로 이 경우 저항의 변화에 따른 회로에서의 출력전압은 다음 식으로 계산되며, 본 논문에서는 ANSYS의 연성해석을 통해 출력전압을 계산하였다.

$$V_o = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) V_s \tag{19}$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} - \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) V_s$$

Fig. 4는 ANSYS⁽¹⁶⁾를 이용하여 압저항-구조 연성 해석을 위한 유한요소모델을 나타낸다. 모델링된 미소가속도계는 XY 평면에 정면이 위치하고 있으며 Y 축 방향으로 가속도가 입력된다고 가정한다. 구체적인 사양은 Table 1에 표시하였다. 특히 센싱 빔과 힌지 부분과 같이 응력집중이 발생하는 부분은 해석 결과의 정확도를 위하여 충분히 높은 요소밀도를 가지도록 모델링하였다. 압저항-구조 연성해석으로 충격에 대한 출력전압을 계산하는 모델은 UX, UY, UZ, VOLT 4개의 DOF를 가지는 SOLID 226요소로 모델링 되며 총 요소수는 259,253개이다. Fig. 4와 같이 압저항체는 n-type 압저항체가 사용되었으며 사용된 압저항계수(piezoresistive coefficients)는 Table 2와 같다. 또한 각 압저항체가 전체적으로 휘스톤 브릿지를 구성할 수 있도록 ANSYS의 CP 명령어를 사용하여 회로를 구성하였다.

이 미소가속도계의 횡감도(transverse sensitivity)는

Table 3 Relation between displacement and output voltage calculated by static structural-piezoresistive coupled-field simulation

(a) Input acceleration in the X-direction				
Acceleration (G)	U_x (μm)	V_1 (V)	V_2 (V)	V_{out} (mV)
0	0	2.50000	2.50000	0.00000
50,000	-0.0262	2.49718	2.49718	0.00611
100,000	-0.0523	2.49437	2.49435	0.01972

(b) Input acceleration in the Y-direction				
Acceleration (G)	U_y (μm)	V_1 (V)	V_2 (V)	V_{out} (mV)
0	0	2.50000	2.50000	0.00000
50,000	-0.0596	2.49335	2.50667	13.32366
100,000	-0.1193	2.48667	2.51336	26.68675

(c) Input acceleration in the Z-direction				
Acceleration (G)	U_z (μm)	V_1 (V)	V_2 (V)	V_{out} (mV)
0	0	2.50000	2.50000	0.00000
50,000	-0.0760	2.49999	2.49999	0.00150
100,000	-0.1520	2.49999	2.49999	0.00300

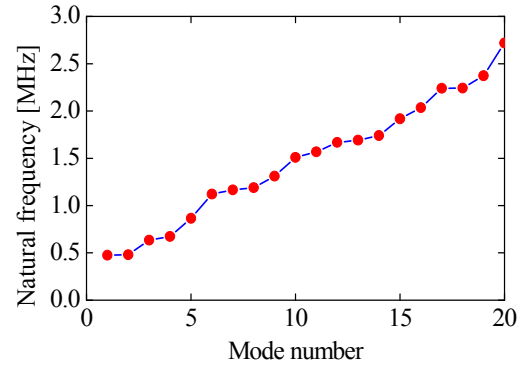
Table 4 Coefficients of regression

(a) Input acceleration in the X-direction		
b	V_1^{app}	V_2^{app}
a_0	2.50000	2.50000
b_1	0.10786	0.10795
c_1	0.00274	-0.00274
Eq. (21)	$V^{\text{app}}(t) = a_0 + b_1 U_x(t) + c_1 U_x(t)^2$	

(b) Input acceleration in the Y-direction		
b	V_1^{app}	V_2^{app}
a_0	2.50000	2.50000
b_1	0.11144	-0.11168
c_1	-0.00276	0.00279
Eq. (21)	$V^{\text{app}}(t) = a_0 + b_1 U_y(t) + c_1 U_y(t)^2$	

(c) Input acceleration in the Z-direction		
b	V_1^{app}	V_2^{app}
a_0	2.50000	2.50000
b_1	2.04×10^{-5}	5.97×10^{-7}
c_1	1.71×10^{-7}	-1.71×10^{-7}
Eq. (21)	$V^{\text{app}}(t) = a_0 + b_1 U_z(t) + c_1 U_z(t)^2$	

X 또는 Z 방향 가속도에 따른 출력전압으로 계산되는 센서 감도이며, 일반적으로 횡감도는 Y 방향

**Fig. 5** Natural frequency of the first 20 modes

가속도에 대한 센서 감도의 5% 미만이라는 설계 조건이 부여된다.⁽¹⁰⁾

3.3 여러 가지 고충격하에서 출력전압 과도해석 본 절에서는 앞에서 제안한 효율적인 출력전압 과도해석 방법을 이용하여 여러 가지 고충격하에 대한 출력전압 과도해석을 수행하였다. 먼저 정적 압저항-구조 연성해석을 통하여 X, Y, Z의 각 방향에 대한 몇 가지 가속도 입력 하에서 압저항 미소 가속도계의 출력점(Fig. 1의 output)의 변위에 대한 출력전압(V_1 및 V_2)을 계산하여 아래와 같이 출력전압을 출력점 변위에 관한 2차 다항식으로 근사화한다.

$$V_i^{\text{app}} = a_0 + b_i U + c_i U^2 \quad i=1,2 \quad (20)$$

$$V_{\text{out}} = |V_1^{\text{app}} - V_2^{\text{app}}| \quad (21)$$

이때 X, Y, Z의 각 방향 가속도에 대한 출력점의 변위는 각각 U_x , U_y , U_z 를 사용한다. 각 방향으로의 0, 50,000 및 100,000 G의 가속도에 대한 각 방향 변위 및 출력전압은 Table 3에 정리하였다. 이 변위와 출력전압 관계를 이용하여 식 (17)로부터 회귀계수 $\mathbf{b}=[a_0, b_1, c_1]^T$ 를 계산하면 Table 4와 같다. 이후에 모드중첩법을 통하여 여러 방향의 고충격하에서 미소가속도계의 과도 변위응답을 계산하고 이 변위응답을 식 (20) 및 (21)에 대입하여 최종 과도 출력전압을 구한다. 입력 가속도로는 (a) 100,000 G 고충격시험에서 측정된 고충격파, (b) 사인파(sine)와 같은 연속적인 입력과 (c) 계단파(step) 그리고 (d) 사각파(square)와 같은 비연속적인 입력을 각각 고려하였으며 미소가속도계의 횡감도 예측을 위하여 원래 가속도 방향인 Y뿐만 아니라 X 및 Z에 대한 가속도 입력에도 과도 출력전압을 예측하여 제안한 방법의 정확성 및 효율성을 검증하였다.

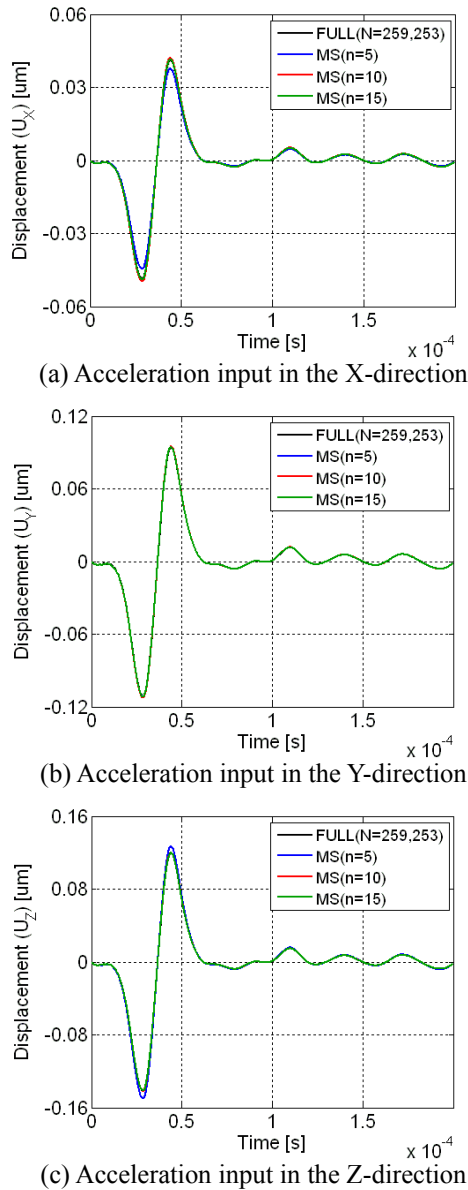


Fig. 6 Displacement approximated by mode superposition method for the X-, Y-, and Z-directional acceleration input according to the number of eigenmodes

(a) 100,000 G 고충격과

본 미소가속도계에 대한 고유진동수 해석을 수행하여 초기 20개에 대한 고유진동수를 Fig. 5에 도시하였다. 첫번째 고유진동모드는 미소가속도계의 질량체 부분이 앞뒤(Z 방향)로 진동하는 형상이며 그 고유진동수는 474 kHz이다. 두번째 고유진동모드는 미소가속도계의 질량체가 위아래(Y 방향)로 진동하는 굽힘모드 형상이며 그 고유진동수는 480 kHz이다. 이 고유진동수해석 결과를 바탕으로 모드중첩법에 사용할 고유진동모드의 개수를

Table 5 Comparison of computation times in seconds for the 100,000 G experiment case

Computation time (s)	Direct integration	Mode superposition (n=15)
Modal analysis	-	131
Transient analysis	129,056	1,049
Total time	129,056	1,180

결정하였다. Fig. 6에는 100,000 G 고충격시험에서 얻어진 고충격 가속도가 X, Y 및 Z의 각 방향으로 입력될 때, 완전적분법(direct integration method) 및 모드중첩법으로 계산한 각 방향 변위 과도응답을 비교하였다. 이때, 식 (4)의 시간 간격(time step)은 0.1 μ s로 하였다. 모드중첩법에 초기 5, 10 및 15개의 고유진동모드를 사용함에 따른 각 방향 변위를 비교하였을 때, 사용하는 고유진동모드의 수가 증가할수록 완전적분법과의 차이가 감소하며 n=10 및 15개의 고유진동모드로 계산된 변위 응답은 완전적분법으로 계산된 결과와 거의 일치함을 알 수 있었다. 따라서, 이후에 출력전압 과도해석에는 n=15의 변위 응답을 사용하였다. X, Y, Z의 각 방향 가속도에 대하여 n=15을 사용한 경우의 과도 변위 및 출력전압을 완전적분법의 결과와 함께 도시하면 그래프 상에서 차이를 확인할 수 없을 정도로 잘 일치하였다.(Fig. 7~9 (a) 참조) 완전적분법과 제안한 방법의 계산 시간 측면에서는 ANSYS의 완전적분법을 이용하는 경우, 총 해석 시간이 129,056 s가 소요되었으며, 제안한 방법의 경우에는 모든 과정을 수행하는데, 완전적분법의 약 1% 정도인 1,180 s 정도가 소요되었다.(Table 5 참조) 특히, 횡감도를 위한 출력전압을 예측하는 경우, 근사식 (20)에서 X방향의 횡감도를 위해서는 U_x 를 사용하고 Z방향의 횡감도를 위해서는 U_z 를 사용하는 것이 더 정확한 근사가 가능하였다.

(b) 사인파

사인파 형태의 고충격 가속도가 X, Y 및 Z의 각 방향으로 입력될 때, 각 방향의 과도 변위 및 출력전압을 고려하였다. 제안한 방법과 완전적분법의 결과와 함께 도시하면 변위의 경우에는 그래프 상에서 거의 일치하는 결과를 보이며, 출력전압의 경우에도 전반적으로 잘 일치하는 결과를 보였다. 전반적으로 횡방향(X 및 Z방향)의 응답이 조금 더 큰 오차를 보였다.(Fig. 7~9(b) 참조)

(c) 계단파

입력 가속도가 순간적으로 크게 변화하는 비연

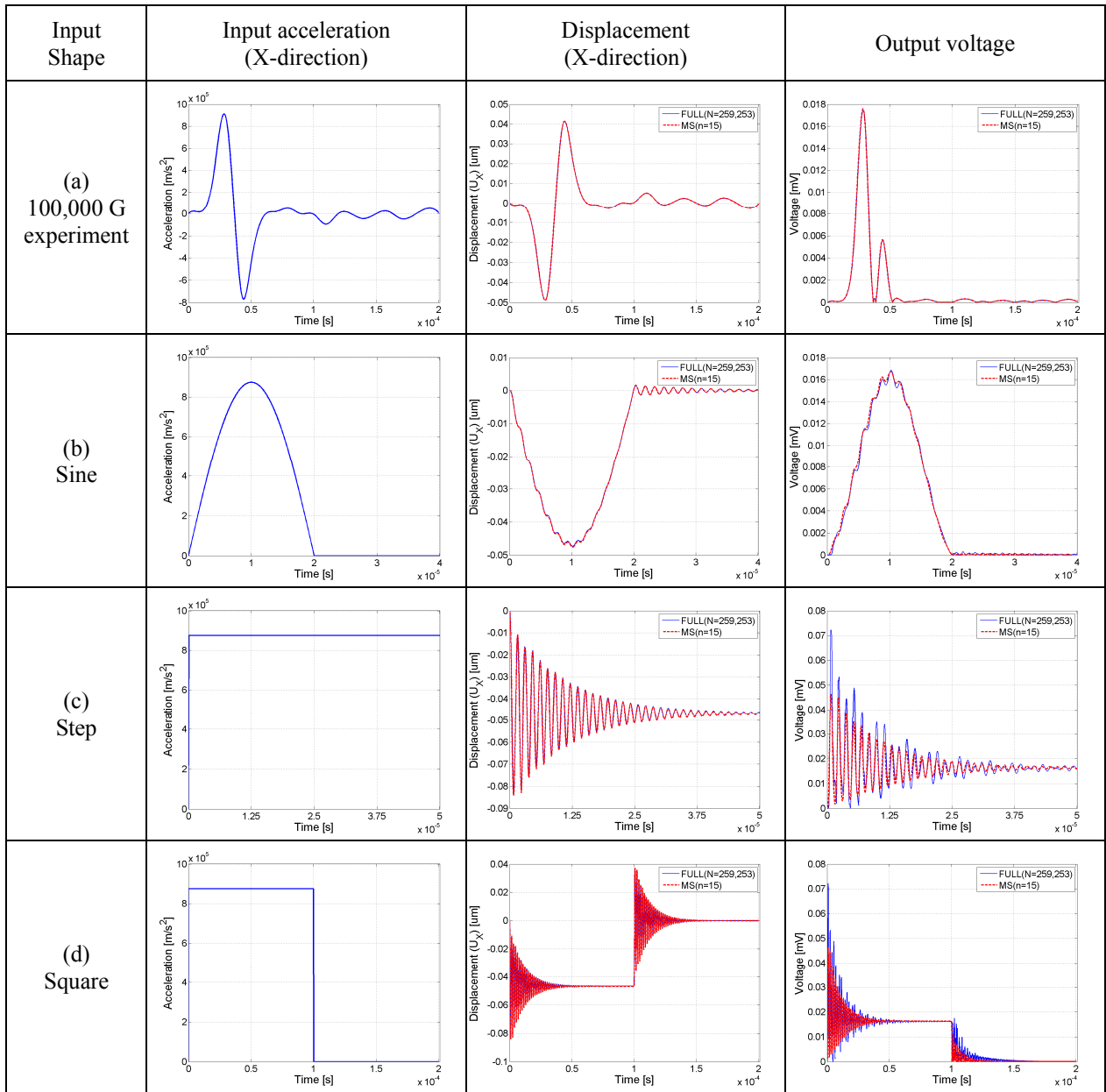


Fig. 7 Approximation of displacement and output voltage for various X-directional acceleration inputs

속적인 계단파를 고려하였다. 875 km/s^2 크기의 계단파 형태의 고충격 가속도가 X, Y 및 Z의 각 방향으로 입력될 때, 각 방향의 과도 변위응답에 대하여 $n=15$ 인 모드중첩법으로 완전적분법의 결과와 거의 일치하는 결과를 얻을 수 있었다. 출력전압의 경우는 연속적인 입력 가속도의 경우보다 오차가 크게 발생하였다. 또한 전반적으로 횡방향(X 및 Z방향)의 출력전압 응답이 조금 더 큰 오차를 보였다.(Fig. 7-9(c) 참조) 특히 가속도가 급격히 변화하는 입력 초기에 피크값에서 완전적분법으로 계산된 출력전압을 충분히 따라가지 못함을 알 수 있다.

(d) 사각파

Fig. 7-9 (d)와 같이 비연속적 입력 가속도인 사각파를 고려하였다. 이 경우에도 고충격 가속도가 X, Y 및 Z의 각 방향으로 입력될 때, 각 방향의 과도 변위응답에 대하여 $n=15$ 인 모드중첩법으로 완전적분법의 결과와 거의 일치하는 결과를 얻을 수 있었다. 출력전압의 경우도 계단파 가속도 입력의 경우처럼 가속도가 급격히 변화하는 비연속적인 부근의 피크값에서 완전적분법으로 계산된 출력전압을 충분히 따라가지 못함을 알 수 있다. 이 경우에도 전반적으로 횡방향(X 및 Z방향)의 출력전압 응답이 조금 더 큰 오차를 보였다.

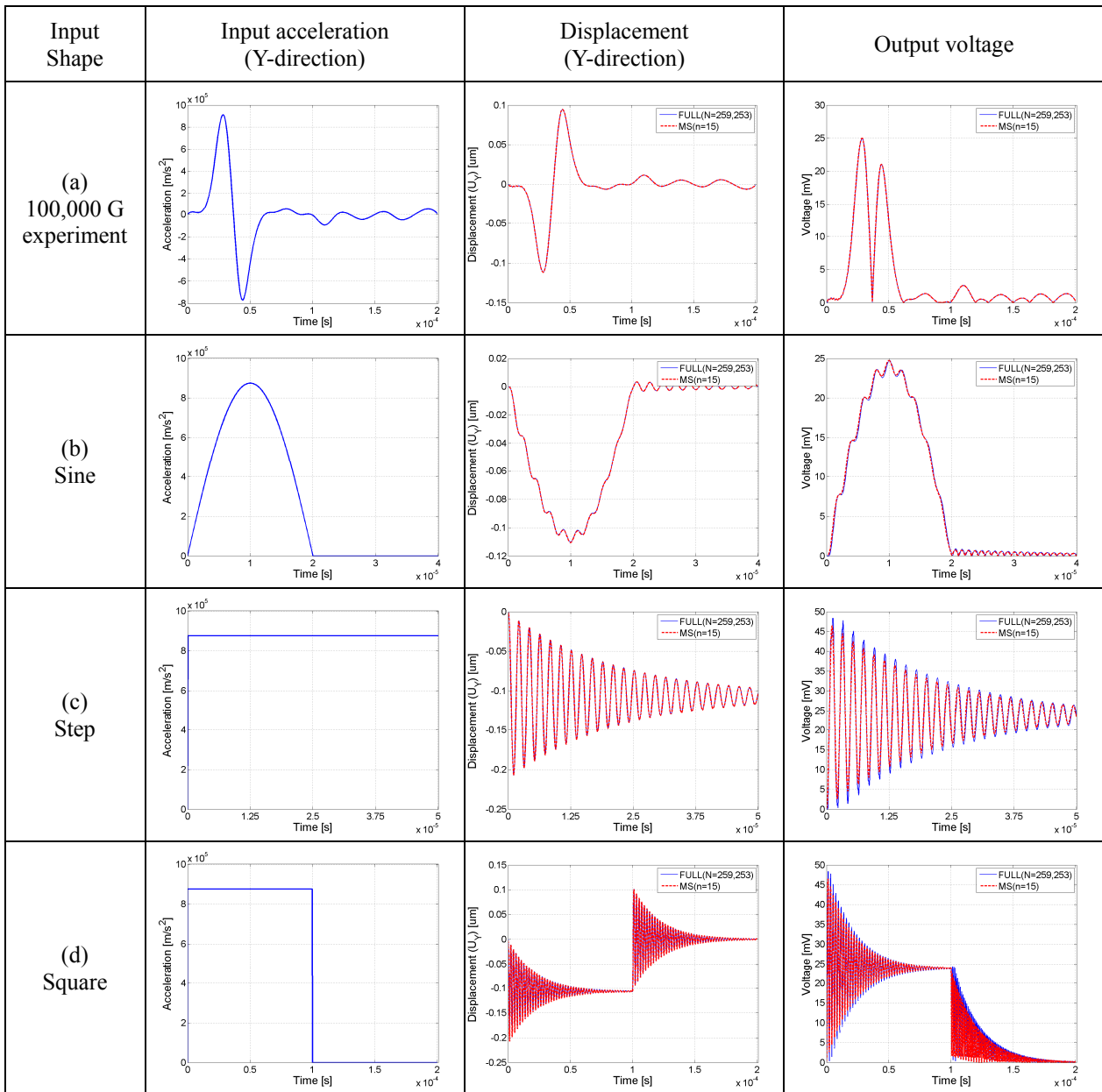


Fig. 8 Approximation of displacement and output voltage for various Y-directional acceleration inputs

4. 결론

고충격 압저항형 미소가속도계에서 입력 가속도에 대한 과도 출력전압을 계산하는데 일반적으로 사용되는 완전적분법의 방대한 수치 계산의 문제를 해결하기 위하여 모드중첩법 및 최소자승법을 이용하여 압저항 미소가속도계의 실시간 출력전압 계산이 가능하도록 효율적인 출력전압 과도해석 방법을 제안하였다. 먼저 정적 압저항-구조 연성 해석을 통하여 X, Y, Z의 각 방향에 대한 몇 가지 다른 크기의 가속도 입력 하에서 압저항 미소가속

도계의 변위와 출력전압을 계산하고, 최소자승법으로 출력전압을 출력점 변위에 관한 2차 다항식으로 근사화한다. 이후에 모드중첩법을 통하여 여러 방향의 고충격하에서 미소가속도계의 과도 변위응답을 계산하고, 이 변위응답을 변위로 표현되는 출력전압 근사식에 대입하여 과도 출력전압을 구한다. 100,000 G급 고충격파, 사인파, 계단파 그리고 사각파와 같은 여러 가지 입력충격 하에서 고충격 미소가속도계 수치예제를 통하여 제안한 방법의 정확성 및 효율성을 검증한 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

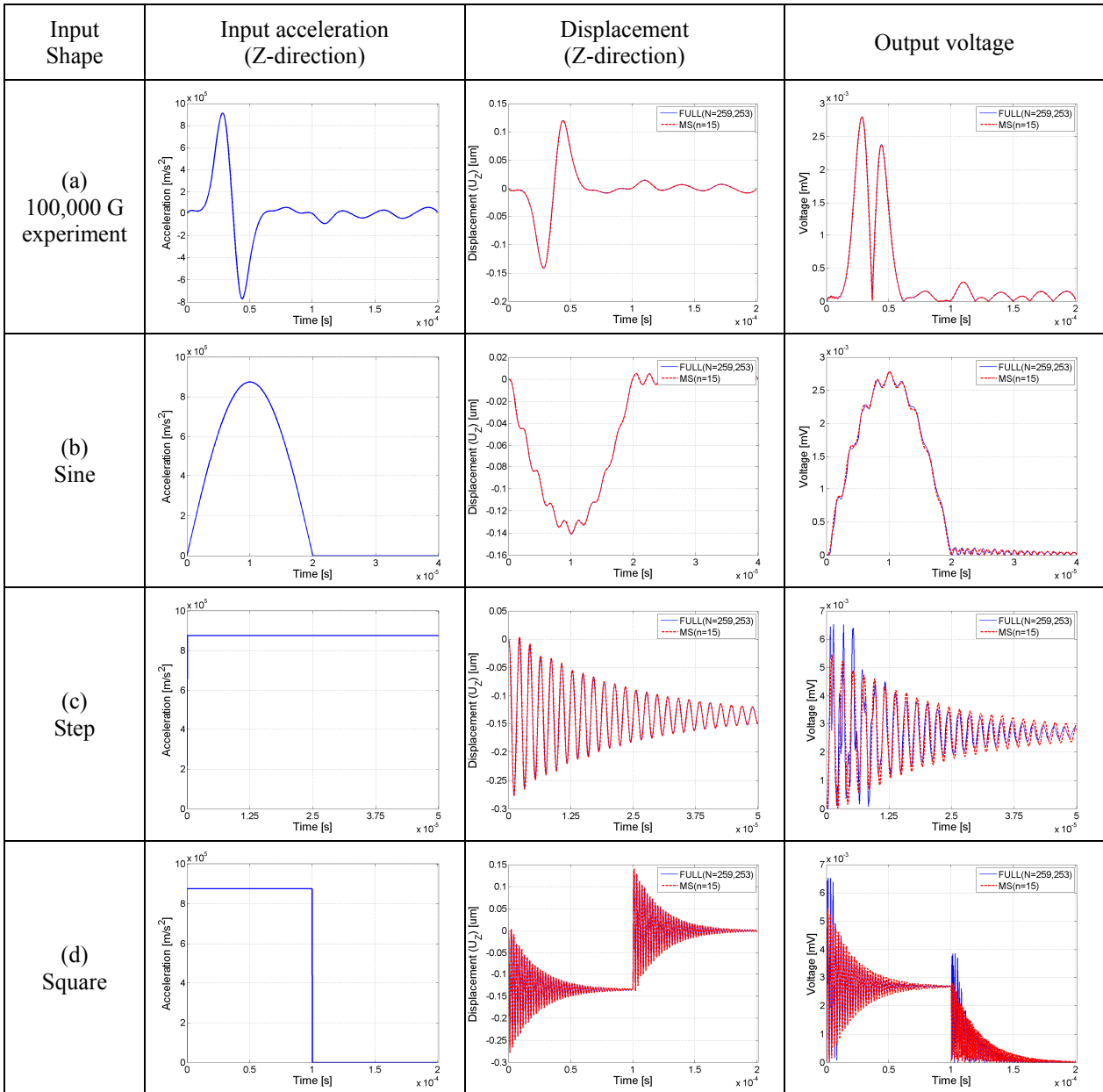


Fig. 9 Approximation of displacement and output voltage for various Z-directional acceleration inputs

(1) 고충격 압저항형 미소가속도계에서 여러 가지 입력 가속도에 대하여 $n=15$ 인 모드중첩법을 사용하여 각 방향의 과도 변위응답을 근사적으로 계산하는 경우, 입력 가속도의 종류와 상관없이 근사화된 변위는 완전적분법의 결과와 잘 일치하였다.

(2) 100,000 G 고충격시험에서 측정된 고충격과 및 사인파와 같이 가속도의 변화가 연속적인 입력에 대해서는 모든 입력 방향에 대하여 제안한 방법으로 완전적분법의 과도 출력전압의 응답과 거의 일치하였다. 이를 통하여 완전적분법의 1% 미만의 계산 비용으로 거의 동일한 출력전압의 계산

이 가능하였다. 특히, 횡감도를 위한 출력전압을 예측하는 경우, 근사식 (20)에서 X방향의 횡감도를 위해서는 U_x 를 사용하고 Z방향의 횡감도를 위해서는 U_z 를 사용하는 것이 더 정확한 근사가 가능하였다.

(3) 계단파와 사각파와 같이 입력 가속도가 순간적으로 크게 변화하는 비연속적인 경우, 제안한 방법을 사용하면 입력 가속도의 변화가 연속적인 경우보다 근사된 과도 출력전압에 다소 큰 오차가 발생하였다. 특히 가속도 급격히 변화하여 응답의 피크값이 발생하는 부분에서 완전적분법으로 계산된 출력전압을 충분히 따라가지 못함을 알 수 있

다. 또한, 전반적으로 횡방향(X 및 Z방향)의 출력 전압 응답이 조금 더 큰 오차를 보였다. 그러나, 실제의 입력 가속도는 이와 같은 비연속성을 가지는 경우는 거의 없으므로 제안된 방법은 센서의 감도 및 횡감도의 예측에 충분히 사용될 수 있을 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2009학년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2009-0087705).

참고문헌

- (1) Roylance L. M. and Angell, J. B., 1979, "A batch-Fabricated Silicon Accelerometer," *IEEE Trans. Electron Devices*, Vol. ED-26, No. 12. pp. 1911~1917.
- (2) Rodulf F., 1983, "Micromechanical Capacitive Accelerometer with a Two-Point Inertial-Mass Suspension," *Sensors and Actuators*, Vol. 4, pp. 191~198.
- (3) Kuehnel W. and Sherman S., 1994, "Surface Micromachined Silicon Accelerometer with On-Chip Detection Circuitry," *Sensors and Actuators A*, Vol. 45, pp. 7~16.
- (4) Amarasinghe, R., Dao, D. V., Toriyama, T. and Sugiyama, S., 2007, "Development of Miniaturized 6-Axis Accelerometer Utilizing Piezoresistive Sensing Elements," *Sensors and Actuators A*, Vol. 134, pp. 310~320.
- (5) Van Kampen, R. P. and Wolffenbuttel, R. F., 1998, "Modeling the Mechanical Behavior of Bulk-Micromachined Silicon Accelerometers," *Sensors and Actuators A*, Vol. 64, pp. 137~150.
- (6) Wang, Q. M., Yang, Z., Li, F. and Smolinski, P., 2004, "Analysis of Thin Film Piezoelectric Microaccelerometer Using Analytical and Finite Element Modeling," *Sensors and Actuators A*, Vol. 113, pp. 1~11.
- (7) Fan, F., Che, L., Xiong, B. and Wang, Y., 2007, "A Silicon Micromachined High-Shock Accelerometer with a Bonded Hinge Structure," *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 17, pp. 1206~1210.
- (8) Y. Ning, Y. Loke, and G. McKinnon, 1995, "Fabrication and Characterization of High G-Force, Silicon Piezoresistive Accelerometers," *Sensors and Actuators A*, Vol. 48, pp. 55~61.
- (9) Wang, Z., Zong, D., Lu, D., Xiong, B., Li, X. and Wang, Y., 2003, "A Silicon Micromachined Shock Accelerometer with Twin-Mass-Plate Structure," *Sensors and Actuators A*, Vol. 107, pp. 50~56.
- (10) Han, J. S., Kwon, S. J., Ko, J. S., Han, K. H., Park, H. H. and Lee, J. W., 2011, "Piezoresistive-Structural Coupled-Field Analysis and Optimal Design for a High Impact Microaccelerometer," *Journal of the KIMST*, Vol. 14, pp. 132~138.
- (11) Kim, D. H., Sung, Y. K. and Jang, W. S., 2011, "Learning Input Shaping Control with Parameter Estimation for Nonlinear Actuators," *Transactions of the KSME A*, Vol. 35, No. 11, pp. 1423~1428.
- (12) Lee, H. C. and Jee, S. C., 2009, "Integrated Auto-Tuning of a Multi-Axis Cross-Coupling Control System," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 26, No. 12, pp. 55~61.
- (13) Eom, H. S., Kim, J. Y., Baek, J. Y. and Lee, M. C., 2010, "Reduction of Relative Position error for DGPS Based Localization of AUV Using LSM and Kalman Filter," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 27, No. 10, pp. 52~60.
- (14) Kim, W., Lee, C. M., Lee, M. J. and Park, S. J., 2010, "A Study on the Development of Measuring System for Extra Long Roller Using Noncontact Sensor," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 27, No. 4, pp. 33~39.
- (15) Shim, J. J., Han, G. J., Han, D. S., Lee, S. W. and Kim, T. H., 2004, "The Study on Piezoresistance Change Ratio of Cantilever type Acceleration Sensor," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering*, Vol. 2004, No. 10, pp. 294~297.
- (16) ANSYS, 2007, *ANSYS Theory Reference 11.0*, SAS IP, Inc.
- (17) Noh, Y. S., Chung, J. T. and Bae, D. S., 1997, "Stability and Accuracy for the Trapezoidal Rule of the Newmark Time Integration Method with Variable Time Step Sizes," *Transactions of the KSME A*, Vol. 21, pp. 1712~1717.
- (18) Park, J. S., Yoon, J. H. and Im, J. B., 2004, "Optimal Design of a Satellite Structure by Response Surface Method," *Journal of Aeronautical and Space Science*, Vol. 32, pp. 22~28.