

Cast Stainless Steel (CF8M) 재료의 시험결과 분산을 고려한 유한요소 손상해석[§]

전준영^{*†} · 김낙현^{*} · 김윤재^{*}

* 고려대학교 기계공학과

Finite Element Damage Analysis for Cast Stainless Steel (CF8M) Material Considering Variance in Experimental Data

Jun-Young Jeon^{*†}, Nak-Hyun Kim^{*} and Yun-Jae Kim^{*}

* Dept. of Mechanical Engineering, Korea Univ.,

(Received January 6, 2012; Revised May 2, 2012; Accepted May 6, 2012)

Key Words : Damage Method(손상기법), Ductile Failure(연성파괴), Finite Element Analysis(유한요소 해석)

초록: 본 논문의 유한요소 손상해석기법은 재료 인장물성과 파괴기준을 필요로 한다. 기존에 연구된 재료들은 노치인장 시험결과로부터 하나의 인장물성과 파괴기준을 구할 수 있었다. 그러나 본 논문에서 사용된 cast stainless steel(CF8M)의 경우, 동일한 조건의 노치인장 시험결과들에 분산이 존재하여 해석자에 따라 다른 인장물성과 파괴기준이 구해질 수 있다. 따라서 해석자에 관계없이 일관된 인장물성 및 파괴기준을 구할 수 있는 적절한 절차가 필요하다. 본 논문에서는 노치반경 16mm의 인장시편 시험결과로부터 평균 인장물성을 구하였고, 이를 유한요소 해석에 적용하여 3개의 파괴기준을 구하였다. 구해진 인장물성과 파괴기준을 적용하여 J-R 파괴인성 시험에 대한 손상해석을 수행하였고, 시험결과와 비교함을 통해 제시된 절차의 타당성을 검증하였다.

Abstract: The damage analysis method in this paper needs a material property and failure criteria. The material properties and the failure criteria could be easily obtained from the results of notched bar tensile tests carried out on other materials studied previously. However, for the cast stainless steel (CF8M) material in this paper, because of the variance in the results from notched bar tensile tests under the same conditions, the material property and the failure criteria could be obtained differently, depending on the analyzer. Therefore, a proper procedure that can confirm the material property and failure criteria are needed. In this work, the averaged material property was obtained from the notched bar with a 16-mm notch radius, and three failure criteria for CF8M material by finite element analysis were obtained. Applying the material property and the failure criteria, FE damage analysis for the J-R fracture toughness test was conducted. For validation, the simulated results were compared with the experimental results.

- 기호설명 -

a : C(T)시편 초기 균열길이(mm)
 b : C(T)시편 초기 리가먼트 길이(mm)
 B : C(T)시편 두께 (mm)
 L : C(T)시편 하중점 변위 (mm)
 E : 재료의 Young 계수
 σ_0 : 재료의 항복응력

ϵ_0 : 재료의 항복변형률
 ϵ_p : 재료의 소성변형률
 k, N : 재료물성 상수
 P_0 : 한계하중
 ϵ_{eq} : 등가변형률
 ϵ_{ef} : 파괴변형률
 σ_m / σ_e : 삼축응력
 Δa : 균열진전길이
 $\sum \omega$: 손상누적량
 ω_0 : 초기손상량

§ 이 논문은 대한기계학회 2011년도 추계학술대회(2011.

11. 2.-4., EXCO) 발표논문임

† Corresponding Author, karn2000@korea.ac.kr

© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

1. 서론

플랜트와 그 외 구조물들의 구동 안전성을 평가하기 위해서 많은 평가기법들이 연구되고 있다. 그러나 시험을 통해 실제 구조물의 안전성을 평가하기 위해서 평가 대상과 동일한 시편을 제작한다는 데에 무리가 있으며 평가 시 소요되는 많은 비용 등의 문제로 인해 이를 해석적 평가로 대체하고 있다. 그러나 현재까지 개발된 해석적 평가기법은 균열이 있는 구조물의 균열진전을 예측하지 못한다는 데에 한계가 있다. 이러한 한계를 보완하기 위해 Gurson-Tvegaard-Needleman(GTN) model 등을 유한요소 해석에 적용하여⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾ 구조물의 손상을 예측하는 기법들이 제시되었다. 그러나 이러한 모델을 해석에 적용하기 위해서는 많은 변수에 대한 계산이 필요하며 이를 위해 다양한 시험이 수행되어야 한다. 본 논문에서는 보다 간단한 절차를 통해 구조물의 손상과 균열진전을 예측할 수 있는 응력기반 파괴변형률 모델⁽⁶⁾을 사용하였다.

해석적으로 구조물의 안전성을 평가하기 위해서는 먼저 재료의 인장물성에 대한 자료가 필요하다. 재료의 인장물성은 인장시편 시험결과를 통해 구하는 것이 일반적이다. Fig. 1은 원전 구조물에 많이 쓰이는 SA508 Gr.3 재료의 인장시험 결과이다. 그림과 같이 각 형상의 인장시편들에 대해 각각 여러 번 시험을 수행하였을 때 같은 형상에 대한 시험결과들이 비교적 동일하다면 재료의 인장물성을 무난히 구할 수 있다. 그러나 같은 형상에 대한 시험결과들이 서로 차이를 보일 경우(이를 본 논문에서는 시험결과에 분산이 존재한다고 언급하도록 하겠다.), 해석자에 따라 2 개 이상의 인장물성이 구해질 수 있다. 2 개 이상의 인장물성이 존재한다는 것은 해석자에 따라 다른 해석결과가 나올 수 있음을 의미하며, 이러한 혼동을 방지하고 해석의 일관성을 유지하기 위해서는 시험결과로부터 유일한 인장물성을 구할 수 있는 적절한 절차가 필요하다. 이는 인장물성 뿐 아니라 균열의 진전을 모사하는 기법들에도 해당된다. 본 논문에서 사용된 균열진전 모사기법⁽⁶⁾은 파괴기준을 필요로 하며 이는 재료에 따라 하나씩 존재해야 한다.

본 연구에서는 시험결과에 분산이 있는 재료에 대해 하나의 인장물성과 하나의 파괴기준을 얻기 위한 방법을 고려하였으며, 이를 응력기반 파괴변형률 모델에 적용하여 균열진전을 모사하였다. 해석결과를 시험결과와 비교함으로써 제시된 방법의 타당성을 검증하였다.

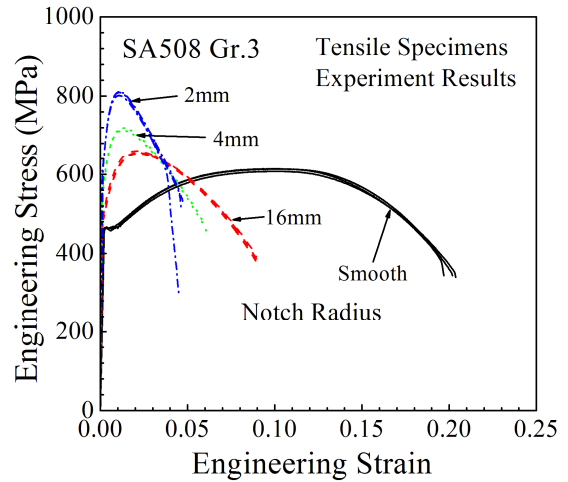


Fig. 1 Engineering stress-strain data for SA508 Gr.3 notched bar tensile tests



Fig. 2 Tensile specimens with various notch radius

2. 시험결과

2.1 CF8M 재료의 인장시편 시험결과

본 연구의 시험에서 사용된 재료는 Cast stainless steel(CF8M)이다. Fig. 2는 환봉형 인장시편의 가공 완료된 모습이다. 노치가 없는 인장시편과 2, 4, 16mm의 노치반경을 갖는 인장시편에 대해 시험이 수행되었다. 인장시험으로부터 구한 공칭응력-공칭변형률 곡선을 Fig. 3에 나타내었다. 하나의 노치반경에 대해 2~4개의 시편을 제작하여 시험을 수행하였다. Fig. 1(SA508 Gr.3)과 Fig. 3(CF8M)을 비교해 보았을 때, CF8M 재료의 경우 각각의 노치인장 시험결과가 균일하지 않고 차이가 존재함을 확인할 수 있다.

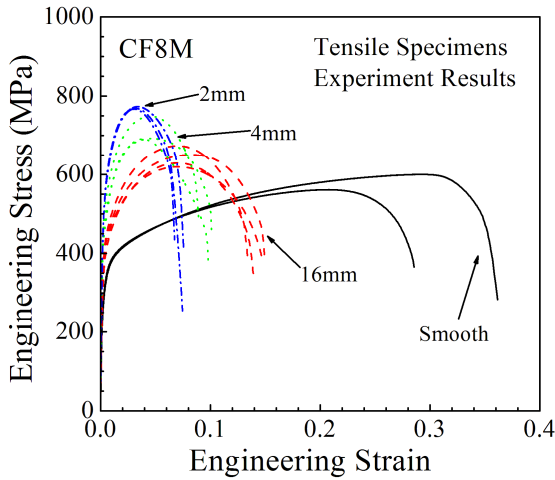


Fig. 3 Engineering stress-strain data for notched bar tensile tests

2.2 CF8M 재료의 파괴인성 시험결과

Fig. 4 는 CF8M 재료의 파괴인성 시험에 사용된 C(T) 시편의 파단면 모습에 해당하며 Fig. 5 는 시험을 통해 구한 하중-하중선 변위 곡선(a)과 J-R 곡선(b)에 해당한다. 그림에서 알 수 있듯이 4 개의 C(T)시편을 제작하여 시험을 수행하였다. C(T) 시편 제작 시 생성시키는 피로균열의 길이가 시편에 따라 차이가 나는데, 이는 시험결과의 차이를 야기시킨다. 따라서 하중-하중선 변위곡선(Fig. 5 의 (a))의 x,y 값을 식 (1)⁽⁷⁾에 의해 계산된 C(T)시편 한계하중(P_0)과 초기균열길이(a)로 각각 무차원화하여 피로균열 길이의 영향을 상쇄시켰다.

$$P_0 = 1.455\eta Bb\sigma_m$$

$$\eta = \sqrt{\left(\frac{2a}{b}\right)^2 + \frac{4a}{b} + 2} - \left(\frac{2a}{b} + 1\right) \quad (1)$$

J-R 곡선(Fig. 5 의 (b))의 균열진전길이(Δa)는 ASTM E1820-09 의 절차에 따라 하중제거 과정에 측정된 하중-하중선 변위 곡선의 기울기로부터 계산하였으며, 각 균열길이에 대한 J-적분값도 ASTM-E1820-09 의 방법에 의해 계산하였다.

3. 유한요소 손상해석

3.1 CF8M 재료 인장물성 선정

서론에서 언급한 바와 같이 유한요소 해석을 수행하기 위해서는 먼저 재료의 인장물성이 필요하다. 재료의 인장물성은 보편적으로 노치가 없는



Fig. 4 C(T) specimens after fracture tests

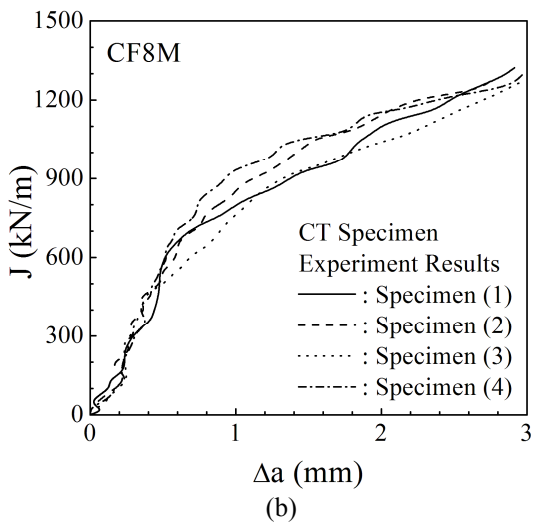
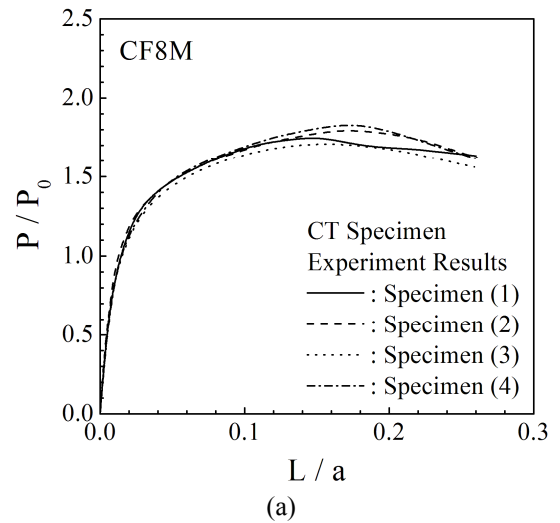


Fig. 5 C(T) specimen fracture test results: (a) normalized displacement-load data and (b) J-R curve data

인장시편의 시험결과를 통해 구하게 된다. 그러나 Fig. 3에서와 같이 2 개의 노치가 없는 인장시편 시험결과가 서로 매우 다르기 때문에 인장물성을 구하기에 적절하지 않았다. 따라서 비교적 차이가 적고 노치반경이 큰(노치가 없는 인장시편과 가장 근접한 형태인) 16mm 노치반경 인장시편의 시험

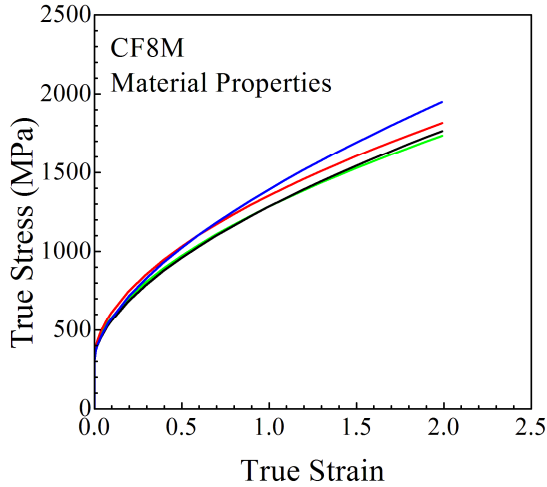


Fig. 6 Material Properties of CF8M material

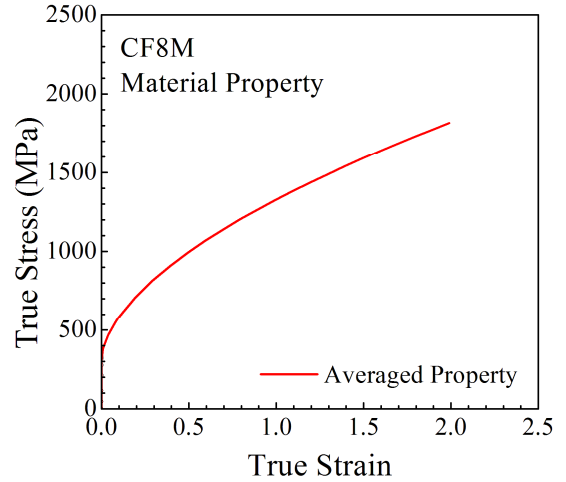


Fig. 8 Averaged material property of CF8M material

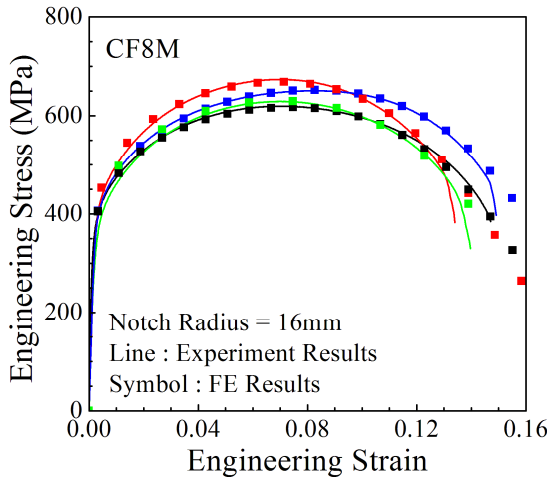


Fig. 7 FE analysis results of notched tensile specimens with 16mm notch radius

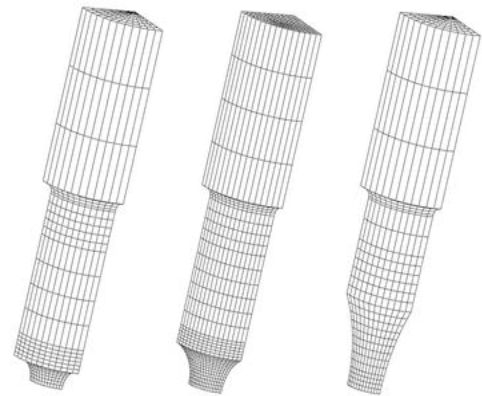


Fig. 9 FE meshes of notched tensile specimens

결과를 통해 인장물성을 구하였다. 아래 식 (2)와 같이 항복지점을 기준으로 항복 이전과 이후에 대해 변형률에 대한 응력의 값을 k 와 N 두 가지 상수에 따라 결정하였다.

$$\begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon && \text{for } \varepsilon < \varepsilon_0 \\ \sigma &= \sigma_0 + k(\varepsilon_p)^N && \text{for } \varepsilon \geq \varepsilon_0 \end{aligned} \quad (2)$$

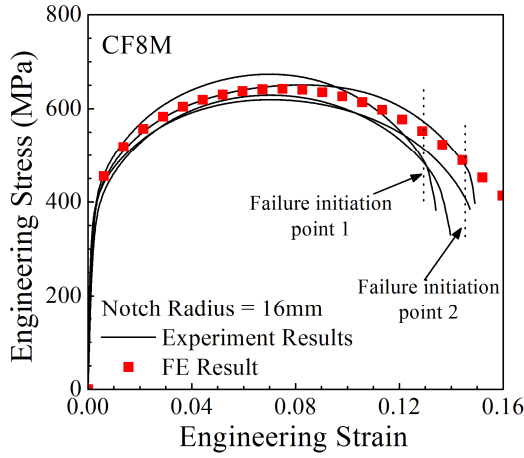
16mm 노치반경의 시험결과가 4 개 존재하기 때문에 4 개의 재료물성을 구할 수 있었으며 이를 Fig. 6 에 나타내었다. 각 물성을 적용하여 수행한 유한요소 해석결과를 시험결과와 비교하여 Fig. 7 에 나타내었다. 실선은 시험결과를 나타내며 사각형 심볼들은 유한요소 해석결과를 나타낸다.

시험결과에 분산이 있는 재료의 인장물성을 구하는 방법은 해석자에 따라 다를 수 있다. 본 연

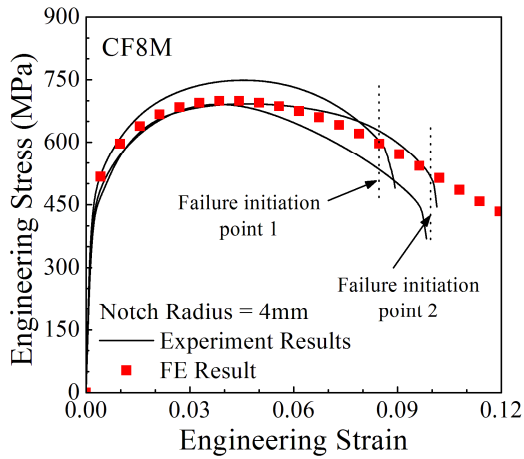
구의 경우, 시험결과로부터 추출된 4 개의 인장물성을 평균하여 하나의 평균인장물성으로 선정하였고 이를 Fig. 8 에 나타내었다. 이렇게 선정된 CF8M 재료의 인장물성을 유한요소해석에 적용하였다.

3.2 노치인장시험 유한요소 해석

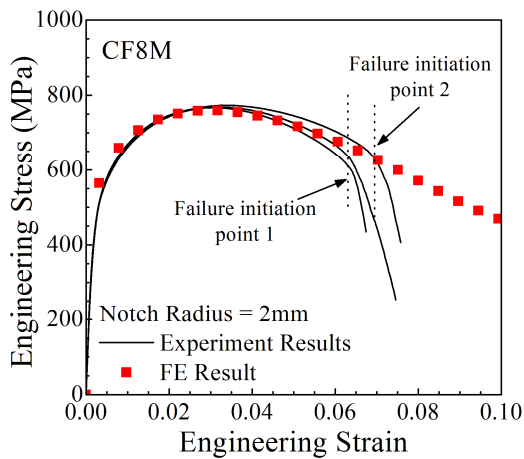
Fig. 9 는 해석에 사용된 유한요소 모델을 나타낸다. 유한요소 모델링과 해석은 ABAQUS⁽⁸⁾를 사용하였다. 3 차원 8 절점 적분요소(C3D8)를 사용하였으며 대변형 해석을 수행하였다. 대칭성 조건에 기반하여 1/8 모델을 사용하여 해석시간을 단축하였다. Fig. 10 의 (a)~(c)는 노치반경에 따른 인장시험의 유한요소 해석결과와 시험결과와의 비교를 나타낸다. 그림의 실선은 시험결과를 나타내며 사각형의 심볼은 유한요소 해석결과를 나타낸다. 그림을 통해 확인할 수 있듯이, 평균 인장물성을 적용



(a)



(b)



(c)

Fig. 10 FE analysis results of notched tensile specimens : (a) 16mm (b) 4mm and (c) 2mm notch radius

한 유한요소 해석결과가 시험결과의 분포영역 내에 비교적 잘 들어가 있음을 확인할 수 있다.

3.3 응력기반 파괴변형률 모델

본 연구에서 사용한 균열진전 모사기법은 유한

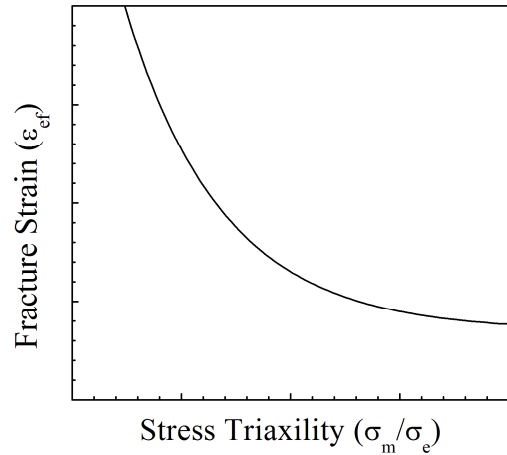


Fig. 11 True fracture strains as a function of stress triaxiality from failure criteria

요소 모델의 각 적분점에서 구한 손상누적량 ($\sum \omega$)이 1에 도달하면 해당요소가 파손되었다고 결정한다. 손상누적량이란 각 요소의 적분점에서 구한 소성변형률증분 ($\Delta \epsilon_p$)을 파괴변형률 (ϵ_{ef})로 나누고 이 값을 해석단계별로 계속해서 더해준 값을 의미한다. 이를 아래 식 (3)에 나타내었다. 파괴변형률 (ϵ_{ef})은 삼축응력에 따라 변하기 때문에 이를 계산하기 위해서는 Fig. 11의 곡선과 같은 파괴기준이 재료마다 결정되어야 한다. 이는 파괴변형률 (ϵ_{ef})이 삼축응력과 밀접한 관계가 있다는 연구결과에 기반⁽⁹⁾하여 제시된 exponential 형태의 함수로 구해진다.⁽⁶⁾ 함수의 형태는 식 (4)와 같으며 이를 구하는 과정은 참고문헌⁽⁶⁾에 자세히 설명되어 있다.

$$\Delta \omega = \frac{\Delta \epsilon_p}{\epsilon_{ef}} \tag{3}$$

$$\sum \omega = \omega_0 + \Delta \omega$$

$$\epsilon_{ef} = A \cdot \exp \left(B \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_e} \right) + C \tag{4}$$

파손된 요소는 더 이상 해석초기에 입력해준 인장물성을 따르지 않으며 적분점 응력이 0에 가까운 값으로 감소한다. 적분점 응력을 강제로 낮추어 요소의 파괴를 모사하는 과정을 Fig. 12에 도식적으로 나타내었다. 유한요소 해석의 특성상 파손 시 응력을 바로 0으로 낮추면 해석이 중단되기 때문에 일정한 기울기(Fig. 12의 slope)를 따라 응력이 감소하게 되며 일정값(Fig. 12의 cut off

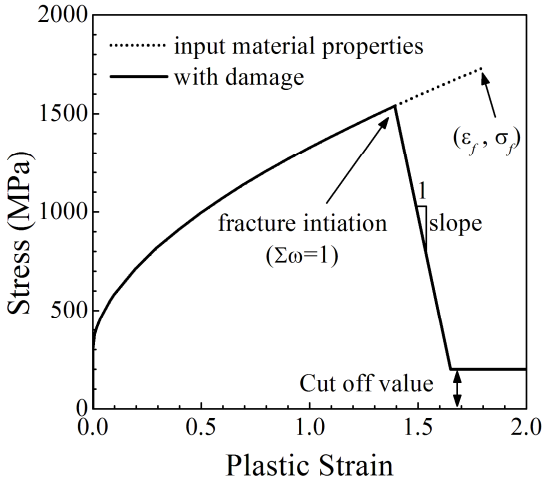


Fig. 12 Schematic illustration of simulated ductile failure using stress relaxation

value)에 도달하면 해당값으로 응력이 유지된다. 여러 재료에 대한 민감도해석을 통해, 응력 감소 기울기(slope)는 1/5000(소성변형률 0.1 증가 시, 응력은 500MPa 감소함을 의미함) 이하, 일정응력값(cut off value)은 재료 항복강도의 10%이하인 범위 내에서 설정하면 해석결과에 민감한 영향을 미치지 않는 것으로 알려져 있다.⁽¹⁰⁾ 본 논문의 해석에서는 응력감소기울기(slope) 1/8000, 일정응력값(cut off value) 5MPa를 사용하여 위 조건을 충분히 만족시켰다.

3.4 파괴기준 선정

파괴기준은 두 종류 이상의 노치시편 인장시험 결과로부터 정해진다. Fig. 13의 곡선은 파손시 시편중앙 최심점에서 구한 등가소성변형률에 대한 삼축응력의 변화를 나타낸다. 이 때 인장시편의 파손시점은 시험결과의 곡선이 급격하게 떨어지는 시점으로 판단한다. 그러나 CF8M 재료의 경우에는 시험결과에 분산이 존재하기 때문에 어느 곡선을 기준으로 파손시점을 결정할 지가 모호하였다. 이러한 모호함을 해결하기 위해 본 연구에서는 Fig. 10에 나타난 바와 같이 가장 먼저 파손이 일어나는 곡선과 가장 늦게 파손이 일어나는 곡선에 대해 두 가지의 파손시점을 선정하였다. 그리고 유한요소 해석결과로부터 두 파손시점까지 Fig. 13의 곡선을 추출하였다.

Fig. 13의 사각형 심볼은 최소파손시점, 실선은 최대파손시점까지의 등가소성변형률에 대한 삼축응력 변화곡선을 나타내고 있다.

$$\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_e} \right)_{ave} = \frac{1}{\epsilon_{ef}} \int_0^{\epsilon_{ef}} \frac{\sigma_m}{\sigma_e} d\epsilon_{eq} \quad (5)$$

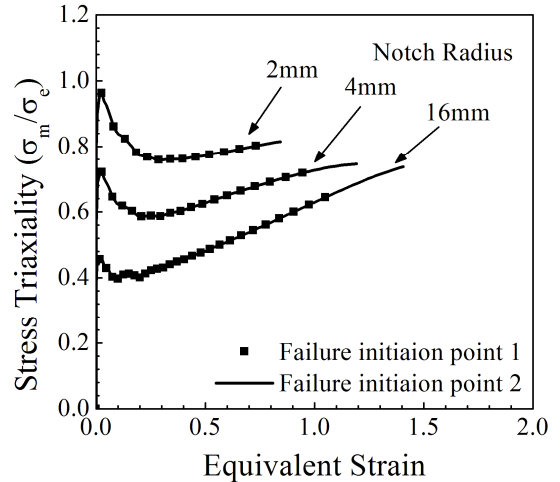


Fig. 13 Stress triaxiality history with equivalent plastic

삼축응력값이 계속해서 변하기 때문에 식 (5)를 통해 파손시점까지의 평균 삼축응력을 구하였다. 평균 삼축응력과 파괴변형률에 대한 정보가 노치 반경에 따라 3개(2m, 4m, 16m) 존재하므로 식 (4)의 변수 A, B, C를 결정할 수 있었다. 이러한 과정을 통해 구한 CF8M 재료의 파괴기준을 식 (6),(7),(8)과 Fig. 14에 나타내었다. 시험결과의 분산을 고려하기 위해 2개의 파손시점(최소파손시점, 최대파손시점)을 고려하였기 때문에 두 파손시점에서 2개의 파괴기준(Fig. 14의 Lower/Upper Criteria)이 구해졌고, 이를 평균한 파괴기준(Fig. 14의 Averaged Criteria)이 추가로 구해졌다.

$$\epsilon_{ef} = 3.85 \times \exp\left(-2.05 \times \frac{\sigma_m}{\sigma_e}\right) + 0.141 \quad (6)$$

$$\epsilon_{ef} = 3.08 \times \exp\left(-1.925 \times \frac{\sigma_m}{\sigma_e}\right) + 0.141 \quad (7)$$

$$\epsilon_{ef} = 2.44 \times \exp\left(-1.83 \times \frac{\sigma_m}{\sigma_e}\right) + 0.141 \quad (8)$$

3.5 C(T)시편 유한요소 손상해석

Fig. 15 Fig. 15는 C(T)시편의 손상해석에 사용된 유한요소 모델을 나타내고 있다. 형상과 하중조건에 따라 1/4 모델을 사용하여 해석시간을 단축하였다. 요소의 종류는 3차원 1차 요소(C3D8)를 사용하였으며 균열진전부의 요소크기는 0.24mm이다. 균열진전부의 요소크기에 따라 C(T)시편 유한요소 해석결과가 달라지기 때문에 적절한 균열진전부의 요소 크기를 결정해주는 것이

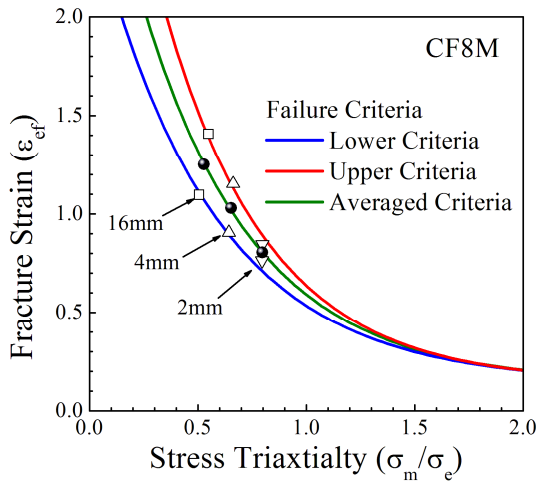


Fig. 14 Failure criterias of CF8M material

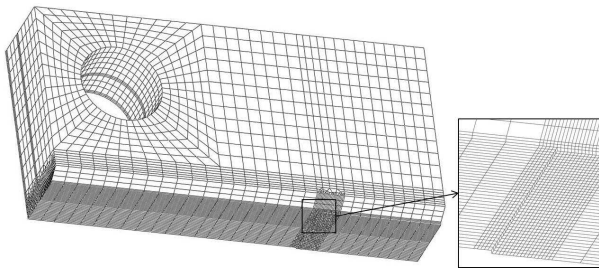


Fig. 15 FE mesh for C(T) specimen

중요하다. 3.3 절에서 설명한 응력기반 파괴변형률 모델을 ABAQUS 에서 제공하는 User-Subroutine 의 UHARD option⁽⁸⁾을 통해 구현하여 손상해석을 수행하였다. 3.4 절에서 구한 3 개의 파괴기준을 적용한 해석결과를 Fig. 16 에 나타내었다. Fig. 16 의 (a) 는 무차원화 된 하중-하중선 변위 곡선을 나타내고 있으며, (b)는 J-R 곡선을 나타내고 있다. Fig. 16 의 (a)에서 속이 빈 마름모형 심볼은 파괴변형률 모델이 적용되지 않은 일반 유한요소 해석결과를 나타내며, 나머지 심볼들은 각각의 파괴기준이 적용된 유한요소 손상해석결과이다. 그림에서 확인할 수 있듯이 손상기법이 적용되지 않은 일반 유한요소해석의 경우 균열의 진전을 묘사할 수 없음을 확인할 수 있다. 또한 각각의 파괴기준이 적용된 유한요소 손상해석결과가 시험결과의 분산영역에 잘 들어가 있음을 확인할 수 있다. J-R 곡선의 초반($\Delta a=0\sim 0.8$)부분에서 시험결과와 유한요소 해석결과가 잘 일치하지 않음을 확인할 수 있다. 이는 본 연구에서 사용한 유한요소 모델의 균열부형상 특성상 실제와 같은 blunting 효과를 묘사하는데 제한이 있기 때문에 그림과 같은 차이가 발

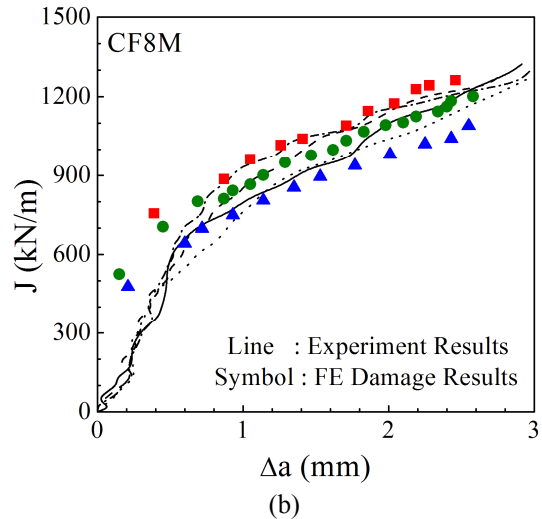
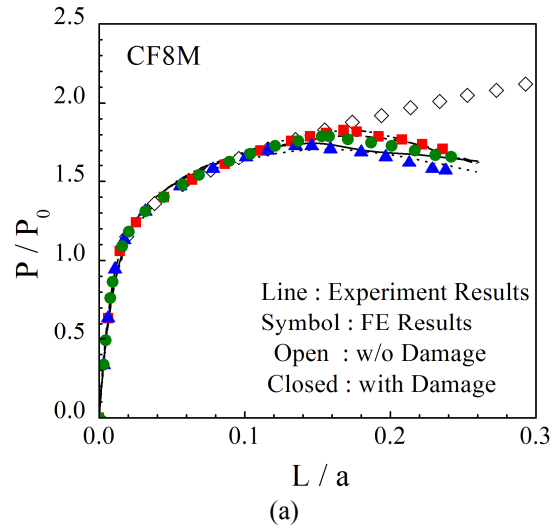


Fig. 16 FE analysis results of C(T) specimen fracture test : (a) normalized displacement-load curve and (b) J-R curve

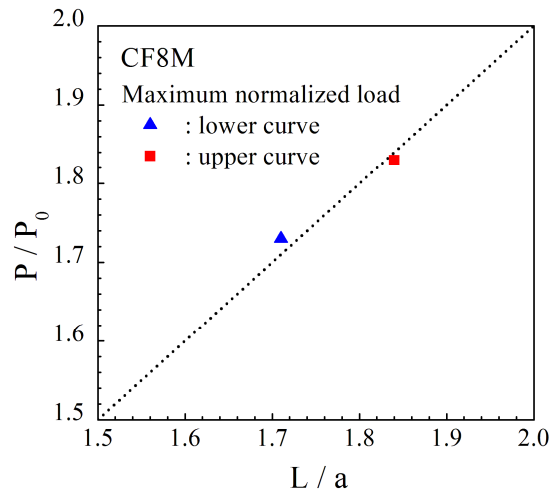


Fig. 17 Comparison of normalized loads from FE results and experiment results

생한 것으로 추측하였다. 그러나 초반부를 제외하면 J-R 곡선도 전반적으로 시험결과와 잘 일치하는 해석결과를 보이고 있음을 알 수 있다. 곡선 중 가장 위에 있는 곡선과 가장 아래에 있는 곡선이 각각 갖는 최대하중과 Lower/Upper Criteria 에 의해 해석된 결과의 최대 하중들을 비교하여 Fig. 17 에 나타내었다. Fig. 17 의 삼각형은 가장 낮은 곡선이 갖는 최대하중과 Lower Criteria 가 적용된 손상해석결과와 최대하중을 비교한 것이다. 또한 사각형은 가장 높은 곡선이 갖는 최대하중과 Upper Criteria 가 적용된 손상해석결과와 최대하중을 비교한 것이다. 비록 Lower Criteria 에 의해 해석된 결과가 시험에 의한 결과보다 높게 나와 약간의 비보수성을 보이고 있으나 전반적으로 해석과 시험에 의한 결과의 비가 1 에 가까움을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 같은 형상의 인장시편 시험결과에 분산이 존재하는 재료에 대해 하나의 인장물성과 3 개의 파괴기준을 구하여 손상해석을 수행하였다. 손상해석결과가 시험결과와 분산영역 내에 있음을 확인하였고, 이를 통해 본 논문에서 제시한 인장물성 및 파괴기준 선정절차가 시험결과에 분산이 존재하는 재료에 대한 하나의 손상해석 절차로서 타당하다는 결론을 얻을 수 있었다. 한편 본 논문에서는 노치반경 16mm 의 인장시험 결과로부터 평균한 인장물성을 사용하였는데, 이는 시험결과와 유무에 따라 달라질 수 있기 때문에 추가적인 연구를 통해 좀 더 구체적인 절차로 확립해야 할 필요가 있다. 또한 CF8M 재료 외 분산이 존재하는 다른 재료에 대해 동일한 절차를 적용한 손상해석을 수행하여 다른 재료들에 대한 적용 여부를 검토할 필요가 있다.

후 기

본 연구는 2011 년도 지식경제부의 재원으로 한국에너지 기술평가원(No.20101020300710)의 지원을 받아 수행한 연구 과제입니다.

참고문헌

- (1) Gurson, A. L., 1997, "Continuum Theory of Ductile Rupture by Void Nucleation and Growth : Part 1-Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media," *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 99, No. 1, pp. 2~15.
- (2) Tvergaard, V., 1982, "On Localization in Ductile Materials Containing Spherical Voids," *International Journal of Fracture*, Vol. 18, No. 4, pp. 237~252.
- (3) Chu, C. C. and Needleman, A., 1980, "Void Nucleation Effects in Biaxially Stretched Sheets," *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 102, No. 3, pp. 249~256.
- (4) Rivalin, F., Besson, J., Pineau, A. and Di Fant, M., 2000, "Ductile Tearing of Pipeline-Steel Wide Plates: II. Modeling of in-Plane Crack Propagation," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 68, No. 3, pp. 347~364.
- (5) Dotta, F. and Ruggieri, C., 2004, "Structural Integrity Assessments of High Pressure Pipelines with Axial Flaws Using a Micromechanics Model," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 81, No. 9, pp. 761~770.
- (6) Oh, C. K., Kim, Y. J., Baek, J. H. and Kim, W. S., 2007, "Development of Stress-Modified Fracture Strain for Ductile Failure of API X65 Steel," *International Journal of Fracture*, Vol. 143, No. 2, pp. 119~133.
- (7) Shin, C. F., German, M. D. and Kumar, V., 1981, "An Engineering Approach for Examining Crack Growth and Stability in Flawed Structures," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 9, No. 3, pp. 159~196.
- (8) ABAQUS Version 6.9, 2009, User's Manual. Inc. and Dassault Systems.
- (9) Rice, J. R. and Tracey, D. M., 1969, "On the Ductile Enlargement of Voids in Triaxial Stress Fields," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 17, No. 3, pp. 201~217.
- (10) Kim, N. H., Oh, C. S. and Kim, Y. J., 2010, "A Method to Predict Failure Pressures of Steam Generator Tubes with Multiple Through-Wall Cracks," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 77, No. 5, pp. 842~855.