

## 이차하중을 받는 고온 구조물의 $C(t)$ 예측을 위한 탄성추종 계수 결정법<sup>§</sup>

이 국 희\* · 김 윤 재\*<sup>†</sup>

\* 고려대학교 기계공학과

### Method to Determine Elastic Follow-Up Factors to Predict $C(t)$ for Elevated Temperature Structures

Kuk-Hee Lee\* and Yun-Jae Kim\*<sup>†</sup>

\* Dept. of Mechanical Engineering, Korea Univ.

(Received January 6, 2012; Revised April 4, 2012; Accepted April 13, 2012)

**Key Words:** Crack(균열),  $C(t)$ -Integral( $C(t)$ -적분), Elastic Follow-up(탄성추종), Secondary Stress(이차응력), Transient Creep(과도 크리프)

**초록:** 본 논문은 이차하중을 받는 고온 구조물의  $C(t)$ -적분 예측을 위한 탄성추종 계수를 결정하는 기법을 제시한다. 이차하중을 받는 구조물의 과도 크리프 상태의 크리프 균열 진전률은  $C(t)$ 를 이용하여 정량화할 수 있다. 이차하중을 받는 구조물에서 발생할 수 있는 탄성추종 현상은 응력 완화를 방해하므로, 탄성추종 현상이 증가하면  $C(t)$ 와 크리프 균열 진전률이 증가한다. Ainsworth와 Dean은 참조응력법에 기반하여  $C(t)$  예측식을 제시하였는데, 이 식을 계산하기 위해서는 탄성추종 계수가 필요하다. 본 연구에서 고온 균열 구조물의 크리프에 의한 탄성추종 계수를 결정하는 방법을 제시하였다. 소성-크리프 유사성을 이용하여 탄소성 유한요소해석으로 크리프 탄성추종 계수를 결정할 수 있다. 유한요소해석을 이용하여 이 탄성추종 계수 결정법을 검증하였다.

**Abstract:** This paper proposes a method to determine the elastic follow-up factors for the  $C(t)$ -integral under secondary stress. The rate of creep crack growth for transient creep is correlated with the  $C(t)$ -integral. Elastic follow-up behavior, which occurs in structures under secondary loading, prevents a relaxation of stress during transient creep. Thus, both the values of  $C(t)$  and creep crack growth increase as increasing elastic follow-up. An estimation solution for  $C(t)$  was proposed by Ainsworth and Dean based on the reference stress method. To predict the value of  $C(t)$  using this solution, an independent method to determine the elastic follow-up factors for cracked bodies is needed. This paper proposed that the elastic follow-up factors for  $C(t)$  can be determined by elastic-plastic analyses using the plastic-creep analogy. Finite element analyses were performed to verify this method.

- 기호설명 -

- $a$  : 균열 길이
- $C(t)$  :  $C(t)$ -적분
- $C_o^*$  : 이차하중 하에서의  $C^*$ , 식 (7) 참고
- $J$  :  $J$ -적분
- $J_e$  : 탄성  $J$ -적분
- $K_I$  : 응력확대계수

- $l$  : 평판의 길이, Fig. 3(a) 참고
- $m$  : 소성경화 지수, 식 (12) 참고
- $n$  : 크리프 지수, 식 (4) 참고
- $t$  : 시간
- $t_{red}$  : 재분배 시간, 식 (8) 참고
- $w$  : 평판의 폭, Fig. 3(a) 참고
- $Z$  : 탄성추종 계수
- $\beta$  : 이차하중의 크기, 식 (10) 참고
- $\epsilon_{ref}$  : 참조변형률
- $\epsilon_{ref}^e$  : 탄성 참조변형률
- $\epsilon_{ref}^o$  : 초기 또는 탄소성 참조변형률
- $\sigma_{ref}$  : 참조응력

§ 이 논문은 대한기계학회 2011년도 추계학술대회(2011.

11. 2.-4., EXCO) 발표논문임

† Corresponding Author, kimy0308@korea.ac.kr

© 2012 The Korean Society of Mechanical Engineers

$\sigma_{ref}^e$  : 탄성 참조응력  
 $\sigma_{ref}^o$  : 초기 또는 탄소성 참조응력

#### 상첨자

$pr$  : 일차하중  
 $s$  : 이차하중  
 $o$  : 초기 상태

#### 하첨자

$c$  : 크리프  
 $p$  : 소성  
 $e$  : 탄성  
 $1$  : 평판 1  
 $2$  : 평판 2

## 1. 서 론

최근 4 세대 원자로(Generation IV reactor) 가 국내외에서 활발히 연구 및 개발되고 있다.<sup>(1-4)</sup> 4 세대 원자로의 특징은 핵 확산 저항성, 적은 방사능 폐기물, 안전성, 경제성 등에 있다.<sup>(1,2)</sup> 국내에서는 한국원자력연구원을 중심으로 소듐(Sodium)을 냉각제로 사용하는 4 세대 원자로의 한 종류인 소듐냉각로(Sodium-Cooled Fast Reactor, SFR) KALIMER-600 이 개발되고 있다.<sup>(3)</sup> 또한 수소생산을 위한 초고온 가스(VERY-HIGH-TEMPERATURE REACTOR, VHTR)의 연구도 한국원자력연구원을 중심으로 이루어지고 있다.<sup>(4)</sup>

경수로와 중수로와 같은 산업용 원자로는 고압(경수로 약 10MPa, 중수로 약 15MPa), 상대적인 저온(약 300°C) 조건에서 작동되지만, 소듐냉각로는 가압을 하지 않는 저압 조건과 고온(545°C)에서 작동된다. 따라서 경수로에 가해지는 주요 하중은 일차하중(primary loading)인 기계하중이고, 소듐냉각로에 가해지는 주요 하중은 이차하중(secondary loading)인 열하중이다.<sup>(5)</sup> 소듐냉각로가 고온에서 작동되므로, 원자로 구조물 재료는 크리프(creep) 거동을 한다. 크리프와 같은 비탄성(inelastic) 거동은 일차하중과 이차하중에 따라서 상이한 역학적 거동을 보인다. 따라서, 크리프를 고려한 구조 설계와 구조 신뢰성 평가를 위해서는 구조물에 가해지는 응력을 일차응력과 이차응력 성분으로 구분하여 구조 설계와 구조 신뢰성 평가를 수행해야 한다. 앞서 언급한 바와 같이 4 세대 원자로에 가해지는 주요 응력은 열응력과 같은 이차응력이므로, 이차응력이 가해지는 구조물의 크

리프-피로 손상 평가 기법과 균열 진전 및 파괴 평가 기법의 개발이 원자로의 신뢰성 향상에 중요한 현안이다. 현재 여러 고온 설계 및 평가 코드<sup>(6-8)</sup>에 이러한 평가 기법이 제시되어 있으나, 더 개선할 필요성이 있다. 또한 현실적인 문제에서 일차하중과 이차하중의 분리가 쉽지 않으므로, 이에 대한 현실적인 방법론도 필요하다.

이차하중이 작용하는 구조물에서는 크리프에 의한 탄성추종(elastic follow-up) 현상이 발생한다.<sup>(6-11)</sup> 일차하중이 가해지는 경우에는 구조물의 구속으로 발생하는 탄성추종은 미미하여 무시할 수 있다. 하지만 이차하중이 가해지는 경우에 탄성추종 현상이 현저하게 발생할 수 있다 크리프에 의한 탄성추종 현상은 고온 구조물에 이차응력이 가해지는 경우에 구조적 불연속부에서 발생하며, 이 현상으로 인하여 크리프 변형률이 국부적으로 크게 발생한다. 구조물의 불연속부에서는 응력이 집중되어 높게 발생되고 크리프 변형률은 응력에 매우 민감하게 변화하므로, 이러한 부위에서 크리프 거동이 매우 지배적으로 나타난다. 하지만 불연속부 주위의 연속부에서의 응력이 크게 발생되지 않으므로, 이 부위는 상대적인 탄성거동을 한다. 순수한 이차하중이 작용함에도 불구하고, 연속부가 탄성 스프링처럼 작용을 하여 이차하중의 일부가 일차하중처럼 작용한다. 따라서 탄성추종 현상은 불연속부의 응력 완화에 따른 응력-변형률 변화에 큰 영향을 미친다. 탄성추종 현상이 증가하면, 시간에 따른 응력 완화는 느려지고 크리프 변형률은 증가한다. 따라서 이 현상은 크리프 손상에 큰 영향을 미치며, 탄성추종 증가에 따라 구조물의 크리프 수명은 감소한다. 이 탄성추종 현상은 Robinson<sup>(9)</sup>이 최초로 발견하였으며, 문헌 (10, 11)에 잘 설명되어 있다. 특히, Boyle<sup>(10)</sup>이 제시한 two-bar 문제는 이 탄성추종 현상을 정성적, 정량적으로 잘 설명한다. 현재까지 수행된 탄성추종 연구들은 균열이 없는 구조물에 국한되어 있고,<sup>(6-11)</sup> 균열이 있는 구조물의 탄성추종 연구는 국제적으로도 미미하다.<sup>(12-14)</sup>

응력 완화와 응력 완화-변형률 관계에 탄성추종이 미치는 영향을 정량화한 지표가 탄성추종 계수(elastic follow-up factor)이다. 탄성추종 계수는 응력 완화에 따른 크리프 변형률 변화와 탄성 변형률 변화의 비로 정의될 수 있다.

고온 크리프 거동 하에서의 구조물의 크리프 균열 진전(creep crack growth)을 정량화하기 위한 매개 변수로  $C(t)$ -적분과  $C^*$ -적분이 도입되었다.<sup>(15)</sup>

C(t)와 C\*는 각각 과도 크리프 및 정상상태 크리프에서의 균열진전을 정량화하는 매개 변수이다. 이차하중이 가해지는 구조물의 응력은 시간에 따라서 지속적으로 완화되므로, 정상상태 크리프는 존재하지 않고 항상 과도 크리프 상태로 존재한다. 따라서 열응력이 주요 하중인 4 세대 원자로의 크리프 균열 진전을 예측하기 위해서는 정확한 C(t)를 결정해야 한다. 균열진전률은 다음과 같은 식으로 정량화될 수 있다.<sup>(15)</sup>

$$\frac{da}{dt} = D_o [C(t)]^\phi \quad (1)$$

여기서, a는 균열 길이이고, t는 시간이다. D<sub>o</sub>와 ϕ는 실험으로 구하는 재료 상수이다.

탄성추종 현상이 C(t)의 값에도 영향을 미친다. 탄성추종 현상이 증가하면서 시간에 따른 C(t)의 감소가 느려지고 균열 진전량은 증가한다. 따라서 정확한 C(t)와 균열 진전량을 계산하기 위해서는 탄성추종을 정량화할 필요가 있다.

최근 영국의 Ainsworth 과 Dean 이 참조응력법을 이용하여 일차하중과 이차하중의 복합하중이 작용하는 균열 구조물의 C(t)를 예측하는 식을 제시하였다.<sup>(14)</sup> 이 식을 계산하기 위해서는 탄성추종 계수가 필요하다. 하지만 이 탄성추종 계수를 결정하는 방법이 아직 제시되지 않았다. 따라서 본 연구에서는 Ainsworth 과 Dean 이 제시한 참조응력법(reference stress method) 기반의 C(t) 예측식을 검토하고, 소성-크리프 유사성(analogy)<sup>(16)</sup>을 이용하여 이 식에 필요한 탄성추종 계수를 결정하는 방법을 제시한다. 본 연구는 이차하중이 가해지는 균열 구조물에 국한되었다.

본 논문의 2 장에서 Ainsworth 과 Dean 이 제시한 참조응력법 기반의 C(t) 예측식을 설명하였다. 3 장에서 이 식에 탄성추종 계수를 결정하는 방법을 제시하였다. 이 방법을 검증하기 위한 유한요소해석 절차와 그 결과를 4 장에 정리하였다. 5 장에서 결론을 요약하였다.

## 2. 참조응력법 기반 C(t) 예측식

최근 Ainsworth 과 Dean 은 참조응력법에 기반하여 일차하중과 이차하중의 복합하중이 가해지는 균열의 C(t)를 예측하는 식을 제시하였다.<sup>(14)</sup> 이 식은 탄성-크리프 뿐만 아니라 탄소성-크리프 물성에도 적용이 가능하다.

먼저 Ainsworth 과 Dean 은 참조응력법에 기반하

여 탄소성-크리프 상태에서의 시간에 따른 J 예측식을 다음과 같이 제시하였다.

$$\begin{aligned} \frac{J(t)}{J^o} &= \frac{\sigma_{ref} \varepsilon_{ref} R'}{\sigma_{ref}^o \varepsilon_{ref}^o R'} \\ &= \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_{ref}^o} \left[ 1 + \frac{\varepsilon_c(\sigma_{ref}^{pr})}{\varepsilon_{ref}^o} - (Z-1) \frac{\sigma_{ref} - \sigma_{ref}^o}{E \varepsilon_{ref}^o} \right] \end{aligned} \quad (2a)$$

여기서, J(t)와 J<sup>o</sup>는 각각 시간에 따라 변화하는 J와 초기 J를 나타낸다. σ<sub>ref</sub>와 ε<sub>ref</sub>는 각각 일차 및 이차의 복합하중에 의한 참조응력(reference stress)과 참조변형률(reference strain)이고, 위 첨자 o는 초기 상태를 의미한다. σ<sub>ref</sub><sup>pr</sup>는 일차하중에 의한 참조응력이고, ε<sub>c</sub>(σ<sub>ref</sub><sup>pr</sup>)는 σ<sub>ref</sub><sup>pr</sup>에 따른 크리프 변형률이다. E는 탄성계수이고, Z는 탄성추종 계수다. R'는 특성 길이이며 다음과 같이 정의된다.

$$R' = \left( K_I^{pr} / \sigma_{ref}^{pr} \right)^2 \quad (2b)$$

여기서, K<sub>I</sub><sup>pr</sup>는 일차하중에 의한 응력확대계수이다. 시간에 따라서 참조응력은 지속적으로 완화되므로, 시간에 따른 참조응력은 다음 식으로부터 계산될 수 있다.

$$\frac{d\sigma_{ref}}{dt} = -\frac{E}{Z} \left[ \dot{\varepsilon}_c(\sigma_{ref}, \varepsilon_c) - \dot{\varepsilon}_c(\sigma_{ref}^{pr}, \varepsilon_c) \right] \quad (3)$$

여기서, Z는 탄성추종 계수다.

Ainsworth 과 Dean 은 위의 J 예측식을 바탕으로 Norton-law 크리프에 대한 C(t) 예측식을 유도하였다. Norton-law 크리프는 크리프 변형률이 다음과 같이 멱함수(power-law)를 따른다고 가정한다.

$$\dot{\varepsilon}_c = B \sigma^n \quad (4)$$

여기서, B는 크리프 상수이고, n은 크리프 지수이다. 그리고 식 (2)와 식 (4)를 바탕으로 C(t) 예측식을 유도할 수 있다:

$$\frac{C(t)}{C^*} = \frac{\left( \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_{ref}^o} \right)^{n+1} \left( \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{ref}^o} \right)^{n+1}}{\Phi \left[ \left( \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{ref}^o} \right)^{n+1} - 1 \right] + \left[ 1 - \frac{\sigma_{ref}^o}{E \varepsilon_{ref}^o} \right]} \quad (5a)$$

$$\Phi = \frac{Z}{\left(\frac{\sigma_{ref}^{pr}}{\sigma_{ref}}\right)^n + (Z-1)} \tag{5b}$$

이 식은 영국의 고온기기 평가 지침서인 R5 코드<sup>(8)</sup>에 수록되어 있는  $C(t)$  예측식의 일반적인 형태이다. 식 (5)는 일차응력과 이차응력이 동시에 구조물에 작용할 때 사용될 수 있고, 이차응력만 구조물에 작용하는 경우에는 일차하중에 의한 참조응력이 존재하지 않으므로 ( $\sigma_{ref}^{pr}=0$ ), 식 (5)가 사용될 수 없다. 따라서 Lei 는 식 (5)를 이차응력만 작용하는 구조물에 적용할 수 있도록 다음과 같이 수정된 식을 제시하였다.<sup>(12)</sup>

$$\frac{C(t)}{C_o^*} = \frac{\left(\frac{\sigma_{ref}}{\sigma_{ref}^o}\right)^{n+1} \left(\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{ref}^o}\right)^{n+1}}{\Phi \left[ \left(\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{ref}^o}\right)^{n+1} - 1 \right] + \left[ 1 - \frac{\sigma_{ref}^o}{E\varepsilon_{ref}^o} \right]} \tag{6a}$$

$$\Phi = \frac{Z}{Z-1} \tag{6b}$$

여기서,  $C_o^*$ 는 이차하중에서의  $C(t)$  계산의 기준이 되는 변수로 다음과 같다.

$$C_o^* = \sigma_{ref}^o \varepsilon_{ref}^o R' \tag{7}$$

Figure 1 은  $n=5, 10$  인 탄성-크리프에서 탄성추종 계수  $Z$  에 따른  $C(t)/C_o^*$  의 변화를 보여준다. 가로축의 시간  $t$  는 재분배 시간(redistribution time)  $t_{red}$  으로 무차원화하였다. 재분배 시간은 다음과 같이 계산하였다.<sup>(15)</sup>

$$t_{red} = \frac{\sigma_{ref}^o}{EB(\sigma_{ref}^o)^n} \tag{8}$$

$Z=1$  이면 탄성추종 현상이 전혀 없는 경우이고,  $Z$  가 무한대이면 일차하중이 가해지는 경우이다. 시간  $t$  가 재분배 시간의 1/10 보다 작은 경우 ( $t/t_{red}<0.1$ )에는 탄성추종 계수에 따른  $C(t)/C_o^*$  의 변화가 미미하지만, 그 이후에는 탄성추종 계수가 증가하면서  $C(t)/C_o^*$  이 크게 증가한다. 이 탄성추종에 따른  $C(t)/C_o^*$  값의 차이는 시간이 증가하면

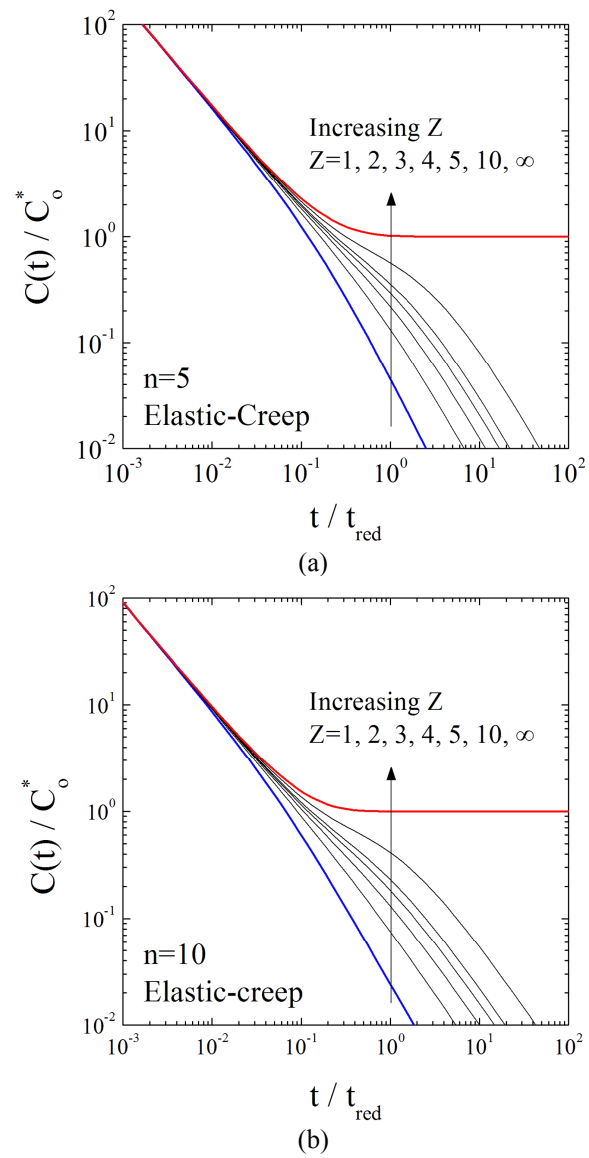


Fig. 1 Variations of normalized  $C(t)$  with elastic follow-up factors for (a)  $n=5$ , and (b)  $n=10$

서 지속적으로 증가한다.  $n=10$  인 경우  $Z$  가 1 과 5 인 경우에  $C(t)$ 의 차이는 다음과 같다.  $t/t_{red}=1$  인 경우에  $Z=5$  인 경우가  $Z=1$  인 경우보다  $C(t)$ 가 약 10 배 크다.  $t/t_{red}=10$  인 경우에  $Z=5$  인 경우가  $Z=1$  인 경우보다  $C(t)$ 가 약 56 배 크다. 초기 크리프 상태에서는 균열선단 주변의 국부적인 응력 완화 현상이 발생하므로, 초기에는 탄성추종에 따른  $C(t)/C_o^*$ 의 변화가 미미하다. 하지만 균열 선단 주변의 응력이 모두 완화된 정상상태에서는 구조물의 전역적인 응력완화가 발생하면서 탄성추종에 따른  $C(t)/C_o^*$ 의 변화가 크다.

살펴본 바와 같이 탄성추종 계수에 따라서

$C(t)/C_0^*$ 의 변화가 크므로, 정확한  $C(t)/C_0^*$ 를 예측하기 위해서는 정확한 탄성추종 계수  $Z$ 를 결정해야 한다. 하지만, 식 (5)와 (6)을 위한 탄성추종 계수를 구하는 방법이 아직 제시되어 있지 않다.<sup>(12-14)</sup> 따라서 본 연구에서 탄성추종 계수를 결정하는 방법을 제시하였고, 다음 장에서 설명하겠다.

### 3. 탄성추종 계수 결정 방법

본 연구에서는 순수한 이차하중이 가해지는 균열 구조물의 탄성추종 계수  $Z$ 를 결정하는 방법을 연구하고 제시하였다. 먼저, 이차응력이 가해지는 균열의  $J$ -적분을 탄소성 유한요소해석으로부터 구하고, 이로부터 탄성추종 계수를 결정한다. Hoff가 제시한 소성-크리프 유사성<sup>(16)</sup>을 이용하여 이 탄성추종 계수를 크리프의  $C(t)$  예측식인 식 (5)에 적용할 수 있다. 자세한 설명에 앞서 간략하게 정리하면, 탄소성 탄성추종 계수의 값을 크리프 탄성추종 계수에 적용할 수 있다. 이 장에서는 이 방법을 구체적으로 설명하겠다.

#### 3.1 탄소성 해석을 통한 탄성추종 계수 계산

Roche<sup>(17)</sup>는 탄소성 거동을 하는 균열 구조물에 이차하중이 가해지는 경우에  $J$ 를 참조응력법과 탄성추종 현상 개념을 도입하여 계산하는 간략한

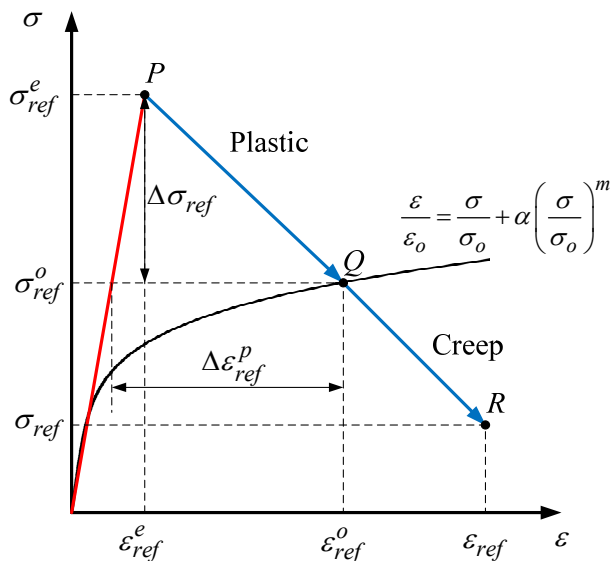


Fig. 2 Schematic diagram for the elastic follow-up factor based on the reference stress method

기법을 제시하였다. 본 연구에서는 이 기법을 수정하여 사용하였다.

Figure 2는 이차하중이 가해지는 균열의 참조응력 및 참조변형률과 탄성추종 계수  $Z$ 의 관계를 나타낸다. 점  $P$ 의 좌표와 점  $Q$ 의 좌표로부터 탄성추종 계수를 계산할 수 있다.

탄성 참조응력( $\sigma_{ref}^e$ )과 탄성 참조변형률( $\epsilon_{ref}^e$ )으로부터 점  $P$ 의 좌표를 구할 수 있다. 참조응력은 일차하중이 가해지는 경우에 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma_{ref}^e = L_r \sigma_0 \tag{9a}$$

$$L_r = \frac{N}{N_L} \tag{9b}$$

여기서,  $\sigma_0$ 는 재료의 항복강도이고,  $N$ 은 구조물에 가해지는 일차하중이고,  $N_L$ 은 그 구조물의 한계하중이다. 따라서,  $L_r$ 은 한계하중을 기준으로 한 가해지는 일차하중의 상대적인 크기를 나타낸다. 이차응력만 구조물에 가해지는 경우에 참조응력을 정의하기에 다소 모호하나, 본 연구에서는 탄성 참조응력과 참조변형률을 다음과 같이 정의하였다.

$$\sigma_{ref}^e = \beta \sigma_0 \tag{10a}$$

$$\epsilon_{ref}^e = \sigma_{ref}^e / E \tag{10b}$$

여기서, 본 연구에서 일차하중의 상대적인 크기인  $L_r$ 과 유사한 이차하중의 상대적인 크기인  $\beta$ 를 도입하였다.  $\beta$ 는 이차하중의 상대적인 크기로 가상의 일차하중이 구조물에 가해진다고 가정하여 일차하중과의 크기의 비로 나타내었다. 이 때 일차하중과 이차하중의 크기의 비를 산출하기 위해서 선형과괴역학의 응력확대계수(stress intensity factor)를 이용하였다.  $\beta$ 는 다음 식과 같이 일차하중에 의한 응력확대계수( $K^p$ )와 이차응력에 의한 응력확대계수( $K^s$ )의 비와  $L_r$ 로 정의하였다.

$$\beta = \frac{K^s}{L_r K^p} \tag{11}$$

한계하중은 항복강도에 정비례하므로, 항복응력의 값은 식 (10)에 영향을 미치지 않는다.

점  $Q$ 의 좌표를 안다면, 탄소성 참조응력( $\sigma_{ref}^o$ )과 탄소성 참조변형률( $\epsilon_{ref}^o$ )를 구할 수 있다. 재료의 탄소성 물성이 멱함수(power-law function) 형태인 Ramberg-Osgood 식을 따른다고 가정하자.

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_e + \varepsilon_p \\ &= \frac{\sigma}{E} + \alpha \left( \frac{\sigma_o}{E} \right) \left( \frac{\sigma}{\sigma_o} \right)^m \\ &= \frac{\sigma}{E} + A\sigma^m \end{aligned} \quad (12)$$

여기서,  $\varepsilon_e$  와  $\varepsilon_p$  는 각각 탄성 변형률과 소성 변형률이다.  $m$  과  $\alpha$  는 재료 상수이다. 이 물성을 이용하여 유한요소해석과 같은 탄소성 해석을 통하여  $J$  를 구할 수 있다. 그리고 탄성해석으로 탄성  $J$  인  $J_e$  를 구할 수 있다. 그러면 다음 식을 이용하여 탄소성 참조응력과 탄소성 참조변형률을 구할 수 있다.<sup>(14, 17)</sup>

$$\frac{J}{J_e} = \frac{\sigma_{ref}^o \varepsilon_{ref}^o R'}{\sigma_{ref}^e \varepsilon_{ref}^e R'} \quad (13)$$

위의 방법으로 Fig. 2 의 점  $P$  와  $Q$  를 알 수 있으며, 소성에서의 탄성추종 계수는 소성 변형률의 변화량 ( $\Delta \varepsilon_{ref}^p$ ) 과 탄성 변형률의 변화량 ( $\Delta \sigma_{ref} / E$ ) 의 비로 정의된다. 따라서 다음 식을 이용하여  $Z$  를 구할 수 있다.<sup>(17)</sup>

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\Delta \varepsilon_{ref}^p}{\Delta \sigma_{ref} / E} \\ &= \frac{\varepsilon_{ref}^o - \varepsilon_{ref}^e}{\sigma_{ref}^o / E} + 1 \end{aligned} \quad (14)$$

3.2  $C(t)$  예측을 위한 탄성추종 계수 결정

Hoff 가 제시한 소성-크리프 유사성(analogy)을 이용하여 앞 절의 절차로 구한 탄성추종 계수를  $C(t)$  예측식인 식 (6)에 적용할 수 있다. Hoff 의 유사성은 크리프 해석에나 이론에서 광범위하게 사용되고 있으며, 소성 해석을 기반으로 크리프 해석을 간략하게 계산할 수 있다. 이 유사성에 따르면 만약 비선형 탄성체(nonlinear elastic body)가  $\varepsilon_{ij} = f(\sigma_{ij})$  의 관계를 따르고 점성체(viscous body)가  $\dot{\varepsilon}_{ij} = f(\sigma_{ij})$  의 관계를 따른다면, 이 물체에서 응력의 함수는 둘 다 동일하다.<sup>(16)</sup> 이를 이용하여  $J$ -적분의 정의에서  $C^*$ -적분과  $C(t)$ -적분이 유도되었다. 참조응력법에서도 이 유사성을 내포하고 있다. 탄소성 물성에서  $J$  를 구하는 식 (13)과 크리프에서  $J$  를 구하는 식 (2)에서 사용된 참조응력법 기법이 동일하고,  $C(t)$  예측을 위한 식 (6)은 식 (2)을 기반으로 유도되었다.<sup>(14)</sup>

식 (12)와 식 (4)에서와 같이 소성 변형률과 크리프 변형률이 멱함수를 따른다고 가정하자. 소성의 경화지수인  $m$  과 크리프 지수인  $n$  이 동일하다면, Hoff 의 소성-크리프 유사성에 의해서 특정 형상의 균열 구조물에서의 소성 탄성추종 계수와 크리프 탄성추종 계수는 동일하다. 탄성추종 계수는 멱함수의 지수인  $A$  와  $B$  에 영향을 받지 않는다. 이를 활용하여 본 연구에서는 이차하중을 받는 균열 구조물의  $C(t)$ 를 계산하기 위해서는 탄성추종 계수  $Z$  를 해석적으로 결정하는 방법을 제시하였다. 크리프 유한요소해석은 시간이 매우 길게 소요될 뿐만 아니라 크리프 유한요소해석 결과에서 탄성추종 계수를 결정하는 방법이 현재 존재하지 않는다. 따라서 탄소성 유한요소해석을 수행한 후, 식 (14)를 이용하여 탄성추종 계수를 결정할 수 있다. Hoff 의 소성-크리프 유사성을 이용하여 이 탄성추종 계수를 크리프에서의 식 (6)의  $C(t)$  계산에도 적용할 수 있다. 이 때 탄소성 유한요소 해석 시에  $m$  을 관심이 있는  $n$  과 동일하게 설정하고 유한요소해석을 수행해야 한다.

4. 유한요소해석 결과와 비교

4.1 형상과 유한요소해석 절차

3 장에서 제시한 방법을 검증하기 위하여 상용

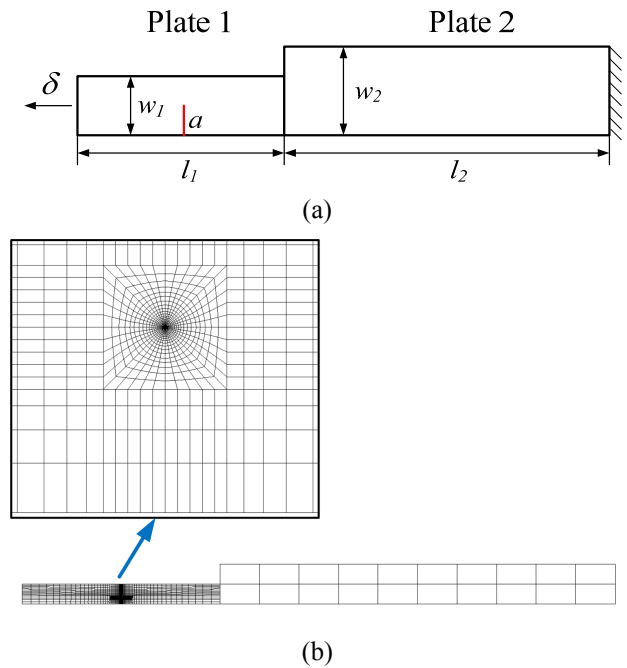


Fig. 3 (a) Geometries of cracked two-bar considered in this work, and (b) a typical finite element mesh for cracked two-bar

소프트웨어인 ABAQUS v6.9<sup>(18)</sup>를 이용하여 유한요소해석을 수행하였다. Figure 3(a)와 같이 2 개의 평면변형률 평판이 직렬로 이어져 있는 형상을 고려하였다.  $w$  와  $l$  은 각각 평판의 폭과 길이이다. 하첨자 1 과 2 는 평판 1 과 2 를 의미한다. 각각의 평판의 두께는 1 로 가정하였다.  $l_1/w_1=10$  으로 고정하였다. 평판 2 의 형상을 변화시킴으로 탄성추종의 크기를 변화시킬 수 있으므로,  $l_2$  과  $w_2$  를 변화시키면서 유한요소해석을 수행하였다.  $l_2$  과  $w_2$  의 조합은 다음 3 가지를 사용하였다.

- $l_1/l_2=0.5, w_1/w_2=0.5$
- $l_1/l_2=1.0, w_1/w_2=0.5$
- $l_1/l_2=1.0, w_1/w_2=1.0$

평판 1 에 존재하는 균열의 길이는  $a$  이고,  $a/w_1=0.1, 0.3, 0.5$  에 대해서 유한요소해석을 수행하였다. 이 평판의 우측 끝단은 고정되어 있다. 이차하중을

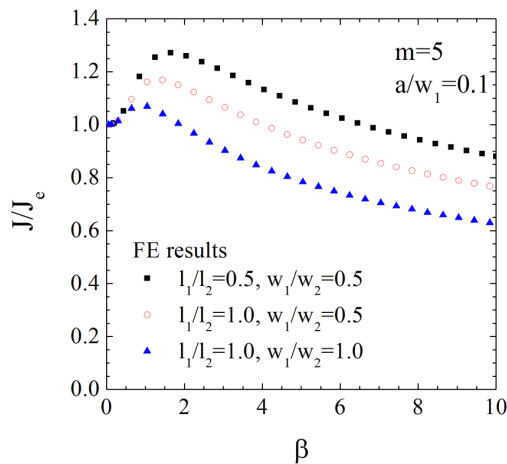


Fig. 4 Variations of  $V_o$  obtained from FE results

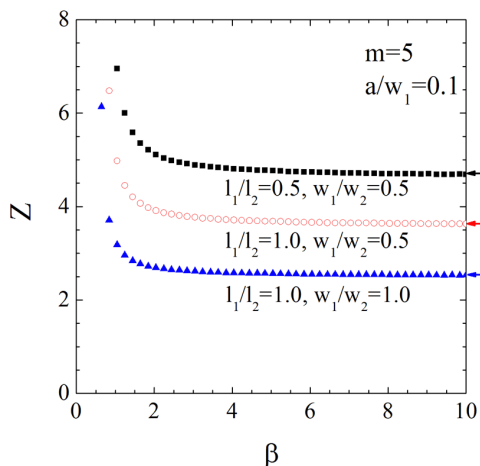


Fig. 5 Variations of  $Z$  with  $\beta$

가하기 위하여 일정 변위  $\delta$ 를 이 평판의 좌측 끝단에 가하였다.

사용된 유한요소망을 Fig. 3(b)에 나타내었다. 균열 선단 주변의 요소망의 조밀함이나 요소의 크기가  $C(t)$ 의 결과에 영향을 미칠 수 있으므로, 충분히 조밀한 요소망을 사용하였다.<sup>(19)</sup> 크리프 해석에서  $C(t)$ 는 2 번째 contour 에서 추출하였다. 탄소성 해석에서  $J$  는 적분 경로에 독립적이므로 20 번째 contour 에서 추출하였다. 사용한 요소는 8 절점 저감적분 평면변형률 요소(eight-node plane strain elements with reduced integrations, CPE8R)이다.

소성 물성으로 식 (12)와 같이 Ramberg-Osgood 식을 사용하였다. 탄성계수와 항복응력으로 각각 200GPa 과 300MPa 을 사용하였다.  $m$  은 5 와 10 을 사용하였다.  $\alpha$ 는  $0.002E/\sigma_o$  를 사용하였다. 이 값들은 임의로 정하였으나, 무차원되어 주요 결과에 영향을 미치지 않는다. 크리프 물성으로 식 (4)과 같이 Norton-law 크리프 식을 사용하였다.  $n$  은  $m$  과 동일하게 5 와 10 을 사용하였다.  $n=5$  인 경우에  $B=3.2 \times 10^{-15}$  이고,  $n=10$  인 경우에  $B=3.2 \times 10^{-15}$  을 사용하였다.

유한요소해석은 다음과 같은 절차로 수행되었다. 먼저 각각의 형상에 대해서 한계하중 해석과 탄성해석을 이용하여 식 (10)과 (11)을 위한 응력확대 계수를 계산하여  $\beta$ 를 정의하였다. 그리고 탄소성 해석을 통하여  $J$  를 구하고, 탄성추종 계수  $Z$  를 식 (13)과 (14)를 이용하여 계산하였다. 마지막으로 탄성-크리프 해석을 통하여  $C(t)$ 를 계산하였다.

Table 1 Determined elastic follow-up factors

$m, n$	$a/w_1$	$l_1/l_2$	$w_1/w_2$	$Z$
5	0.1	0.5	0.5	4.7
		1	0.5	3.6
		1	1	2.5
	0.3	0.5	0.5	6.9
		1	0.5	5.3
		1	1	4.5
	0.5	0.5	0.5	4.4
		1	0.5	3.5
		1	1	3.9
10	0.1	0.5	0.5	9.2
		1	0.5	6.9
		1	1	4.8
	0.3	0.5	0.5	11.4
		1	0.5	8.7
		1	1	9.6
	0.5	0.5	0.5	4.9
		1	0.5	3.8
		1	1	4.9



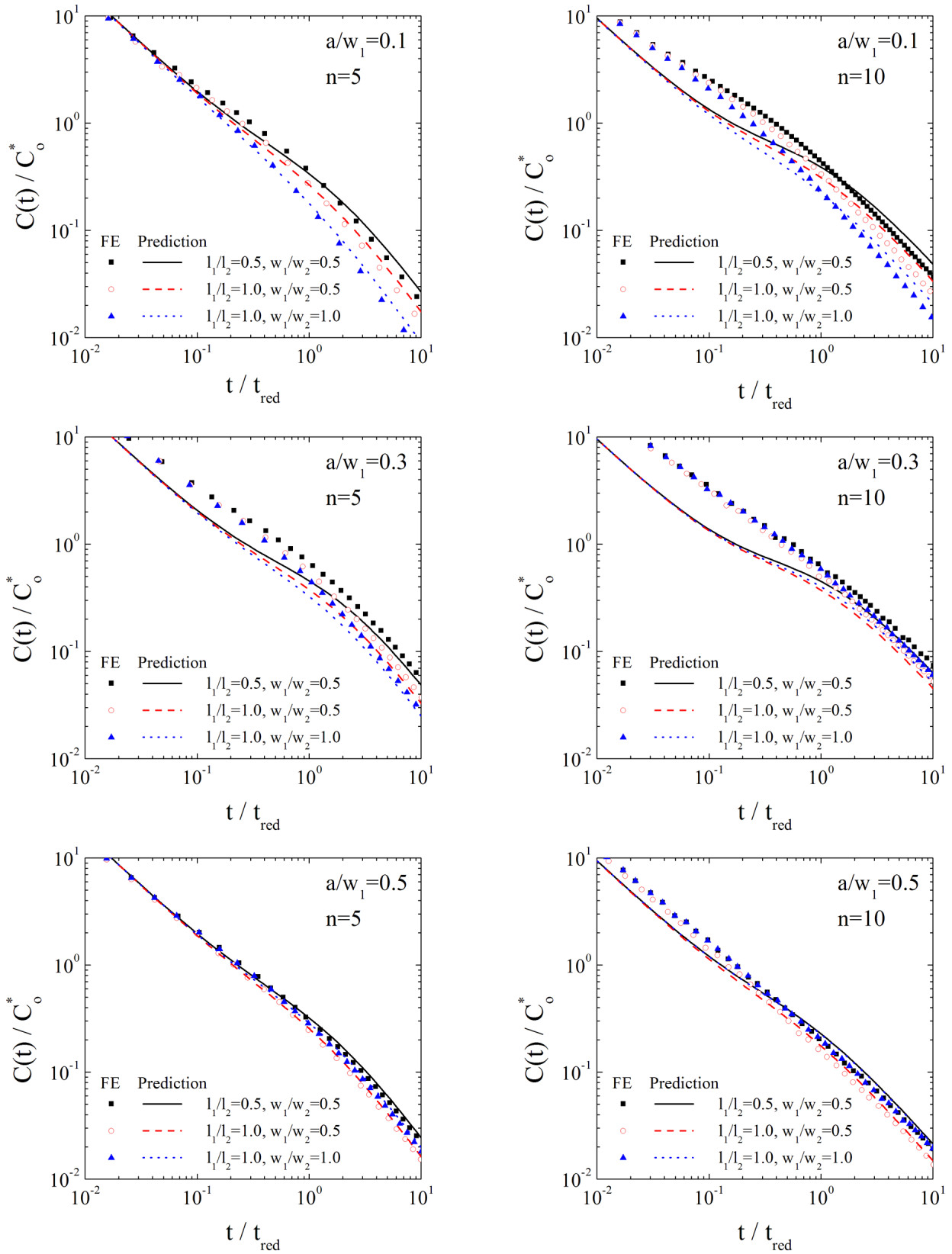


Fig. 6 Comparisons Eq. (6) with finite element analysis results



4.2 탄소성 유한요소해석을 이용한 탄성추종 계수 결정

탄소성 유한요소해석을 통하여  $\beta$ 에 따른  $J/J_c$ 를 계산하여 Fig. 4에 나타내었다. 탄성추종 현상으로 인하여  $\beta$ 가 1인 부근에서  $J/J_c$ 가 1보다 크고 최대가 됨을 확인할 수 있다. 이 데이터를 3장에서 언급한 방법을 이용하여 Z로 변환하여 Fig. 5에 나타내었다.  $\beta$ 가 증가하면서 Z는 급격하게 감소하다가  $\beta > 4$ 이면 그 값이 일정한 값으로 수렴한다. 이 수렴된 Z를 특정 형상과 특정 m의 탄성추종 계수로 결정할 수 있다. Table 1에서 균열이 존재하는 two-bar의 탄성추종 계수들을 정리하였다.

4.3 C(t) 예측식과 유한요소해석과의 비교

앞 절에서 구하여 Table 1에 정리된 탄성추종 계수 Z의 값을 C(t) 예측식인 식 (3)과 (6)에 대입하여  $C(t)/C_o^*$ 을 계산하고, 이를 유한요소해석 결과와 비교하여 Fig. 6에 나타내었다. 탄성-크리프를 고려하였으므로, 초기 참조응력을  $\sigma_{ref}^o = \sigma_{ref}^e$ 으로 두었다.  $\sigma_{ref}^e$ 은 식 (10)으로 계산하였다. 시간은 식 (8)로 계산되는 재분배 시간으로 무차원화하였다. 앞서 언급한 바와 같이  $t/t_{red} < 0.1$ 인 경우에는 탄성추종 계수의 변화가  $C(t)/C_o^*$ 의 값에 영향을 주지 않는다. 이는 C(t) 예측식과 유한요소해석 결과에서 모두 동일한 결과를 보인다. 즉, 이 부분에서는 Z를 변화시키더라도 C(t) 예측으로 계산한  $C(t)/C_o^*$ 의 값을 변화시킬 수 없다.  $t/t_{red} > 1$ 인 경우에는 탄성추종 계수의 변화가  $C(t)/C_o^*$ 의 값에 영향을 미친다. 그러므로 이 부분에서 본 논문에서 제시한 탄성추종 계수 추정법과 유한요소해석 결과가 잘 일치하는 지 확인해 볼 필요가 있다.  $n=5, 10$ 이고  $a/w_1=0.1, 0.5$ 인 경우에 식이 유한요소해석 결과와 잘 일치하거나 다소 높으므로, Z가 보수적으로 예측되었다고 말할 수 있다. 하지만,  $a/w_1=0.3$ 인 경우에 식이 유한요소해석 결과보다 약 15% 낮다.  $n=5$ 이고  $a/w_1=0.3$ 인 경우와  $n=10$ 인 경우에 초기 크리프( $t/t_{red} < 0.1$ )에서 C(t) 예측식은 유한요소해석 결과보다 최대 60% 낮은  $C(t)/C_o^*$ 의 값을 예측한다.  $\beta$ 를 계산하는 과정에서 오차가 발생하여 이러한 오차가 발생할 수 있고,  $a/w=0.3$ 인 경우에는 구조물의 구속 상태로 인하여 이러한 오차가 발생될 수 있으리라 사료된다.

5. 결론

이차하중을 받는 균열 구조물의 크리프 균열 진전

은 C(t)-적분으로 정량화가 가능하다. 최근 Ainsworth 과 Dean 은 참조응력법에 기반하여 일차하중과 이차하중의 복합하중이 가해지는 균열의 C(t)를 예측하는 식을 제시하였다. 이 식을 계산하기 위해서는 탄성추종 계수 Z가 필요하나, 이를 결정하는 방법이 아직 제시되지 않았다. 따라서 순수한 이차하중을 받는 균열 구조물의 탄성추종 계수 Z를 추정하는 기법을 참조응력법에 기반하여 본 연구에서 제시하였다. 소성-크리프 유사성을 이용하여 C(t) 예측식에 필요한 탄성추종 계수를 탄소성 유한요소해석으로 구할 수 있음을 본 연구에서 보였다. 즉, 소성 물성과 크리프 물성을 멱함수로 표현할 수 있고 멱함수의 지수인 m과 n이 동일하다면, 소성의 탄성추종 계수와 크리프의 탄성추종 계수가 동일하다. 이를 검증하기 위하여 균열이 존재하고 일정 변위 하중을 받는 균열 평판에 대한 유한요소해석을 수행하여, 그 적절성을 검증하였다. 본 연구에서 제시한 방법으로 추정된 탄성추종 계수를 사용하여 C(t)를 계산하고, 이를 유한요소해석과 비교한 결과,  $t/t_{red} > 1$ 인 경우에는 식과 유한요소해석 결과가 잘 일치하는 결과를 보였다.

향후에 탄소성-크리프에서의 탄성추종 현상에 대한 연구와 일차와 이차의 복합하중이 가해지는 균열 구조물에서 탄성추종 계수를 결정하는 방법에 대한 연구가 필요하다. 추가적으로 제시된 이론적 기법(가설)을 시험적으로 검증할 필요성이 있다.

후 기

이 논문은 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(2012-0000785)입니다.

참고문헌

- (1) Abram, T and Ion, S., 2008, "Generation-IV Nuclear Power: A Review of the State of the Science," *Energy Policy*, Vol. 36, pp. 4323~4330.
- (2) The Generation IV International Forum (2010 Sep 3). Retrieved Sep 10, 2011 from <http://www.gen-4.org/>.
- (3) Hahn, D. et al., 2007, "Conceptual Design of the Sodium-Cooled Fast Reactor KALIMER-600," *Nuclear Engineering and Technology*, Vol. 39, pp. 193~206.
- (4) Noh, J. M., Kim, K. S., Kim, Y. and Lee, H. C., 2008, "Development of a Computer Code System for the

- Analysis of Prism and Pebble Type VHTR Cores,” *Annals of Nuclear Energy*, Vol. 35, pp. 1919~1928.
- (5) Kasahara, N., Nakamura, K., Morishita, M., Shibamoto, H. and Inoue, K., 2008, “Main R&D Issues for Fast Reactor Structural Design Standard,” *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 238, pp. 287~298.
- (6) *ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section III*, ASME, 2007, New York, USA.
- (7) *RCC-MR: Design and Construction Rules for Mechanical Components of FBR Nuclear Islands*, AFCEN, 2002, France.
- (8) *R5: An Assessment Procedure for the High Temperature Response of Structures, Revision 3*, British Energy Generation Limited, 2003, Gloucester, UK.
- (9) Robinson, E. L., 1955, “Strain Piping Design to Minimize Creep Concentration,” *Transactions of ASME*, Vol. 77, pp. 1147~1162.
- (10) Boyle, J. T. and Nakamura, K., 1987, “The Assessment of Elastic follow-up in High Temperature Piping Systems - Overall Survey and Theoretical Aspects,” *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 29, pp. 167~194.
- (11) Kasahara, N., Nagata, T., Iwata, K. and Negishi, H., 1995, “Advanced Creep-Fatigue Evaluation Rule for Fast Breeder Reactor Components: Generalization of Elastic Follow-up Model,” *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 155, pp. 499~518.
- (12) Lei, Y. 2005, *A Validation of the Newly Extended Method for the Estimation of the Creep Crack Tip Characterising Parameters Using Existing Finite Element Results*, British energy Report, E/REP/BDBB/0083/GEN/05, British Energy, UK.
- (13) Lei, Y. 2008, *Finite Element RCC-MR Creep Analysis of Circumferentially Cracked Cylinders Under Combined Residual Stress and Mechanical Load*, British Energy Report, E/REP/BBGB/0027/GEN/07, British Energy, UK.
- (14) Ainsworth, R. A., Dean, D. W. and Budden, P. J., 2010, *Creep and Creep-Fatigue Crack Growth for Combined Loading: Extension of the Advice in R5 Volume 4/5 Appendix A3*, British Energy Report, E/REP/BDBB/0059/GEN/04, British Energy, UK.
- (15) Webster, G. A. and Ainsworth, R. A., 1994, *High Temperature Component Life Assessment*, Chapman & Hall, London, UK.
- (16) Hoff, N. J., 1954, “Approximate Analysis of Structures in the Presence of Moderately Large Creep Deformations,” *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 12, pp. 49~55.
- (17) Roche, R. L., 1988, “Modes of Failure - Primary and Secondary Stresses,” *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 110, pp. 234~239.
- (18) *ABAQUS Version 6.9. User's Manual*, 2009, Dassault Systems Simulia Corporation, USA.
- (19) Song, T. K., Kim, Y. J., Nikbin, K. and Ainsworth, R. A., 2010, “Estimation of the Transient Creep Parameter C(t) Under Combined Mechanical and Thermal Stresses,” *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 77, pp. 685~704.