

# 축차적 반응표면 분석을 통한 M&S 메타모형 구축에 관한 사례 연구

김상익\* · 김용대\*\* · 임용빈\*\*\*† · 최기현\*\*\*\* · 김정은\*\*\*\*\*

\* 건국대학교 응용통계학과

\*\* 서울대학교 통계학과

\*\*\* 이화여자대학교 통계학과

\*\*\*\* 덕성여자대학교 통계학과

\*\*\*\*\* 한국국방연구원

## A Case Study for Finding an Efficient M&S Meta Model through Sequential Response Surface Methodology

Sangik Kim\* · Yongdai Kim\*\* · Yongbin Lim\*\*\*† · Kiheon Choi\*\*\*\* · Jeongeun Kim\*\*\*\*\*

\* Department of Applied Statistics, Konkuk University

\*\* Department of Statistics, Seoul National University

\*\*\* Department of Statistics, Ewha Womans University

\*\*\*\* Department of Statistics, Duksung Women's University

\*\*\*\*\* Korea Institute for Defense Analyses

Key Words : Meta Model, M&S Meta Model, Computer Experiments, Sequential Strategy, Response Surface Methodology,

### Abstract

In computer simulation models the output from the computer code is often deterministic, i.e., running the code twice with the same values for the input variables would give the same output. It is discussed why the response surface method with polynomial approximation for the true response function is a good approximation to the computer experiments model. A sequential strategy to find the proper reduced quadratic polynomial model is illustrated with a case study in the military war game computer simulation model.

## 1. 서 론

메타모형(metamodel)이라 함은 ‘특별한 목적에 따라 주어진 상황을 묘사하는 모형’이라고 정의할 수 있다(Kleijnen과 Sargent(2000)). 따라서 메타모형을 구축하는 데는 어떤 목적인가가 중요하게 되며, 목적에 따라 적합한 방법이 사용되어야 한다. 그리고 주어진 상황을 묘사하는 시뮬레이션 모형이 존재하는 경우, 이

러한 시뮬레이션 모형을 통하여 필요한 데이터를 적절하게 관측하여 관측된 자료를 바탕으로 주어진 상황을 묘사하는 모형을 구축하게 되는데, 이러한 경우를 시뮬레이션 메타모형(simulation metamodel)이라고 한다.

이러한 시뮬레이션 메타모형은 과학과 공학 특히 국방 관련 연구에서 많이 활용되고 있다. 예를 들면 Sacks 등(1989)은 화학측정학(chemometrics)에서의 응용방법을, 그리고 Welch 등(1996)은 전자회로의 공학 설계 사례를 제시하였다. 한편 국방 관련 연구에서는, 다양한 전력변수들의 값과 시나리오 변수들의 값에서 전시 상황이 발생하였을 때에 적의 공격을 격퇴할 가능성을 효

† 교신저자 yblim@ewha.ac.kr

※ 본 연구는 2011년 한국국방연구원 연구용역에 의해 수행되었음.

울적으로 측정하고 싶어 한다. 그런데 전쟁은 실제로 수행할 수 없는 관계로 실제 전쟁을 가상하여 전력변수들과 시나리오 변수들을 입력변수(input variables) 혹은 설명변수로 하고, 각각의 입력변수들의 값들을 고정하고, 전쟁을 흉내 내는 전쟁 게임(war game) 시뮬레이션 컴퓨터 코우드를 실행하여 반응변수들 혹은 출력변수(output variables)의 값들을 관측 혹은 출력하게 된다.

특히 한국 국방연구원에서 운용하고 있는 이러한 M&S(modeling and simulation)에서는 전력변수로는 예를 들어 장갑차 기동능력, 화포지원능력과 같은 특정 변수들이 사용되며, 출력변수로는 적의 남하 저지율, 적군의 장사포 파괴율과 같은 반응변수들의 값이 출력되게 된다. 그러나 이러한 시뮬레이션 시스템의 구조는 매우 복잡하여 현실적으로는 블랙박스(black-box)와 같으며, 모형을 운용하여 반응값을 얻는데 장기간의 시간이 소요되는 특징이 있다. 따라서 국방연구원에서 우리나라의 전력 소요에 대한 계획을 수립하기 위해서는 이러한 M&S 모형의 효과적인 운용이 요구되며, 이를 위해서 M&S 모형을 모델화하는 작업이 필요하며 이 때 메타모형 기법이 적용될 수 있다.

여기서 국방연구원에서 수행하고자하는 전력소요분석은 특별한 '목적에 따라 주어진 상황'에 해당하며, 주어진 상황을 묘사하는 시뮬레이션 모형이 M&S 모형이라 할 수 있다. 그리고 M&S 모형에서 얻어진 자료를 바탕으로 구축한 모형이 메타모형 혹은 시뮬레이션 메타모형이다. 따라서 시뮬레이션 모형은 주어진 상황을 정밀하게 묘사하여야 하고, 시뮬레이션 모형에서 얻어진 자료를 바탕으로 구축된 메타모형은 시뮬레이션 모형을 정밀하게 추정하여 전력소요사업의 평가척도를 정밀하게 분석할 수 있어야 한다.

그러므로 적절한 메타모형이 구축되기 위해서는, 첫째 메타모형을 분석하는 방법이 타당하여야 한다. 그리고 두 번째로 시뮬레이션 모형에서 자료들이 적절하게 관측되어야 하며 이를 위해서는 운용에 장기간의 시간이 소요되는 점과 비용을 고려하여 실험의 크기가 작은 효과적인 실험계획이 수립되어야 한다. 그리고 마지막으로 시뮬레이션 모형에 의해 관측값을 통하여 효과적이고도 구체적인 메타모형이 구축되어야 한다.

메타모형을 모형화 하는 방법으로는 다양한 기법들이 개발되어 있으며, 일반적으로 Kriging 방법, 인공신경망(artificial neural network: ANN) 방법, 그리고 회귀분석의 다항회귀분석 방법을 응용한 반응표면분석(response surface methodology: RSM) 방법 등이 널

리 사용된다, 이에 대한 대표적인 연구로 Kriging 방법을 종합한 논문으로는 Kleijnen(2009), 그리고 van Beers와 Kleijnen(2008)의 연구가 있으며, Batmaz와 Tunali(2002)는 반응표면분석을 이용한 메타모형을 구축하는 방법을 제시하였다.

이러한 여러 가지 방법 중 Kriging 방법과 인공신경망 방법은 예측에 중점을 둔 기법으로 반응변수와 설명변수가 간의 모형 함수식 추정 및 해석이 불가능하거나 의미가 없는 경우가 많은 반면, 반응표면 분석 기법은 메타모형의 구체적인 함수 관계식의 추정 및 해석이 용이하고 설명변수의 실험공간에서 반응변수가 최대 또는 최소가 되는 최적점의 분석도 가능하여 메타모형을 구축하는데 일반적으로 사용된다. 전력소요분석에서는 관측되지 않은 실험점에 대한 결과값의 예측도 중요하지만, 추정된 함수관계식을 통해 인과관계의 구조를 설명하고, 그 관계에 대한 설명이 합리적인지 확인하는 것이 필수적이다.

따라서 본 연구에서는 국방연구원의 M&S 모형에 대한 메타모형을 구축하는 방법으로 반응표면 분석방법을 적용하여 실험크기가 작은 효과적인 실험계획을 수립하고, 수립된 계획에 따라 M&S 모형을 운용하여 평가척도인 반응값을 관측한 후, 이에 대한 적절한 모형을 추정하고 분석하여 M&S 모형에 대한 메타모형을 제시하고자 한다. 다만 군사보안 지침에 따라, 분석에 사용된 구체적인 변수명을 밝히거나, 실제 자료를 이용하는 것이 곤란하여, 가상의 변수명을 사용하고, 실제 데이터와 차이가 있는 실험용 가상 데이터를 이용하여 분석하였음을 밝혀둔다.

## 2. 메타모형에 대한 반응표면 모형

본 연구에서 모형화 대상인 M&S 모형의 특징은  $k$ 개의 입력변수들  $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ 에 대한 컴퓨터 코우드로부터의 출력결과인  $y(\underline{x})$ 는 결정적(deterministic)이다. 즉 동일한 입력변수들의 값인  $\underline{x}$ 에서 컴퓨터 코우드를 여러 번 실행시켜도 동일한 출력결과인  $y(\underline{x})$ 를 얻어서 반응변수와 설명변수들 사이의 관계에서 오차가 없다. 본 연구에서는 이러한 결정적인 컴퓨터 실험에 대한 모형은  $y(\underline{x})$ 가 다음의 가우시안(Gaussian) 확률 과정의 실현치로 간주한다.

$$y(\underline{x}) = \beta' f(\underline{x}) + Z(\underline{x}) \quad (2.1)$$

여기서  $\beta' f(\underline{x})$ 는 다항 함수이고  $Z$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma^2$ 이고 상관계수 함수가  $R(Z(\underline{x}), Z(\underline{x}^*)) = \exp(-\sum_{j=1}^k \theta(x_j - x_j^*)^2)$ 인 가우시안 확률함수이다.

그리고  $n$ 개의 컴퓨터 실험 자료  $(\underline{x}_1, y_1), \dots, (\underline{x}_n, y_n)$ 이 주어졌을 때, 식(2.1)의 모형에 대한 추정치로 BLUP(best linear unbiased predictor)인  $y(\underline{x}) = \sum_{i=1}^n c_i^\theta(\underline{x}) y_i$ 를 일반적으로 사용한다.

특히 Sacks 등 (1989)은 컴퓨터 실험 자료가 주어졌을 때, 다항함수인  $\beta' f(\underline{x})$ 의 차수를 0, 1, 2로 가정한 경우에  $Z$ 의  $\theta$ 에 대한 최우추정값이 모두 달라짐을 확인하였고, 0차인 경우에  $Z$ 의  $\theta$ 에 대한 최우추정값이 0에 가까워 상관계수 값의 추정치가 1에 가까워지고 이 경우의 모형이 예측력이 가장 좋음을 발견하였다. 그리고 Lim 등(2002)은 모형 (2.1)에서 다항함수인  $\beta' f(\underline{x})$ 를 가정하지 않고  $y(\underline{x}) = Z(\underline{x})$ 이고,  $Z$ 의 상관계수를 결정하는 모수인  $\theta$ 가 0으로 수렴하는 경우에 식(2.1)의 BLUP를 결정하는  $c_i^\theta(\underline{x})$ 의 극한값은 입력변수  $\underline{x}$ 들의 다항함수들의 라그랑주(Lagrange) 보간 함수들의 가중 결합으로 표현됨을 증명하였다.

그리고 입력변수들  $\underline{x}$ 의 다항함수의 차수인  $d_n$ 는 자료의 수인  $n$ 과 설명변수들의 개수인  $k$  값에 따라서 결정되는데, 자료의 수  $n$ 이 차수  $d_n - 1$ 인 다항함수의 항들의 개수와 차수  $d_n$ 인 다항함수의 항들의 개수 사이의 값이 되도록 차수  $d_n$ 이 결정된다. 따라서 컴퓨터 실험 자료가 주어진 경우에 출력변수  $y(\underline{x})$ 에 대한 BLUP는 입력변수들에 대한 다항함수로 표현되고, 식(2.1)에 대한 대체모형으로 반응표면함수가 입력변수들의 다항함수로 근사되는 반응표면분석 모형인 식(2.2)를 고려할 수 있는 근거가 제시된다.

$$y(\underline{x}) = \beta' f(\underline{x}) + \epsilon \tag{2.2}$$

특히 식(2.2)의 모형에서  $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ 로서 입력변수들의 수가  $k$ 개인 경우, 다항함수의 차수는 자료의 수  $n$ 에 따라서 식(2.3)의 일차모형 또는 일차항과 일차항들간의 교호작용항을 포함하는 식(2.4) 모형, 그리고 순수 2차항까지 포함하는 식(2.5)의 2차 모형으로 가정될 수 있다.

$$y(\underline{x}) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \epsilon \tag{2.3}$$

$$y(\underline{x}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \tag{2.4}$$

$$y(\underline{x}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \tag{2.5}$$

본 연구에서 분석하려는 M&S 운용모형인 경우, 입력변수들인 설명변수의 수는 7개로, 그 중 5개의 설명변수인 Xc32, Xc33, Xc34, Xc35, Xc37가 계량형으로 전력변수이며 한 개의 설명변수인 Xy4가 계량형 시나리오 변수이고 한 개의 설명변수인 Xs2가 범주형 시나리오 변수이다. 앞서 언급한 것처럼 각 변수별 설명과 수준을 포함한 변수의 내용은 보안 관계상 생략할 수밖에 없음을 이해해 주기 바란다.

그리고 각 설명변수들의 값이 입력되어 시뮬레이션 코우드가 실행되면 2개의 반응변수인 y53, y50이 출력된다. 그러나 시뮬레이션 코우드를 1회 실행하는 데에 많은 시간이 소요되기에 경제적인 실험의 크기로 출력변수인 반응변수들에 대한 적절한 반응표면 모형을 찾는 것이 절실하다. 이를 위해 우리는 다음과 같은 축차적인 전략에 의해 적절한 반응표면 모형을 구축하고자 한다.

- <단계 1>. 핵심 설명변수들을 선별하기 위해서  $2^{7-3}_N$  일부실험계획법에 의해 실험 자료를 생성하고 요인 효과들의 반정규확률그림에 의해 핵심 요인효과들을 선별한다.
- <단계 2>. 선별된 전력변수들에 대한 곡선효과의 존재 여부를 살펴보고, 개선된 메타모형을 찾고자 한다. 이를 위해서는 전력변수들에 대한 곡선효과의 검토가 가능하도록 추가 실험점들을 축차적인 방법에 의해서 효율적으로 결정한다.
- <단계 3>. 단계 1과 단계 2의 실험자료를 근거로 반응표면분석의 기법을 활용하여 축약된 이차모형들 중에서 적절한 모형을 찾는다.

본 논문의 3장에서는 실험계획법 전문 소프트웨어인 Design Expert 8.0을 활용한 축차적인 최적 설계 방법을 제시하고, 4장에서는 축차적인 실험 자료에 근거하여 후방소거법이나 stepwise 방법에 의해서 추천된 모형들 중에서 모형 선택 기준과 모형 진단을 통해서 적

절한 모형을 찾는다. 그리고 5장에서는 이 논문의 결과들을 간단히 요약한다.

### 3. 축차적인 최적 설계 방법

이 장에서는 <단계 1>의  $2_{IV}^{7-3}$  일부실시법 실험 자료 분석 결과를 토대로 선별된 전력변수들에 대한 곡선효과와 검토가 가능하도록 추가 실험점들을 효율적으로 결정하는 <단계 2>의 방법을 제시하고자 한다. 즉 선별된 전력변수들에 대한 식(2.5)의 2차 모형을 가정한 후, <단계 1>의 실험 자료에 추가되어야 할 추가 실험점들을 축차적인 방법에 의해서 효율적으로 결정해야 한다. 축차적인 실험 설계의 기준으로 다음과 같은 D-최적기준과 IV-최적기준을 고려할 수 있다.

D-최적기준은 가정한 모형의 회귀계수의 최소제곱 추정치들의 일반화 분산을 가장 작게 하도록 실험점들을 선택하는 기준이다. 그리고 IV-최적기준은 독립변수 혹은 입력변수들의 실험공간에서 독립변수들의 분포를 균등분포로 가정하고, 주어진 독립변수 혹은 입력변수들의 값에서 반응변수에 대한 예측치들의 분산을 구한 후, 예측치의 분산을 실험공간에서 균등 적분한 값을 최소로 하는 기준이다.

특히 D-최적기준은 회귀계수들에 대한 정밀 추정에 관심이 있는 경우에 사용하고, IV-최적기준은 반응변수의 기대값을 실험 공간에서 전반적으로 정밀하게 추정하고 싶은 경우에 사용한다. 참고로 본 연구에서 축차적인 최적 설계를 구하는 데는 실험계획 전문 컴퓨터 패키지 Design Expert 8.0을 활용하였다.

그리고 실험점들의 선택을 위한 후보 실험점들은 이차모형의 실용적인 실험 설계로 범용적으로 잘 알려진 중심합성계획(Central Composite Designs: CCD)의 실험점들과 CCD 실험점들 이외에 추가적인 내부 실험점들을 포함하는 확대 후보 실험점들을 고려한다. 참고로 Design Expert 8.0에서는 확대 후보 실험점 그룹이 후보 실험점에 대한 Default 선택이다.

주어진 후보 실험점 그룹과 최적 설계 기준에 따라서 구해진 축차적인 최적 설계들의 예측력을 비교하는 방법을 소개하면 다음과 같다.

먼저 다양한 축차적인 최적 설계들의 실험공간상에서의 예측력을 비교하기 위해서 후보 최적 실험 설계들에 대한 FDS(fraction of design space plot) 그래프를 작성한다. FDS 그래프는 주어진 실험점에서의 척도화

된 예측치의 분산(scaled prediction variance)이 특정 값보다 같거나 작은 실험점들로 구성된 일부분 실험 공간에 대한 부피(혹은 크기)의 비율을 시각적으로 나타낸 그림이다.

따라서 예측력이 좋은 바람직한 실험 설계는 하방으로 평평한 FDS 그래프를 갖는 실험 설계이라 할 수 있다. 본 연구에서는 2개의 최적 설계 기준인 D-최적기준과 IV-최적기준, 2개의 후보 실험점 그룹인 CCD와 확장된 후보 실험점 그룹의 4개 조합 각각에 대해서, 후보 실험점 그룹에서 새로운 실험점을 대체하는 실험점 교환(points exchange) 방법을 Design Expert 8.0에 적용해서 FDS 그래프를 작성한다. 그리고 이렇게 구한 4개의 FDS 그래프 곡선들 중에서 가장 바람직한 모양을 갖는 실험 설계가 예측력이 좋은 축차적인 최적 설계로 결정한다.

## 4. M&S 운용모형에 대한 축차적인 메타모형 분석

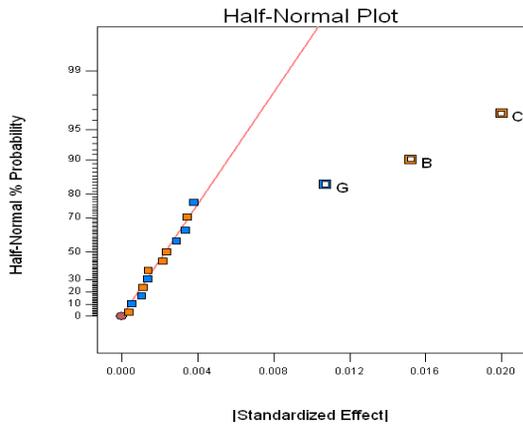
### 4.1 <단계 1>의 $2_{IV}^{7-3}$ 일부실시법 설계와 자료 분석

앞에서 언급한 바와 같이 M&S 운용 모형의 7개 설명변수에 대한  $2_{IV}^{7-3}$  일부실시법을 설계하면, 16개의 실험점들은 <표 1>의 블록(block) 1에 제시된 바와 같고, 각 실험점에서 M&S모형을 운용하여 3개의 반응변수  $y_{53}$ ,  $y_{50}$ 에 대한 관측값은 <표 1>에 제시하였다. 그리고 반응변수  $y_{53}$ ,  $y_{50}$ 의 관측값을 이용하여 식(2.4)의 1차항과 1차의 교호작용항을 포함하는 모형에 따른 각각의 요인 효과를 추정하여 반정규 확률 그림을 작성하면 <그림 1>, <그림 2>와 같다. 그리고 각 그림에서 기호들에 해당하는 변수들은  $A=Xc32$ ,  $B=Xc33$ ,  $C=Xc34$ ,  $D=Xc35$ ,  $E=Xc37$ ,  $F=Xy4$ ,  $G=Xs2$  이다.

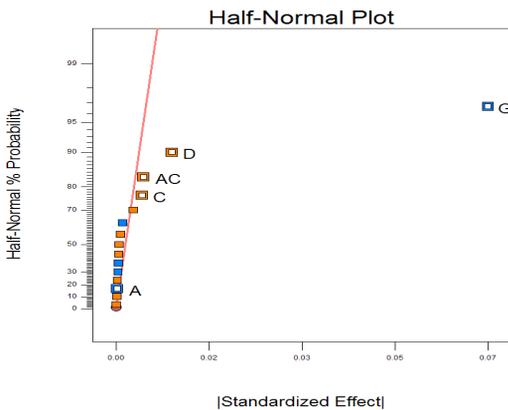
이러한 반정규 확률 그림에서 가장 오른쪽의 요인 효과부터 시작해서 원점을 지나는 직선에 벗어나 있는 요인 효과들이 핵심 요인 효과로 선별된다. 따라서 <그림 1>에 주어진  $y_{53}$ 의 반정규 확률 그림으로부터, 반응변수  $y_{53}$ 에 영향을 주는 주효과는  $Xc33$ ,  $Xc34$ ,  $Xs2$ 이고, 교호작용은 선택되지 않는다. 결과적으로 실험에서 고려된 6개의 계량인자들 중에서 2개의 전력변수인  $Xc33$ ,  $Xc34$ 과 하나의 시나리오 변수인  $Xs2$ 가 종속변수  $y_{53}$

에 영향을 주는 변수로 선별되었다.

한편 <그림 2>에 주어진 y50의 반정규 확률 그림으로부터 반응변수 y50에 영향을 주는 주효과와 교호작용효과는 Xc34, Xc35, Xs2, Xc32\*Xc34 이다. 교호작용효과 Xc32\*Xc34가 선별됨에 따라 추가적으로 선택된 주효과는 Xc32이다. 따라서 실험에서 고려된 6개의 계량인자들 중에서 3개의 전력변수인 Xc32, Xc34, Xc35와 하나의 시나리오 변수인 Xs2가 선별되었고, 전력변수들 간의 교호작용효과인 Xc32\*Xc34가 종속변수 y50에 영향을 주는 변수로 선별되었다.



<그림 1> y53에 대한 추정효과 반정규확률도



<그림 2> y50에 대한 추정효과 반정규확률도

### 4.2 축차적인 실험설계를 위한 모형

<단계 1>의 실험 자료의 분석 결과, 적어도 하나의 반응변수에 영향을 줄 수 있으리라 기대되어 선별된 설

명변수들은 4개의 전력변수 Xc32, Xc33, Xc34, Xc35와 시나리오 변수인 Xs2이다. 그리고 전력변수 Xc37은 중요한 변수로 간주될 수 있다는 지침에 따라서 모형에 추가하였다.

그리고 설명변수들에 대한 다음 단계 모형으로 식 (2.5)의 2차 모형을 가정한다. 추정할 이차모형의 정도 (precision)를 높이기 위해서 <단계 1>의 실험자료에 추가되어야 할 추가 실험점들을 축차적인 방법에 의해서 다음과 같이 효율적으로 결정하였다.

### 4.3 축차적인 최적 실험설계

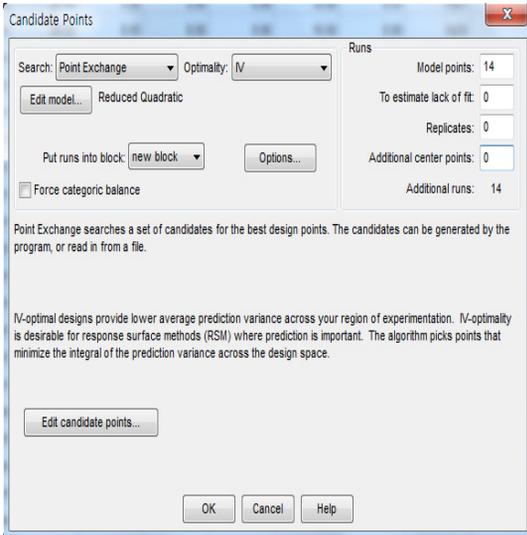
우선 Design Expert 8.0을 실행하고 <표 1>의 블록 1에 해당하는 <단계 1>의  $2_{IV}^{7-3}$  일부실시법의 실험자료 16개를 불러온다. 그리고 상단의 메뉴에서 Design Tools를 클릭하고 Augment Design을 선택한다. Augment를 선택하면 <그림 3>과 같은 Candidate Points창을 확인할 수 있다.

우리가 가정한 모형에 대한 정보를 제공하기 위해서 Edit model 버튼을 클릭하고 다항모형의 차수를 지정하는 Order 칸을 2차모형인 Quadratic으로 선택한 후, <단계 1>의 실험자료에서 선별되지 않은 독립변수인 Xy4를 포함하는 항들을 모형에서 제외시킨다. 그리고 최적 설계를 구하기 위한 탐색 방법을 지정하기 위해서 <그림 3>의 Search 칸에 Point Exchange로 선택하고, 최적 설계 기준을 지정하기 위해서 Optimality 칸에 IV 혹은 D를 선택한 후, 후보 실험점 그룹을 선택하기 위해서 Edit candidate points 버튼을 클릭한다.

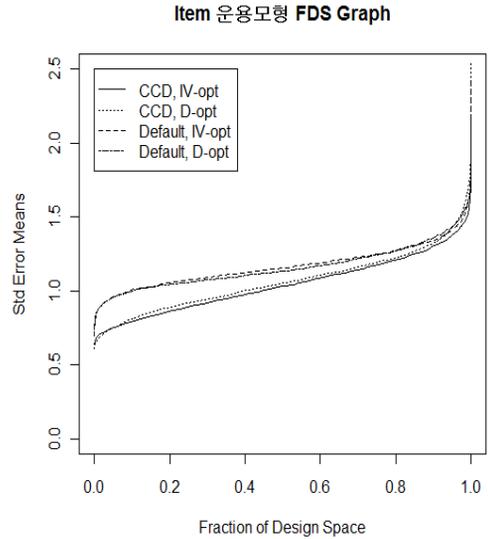
후보실험점 그룹을 CCD로 하기 위해서는 상자점, 별점과 중앙점을 의미하는 Vertices, Constraint plane centroids, Overall centroid를 선택하거나 확장된 후보 실험점 그룹으로 하기 위해서는 모든 형태의 자료점을 모두 선택하는 Default로 놓아둔다. 그리고 추가 실험의 크기가 14인 경우에는 이차모형의 추정을 정밀하게 하도록 Runs box내에 Model points를 14로 입력하고, 그 이외의 칸에 0을 입력한다. 이와 같은 같은 방법으로 14개의 축차적인 최적 설계를 생성한다.

그리고 2개의 최적 설계 기준인 D-최적기준 과 IV-최적기준, 2개의 후보 실험점 그룹인 CCD 와 확장된 후보 실험점 그룹 각각에 대해서 실험점 교환(Points Exchange) 방법을 적용해서 생성한 4개의 축차적인 최적 실험 설계들에 대해서 Design Expert 8.0을 활용하여 구한 FDS 그래프가 <그림 4>에 주어진다. <그림

4>를 보면 CCD 후보 실험점 그룹, IV 최적기준에서 생성된 축차적인 최적 설계가 FDS 그래프가 가장 하방으로 안정되고 예측치의 표준편차의 최대값도 가장 작은 값을 가지고 있어서 적절한 실험 설계로 결정하였다.



<그림 3> Candidate Points 창



<그림 4> 축차적인 최적설계들의 FDS

#### 4.4 축차적인 실험자료 분석

앞에서 설명한 방법으로 축차적인 최적 설계로 추천된 14개의 실험점들과 각 실험점에서 M&S 모형을 이용하여 출력된 반응변수 y53, y50 값들은 <표 1>과 같고, <단계 1>의 실험 자료는 블록(block) 1이고 축차적인 <단계 2>의 실험 자료는 블록 2에 제시되어 있다.

<표 1> M&S 운용 모형의 축차적인 실험점과 실험자료

Run order	Block	Point type	Xc32	Xc33	Xc34	Xc35	Xc37	Xy4	Xs2	y53	y50
1	1	Unknown	0	8	0	15	10	0	Xs21	0.94303	0.82547
2	1	Unknown	20	0	0	0	10	0	Xs21	0.92815	0.81145
3	1	Unknown	20	8	8	0	10	0	Xs20	0.97406	0.85006
4	1	Unknown	0	0	8	0	10	0.7	Xs21	0.95409	0.81848
5	1	Unknown	20	0	8	15	0	0	Xs21	0.95005	0.79653
6	1	Unknown	0	0	8	15	10	0	Xs20	0.95059	0.84964
7	1	Unknown	20	0	0	15	10	0.7	Xs20	0.93900	0.84748
8	1	Unknown	20	8	0	15	0	0	Xs20	0.95062	0.84436
9	1	Unknown	20	0	8	0	0	0.7	Xs20	0.96075	0.84365
10	1	Unknown	20	8	8	15	10	0.7	Xs21	0.96484	0.83157
11	1	Unknown	0	8	8	15	0	0.7	Xs20	0.96147	0.84908
12	1	Unknown	20	8	0	0	0	0.7	Xs21	0.94219	0.76586
13	1	Unknown	0	8	8	0	0	0	Xs21	0.95962	0.77239
14	1	Unknown	0	0	0	15	0	0.7	Xs21	0.91959	0.79024
15	1	Unknown	0	8	0	0	10	0.7	Xs20	0.95517	0.84089
16	1	Unknown	0	0	0	0	0	0	Xs20	0.93168	0.83878
17	2	Vertex	0	0	0	0	10	0	Xs21	0.924771	0.811968
18	2	PlaneCent	0	4	4	7.5	5	0.35	Xs20	0.961009	0.84768
19	2	Vertex	0	8	0	15	10	0	Xs20	0.952989	0.846865
20	2	Vertex	0	0	0	15	0	0	Xs20	0.929172	0.844698
21	2	Vertex	0	8	8	15	0	0.7	Xs21	0.962366	0.828572
22	2	Vertex	0	8	0	0	0	0.7	Xs20	0.95529	0.840703
23	2	PlaneCent	10	4	4	7.5	0	0.35	Xs20	0.945341	0.847895
24	2	PlaneCent	10	4	4	0	5	0.35	Xs21	0.932966	0.80843
25	2	Vertex	20	8	0	15	0	0	Xs21	0.943781	0.822355
26	2	Vertex	0	8	0	0	0	0	Xs21	0.939096	0.765915
27	2	PlaneCent	10	8	4	7.5	5	0.35	Xs20	0.964136	0.848233
28	2	PlaneCent	10	4	0	7.5	5	0.35	Xs21	0.928307	0.8146
29	2	Vertex	20	8	0	15	10	0	Xs21	0.945541	0.826521
30	2	Vertex	20	0	0	15	0	0.7	Xs20	0.932151	0.846884

<표 2> 반응변수 y53에 대한 다항회귀변동의 축차적인 분할

Sequential Model Sum of Squares [Type I]

Source	Sum of Squares	df	Mean Square	F Value	p-value Prob > F	
Mean vs Total	26.89	1	26.89			
Block vs Mean	1.860E-004	1	1.860E-004			
<u>Linear vs Block</u>	<u>4.966E-003</u>	<u>7</u>	<u>7.094E-004</u>	<u>27.71</u>	<u>&lt; 0.0001</u>	<u>Suggested</u>
2FI vs Linear	4.528E-004	19	2.383E-005	0.56	0.8040	Aliased
Residual	8.474E-005	2	4.237E-005			
Total	26.89	30	0.90			

4.4.1 반응변수 y53에 대한 분석

반응변수 y53에 대한 축차적인 다항 모형의 회귀변동의 분할을 살펴본 결과는 <표 2>와 같고, 일차 모형에 대한 p-값이 0에 가까워서 적절한 모형으로 판단되었다. 따라서 일차 모형을 완전모형으로 가정하고, 후방소거법에 의해서 불필요한 설명변수들을 제거하고, 간결한 모형을 우선 분석하였다. 특히 2차 추가 실험의 목적에 따라 요인들의 곡선효과를 보기 위하여, 2차 모형을 완전모형으로 가정하고 후방소거법이나 stepwise 방법에 의해서 축약된 2차 모형(reduced quadratic model) 중에서 적절한 모형을 탐색한 결과를 요약하면 다음과 같다.

가. 후방소거법에 의한 일차 모형 분석

일차 모형을 완전모형으로 가정하고 변수 제거를 위한 유의수준 0.1에서 후방소거법에 의해 선별된 설명변수는 3개의 전력변수 Xc33, Xc34, Xc37와 시나리오 변수인 Xs2이다. 이 모형에 대한 결정계수 값은 0.8915이고, 수정결정계수 값은 0.8734이었다. 그리고 선택된 모형의 적절성을 평가하기 위해서 표준화 잔차의 정규확률그림과 표준화 잔차와 예측치의 산점도를 작성하여 확인한 결과, 본 논문에서는 지면관계로 생략하였지만 표준화 잔차의 정규확률그림은 비교적 직선 형태를 따르고, 산점도도 수평 밴드에서 랜덤한 모양을 따르고 있는 것으로 나타나 모형이 적절하였음을 알 수 있었다.

나. 후방소거법에 의한 2차 모형 분석

곡선효과를 반영한 모형들 중에서 적절한 모형을 찾기 위한 시도로 2차 모형을 완전모형으로 가정하고 후방소거법에 의해서 적절한 모형을 탐색하였다. 그 결과

유의수준 0.05에서 후방소거법에 의해 결정된 모형은 주효과 Xc32, Xc33, Xc34, Xc35, Xc37, Xy4, Xs2와 교호작용효과인 Xc32\*Xc34, Xc32\*X 35, Xc32\* Xc37, Xc32\*Xy4, Xc32\*Xs2, Xc33\*Xc34, Xc33 Xs2, Xc34\*Xy4, Xc35\*Xs2, Xc37\*Xy4, Xc37\*Xs2와 순수 이차효과인 Xc322가 최종적으로 유의한 변수로 선택되었다.

이 모형은 결정계수 값이 0.9949이고 수정결정계수 ( $adj-R^2$ )가 0.9843으로 1에 가까운 큰 값을 가지므로 선택된 모형이 자료를 잘 설명하고 있는 것으로 분석되었다. 그리고 선택된 모형의 적절성을 평가하기 위해서 표준화 잔차의 정규확률그림과 표준화 잔차와 예측치의 산점도를 통해 확인한 결과 표준화 잔차의 정규확률그림은 직선 형태를 따르고, 산점도도 수평 밴드에서 랜덤한 모양을 따르고 있어서 적절한 후보 모형으로 판단되었다.

다. Stepwise방법에 의한 2차 모형 분석

완전모형을 2차 모형으로 가정하고 stepwise 방법에 의해 추가 분석을 실시하였다. 간단한 모형을 찾기 위한 시도로, 유의수준 0.05에서 stepwise 방법을 실시하여 결정된 모형은 7개의 주효과 Xc32, Xc33, Xc34, Xc35, Xc37, Xy4, Xs2와 3개의 교호작용효과 Xc33\*Xc34, Xc34\*Xs2, Xc35\*Xs2, 4개의 순수 이차효과인 Xc322, Xc332, Xc352, Xy42가 최종적으로 유의한 효과로 선택되었다.

이 모형의 결정계수 값이 0.9924, 수정결정계수 값이 0.9847으로 1에 가까운 큰 값을 가지므로 선택된 모형이 자료를 잘 설명하고 있는 것으로 판단되었다. 그리고 이 모형에 대한 표준화 잔차의 정규확률그림과 표

<표 3> y53에 대한 적합 후보 모형들의 성능 비교

후방소거법에 의한 y53의 이차모형				Stepwise 방법에 의한 y53의 이차모형			
Std. Dev	1.759E-003	R-Squared	0.9949	Std. Dev	1.733E-003	R-Squared	0.9924
Mean	0.95	Adj R-Squared	0.9843	Mean	0.95	Adj R-Squared	0.9847
C.V.%	0.19	Pred R-Squared	0.9245	C.V.%	0.18	Pred R-Squared	N/V
PRESS	4.156E-004	Adeq Precisor	36.479	PRESS	N/A	Adeq Precisor	42.365

<표 4> 반응변수 y53의 최종 적합 모형

Final Equation in Terms of Actual Factors:		Xs2 Xs21	
			y53 =
	+0.93361		+0.92033
	-2.83478E-003 * Xc32		-2.83478E-003 * Xc32
	-2.02741E-003 * Xc33		-2.02741E-003 * Xc33
	+2.65959E-003 * Xc34		+3.52677E-003 * Xc34
	+1.69164E-003 * Xc35		+1.98111E-003 * Xc35
	+4.03255E-004 * Xc37		+4.03255E-004 * Xc37
	+0.056205 * Xy4		+0.056205 * Xy4
	-1.15693E-004 * Xc33 * Xc34		-1.15693E-004 * Xc33 * Xc34
	+1.51191E-004 * Xc32 <sup>2</sup>		+1.51191E-004 * Xc32 <sup>2</sup>
	+5.48257E-004 * Xc33 <sup>2</sup>		+5.48257E-004 * Xc33 <sup>2</sup>
	-1.36626E-004 * Xc35 <sup>2</sup>		-1.36626E-004 * Xc35 <sup>2</sup>
	-0.077783 * Xy4 <sup>2</sup>		-0.077783 * Xy4 <sup>2</sup>

준화 잔차와 예측치의 산점도를 그려본 결과, 표준화 잔차의 정규확률그림은 이상적인 직선 형태를 따르고, 산점도도 수평 밴드에서 랜덤한 모양을 보이고 있어서 적절한 후보 모형으로 추천할 수 있다고 판단된다.

라. 최종 추천 모형

앞에서 고찰한 세 개의 모형 중 표준편차 추정치, 결정계수, 수정된 결정계수, PRESS 등을 비교하여 적절하다고 판단되는 축약된 이차모형 두 개를 비교해본 결과는 <표 3>에 주어져 있는데, stepwise방법으로 유의한 변수를 선별했을 때, 더 간단한 모형이 나왔으며 수정결정계수 값도 더 큰 것을 알 수 있다.

또한 각각의 모형에 대한 표준화 잔차의 정규 확률그림을 보면 stepwise방법으로 선정된 이차모형이 직선에 더 가까워서, 이 모형을 적절한 모형으로 선택하였다. 그리고 이 모형에 대한 반응변수 y53의 예측치가 시나리오 변수 값에 따라서 실제 전력변수들로 표현된 최종 적합된 모형식은 <표 4>와 같다.

4.4.2 반응변수 y50에 대한 분석

반응변수 y50에 대한 축차적인 다항모형의 회귀변동의 분할을 살펴본 결과는 <표 5>와 같고, 일차모형에 대한 p-값이 0에 가까워서 적절한 모형으로 판단할 수 있지만, 2FI의 p-값도 작기 때문에 축차적인 방법에 의하여 완전모형을 2FI로 놓고 분석을 실시하였다. 유의한 변수 선택 방법은 유의 수준 0.1에서 후방소거법과 stepwise방법을 이용하였으며, 추가 실험의 목적에 따라 요인들의 곡선효과를 보기 위하여, 2차 모형을 완전모형으로 가정하여 추가적인 모형을 탐색하였다.

가. 후방소거법에 의한 2FI모형 분석

2FI 모형을 완전모형으로 가정하고 유의 수준 0.1에서 후방소거법에 의해 결정된 모형은, 주효과 Xc32, Xc33, Xc34, Xc35, Xc37, Xy4, Xs2와 교호작용효과인 Xc32\*Xc33, Xc32\*Xc34, Xc32\*Xc35, Xc32\*Xy4, Xc32\*Xs2, Xc33\*Xc35, Xc33\*Xy4, Xc33\*Xs2, Xc34\*Xc35, Xc34\*Xc37, Xc34\*Xy4, Xc34\*Xs2, Xc37\*Xy4 등이 유의한 효과로 선택되었다. 그리고 이 모형은 결

<표 5> 반응변수 y50에 대한 다항회귀 변동의 축차적인 분할

**Sequential Model Sum of Squares [Type I]**

Source	Sum of Squares	df	Mean Square	F Value	p-value Prob > F	
Mean vs Total	20.46	1	20.46			
Block vs Mean	1.996E-004	1	1.996E-004			
<u>Linear vs Block</u>	<u>0.016</u>	<u>7</u>	<u>2.254E-003</u>	<u>14.47</u>	<u>&lt; 0.0001</u>	<u>Suggested</u>
2FI vs Linear	3.257E-003	19	1.714E-004	24.28	0.0403	Aliased
Residual	1.412E-005	2	7.061E-006			
Total	20.48	30	0.68			

정계수 값이 0.9985이고 수정결정계수( $adj-R^2$ )가 0.9947으로 1에 가까운 큰 값을 가지므로 선택된 모형이 자료를 잘 설명하고 있는 것으로 보인다. 그리고 표준화 잔차의 정규확률그림은 직선 형태를 따르고, 표준화 잔차와 예측치의 산점도도 수평 밴드에서 랜덤한 형태로 나타나 모형이 적절한 것으로 판단되었다.

나. Stepwise방법에 의한 2FI 모형 분석

2FI 모형을 완전모형으로 가정하고 유의수준 0.1에서 Stepwise 방법에 의해 결정된 모형은, 주효과 Xc32, Xc33, Xc34, Xc35, Xc37, Xs2와 교호작용 효과인 Xc32\*Xc34, Xc33\*Xc35, Xc35\*Xc37, Xc35\*Xs2, Xc37\*Xs2가 유의한 효과로 선택되었다. 그리고 이 모형의 결정계수 값이 0.9703이고 수정결정계수 값이 0.9510으로 1에 가까운 큰 값을 가지므로 선택된 모형이 자료를 잘 설명하고 있는 것으로 보인다. 표준화 잔차의 정규확률그림은 직선 형태를 따르고, 표준화 잔차와 예측치의 산점도도 수평 밴드에서 랜덤한 모양을 따르고 있기 때문에 적절한 후보 모형으로 추천할 수 있다고 판단되었다.

다. 후방소거법에 의한 이차 모형 분석

곡선 효과를 반영한 모형들 중에서 적절한 모형을 찾기 위한 시도로 2차 모형을 완전 모형으로 가정하고 유의수준 0.1에서 후방소거법에 의해서 적절한 모형을 탐

색한 결과, 후방 소거법에 의해 결정된 모형은 주효과 Xc32, Xc33, Xc34, Xc35, Xc37, Xy4, Xs2와 교호작용효과인 Xc32\*Xc33, Xc32\*Xc34, Xc32\*Xc35, Xc32\*Xy4, Xc32\*Xs2, Xc33\*Xc35, Xc33\*Xs2, Xc34\*Xc35, Xc34\*Xc37, Xc34\*Xy4, Xc34\*Xs2와 순수 이차효과 Xc32\*Xc32가 최종적으로 유의한 변수로 선택되었다. 여기서 주효과 Xc32와 Xy4는 교호작용효과인 Xc32\*Xy4가 유의하기 때문에 p-값이 크지만 모형에 포함되는 것으로 결정하였다.

이 모형의 결정계수 값은 0.9992이고 수정결정계수 값이 0.9972으로 1에 가까운 큰 값을 가지므로 선택된 모형이 자료를 잘 설명하고 있는 것으로 판단되었으며, 모형의 표준화 잔차의 정규확률그림은 직선 형태를 따르고, 산점도도 수평 밴드에서 랜덤한 모양을 따르고 있으므로 적절한 후보 모형으로 판단된다. 그리고 stepwise방법에 의한 2차 모형 분석결과도 stepwise 방법에 의한 2FI 모형과 동일한 것으로 나타났다.

라. 최종 추천 모형

앞 절에서 추천된 세 개의 모형 중 후방소거법에 의한 2FI 모형과 후방소거법에 의한 이차모형은 EG 대신에  $A^2$  항을 포함하는 것을 제외하고는 동일한 항들로 구성되고, 이차모형의 경우가 수정결정계수의 관점에서

<표 6> 반응변수 y50의 후보 모형 성능 비교

Stepwise방법에 의한 y50 2FI모형				후방소거법에 의한 y50 이차모형			
Std. Dev	5.773E-003	R-Squared	0.9703	Std. Dev	1.371E-003	R-Squared	0.9992
Mean	0.83	Adj R-Squared	0.9510	Mean	0.83	Adj R-Squared	0.9972
C.V.%	0.70	Pred R-Squared	0.9094	C.V.%	0.17	Pred R-Squared	N/A
PRESS	1.726E-003	Adeq Precisor	22.716	PRESS	N/A	Adeq Precisor	72.206

우월하여, 후방소거법에 의한 이차모형을 선택하며, step-wise 방법과 후방소거법에 의한 2차모형을 비교한 결과는 <표 6>과 같다.

<표 6>에서 이차모형을 가정하고 후방소거법으로 유의한 효과를 선별한 경우 수정결정계수 값이 더 큰 것을 알 수 있고, 또한 표준화 잔차의 정규확률 그림도 이상적인 직선 형태를 보이므로, 이 모형이 더 적절한 모형으로 판단된다. 그리고 이 모형에 대한 반응변수 y50의 예측치가 시나리오 변수 값에 따라서 실제 전력 변수들로 표현된 최종 적합된 모형식은 <표 7>과 같다.

응표면 모형을 찾는 것이 절실하다. 이를 위해 본 연구에서는 적절한 반응표면 모형을 찾기 위한 축차적인 전략을 제시하고, 국방 M&S 운용 모형에 대한 메타모형 구축방법을 사례를 통해서 분석하였다.

그 결과 국방 M&S 모형에서 반응표면분석 모형을 이용하여 메타모형을 설정하고 축차적으로 실험을 설계하고 모형을 분석하는 것이 효과적이었으며, 메타모형을 구축한 결과 각각의 반응변수에 대한 결정계수 값이 0.99보다 크게 나오는 설명력이 우수한 모형을 구축할 수 있었다. 따라서 위게임 모형에 대한 메타모형으로 반응표면 모형의 축약된 이차모형이 컴퓨터 코우드

<표 7> 반응변수 y50에 대한 최종 적합 모형

Final Equation in Terms of Actual Factors:		Xs2	Xs21
	y50 =		y50 =
	+0.84207		+0.80079
	+2.28307E-003 * Xc32		+1.33198E-003 * Xc32
	-8.36133E-003 * Xc33		-4.83619E-003 * Xc33
	+3.55134E-003 * Xc34		+1.78760E-003 * Xc34
	-7.91746E-005 * Xc35		-7.91746E-005 * Xc35
	+6.95471E-004 * Xc37		+6.95471E-004 * Xc37
	-7.47249E-003 * Xy4		-7.47249E-003 * Xy4
	-1.77400E-004 * Xc32 * Xc33		-1.77400E-004 * Xc32 * Xc33
	+9.12281E-005 * Xc32 * Xc34		+9.12281E-005 * Xc32 * Xc34
	+5.04405E-005 * Xc32 * Xc35		+5.04405E-005 * Xc32 * Xc35
	-2.45841E-003 * Xc32 * Xy4		-2.45841E-003 * Xc32 * Xy4
	+5.13651E-004 * Xc33 * Xc35		+5.13651E-004 * Xc33 * Xc35
	+0.012099 * Xc33 * Xy4		+0.012099 * Xc33 * Xy4
	-4.25188E-004 * Xc34 * Xc35		-4.25188E-004 * Xc34 * Xc35
	+3.64024E-004 * Xc34 * Xc37		+3.64024E-004 * Xc34 * Xc37
	-4.23097E-003 * Xc34 * Xy4		-4.23097E-003 * Xc34 * Xy4
	-4.71470E-005 * Xc32 <sup>2</sup>		-4.71470E-005 * Xc32 <sup>2</sup>

### 5. 요약 및 결론

컴퓨터 코우드를 실행하여 얻어진 출력결과들이 입력변수들의 결정적 함수로 주어지는 컴퓨터 시뮬레이션 실험에 대한 메타 모형을 구축하는 방법으로, 반응값의 반응표면함수가 입력변수들의 다항함수로 근사되는 반응표면분석 모형을 고려할 수 있는 근거들이 제시된다.

특히 본 연구에서 대상으로 한 위게임(war game) 모형인 M&S 모형과 같이 시뮬레이션 코우드를 1회 실행하는 데에 많은 시간이 소요되는 경우, 경제적인 실험의 크기로 출력변수인 반응변수들에 대한 적절한 반

를 잘 근사하고 있음을 알 수 있었으며, 이를 이용하여 위게임 모형을 아주 잘 묘사하는 메타모형이 효과적으로 구축될 수 있었다.

특히 본 연구의 위게임 모형인 M&S 모형과 같이 오차가 없는 결정적 모형(deterministic model) 혹은 컴퓨터 시뮬레이션 모형에서도 반응변수와 설명변수간의 함수적 모형 관계를 제시하는 반응표면분석 방법이 효율적인 방법이 될 수 있음을 확인할 수 있었다.

### 참고문헌

[1] 임용빈(2010), “현재의 공정조건을 향상시키기 위한 혼합

- 물 반응표면 방법론”, 「품질경영학회지」, 38권, 3호, pp. 413-424
- [2] Batmaz, I. and Tunali, S.(2002), “Second-Order Experimental Designs for Simulation Metamodeling”, *SIMULATION*, Vol78, pp. 699-715.
- [3] Kleijnen, J.P.C. and Sargent, R. G.(2000), “A Methodology for Fitting and Validating Metamodels in Simulation”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 120, pp. 14-29.
- [4] Kleijnen, J.P.C.(2009), “Kriging metamodeling in simulation: A review”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 192, pp. 707-716.
- [5] Lim, Y.B., Sacks, J., Studden, W.J. and Welch, W.J. (2002), “Design and analysis of computer experiments when the output is highly correlated over the input space”, *Canadian J. of Statistics*, Vol. 30, pp. 109-126.
- [6] Myers, R.H., Montgomery D.C. and Anderson-Cook, C.M.(2008), *Response surface methodology, 3rd ed.*, Wiley, New York.
- [7] Sacks, J., Schiller, S.B. and Welch, W.J.(1989), “Designs for computer experiments”, *Technometrics*, Vol. 34, pp. 15-25
- [8] Stat-Ease, Inc.(2011), *Design Expert Version 8.06*. Minneapolis, MN.
- [9] Van Beers, W.C.M. and Kleijnen, J.P.C.(2008), “Customized Sequential Designs for Random Simulation Experiments: Kriging Metamodeling and Bootstrapping”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 186, pp. 11099-11113.
- [10] Welch, W.J., Buck, R.J., Sacks, J., Morris, M.D. and Schonlau M.(1996), “Reply to “Comments on ‘Screening, predicting, and computer experiments’” [by J. M. Lucas(1996)]”, *Technometrics*, Vol. 38, pp. 199-203.

2012년 1월 3일 접수, 2012년 1월 31일 1차 수정, 2012년 2월 7일 채택