

# 케이블 돔 구조물의 브레이싱 및 막재 보강 효과에 따른 비교분석

## Comparative Analysis of Cable Dome Structures by Reinforcement Effect with Bracing and Fabric

김 승 덕\*  
Kim, Seung-deog

신 인 아\*\*  
Sin, In-A

### 요 약

본 논문은 케이블 돔 구조물의 브레이싱 및 막재 보강 효과에 따른 비교분석을 하고자 한다. 텐세그리티 구조시스템은 초기 응력의 도입을 통해 자기평형을 가지는 구조물로서 연속적으로 연결되어 있는 인장재와 이들을 연결해 주는 불연속의 압축재로 구성되어 있다. 본 연구에서는 경량화한 Hybrid 구조물인 케이블 돔의 불안정 현상이 면내 비틀림에 의해 발생함을 기본 Geiger형과 Zetlin형 모델에 브레이싱 및 막재를 보강하여 발생하는 효과를 알아본다. 또한, 쉘형 구조물의 구조불안정 거동이 초기조건에 매우 민감하게 반응하므로 초기형상불완전량 0.1%를 도입하여, 초기조건에 대한 영향도 알아본다.

### Abstract

The purpose of this paper is to study comparative analysis of cable dome structures by reinforcement effect with bracing and fabric. Tensegrity systems are stable structures which are reticulated spatial structures composed of compressive straight members, struts, and cables. Tensegrity structures need to be introduced to the initial stress for the self-equilibrated system to have a stable state. In this paper, the effect of reinforcement resisting the in-plan twisting is investigated for the Geiger-type and Zetlin-type models reinforced by bracing and fabric. The effect of initial imperfection is also studied because the structural instability phenomenon of shell-like structures is very sensitive according to the initial condition. We study a more exact analysis concerning the structural instability of tensegrity structures using nonlinear analysis program. Then, two types of tensegrity models will be analysed and compared.

**키워드 :** 케이블 돔, 초기불완전량, 브레이싱 보강, 막재 보강

**Keywords :** cable dome, initial imperfection, bracing reinforcement, fabric reinforcement

## 1. 서 론

대공간 구조물은 지붕의 중량을 낮추면서 안전성을 유지하기 위하여 다양한 구조시스템이 빠르게 발전을 거듭하고 있다. 이들 중, 압축재와 인장재를 연속적으로 이용하여 경량화한 Hybrid 구조시스템에 대한 관심이 증가하고 있는 추세이다.

강성 구조시스템과 연성 구조시스템을 혼합한 쉘

형 Hybrid 구조물 중 가장 대표적인 Geiger형과 Zetlin형의 기본모델을 중심으로 연구를 진행한다.

셸 구조는, 외부 하중에 대하여 보다 효과적으로 저항할 수 있는 형태저항형 구조물이며, 따라서 가볍고, 얇게 대공간을 만들 수 있는 장점을 가지고 있다. 기본적인 구조저항 메커니즘은 구조물 자체의 곡률을 이용하여 면외방향으로 작용하는 외력을 주로 면내력으로 저항할 수 있게 한 구조 시스템으로 매우 우수한 역학적 특성을 가지고 있다. 그러나 어떤 하중 상태에서는 안정 상태에서 불안정 상태, 또는 불안정 상태에서 안정 상태로 변화함으로써 불안정 현상으로 인한 파괴 메커니즘을 파악하고 이를

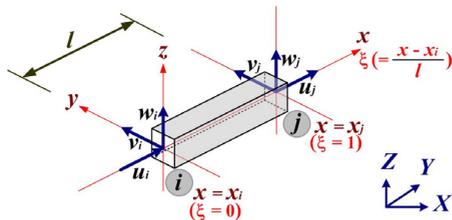
\* 교신저자, 세명대학교. 건축공학과 정교수, 공학박사  
Tel: 043-649-1326 Fax: 043-649-1326  
E-mail : sabinus@semyung.ac.kr

\*\* 학생회원, 세명대학교 건축공학과 석사과정

설계에 반영하는 것은 매우 중요하다. 또한, 하중이 어떤 임계값을 넘기면 안정 상태에서 불안정 현상, 즉 좌굴 현상을 나타내며 파괴한다. 이러한 파괴 메커니즘을 발생시키는 구조거동의 특성으로는 뿔좌굴(Snap-through) 현상과 분기좌굴(Bifurcation) 현상을 대표적으로 들 수 있다.

본 연구에서는 기존 연구에 규명된 바에 따르면 셀형 Hybrid 케이블 돔 구조물의 분기현상 원인이 면내 비틀림 현상이 발생하므로, 기본모델인 Geiger 형과 Zetlin 형에 브레이싱 및 막재를 보강했을 때의 효과를 비교분석한다. 또한, 셀형 구조물의 구조불안정 거동이 초기조건에 매우 민감하게 반응하므로 해석모델을 완전형상(Perfect shape)과 불완전형상(Imperfection shape)으로 구분하여, 초기형상불완전량이 정적불안정 거동에 미치는 영향을 파악한다.

## 2. 비선형 강성방정식



$$\begin{cases} x, y, z : \text{요소 좌표계} \\ u, v, w : \text{요소내 변위} \end{cases}$$

<그림 01> 케이블 요소의 요소 좌표계

가상일의 원리를 이용하여 <그림 01>과 같은 비선형 케이블 요소의 평형방정식을 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_V \sigma_x \delta \epsilon_x dV = f^T \delta d \quad (1)$$

현재의 상태를 초기상태로 가정하고, 현 상태에서의 증분에 관한 가상의 원리를 적용하여, 적분영역  $dV$  를 일정 단면적  $A$  와 일정길이  $l$  로 치환하여 정리하면 식(2)와 같다.

$$Al[(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x)(A_1 + d^T B^T B)] = (f^{(0)} + f)^T \quad (2)$$

여기서,

A: 케이블 요소의 단면적, l: 케이블 요소의 길이

식(2)에  $\sigma_x = E\epsilon_x$ 의 관계를 대입하고  $d$ 에 관한 2차 항 이상을 소거하면 식(3)과 같다.

$$f^{(0)} + f = Al(A_1^T \sigma_x^{(0)}) + Al(\sigma_x^{(0)} B^T B)d + AlE(A_1^T A_1)d + \text{고차항} \quad (3)$$

식(3)에서  $d$ 에 관한 고차항의 소거로 인하여 생기는 불평형력(residual force)은 식(4)와 같이 정의한다.

$$r = AlA_1^T \sigma_x^{(0)} - f^{(0)} \quad (4)$$

식(4)를 식(3)에 대입하면, 식(5)와 같다.

$$f - r = AlE(A_1^T A_1)d + Al(\sigma_x^{(0)} B^T B)d = (k_E + k_G)d \quad (5)$$

여기서,

$$k_E = AlE(A_1^T A_1) : \text{요소의 탄성 강성행렬}$$

$$k_G = Al(\sigma_x^{(0)} B^T B) : \text{요소의 기하 강성행렬}$$

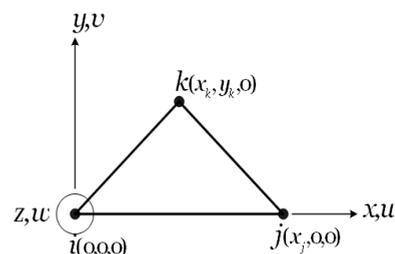
변환 매트릭스를 이용하면 전체좌표계에서의 증분 구간에 관한 강성매트릭스는 다음과 같이 구해진다.

$$F - R = [K_E + K_G] D \quad (6)$$

여기서,

$$K_E = T^T k_E T : \text{전체 좌표계에서의 탄성강성행렬}$$

$$K_G = T^T k_G T : \text{전체 좌표계에서의 기하강성행렬}$$



$$\begin{cases} x, y, z : \text{요소 좌표계} \\ u(x, y), v(x, y), w(x, y) : \text{요소내 변위} \end{cases}$$

<그림 02> 막 요소의 요소 좌표계

가상일의 원리를 이용하여 <그림 02>과 같은 막 요소의 평형방정식을 식(7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f^{(0)} + f = A_m h_m A^T \sigma^{(0)} + A_m h_m [\sigma_x^{(0)} B^T B + \sigma_y^{(0)} C^T C + \tau_{xy}^{(0)} (B^T C + C^T B)] d + A_m h_m [A^T E A] d \quad (7)$$

고차항의 생략, 수치 해석의 오차 등으로 인한 불평형력(residual force)  $r$ 을 식(8)의 오른쪽 제1항으로부터 다음과 같이 정의한다.

$$r = A_m h_m \cdot A^T \sigma^{(0)} - f^{(0)} \quad (8)$$

위 식을 이용하여 증분방정식을 구하면 다음과 같다.

$$f - r = (k_E + k_G) d \quad (9)$$

여기서,

$$k_E = A_m h_m [A^T E A]: \text{요소의 탄성 강성행렬}$$

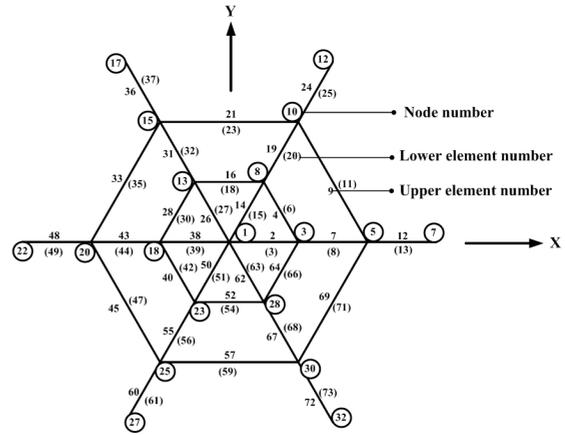
$$k_G = A_m h_m (\sigma_x^{(0)} B^T B + \sigma_y^{(0)} C^T C + \tau_{xy}^{(0)} (B^T C + C^T B))$$

: 요소의 기하 강성행렬

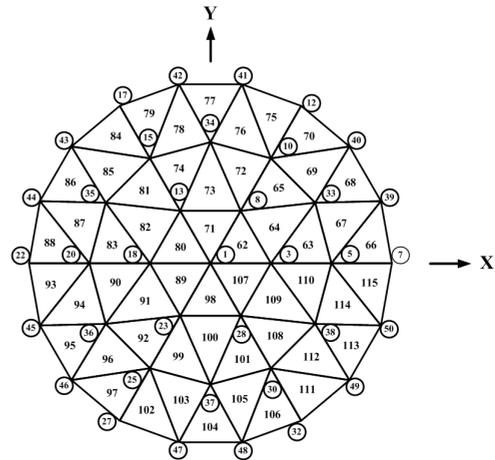
### 3. 해석 모델

Tensegrity 구조시스템인 케이블 돔 구조물은 전체적으로 가볍고, 시공성이 우수하지만, 면내 비틀림으로 인한 붕괴의 위험성이 발생한다. 이를 규명하기 위해 케이블 돔 구조물 중 Geiger형, Zetlin형을 <그림 03>와 같이 해석모델로 선택한다.

Hybrid 대공간 구조물의 면내 비틀림을 방지하기 위하여 각각의 기본모델에 브레이싱 및 막재 보강을 통한 효과를 알아본다. 브레이싱 및 막재 보강에 따른 케이블 돔의 구조불안정 특성을 조사하기 위하여 Geiger형과 Zetlin형 기본모델의 가장 바깥쪽 mast 사이에 X형 브레이싱을 보강한 모델과 상부 hoop방향의 링 케이블을 제거하고 상부에 막재를 첨가한 형태의 모델을 해석대상으로 하고, 기본 모델들과 해석결과를 비교분석한다. <그림 04>은 브레이싱, <그림 05>는 막재로 보강된 모델의 형상이다. 모델은 기본 Geiger형을 G-type, Geiger형에 브레이싱 추가한 것을 GX-type, 막재를 보강한 것을 GM-type 모델이라고 하며, 기본 Zetlin형을 Z-type, 브레이싱을 추가한 것을 ZX-type, 막재를 보강한 것을 ZM-type 모델이라고 한다.



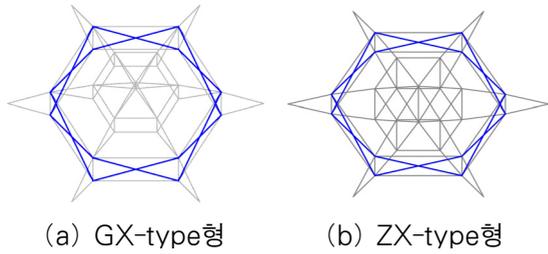
(a) G,Z,GX,ZX 평면도



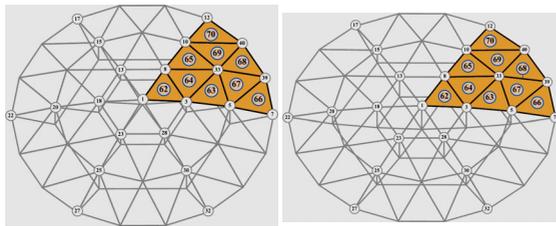
(b) GM,ZM 평면도

<그림 03> 해석 모델

각 부재의 물성치는, 케이블과 mast 모두 영계수  $E = 1.6 \times 10^6 N/cm^2$ , 밀도  $\rho = 7.85 \times 10^{-3} N/cm^3$ 이다. 막재의 영계수는  $E = 4.38 N/cm^2$ , 두께는  $0.01cm$ 이다. 경계조건은 외곽의 절점들인 7, 12, 17, 22, 27, 32 등 6개 절점을 고정시키고, 나머지 절점은 자유로 한다. 브레이싱의 초기장력은  $20N$ 이고, 막재의 초기장력은  $\sigma_x = 0.75 N/cm$ ,  $\sigma_y = 0.75 N/cm$ 이다. 하중조건은 절점 전체에 (-)Z 방향으로 동일하게 하중이 작용하는 전체 축대칭 하중모드로 가정한다. 다음의 <표 1>과 <표 2>는 해석 모델의 절점 좌표이다.



(a) GX-type형 (b) ZX-type형  
 <그림 04> 브레이싱 보강 투시도



(a) GM-type형 (b) ZM-type형  
 <그림 05> 막재 보강 투시도

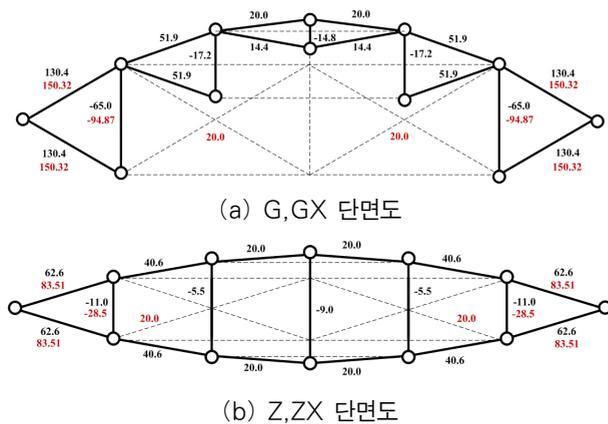
<표 1> Geiger형의 절점 좌표 (단위: cm)

절점번호	1	2	3	4	5	6	7
X좌표	0.0	0.0	20.0	20.0	40.0	40.0	60.0
Z좌표	21.0	15.0	18.5	-4.50	11.5	-11.5	0.0

<표 2> Zetlin형의 절점 좌표 (단위: cm)

절점번호	1	2	3	4	5	6	7
X좌표	0.0	0.0	20.0	20.0	40.0	40.0	60.0
Z좌표	11.0	11.0	9.5	-9.5	6.0	-6.0	0.0

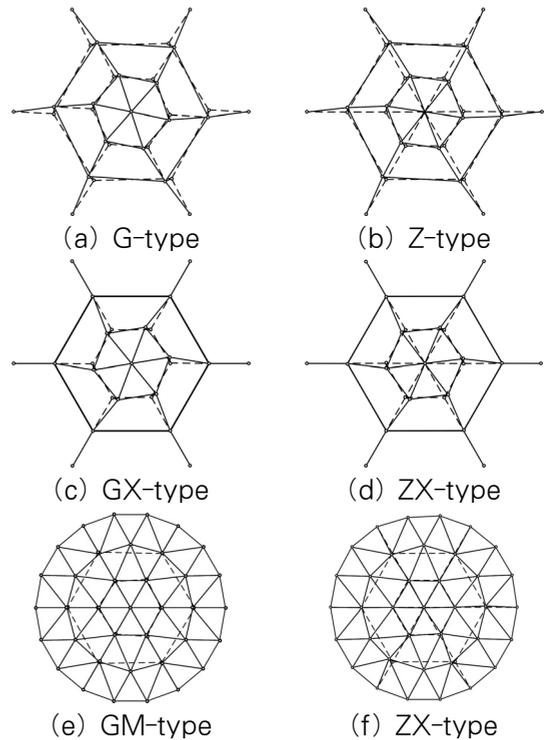
케이블 돔 구조물은 초기 불안정 구조물이므로 구조물의 안정화를 위해 초기장력을 도입하여야 한다. 초기장력은 <그림 06>와 같다.



(a) G, GX 단면도 (b) Z, ZX 단면도  
 <그림 06> 초기장력 (단위: N)

### 4. 비선형해석

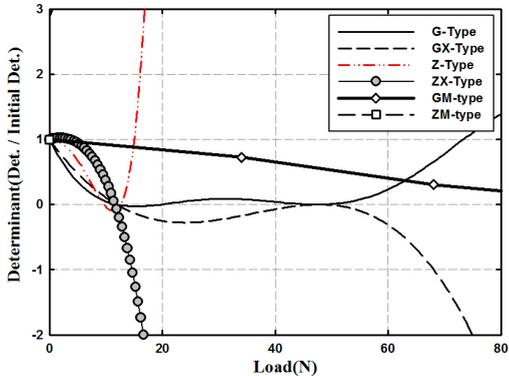
비선형해석의 정적 해석방법으로는 점선강성방정식을 이용하여 step by step으로 해석을 수행하여 임계하중을 찾는다. 본 연구에서는 1번 절점을 (-)Z 방향으로 0.01cm씩 변위를 증분시켜 각 step에서의 하중계수를 구하는 변위증분법을 이용하였다. 정적 불안정해석에서 분기좌굴을 파악하기 위해서는 초기형상불완전(initial imperfection)을 도입하여야 한다. 초기형상불완전은 점선강성행렬의 초기증분에 대한 고유치 해석을 수행하여 얻어지는 1차 고유벡터를 선택하여 이를 초기형상불완전 모드로 한다. 이를 나타내면 <그림 07>와 같다. 여기서, 실선은 상부 부재를, 점선은 하부 부재를 각각 나타낸다.



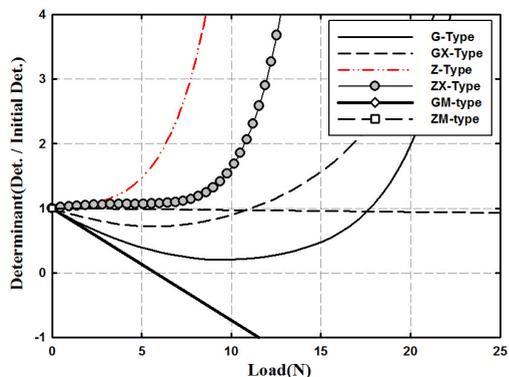
(a) G-type (b) Z-type (c) GX-type (d) ZX-type (e) GM-type (f) ZX-type  
 <그림 07> 초기형상불완전 모드

본 연구에서는 해석 모델의 span을 기준으로 하여 0.1%의 초기형상불완전량을 도입하고, 이들 결과들을 완전형상 모델의 결과와 비교한다. 정적임계하중을 구하기 위해 점선 강성행렬의 행렬식(determinant)을 각 증분 구간에서 구해본다. 각 모델의 완전형상인 경우와 초기불완전량 0.1%를 도입하였을 경우로 나누어 행렬식을 구하면 <그림 08>

과 같다.



(a) Perfection

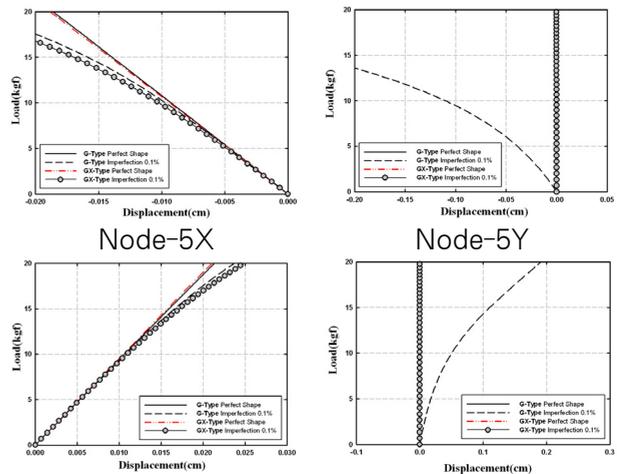


(b) Imperfection 0.1%

<그림 08> 강성변화 비교 그래프

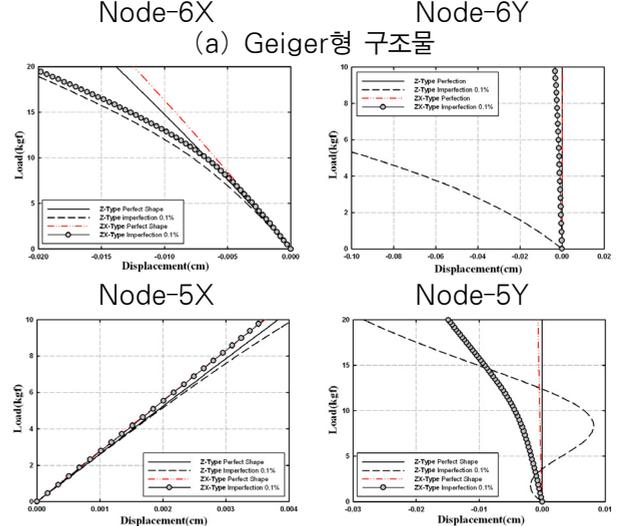
해석 결과 행렬식 값이 0을 나타내는 점은, G-type에서 절점당 하중 11.5N(총하중 149.5N)이고, GX-type은 11.95N(총하중 155.35N), GM-type은 32N(총하중 416N)이며, Z-type에서는 9.54N(총하중 124.02N), ZX-type은 11.41N(총하중 416N)이고, ZM-type에서는 27.25N(총하중 354.25N)이다.

이들 값이 정적 분기좌굴하중으로 브레이싱 보강 후, 분기좌굴 하중이 Geiger형에서는 1.04배, Zetlin형에서는 1.2배 증가 하고, 막재 보강 후에는 Geiger형에서 2.78배, Zetlin형에서는 2.86배가량 증가함을 알 수 있다. 초기형상불완전을 도입한 경우는 행렬식 값이 0을 향해 접근하다 0 근방에서 되돌아가는 것을 알 수 있고, 초기형상불완전이 클수록 이러한 현상은 뚜렷이 나타난다. 이는 초기형상불완전을 도입하면 불안정점 부근에서 새로운 직교좌굴모드의 출현과 함께 변형모드가 변하게 되므로 점차 강성이 안정화해 갈 수 있기 때문이다. 또한, 초기형상불완



Node-5X

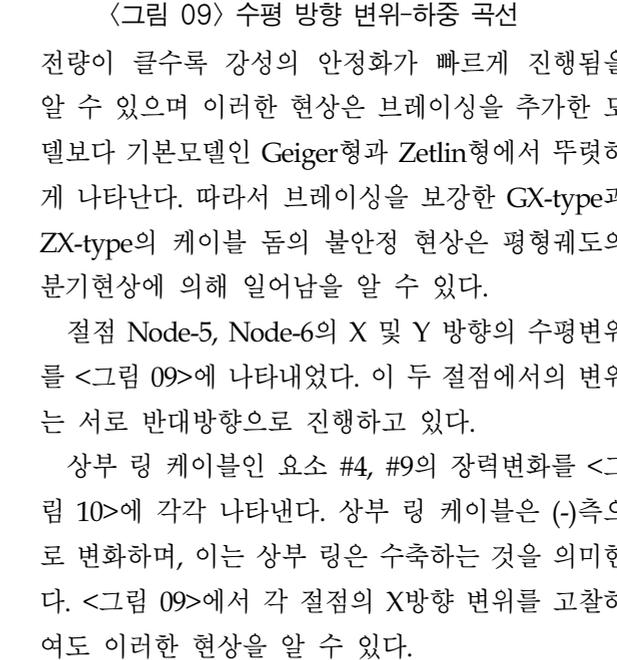
Node-5Y



Node-6X

Node-6Y

(a) Geiger형 구조물



Node-6X

Node-6Y

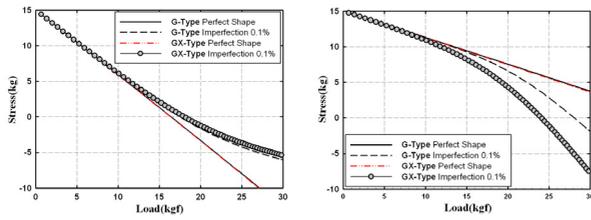
(b) Zetlin형 구조물

<그림 09> 수평 방향 변위-하중 곡선

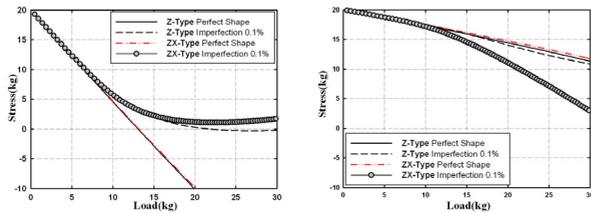
전량이 클수록 강성의 안정화가 빠르게 진행됨을 알 수 있으며 이러한 현상은 브레이싱을 추가한 모델보다 기본모델인 Geiger형과 Zetlin형에서 뚜렷하게 나타난다. 따라서 브레이싱을 보강한 GX-type과 ZX-type의 케이블 돔의 불안정 현상은 평형궤도의 분기현상에 의해 일어남을 알 수 있다.

절점 Node-5, Node-6의 X 및 Y 방향의 수평변위를 <그림 09>에 나타내었다. 이 두 절점에서의 변위는 서로 반대방향으로 진행하고 있다.

상부 링 케이블인 요소 #4, #9의 장력변화를 <그림 10>에 각각 나타낸다. 상부 링 케이블은 (-)측으로 변화하며, 이는 상부 링은 수축하는 것을 의미한다. <그림 09>에서 각 절점의 X방향 변위를 고찰하여도 이러한 현상을 알 수 있다.



Element 4                      Element 9  
(a) Geiger 유형



Element 4                      Element 9  
(b) Zetlin 유형

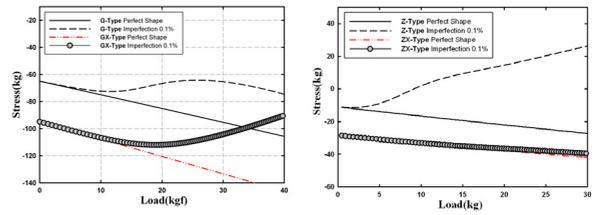
〈그림 10〉 상부 링 케이블의 장력변화

mast #10은 장력이 임계점을 지나더라도 (+)측으로 이동하지 않고 서서히 (-)측으로 이행하며, 특히 이러한 현상이 mast #10에서 뚜렷하게 나타난다. 이는 임계하중 점 부근에서 새로운 직교 좌굴모드의 출현과 함께 구조물 전체가 면내 비틀림에 의해 급격히 불안정상태로 이행하려는 것을 브레이싱이 막아 줌으로 mast내부의 압축력이 증가하기 때문이다. <그림 11>는 mast의 장력변화 그래프이다.

<표 4>는 Tensegrity 구조물의 정적 구조불안정 특성을 파악하기 위하여 Geiger형과 Zetlin형의 모델을 중심으로 브레이싱 및 막재 보강에 따른 구조물의 구조거동 특성을 나타낸 도표이다.

〈표 4〉 구조불안정 좌굴하중 비교

장력 모델	좌굴 하중(N)	좌굴 변위(cm)	(보강후/보강전) ×100
G-type	11.50	-0.17	-
GX-type	11.95	-0.175	103.48%
GM-type	32.00	-0.51	278.26%
Z-type	9.54	-0.20	-
ZX-type	11.41	-0.24	119.60%
ZM-type	27.25	-1.91	285.64%



(a) Geiger형 구조물                      (b) Zetlin형 구조물

〈그림 11〉 Mast 케이블의 장력변화(Element 10)

## 5. 결론

본 연구에서는 셀형 Hybrid 케이블 돔 구조물의 면내 비틀림 현상을 막기 위해 기본모델인 Geiger형과 Zetlin형에 브레이싱 및 막재를 보강했을 때의 효과를 비교분석한다. Tensegrity 구조물에 브레이싱 및 막재 보강에 따른 구조 불안정 거동 특성을 알아보기 위해 비선형해석을 실시하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

- 브레이싱 및 막재를 보강한 Hybrid 돔의 불안정 현상은 평형궤도의 분기현상(bifurcation)에 의해 일어남을 알 수 있다.
- 브레이싱을 보강 시 면내 비틀림에 의한 불안정 상태로의 이행을 막아주기 때문에 임계하중 값이 증가한다. 즉 면내 비틀림 현상을 억제시키는 효과가 있음을 알 수 있다.
- 구조물의 전체좌굴에 대해 안정적인 설계를 위해 국부적인 브레이싱 보강 보다 구조물 전체에 막재 보강이 매우 효율적임을 <표 4>를 통해 알 수 있다.
- 초기형상불완전량에 따라 면내 비틀림이 민감하게 발생함을 알 수 있다.
- 초기형상불완전을 도입하면 불안정점 부근에서 새로운 직교좌굴모드의 출현과 함께 변형모드가 변하게 되므로 점차 강성이 안정화됨을 알 수 있다.

## 감사의 글

본 연구는 교육과학기술부 기초연구사업의 연구비지원(과제번호#20100025193)에 의해 수행되었습니다.

### 참고문헌

1. 김승덕, 김형석, 백인성 "케이블 돔 구조물의 불안정 현상에 대한 브레이싱 보강 효과", 한국공간구조 논문집, 1권, 2호, 2001.12., pp.75-83
2. 김승덕, "Hybrid 케이블 돔 구조물의 비선형 동적 불안정 거동에 관한 연구" 대한건축학회 학술발표논문집, 제21권 제1호, 2001.4, pp.195-198
3. 김민정, 김형석, 김승덕 "케이블 돔 구조물의 막재 보강에 의한 비선형 정적 불안정 거동의 효과", 대한건축학회 학술대회 논문집, 구조계 제21권 제2호, 2001.10, pp.59-62.
4. 손수덕, 김승덕, 강문명 "Flow Truss Dome 구조물의 비대칭 하중모드에 따른 불안정 현상에 관한 연구", 한국공간구조학회 논문집 제2권, 제4호, 2002.12, pp.61-76.
5. 김민정, 백인성, 김형석, 김승덕 "케이블 돔 구조물의 분기좌굴에 대한 브레이싱 보강 효과", 한국전산구조공학회 2001년도 가을 학술발표회 논문집, 2001, pp.167-174

(접 수 일 자 : 2011년 10월 18일)

(심사완료일자 : 2012년 02월 29일)

(게재확정일자 : 2012년 03월 05일)