

스위칭 연결 구조를 갖는 외발형 이동 로봇들에 대한 대형 제어 알고리즘

Formation Control Algorithm for Coupled Unicycle-Type Mobile Robots Through Switching Interconnection Topology

김 흥 근, 심 형 보, 백 주 훈*
(Hongkeun Kim¹, Hyungbo Shim¹, and Juhoon Back²)

¹Seoul National University

²Kwangwoon University

Abstract: In this study, we address the formation control problem of coupled unicycle-type mobile robots, each of which can interact with its neighboring robots by communicating their position outputs. Each communication link between two mobile robots is assumed to be established according to the given time-varying interconnection topology that switches within a finite set of connected fixed undirected networks and has a non-vanishing dwell time. Under this setup, we propose a distributed formation control algorithm by using the dynamics extension and feedback linearization methods, and by employing a consensus algorithm for linear multi-agent systems which provides arbitrary fast convergence rate to the agreement of the multi-agent system. Finally, the proposed result is demonstrated through a computer simulation.

Keywords: formation control, unicycle-type mobile robots, consensus problem, multi-agent systems, switched networks

I. 서론

근래 들어, 다수의 이동 로봇들의 대형을 제어하는 문제가 제어 공학자들 사이에서 큰 각광을 받고 있다 [1,3,6,16,17]. 이 문제를 해결하는 하나의 방법은 개별 로봇들에 대한 경로를 각각 설계하고, 그 경로를 해당 로봇들이 추종할 수 있도록 하는 제어기를 설계하는 것이다 [1,6,17,18]. 여기서 각 경로는 해당 로봇들이 그 경로 위에 있을 때 정해진 대형을 이루도록 미리 설계된다.

이동 로봇들의 대형 제어 문제를 해결하는 또 다른 방법은 최근 제어 공학 분야에서 화두가 되고 있는 다개체 시스템의 일치 제어 알고리즘을 이용하는 것이다. 여기서 다개체 시스템(multi-agent system)이란 다수의 개별 시스템들이 서로 네트워크 통신을 이용하여 정보 교류를 하는 시스템을 말하며, 그 다개체 시스템의 일치 제어 문제(consensus problem)란 개별 시스템들의 특정 정보(가령 상태변수나 출력 정보)가 모두 점근적으로 같아지도록 제어 알고리즘을 설계하는 문제를 말한다[4,9,12,14,15,19,23,24]. 이러한 다개체 시스템의 일치 제어 문제를 대형 제어 문제로 응용한 예로는 [11,13,16]과 같은 논문들이 있다. 논문 [16]에서는 특정한 선형 동역학으로 표현되는 개체들의 대형 제어 문

제를 다루고 있는 반면, [11, 4.4절]과 [13]에서는 비선형 외발형 이동 로봇들(unicycle-type mobile robots, UMRs)의 대형 제어 문제를 다루고 있다. 개체들 간의 정보 교류를 묘사하는 네트워크 연결 관계(network topology, interconnection topology)는 [13,16]에서는 시불변이라고 가정하지만, [11, 4.4절]에서는 네트워크 연결 관계가 빠르게 스위칭하나 고정된 상수 평균을 갖는다고 가정하고 있다.

본 논문에서는 다개체 시스템의 일치 제어 문제를 이용한 외발형 이동 로봇들의 대형 제어 문제를 다룬다. 특히, 이동 로봇들 간의 네트워크 연결 관계가 유한개의 연결된 양방향 시불변 네트워크들(undirected fixed networks) 사이에서 스위칭하고, 각 스위칭 구간들이 비소멸 지속 시간(non-vanishing dwell time)을 갖는 경우를 다룬다. 많은 다개체 시스템의 일치 제어 알고리즘들이 선형 시스템에 국한되어 있는 관계로, 본 논문에서는 동역학 확장(dynamics extension)과 궤환 선형화(feedback linearization)를 이용하여 외발형 이동 로봇들을 선형화한 후, 그 선형 시스템에 대해 일치 제어 알고리즘을 적용함으로써 대형 제어 문제를 해결한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. II 장에서는 다개체 시스템의 네트워크 연결 관계를 묘사하는 도구로써 그 래프 이론을 소개한 후, 이동 로봇들의 대형 제어 문제를 명확히 정의한다. III 장에서는 본 논문의 주요 결과인 이동 로봇들에 대한 대형 제어 알고리즘을 제시하고, 이를 모의 실험을 통해 IV 장에서 입증한다. 마지막으로 V 장에서 본 논문을 마무리 한다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2012. 2. 26., 수정: 2012. 3. 20., 채택확정: 2012. 3. 27.

김흥근, 심형보: ASRI, 서울대학교 전기컴퓨터공학부

(hkkim@cddl.kr/hshim@snu.ac.kr)

백주훈: 광운대학교 로봇학부(backhoon@kw.ac.kr)

※ 본 논문은 2011, 2012년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2011-0026456, 2012-0000921).

II. 문제 정의 및 선행 지식

1. 그래프 이론

다수의 이동 로봇들의 네트워크 통신을 수학적으로 묘사하기 위해 그래프 이론 [7]을 본 논문에서 사용한다.

본 논문에서는 그래프를 $G = (N, E, A)$ 와 같이 표기한다. 여기서 $N := \{1, 2, \dots, N\}$ 는 노드(node)들의 집합을, $E \subseteq N \times N$ 는 노드들의 순서쌍을 원소로 가지는 엣지(edge) 집합을, $A = [\alpha_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 는 가중치 인접 행렬(weighted adjacency matrix)을 나타낸다. 그래프에서 엣지 $(i, j) \in E$ 는 노드 i 에서 노드 j 로 가는 화살표로 표시되며, 이는 가중치 인접 행렬과 다음과 같이 연관되어 있다. $(i, j) \in E$ 이면 $\alpha_{ji} > 0$ 이고, 그렇지 않을 경우 (즉 $(i, j) \notin E$) $\alpha_{ji} = 0$ 이다. 주어진 그래프가 모든 $i, j \in N$ 에 대해서 $(i, j) \in E \Leftrightarrow (j, i) \in E$ 와 $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ 를 만족한다면, 그 그래프를 양방향 그래프(undirected graph)라고 말한다. 노드 i 의 이웃 집합은 $N_i := \{j \in N : (j, i) \in E\}$ 로 정의된다. 노드 i 에서 노드 j 까지 길이 l 의 경로는 노드들의 순열 $(i_1, i_2, \dots, i_{l+1})$ 로 정의된다. 여기서 $i_1 = i$, $i_{l+1} = j$, 그리고 모든 $k = 1, 2, \dots, l$ 에 대해 $(i_k, i_{k+1}) \in E$ 이며, 경로 내에 노드 중복은 없다. 양방향 그래프 G 에서, 임의의 두 노드 $i, j \in N$ 에 대해 노드 i 에서 노드 j 까지의 경로가 항상 존재한다면, 그 양방향 그래프는 연결되었다고 말한다.

양방향 그래프 G 의 라플라시안 행렬(Laplacian matrix) $L = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 은 $L := \mathbb{D} - A$ 로 정의되며, 여기서 $\mathbb{D} := \text{diag}(A1_N)$ 이고 $1_N \in \mathbb{R}^N$ 은 모든 성분이 1인 열벡터이다. 양방향 그래프에서 라플라시안 행렬은 항상 대칭 양반정치(symmetric positive semidefinite, $L = L^T \geq 0$)이다. 이는 양방향 그래프에서의 인접 행렬의 정의 $\alpha_{ij} = \alpha_{ji} \geq 0$ 와 거쉬고린 디스크 정리(Gershgorin disk theorem)으로부터 쉽게 알 수 있다[19]. 또한 L 은 항상 0을 고유치로 가지고, 1_N 은 그에 대응되는 고유벡터이다. 이러한 사실에 기인하여, 라플라시안 행렬의 고유치들을 편의상 $0 = \lambda_1(L) \leq \lambda_2(L) \leq \dots \leq \lambda_N(L)$ 와 같이 정렬한다.

정리 1 [19,25]: 양방향 그래프 $G = (N, E, A)$ 가 주어지고, L 을 G 의 라플라시안 행렬이라 하자. 양방향 그래프 G 가 연결되었다면 $\lambda_2(L) > 0$ 이고, 그 역도 성립한다. \square

2. 문제 정의

다음과 같은 N 개의 외발형 이동 로봇들(그림 1 참고)을 고려해보자[5,6,17,18].

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \cos \theta_i, \\ \dot{y}_i &= v_i \sin \theta_i, \\ \dot{\theta}_i &= w_i, \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

여기서 $i \in N := \{1, 2, \dots, N\}$ 는 각 이동 로봇의 식별번호를, x_i 와 y_i 는 i 번째 이동 로봇의 위치를, θ_i 는 로봇의 방향각을, 그리고 v_i 와 w_i 는 로봇의 선형 속도와 각속도를 나타낸다. 이 이동 로봇의 모델에서 시스템 출력은 $Y_i = [x_i; y_i] \in \mathbb{R}^2$ 로, 입력은 $U_i = [v_i; w_i] \in \mathbb{R}^2$ 로 가정한다.

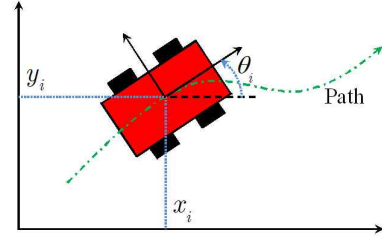


그림 1. 외발형 이동 로봇.

Fig. 1. A unicycle-type mobile robot.

위 N 개의 외발형 이동 로봇들 (1) 사이의 네트워크 연결 관계는 시변 양방향 그래프 $G(t) = (N, E(t), A(t))$ 로 묘사된다고 가정한다. 즉, 노드 집합의 원소 $i \in N$ 는 i 번째 이동 로봇을 나타내며, $(i, j) \in E(t)$ 와 $\alpha_{ji}(t) > 0$ 는 j 번째 이동 로봇이 i 번째 이동 로봇의 출력 정보 Y_i 를 신호 강도 $\alpha_{ji}(t)$ 만큼 받는 것을 의미한다. 특히, 이동 로봇의 대형 제어를 위해 각 이동 로봇들이 다음과 같은 형태로 이웃 이동 로봇들의 출력 정보를 수집해 사용한다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \delta_i(t) &= \sum_{j \in N_i(t)} \alpha_{ij}(t) \{ (Y_j(t) - d_j) - (Y_i(t) - d_i) \} \\ &= - \sum_{j \in N} l_{ij}(t) (Y_j(t) - d_j). \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 $N_i(t) := \{j \in N : (j, i) \in E(t)\}$ 는 시간 t 에서 i 번째 이동 로봇의 이웃 집합을 의미하며, $l_{ij}(t)$ 는 $G(t)$ 의 라플라시안 행렬 $L(t)$ 의 (i, j) 성분을 나타내고, $d_i \in \mathbb{R}^2$ 는 이동 로봇들의 대형을 묘사하는 상수 벡터이다.

이러한 상황에서 다음과 같은 문제를 정의한다.

이동 로봇들의 대형 제어 문제: 주어진 상수 벡터 $d_i \in \mathbb{R}^2$ 와 $i \in N$ 에 대해, 식 (1)로 표현되는 N 개의 이동 로봇들이 다음 조건

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (Y_i(t) - Y_j(t) - d_{ij}) = 0$$

을 만족하도록 하는 제어기

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i &= f(\xi_i, x_i, y_i, \theta_i, \delta_i), \\ U_i &= h(\xi_i, x_i, y_i, \theta_i, \delta_i) \end{aligned} \quad (3)$$

를 설계한다. 여기서 $d_{ij} := d_i - d_j$ 는 각 이동 로봇들 간의 상대 간격을 나타낸다. \square

위의 대형 제어 문제가 풀렸다면, 각 이동 로봇들 간의 상대적인 위치 $Y_i(t) - Y_j(t)$ 가 d_{ij} 로 수렴한다. 또한, 문제에서 제시된 제어기 (3)은 내부적으로는 이동 로봇의 상태 변수를 퀴환 제어에 이용하지만, 네트워크 통신을 통해 이웃 로봇들과 정보를 교환할 시에는 이동 로봇들의 출력 정보 $Y_i(t)$ 와 대형을 묘사하는 벡터 d_i 만을 사용한다는 사실에 유의하라.

III. 주요 결과

이동 로봇의 대형을 제어하는 알고리즘을 제시하기에 앞서, 본 논문에서 고려하는 시변 그래프 $G(t)$ 를 상세히 기

술한다.

가정 1: 주어진 시변 양방향 그래프 $\mathbb{G}(t)$ 에 대해 부분적으로 상수(piecewise constant)이며 우연속(right-continuous)인 스위칭 신호 $\sigma(t): [0, \infty) \rightarrow \{1, 2, \dots, M\}$ 가 존재해서 다음의 조건들을 만족한다.

(a) 모든 $t \geq 0$ 에 대해서 $\mathbb{G}(t) = \mathbb{G}_{\sigma(t)}$ 이다.

(b) 스위칭 신호 $\sigma(t)$ 는 비소멸 지속 시간 $\tau^* > 0$ 을 갖는다. 즉, 모든 $k = 0, 1, 2, \dots$ 에 대해서 $t_{k+1} - t_k \geq \tau^*$ 를 만족한다. 여기서 t_k 는 스위칭 시각을 나타낸다.

(c) M 개의 시불변 양방향 그래프 $\mathbb{G}_1, \mathbb{G}_2, \dots, \mathbb{G}_M$ 들은 모두 연결되어 있다. \square

다음은 본 논문의 주요 결과이다.

정리 2: 가정 1이 성립하고, (A_C, B_C, C_C, D_C) 가 안정한 전달 행렬

$$C(s) = P_2(\epsilon s I + P_1) \frac{1}{\epsilon^6 s + b_0 \epsilon^3} \quad (4)$$

의 임의의 최소 차원 구현(minimal realization)이라 하자. 여기서 b_0 는 임의의 양수이고, $P_1, P_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ 는 모든 고유치들이 열린 우반 복소평면에 놓이는 임의의 행렬들이며, $\epsilon > 0$ 이다. 만약 $v_i(t) \neq 0$ 이면, 다음의 제어기

$$\begin{aligned} \dot{v}_i &= a_i, \\ \dot{\zeta}_i &= A_C \zeta_i + B_C \delta_i, \\ \begin{bmatrix} a_i \\ w_i \end{bmatrix} &= \frac{1}{v_i} \begin{bmatrix} v_i \cos \theta_i & v_i \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} (C_C \zeta_i + D_C \delta_i) \end{aligned} \quad (5)$$

는 충분히 작은 ϵ 에 대해 대형 제어 문제를 해결한다. \square

증명: 이동 로봇의 동역학 (1)은 비선형인 반면, 본 논문에서 대형 제어 문제를 해결하기 위해 사용할 다개체 시스템의 일치 제어 알고리즘 [22]은 선형 시스템으로 국한된다. 따라서, 비선형 이동 로봇들에 동역학 확장 [8]과 궤환 선형화[10] 기법들을 적용하여 선형화한 후, 선형 일치 제어 알고리즘을 적용해 문제를 해결한다.

식 (5)의 v_i -동역학을 이용해, 다음과 같이 동역학 확장이 된 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \cos \theta_i, \\ \dot{y}_i &= v_i \sin \theta_i, \\ \dot{v}_i &= a_i, \\ \dot{\theta}_i &= w_i. \end{aligned}$$

이 확장된 시스템에서는 a_i 와 w_i 가 제어 입력이다. 새로운 상태변수 v_i 가 추가된 것에 유의하라. 위 시스템의 출력이 $Y_i = [x_i; y_i]$ 인 사실을 이용하여, 다음과 같이 궤환 선형화를 수행할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_i &= \begin{bmatrix} 0 & I_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \chi_i + \begin{bmatrix} 0 \\ I_2 \end{bmatrix} \bar{U}_i = A_C \chi_i + B_C \bar{U}_i, \\ \bar{Y}_i &= \begin{bmatrix} I_2 & 0 \end{bmatrix} \chi_i = C_C \chi_i. \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $\chi_i := [Y_i - d_i; \dot{Y}_i]$ 이며

$$\begin{bmatrix} a_i \\ w_i \end{bmatrix} = \frac{1}{v_i} \begin{bmatrix} v_i \cos \theta_i & v_i \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \bar{U}_i$$

이다. 이 시스템 (6)은 균일 랭크(uniform rank) 2를 갖는다는 사실에 유의하라[20].

위의 선형화된 시스템과 (2)로부터, 식 (5)의 ζ_i -동역학을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_i &= A_C \zeta_i + B_C \delta_i, \\ \bar{U}_i &= C_C \zeta_i + D_C \delta_i, \\ \delta_i &= \sum_{j \in \mathbb{N}} \alpha_{ij, \sigma(t)} (\bar{Y}_j - \bar{Y}_i) = - \sum_{j \in \mathbb{N}} l_{ij, \sigma(t)} \bar{Y}_j. \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\alpha_{ij, \sigma(t)}$ 와 $l_{ij, \sigma(t)}$ 는 각각 시변 그래프 $\mathbb{G}_{\sigma(t)}$ 의 인접 행렬 $\mathbb{A}_{\sigma(t)}$ 와 라플라시안 행렬 $L_{\sigma(t)}$ 의 (i, j) 번째 성분을 나타낸다.

동역학 확장과 궤환 선형화로부터 얻어낸 선형 시스템 (6)과 그에 해당하는 제어기 (7)을 이용하여 i 번째 시스템의 전체 동역학을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{X}_i &= \begin{bmatrix} A_C & B_C C_C \\ 0 & A_C \end{bmatrix} X_i + \begin{bmatrix} B_C D_C \\ B_C \end{bmatrix} \delta_i =: A X_i + B \delta_i, \\ \bar{Y}_i &= \begin{bmatrix} C_C & 0 \end{bmatrix} X_i =: C X_i. \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $X_i := [x_i; \zeta_i]$ 이다. 행렬들 A_C, B_C, C_C, D_C 가 전달 행렬 $C(s)$ 의 최소 차원 구현이란 점에 유의하라. 이로부터 전체 N 시스템들의 동역학 또한 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\dot{X} = \{I_N \otimes A - L_{\sigma(t)} \otimes BC\} X.$$

여기서 $X := [X_1; X_2; \dots; X_N]$ 이고 \otimes 는 크로네커 곱(Kronecker product)를 나타낸다.

전달 행렬 (4)와 균일 랭크 2를 갖는 시스템 (6)에 의해서, 충분히 작은 $\epsilon > 0$ 에 대해 식 (8)에 있는 행렬들 A, B, C 가 부록의 조건 (A.4)를 만족한다. 이는 제어기 행렬들 A_C, B_C, C_C, D_C 가 페루프 시스템에 임의로 빠른 수렴 속도를 제공하도록 설계되었기 때문이다[20-22]. 따라서 부록의 정리 A.1에 의해 식 (8)의 N 개의 시스템들은 점근적으로 상태변수 일치를 이룬다. 즉,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|X_i(t) - X_j(t)\| = 0, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}$$

을 만족한다. 이 결과와 상태변수 X_i 의 정의 $X_i := [Y_i - d_i; \dot{Y}_i; \zeta_i]$ 로부터, 이동 로봇들의 대형 제어 문제가 풀린다는 것을 알 수 있다. \blacksquare

IV. 모의 실험

본 모의 실험에서는 3대의 이동 로봇들 (1)이 벡터들

$$d_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 10\sqrt{3} \end{bmatrix}, \quad d_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad d_3 = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

로 묘사되는 정삼각형 대형을 이루고자 하는 경우를 고려한다. 이동 로봇들 간의 네트워크 통신 $\mathbb{G}_{\sigma(t)}$ 는 그림 2와 같이 모든 연결된 이진(binary. 즉, $\alpha_{ij, \sigma(t)} \in \{0, 1\} \quad \forall t \geq 0$)

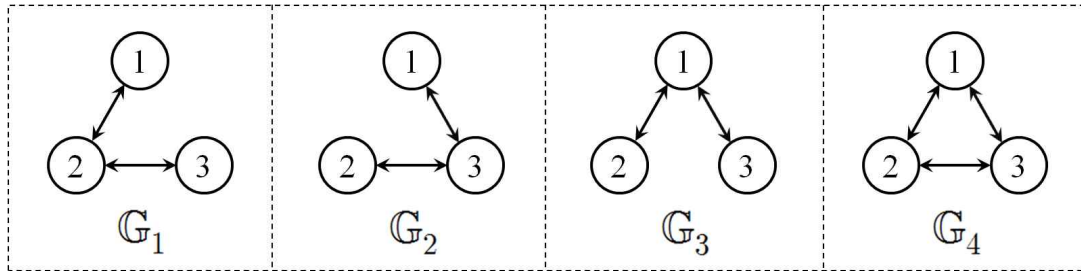


그림 2. 4개의 연결된 시불변 양방향 그래프들. 각 원은 해당 이동 로봇을, 화살표는 두 이동 로봇들이 서로 출력 정보를 주고 받는 것을 의미한다.

Fig. 2. The four undirected graphs, each of which is fixed and connected. Each circle denotes the corresponding UMR, while each arrow implies the information flow between the two UMRs connected by the arrow.

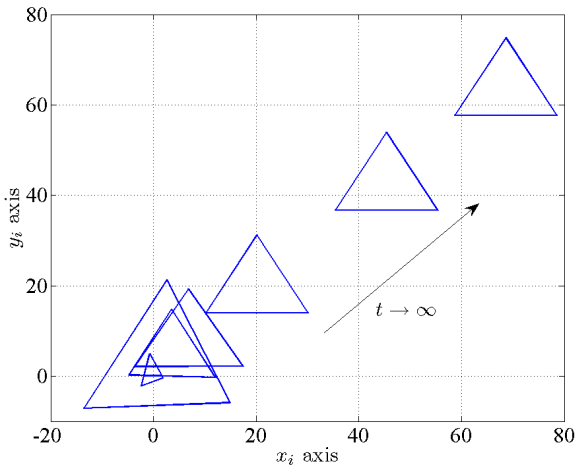


그림 3. 모의 실험 결과. 각 삼각형은 특정 시간에서의 이동 로봇들의 대형을 나타내며, 3대의 이동 로봇들은 삼각형의 꼭짓점에 각각 위치해있다. 편의상 개별 로봇의 식별자는 생략하였다.

Fig. 3. A simulation result. Each triangle represents the configuration of the UMRs at a specific time and the vertices of each triangle are the locations of the three UMRs at that time. For brevity, the identifiers of the UMRs are omitted.

양방향 그래프들 사이에서 무작위 스위칭을 하며, 동시에 각 스위칭 구간이 $0.1 \leq t_{k+1} - t_k \leq 0.15$ 을 만족한다고 가정한다. 따라서 비소멸 지속 시간은 $\tau^* = 0.1\text{sec}$ 이다.

이러한 상황에서 이동 로봇의 대형 제어를 위해, 전달 행렬 (4)의 설계 변수들을 다음과 같이 설계 또는 선정하였다: $P_1 = P_2 = I_2$, $b_0 = 1$, $\epsilon = 0.5$. 이로부터 제어기 (4)의 최소 차원 구현을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$A_C = -8I_2, \quad B_C = 16I_2, \quad C_C = -12I_2, \quad D_C = 32I_2.$$

전달 행렬 (4)의 분모 차수는 1이나, 행렬 A_C 의 차원은 2란 사실을 주의하라. 이는 다중 입·출력 시스템의 경우, 특성 방정식이 $C(s)$ 의 모든 소행렬식(minor)들의 분모들의 최소 공배수로 정의되기 때문이다[2, 7.6절].

그림 3은 앞에서 구한 제어기 (5)를 이용해 수행한 모의

실험 결과이다. 이 모의 실험에서 모든 시스템 초기값들은 임의로 선정되었다. 그림 3으로부터 3대의 이동 로봇들이 시간이 흐름에 따라 정해진 대형을 갖추어 나간다는 사실을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 다수의 시스템들 간의 대형 제어 문제를 최근 각광 받고 있는 다개체 시스템의 일치 제어 문제 관점에서 해석하였으며, 그를 기반으로 스위칭 네트워크 통신 하에서 외발형 이동 로봇들에 대한 대형 제어 알고리즘을 제시하였다. 많은 일치 제어 알고리즘들이 선형 시스템에만 적용 가능한 반면, 외발형 이동 로봇의 동역학은 비선형인 관계로, 동역학 확장과 케환 선형화 기법들을 이용하여 대형 제어 문제를 해결하였다.

본 논문에서 제안한 대형 제어 알고리즘은 두 가지 단점이 있다. 첫째, 제안된 알고리즘 (4)가 고이득 기반인 관계로 측정 잡음에 민감하게 반응한다는 것을 예상할 수 있다. 둘째로 제시된 알고리즘이 적절히 동작하기 위해서는 이동 로봇의 선형 속도 $v_i(t)$ 가 항상 0이 아니어야 한다. 일치 제어 관점에서 외발형 이동 로봇들의 대형 제어 문제를 다루는 동시에, 이 조건도 완화하는 연구 수행은 의미있는 일이라 할 수 있다.

부록: 선형 다개체 시스템의 일치 제어 문제

다음과 같은 N 개의 제어 가능(controllable), 관측 가능(observable)한 선형 시스템들

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_i &= A_C \chi_i + B_C u_i, \\ y_i &= C_C \chi_i \end{aligned} \tag{A.1}$$

과 그에 대응하는 N 개의 제어기들

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_i &= A_C \zeta_i + B_C \delta_i, \\ u_i &= C_C \zeta_i + D_C \delta_i, \\ \delta_i &= \sum_{j \in \mathbb{N}} \alpha_{ij, \sigma(t)} (y_j - y_i) \end{aligned} \tag{A.2}$$

을 고려하자. 여기서 $\chi_i \in \mathbb{R}^n$, $\zeta_i \in \mathbb{R}^m$ 이며 $i \in \mathbb{N} := \{1, 2, \dots, N\}$ 로 정의된다. 개별 시스템들 간의 네트워크 연결 관계는 가정 1을 만족하는 연결 관계 $\mathbb{G}_{\sigma(t)}$ 로 한정한다. 이

들 시스템 (A.1)과 제어기 (A.2)로부터 개별 시스템의 동역학을 다음과 같이

$$\begin{aligned}\dot{X}_i &= AX_i + B\delta_i, \\ y_i &= CX_i,\end{aligned}\quad (\text{A.3})$$

그리고 전체 N 시스템들의 동역학을

$$\dot{X} = \{I_N \otimes A - L_{\sigma(t)} \otimes BC\}X$$

와 같이 각각 구할 수 있다. 여기서 행렬들 A, B, C 는 식 (8)에 정의되어 있으며, $L_{\sigma(t)}$ 는 $\mathbb{G}_{\sigma(t)}$ 의 라플라시안 행렬이다.

네트워크 연결 관계를 묘사하는 그래프 $\mathbb{G}_{\sigma(t)}$ 의 속성으로 인해서, 모든 $t \geq 0$ 에 대해서 $L_{\sigma(t)} \in \{L_1, \dots, L_M\}$ 를 만족한다. 각 상수 라플라시안 행렬들이 대칭 양반정치이므로, 이들은 항상 $T_\nu L_\nu T_\nu^{-1} = \Lambda := \text{diag}(0, \lambda_2^\nu, \dots, \lambda_N^\nu)$ 와 같이 대각화가 가능하다. 여기서 $\nu = 1, \dots, M$ 이다.

정리 A.1 [22]: 가정 1이 성립한다고 하자. 만약 식 (A.3)에 있는 시스템 행렬들이 다음 조건

$$\begin{aligned}\|e^{(A - \lambda_i^\nu BC)t}\| &\leq \frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} \frac{c}{\max_\nu (\|T_\nu\| \|T_\nu^{-1}\|)}, \quad (\text{A.4}) \\ \forall i &= 2, \dots, N, \nu = 1, \dots, M, t \geq \tau^*\end{aligned}$$

을 만족하도록 제어기 행렬들 A_C, B_C, C_C, D_C 를 설계할 수 있다면, 다개체 시스템의 일치 제어 문제가 풀린다. 즉,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|X_i(t) - X_j(t)\| = 0, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}$$

을 만족한다. 여기서 $\lambda_{\min} := \min_\nu \lambda_2^\nu$, $\lambda_{\max} := \max_\nu \lambda_N^\nu$ 이며, c 는 $0 < c < 1$ 를 만족하는 상수이다. \square

가정 1(c)와 정리 1에 의해서 항상 $0 < \lambda_2^\nu \leq \dots \leq \lambda_N^\nu$, $\nu = 1, \dots, M$ 이 만족된다는 사실에 유의하라.

참고문헌

- [1] T. D. Barfoot and C. M. Clark, "Motion planning for formations of mobile robots," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 46, no. 2, pp. 65-78, 2004.
- [2] C.-T. Chen, *Linear System Theory and Design*, 3rd Ed., Oxford University Press, New York, 1999.
- [3] Q. Chen and J. Y. S. Luh, "Coordination and control of a group of small mobile robots," *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2315-2320, 1994.
- [4] J. A. Fax and R. M. Murray, "Information flow and cooperative control of vehicle formations," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1465-1476, 2004.
- [5] J. Ghommam, H. Mehrjerdi, M. Saad, and F. Mnif, "Adaptive coordinated path following control of non-holonomic mobile robots with quantised communication," *IET Control Theory and Applications*, vol. 5, no. 17, pp. 1990-2004, 2011.
- [6] J. Ghommam, M. Saad, and F. Mnif, "Formation path following control of unicycle-type mobile robots," *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1966-1972, 2008.
- [7] C. D. Godsil and G. Royle, *Algebraic Graph Theory*, Springer, Graduate Texts in Mathematics, vol. 207, 2001.
- [8] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, 3rd Ed., Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [9] A. Jadbabaie, J. Lin, and A. S. Morse, "Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 6, pp. 988-1001, 2003.
- [10] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, 3rd Ed., Prentice Hall, New Jersey, 2002.
- [11] H. Kim, *Consensus and Synchronization Among Output-Coupled Identical and Non-Identical Linear Systems Through Fast Switching Network*, Ph.D. thesis, Seoul National University, Department of Electrical Engineering and Computer Science, South Korea, 2012.
- [12] H. Kim, S. Kim, H. Shim, and J. Back, "Order reduction paradigm for consensus of neutrally stable multi-agent systems," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 16, no. 3, pp. 222-226, 2010.
- [13] H. Kim, H. Shim, and J. Back, "Formation stabilization of unicycle-type mobile robots via consensus algorithm," *Proc. of the 41st KIEE Summer Conference (in Korean)*, pp. 1615-1616, 2010.
- [14] H. Kim, H. Shim, J. Back, and J. H. Seo, "Consensus of multi-agent systems under periodic time-varying network," *Proc. of the 8th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, pp. 155-160, 2010.
- [15] J. Kim, H. Kim, H. Shim, and J. Back, "Output consensus of non-identical and stabilizable linear systems having the same transfer matrix," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 17, no. 9, pp. 857-862, 2011.
- [16] G. Lafferriere, A. Williams, J. Caughman, and J. Veerman, "Decentralized control of vehicle formations," *Systems & Control Letters*, vol. 54, no. 9, pp. 899-910, 2005.
- [17] B. S. Park, *Adaptive Formation Control for Nonholonomic Mobile Robots Including Actuator Dynamics*, Ph.D. thesis, Yonsei University, Department of Electric and Electronics, South Korea, 2011.
- [18] B. S. Park, S. J. Yoo, J. B. Park, and Y. H. Choi, "A simple adaptive control approach for trajectory tracking of electrically driven nonholonomic mobile robots," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 18, no. 5, pp. 1199-1206, 2010.
- [19] W. Ren, R. W. Beard, and E. M. Atkins, "Information

consensus in multivehicle cooperative control: Collective group behavior through local interaction,” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 27, no. 2, pp. 71-82, 2007.

- [20] A. Saberi, “Simultaneous stabilization with almost disturbance decoupling-uniform rank system,” *Automatica*, vol. 23, no. 5, pp. 653-656, 1987.
- [21] A. Saberi and P. Sannuti, “Time-scale structure assignment in linear multivariable systems using high-gain feedback,” *International Journal of Control*, vol. 49, no. 6, pp. 2191-2213, 1989.
- [22] J. H. Seo, J. Back, H. Kim, and H. Shim, “Output feedback consensus for high order linear systems having uniform ranks under switching topology,” *To appear in IET Control Theory and Applications*, 2012.
- [23] J. H. Seo, H. Shim, and J. Back, “Consensus of high-order linear systems using dynamic output feedback compensator: Low gain approach,” *Automatica*, vol. 45, no. 11, pp. 2659-2664, 2009.
- [24] S. E. Tuna, “LQR-based coupling gain for synchronization of linear systems,” arXiv:0801.3390v1 [math.OC], available from <http://arxiv.org/abs/0801.3390>, 2008.
- [25] P. Wieland, “From static to dynamic couplings in consensus and synchronization among identical and non-identical systems,” Ph.D. thesis, University of Stuttgart, Institute for Systems Theory and Automatic Control, Germany, 2011.



김 홍 근

2005년 한양대 전기전자컴퓨터공학부 졸업. 2005년~2012년 서울대학교 전기컴퓨터공학부 석·박사통합. 2012년~현재 서울대학교 전기컴퓨터공학부 박사후 연구원. 관심분야는 다개체 시스템, 출력제어.



심 형 보

1993년 서울대 전기공학과 졸업. 1995년 동 대학원 석사. 2000년 동 대학 박사. 2003년~현재 서울대학교 전기컴퓨터공학부 교수. 관심분야는 스위칭 시스템, 다개체 시스템, 바이오 시스템.



백 주 훈

1997년 서울대 기계설계학과 졸업. 1999년 동 대학원 석사. 2004년 서울대 전기공학부 박사. 2007년~2008년 고려대학교 기계공학부 연구교수. 2008년~현재 광운대학교 로봇학부 교수. 관심분야는 비선형 제어, 다개체 시스템, 풍력 발전 제어 시스템.