

비정상적 수요를 갖는 품목들의 통합발주정책

양영현¹ · 김종수^{2†} · 김태영³

¹한양대학교 정보경영공학과 / ²한양대학교 산업경영공학과 / ³동양미래대학 경영학부

Joint Replenishment Policy for Items with Non-stationary Demands

Young Hyeon Yang¹ · Jong Soo Kim² · Tai Young Kim³

¹Department of Information and Management Engineering, Hanyang University, Seoul, South Korea

²Department of Industrial and Management Engineering, Hanyang University, ERICA Campus, Ansan, South Korea

³Department of Business Management, Dongyang Mirae University, Seoul, South Korea

This paper concerns a joint replenishment problem for a single buyer who sells multiple types of items to end-customers. The buyer periodically replenishes the inventory of each item to a preset order-up-to-level to satisfy the end customers' demands, which may be non-stationary. A joint replenishment policy characterized by variable order-up-to-levels is proposed for the buyer who wishes to minimize the expected cost of operating the retail system.

The proposed policy starts each period by calculating the expected cost of ordering and not ordering action based on the information of the current inventory position and forecasted demand for the upcoming period. It then takes advantage of an integer programming model to get a cost effective joint replenishment plan.

Computer experiment was performed to test efficiency of the proposed policy. When compared with the most efficient policy currently available, our policy showed a considerable cost savings especially for the problems having non-stationary demands.

Keywords: Inventory Control, Joint Replenishment Problem, Non-stationary Demand

1. 서론

본 논문에서는 단일 구매자가 정해진 주기마다 다수 품목을 단일 공급자에게 발주하는 유통시스템을 분석하였다. 이 시스템에서 구매자는 최종 소비자의 수요를 충족시키면서 동시에 총비용을 최소화하기 위해 기간마다 각 품목들의 적절한 재고수준을 결정한다. 이처럼 다수 품목을 한꺼번에 발주할 때 비용을 최소화하는 문제를 통합발주문제(joint replenishment problem; JRP)라 부르며 이에 관하여 이전부터 많은 연구가 수행되어왔다. 본 연구에서는 구매자가 품목들의 현재 재고상태와 수요예측을 통해 다음 기간의 기대비용을 계산하고 이를 기준으로 시스템의 비용을 최소화하는 발주정책을 결정하는 방법을 개발한다.

본 연구에서 제안하는 정책은 대형 할인점과 같은 유통

시스템에서 판매되는 다양한 non-perishable 제품을 보다 효율적으로 관리하는 것을 목표로 한다. 이러한 제품들의 수요는 계절 요인과 주기적 요인을 포함하는 비정상 수요과정(non-stationary demand process)에 속하는 경우가 많다. 수요가 비정상 수요과정인 경우에는 두 가지 주목할 만한 특징을 가진다. 첫째는 수요의 확률분포가 자주 바뀌게 된다는 것이다. 이는 미래 수요의 확률분포를 예측하는데 어려움을 주게 된다. 두 번째 특징은 수요의 분포가 알려진 확률분포가 아닌 경우가 많다는 것이다.

기존의 재고관리정책들은 대부분 수요가 특정 확률분포를 따르거나, 미래 수요의 분포를 예측할 수 있다는 가정을 전제로 하고 있다. 따라서 기존의 정책들은 위에서 언급한 비정상 수요를 갖는 non-perishable 제품을 관리하는 데는 적합하지 않은 약점을 가지고 있다. 이와 같은 상황에 주목하여 수요분포에

† 연락처: 김종수 교수, 425-791 경기도 안산시 한양대학교 에리카캠퍼스 산업경영공학과, Tel : 031-400-5263, Fax : 031-409-2423, E-mail : pure@hanyang.ac.kr

2011년 5월 4일 접수; 2012년 2월 27일 수정본 접수; 2012년 5월 17일 게재 확정.

대한 제한적인 가정에 기반을 두지 않으면서 비정상 수요를 갖는 다수의 품목을 효율적으로 관리할 수 있는 통합발주 정책을 제안하고자 한다.

2. 이전 연구 고찰

통합발주에 관한 이전 연구들은 수요의 특성에 따라 세 가지로 분류할 수 있다. 첫 번째 분류는 확정적인 수요(deterministic demand)를 대상으로 한 연구로써 Silver(1976), Viswanathan (1996), Fung and Ma(2001), Porras and Dekker(2008) 등에 의해 수행되었다. 이들 연구의 목적은 주로 구매자의 비용을 최소화하는 발주주기 또는 최적의 발주량을 결정하는 것이다.

두 번째 분류는 확률적이고 정상적 수요(stochastic and stationary demand)를 대상으로 한 연구이며, 이들 연구의 목적은 기대 총비용을 최소화하는 것이다. 이 연구들은 크게 연속적 재고관리와 주기적 재고관리정책에 관한 것들로 나누어진다. 연속적 재고관리에 관한 연구로는 Viswanathan(1997), Ohno and Ishigaki(2001), Melchior(2002), Johansen and Melchior(2003) 등이 있으며, 주기적 재고관리연구로는 Nielsen and Larsen (2005), Eynan and Kropp(2007), Larsen(2009), Guchhait *et al.* (2010) 등의 연구들이 있다.

마지막 분류는 본 연구와 직접 관련된 비정상적인 수요 (non-stationary demand)를 대상으로 한 연구이다. 이 분류에 속하는 연구들을 더욱 세분화하면 생산시스템(production system)과 유통시스템(retail system)을 대상으로 한 연구들로 나눌 수 있다.

Table 1. Literature review

Demand type	Contributor	Contribution
Deterministic demand	Silver(1976)	· 통합발주에서 기본 발주주기(T)와 품목별 발주 주기를 결정하는데 사용하는 배수 값(k_i)을 구하는 근사해법을 제시함
	Viswanathan(1996)	· 기본 발주주기(T_0)와 품목별 발주 주기를 결정하는데 사용하는 배수 값(t_i)의 최적 해를 구하는 새로운 해법을 제시함
	Fung and Ma(2001)	· 기본 발주주기 (T)와 품목별 발주 주기를 결정하는데 사용하는 변수 값(k_i)을 신속하게 구하는 반복적 해법을 제시함
	Porras and Dekker(2008)	· 기존의 통합발주문제에 비 발주의 경우를 고려하여 기본 발주주기(T)와 품목별 발주를 결정하는데 사용하는 배수 값(k_i)을 구하는 해법을 제시함
Stochastic but stationary demands	Viswanathan(1997)	· 품목별 재고를 (s, S)정책으로 관리하여 정해진 주기 마다 통합 발주하는 $P(s, S)$ 정책을 제시함
	Ohno and Ishigaki(2001)	· 수요가 복합 포아송과정을 따를 때 기대 총 비용을 최소화하는 (σ, S) 정책의 결정변수 σ 와 S 의 최적 값을 구하는 해법을 제시함
	Melchior(2002)	· 발주비용과 품목들의 발주 여부에 따라 절감되는 기대이익을 고려하여 캔오더 정책(can-order policy)의 결정변수를 구하는 해법을 제시함
	Johansen and Melchior (2003)	· 주기적 재고관리시스템을 응용한 캔오더 정책의 결정변수를 구하는 근사해법을 제시하였으며, 특히 불규칙성이 큰 수요에서 기존의 주기적 재고관리정책보다 최대 15%의 비용절감을 보임
	Nielsen and Larsen(2005)	· 포아송 수요과정에서 미리 정해진 여러 가지 전체발주량에 대해 $Q(s, S)$ 정책의 결정변수를 구하고, 총비용이 최소가 되는 최적의 전체발주량을 결정하는 해법을 제시함
	Eynan and Kropp(2007)	· 구매자의 총비용을 최소화하는 기본 발주주기(T), 품목별 발주 주기를 결정하는데 사용하는 배수 값(k_i), 안전계수(z_i)를 구하는 간단한 근사해법을 제시하고, 근사해가 최적해와 0.01% 이내의 오차가 있음을 증명함
	Larsen(2009)	· 수요가 복합 상관 포아송 과정(compound correlated Poisson process)을 따를 때 수요 간에 상관관계가 $Q(s, S)$ 정책의 효율성에 미치는 영향을 분석함
	Guchhait <i>et al.</i> (2010)	· 제품의 보관 기간과 누적된 재고량에 의해 파손율이 결정되는 파손가능 제품(breakable items)의 주기적 재고관리모형을 제시함
Non-stationary demands	Joneja(1987)	· 생산의 계획기간 동안 공급자의 보관비용과 주문비용을 최소화하는 품목의 주문량, 생산시점, 생산 로트크기의 결정에 대해 연구함
	Martel <i>et al.</i> (1997)	· 확률적 또는 비정상적인 수요를 갖는 품목들의 구매계획의 효율성에 대해 연구하였고, 난해한 순차적 의사결정문제를 다 기간 정적인 의사결정문제로 변형하여 매 기간의 구매량을 구하는 해법을 제시함
	Dodin and Elhafsi(2004)	· 다수 품목을 생산하는 단일 설비시스템에서 계획기간 동안 제조업자의 보관비용과 품절비용을 최소화하는 생산량을 분지한계법을 이용해 도출함
	Lee and Chew(2005)	· 기수마다 다음 기간의 수요를 예측하여 구매자의 재고관련 총비용을 최소화하도록 발주량과 재주문점을 구하는 주기적 재고관리정책을 제시함
	Seth and Pandey(2009)	· 기수마다 예측한 다음 기간의 수요를 기반으로 제조업자의 관련비용을 최소화하도록 생산수준을 결정하는 구매계획에 대해 연구함

생산시스템에 관한 연구로는 Joneja(1987), Dodin and Elhafsi (2004), Seth and Pandey(2009) 등이 있다. 이들 연구는 효율적인 생산수준을 결정하여 제조업자의 관련비용을 최소화하는 생산시스템에 대한 연구로 유통시스템을 다루는 본 연구와는 근본적으로 다르다고 할 수 있다.

유통시스템에 대한 연구로는 Martel *et al.*(1997), Lee and Chew(2005)가 있다. Martel *et al.*(1997)은 확률적 또는 비정상적인 수요를 갖는 품목들의 구매계획에 대한 연구이다. 이 연구에서는 난해한 순차적 의사결정문제를 다 기간 정적인 의사결정문제로 변형하여 매 기간의 구매량을 결정하는 효율적인 해법을 제시하였다. Lee and Chew(2005)는 발주주기가 변하는 통합발주정책에 대하여 연구하였다. 이 정책에서는 매 기간 미래 수요를 예측하고, 수요정보를 이용하여 각 품목의 발주량과 재주문점을 결정하였다. 이들 이전 연구들에 대한 설명은 <Table 1>에 정리되어 있다.

본 연구는 Lee and Chew(2005)와 유사한 문제를 대상으로 한다. 하지만 이전 연구와 구별되는 가장 큰 특징은 미래 수요분포에 대한 정보를 이용하지 않는 것과 각 품목에 대한 발주와 통합발주결정이 다음 기간에 예상되는 기대비용으로 표현된 정수계획법 모형을 통해 결정된다는 점이라 할 수 있다. 이어지는 제 3장에서는 문제를 정의하고, 제 4장에서 다품목 통합발주문제에 대한 해법을 소개하기로 한다. 제 5장에서 해법의 효율성을 검증하고 마지막 제 6장에서는 결론 및 향후 과제를 제시하기로 한다.

3. 문제정의

본 연구의 구매자는 할인점과 같은 유통시스템의 구성원으로 다수의 품목을 주기적으로 공급자에게 발주하고 이를 최종 소비자에게 판매하는 역할을 한다. 유통시스템에서 판매되는 제품들은 공산품과 같이 보관 기간이 무한한 제품(non-perishable item)과 채소나 과일과 같은 농산품이나 축산제품처럼 보관 기간이 유한한 제품(perishable item)으로 나뉘게 된다. 본 연구는 이들 중 특히 보관 기간이 무한한 제품들을 대상으로 하며 TV, 세탁기, 등산의류, 스포츠용품 등이 그 예에 속한다. 이러한 제품들의 수요는 계절적 요인과 증가나 감소의 경향을 뚜렷하게 보이므로 대부분 비정상적인 시계열로 분류된다.

이러한 제품들의 재고관리는 주기적 관리방식인 order-up-to-levels 방식을 주로 사용하므로 본 논문에서도 구매자는 주기적 재고관리정책을 사용한다고 가정한다. 그리고 품질이 난 수요는 대기하고 품질비용은 품질이 난 개수에 비례하여 발생한다고 간주하며 발주지연시간은 무시할 정도로 작다고 가정한다.

또한, 일반적인 통합발주문제와 같은 가정을 적용하여, 적어도 한 품목이 발주되는 경우에 일정하게 정해진 주 발주비용 (major ordering cost)이 발생하고, 발주되는 품목별로 부 발주

비용(minor ordering cost)이 발생한다고 본다. 위와 같은 특성이 있는 시스템을 대상으로 기간 초의 재고상태와 수요예측치를 이용하여 비정상수요를 갖는 제품들을 통합발주하는 방법을 제시하기로 한다.

본 논문에서 사용하는 기호는 다음과 같다.

i	제품번호, $i = 1, \dots, I$,
τ	기(period), $\tau = 1, \dots, T$,
R	발주시간간격(년),
A	주 발주비용(원/회),
$d_{i\tau}$	품목 i 의 τ 기의 수요(개),
$f_{i\tau}$	품목 i 의 $\tau-1$ 기 말에 예측한 τ 기 수요의 예측치(개),
$\varepsilon_{i\tau}$	$f_{i\tau}$ 의 오차(개), 따라서 $\varepsilon_{i\tau} = d_{i\tau} - f_{i\tau}$,
$\sigma_{i\tau}$	τ 기 초에 갱신한 품목 i 의 수요 예측치오차의 표준 편차(개),
$I_{i\tau}$	품목 i 의 τ 기 초 발주량 도착직전의 재고수준(개),
α_i	품목 i 의 부 발주비용(원/회),
k_i	품목 i 의 안전계수,
h_i	품목 i 의 단위재고를 1년간 보관하는데 소요되는 보관비용(원/개·년),
b_i	품목 i 의 단위품질비용(원/개),
$s_{i\tau}$	품목 i 의 τ 기 초 발주량 도착 직후를 기준시점으로 한 목표 재고수준(개),
$q_{i\tau}$	품목 i 의 τ 기 초 적정발주량(개),
$u_{i\tau}$	품목 i 를 발주하는 경우 τ 기에 발생하는 비용의 기댓값(원),
$v_{i\tau}$	품목 i 를 발주하지 않는 경우 τ 기에 발생하는 비용의 기댓값(원).

4. 통합발주정책

이 장에서는 통합발주정책을 소개한다. 이 정책은 보충수준을 기간별로 변동시키는 특징이 있으므로, 지금부터는 제안하는 정책을 Multiple Item Variable Level (MIVL)정책이라 부르기로 한다. 현재시점을 $\tau-1$ 기 말이라고 가정하면 MIVL정책은 품목별로 현재 시점을 기준으로 τ 기 수요를 예측한다. 품목 i 의 τ 기 수요에 대한 예측치를 앞에서 정의한 기호를 이용하여 $f_{i\tau}$ 라고 나타내면 예측오차의 정의에 따라 다음 식이 성립하게 된다.

$$\varepsilon_{i\tau} = d_{i\tau} - f_{i\tau}. \quad (1)$$

대부분 예측방법의 예측오차는 평균 0인 정규분포를 따르므로 여기서도 그렇게 가정하기로 한다(Montgomery *et al.*, 1990). 이 때 예측오차의 확률분포함수는 <Figure 1>처럼 나타낼 수 있다. 만약 구매자가 안전재고를 보유하지 않고

예측치만큼 재고를 가지고 해당 주기를 시작한다면 주기 중에 50%의 확률로 품질이 발생할 것이다. 그 이유는 예측 오차량의 값을 가질 때 품질이 발생하게 되고, 그 확률은 <Figure 1>에서 보듯이 50%이기 때문이다.

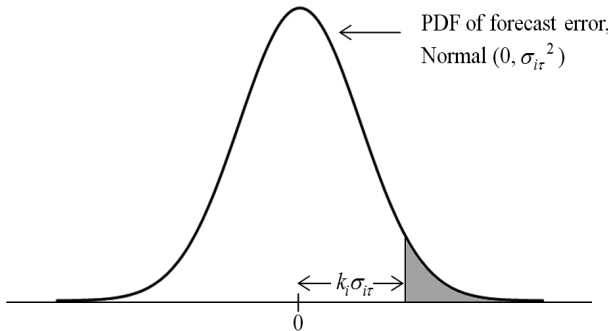


Figure 1. Probability distribution of forecast error

만약 안전재고의 수준을 $k_i \sigma_{i\tau}$ 로 책정한다면 실제로 해당 기간 초에 보유하는 목표 재고 수준은

$$s_{i\tau} = f_{i\tau} + k_i \sigma_{i\tau} \quad (2)$$

가 될 것이다. 이 경우 예측오차가 $k_i \sigma_{i\tau}$ 이하가 되면 품질이 발생하지 않을 것이다. 품질은 예측오차가 $k_i \sigma_{i\tau}$ 을 초과하는 경우에 발생하므로 해당 주기 중 품질이 발생할 확률은 <Figure 1>의 오른쪽 어두운 부분의 면적에 해당하는 값이 될 것이다. 일반적으로 유통시스템에서는 서비스 수준의 목표가 경영 전략에 의해서 미리 결정되어 있다. 이에 따라 주기당 서비스 수준(cycle service level) 즉, 주기 중 품질이 발생하지 않을 확률이 미리 결정되므로, 본 연구에서는 주기당 서비스 수준을 결정하는 관리변수인 k_i 의 값을 미리 주어졌다고 가정한다.

식 (2)의 목표재고수준을 채우기 위하여 $\tau-1$ 기 말에 발주하는 양은, 목표재고수준에서 $\tau-1$ 기 말 실제 재고수준을 빼 양이 되어야 한다. 적정발주량을 $q_{i\tau}$ 라 하면,

$$q_{i\tau} = s_{i\tau} - I_{i\tau} \quad (3)$$

가 된다. 위 식 (3)에서 계산한 적정발주량은 해당 품목을 발주하는 경우의 가장 적절한 발주량이다. 그러나 통합발주에서는 어떤 품목들을 발주하여야 하는지를 먼저 결정하여야 한다. 다음 절에서는 이러한 결정에 사용할 기본자료인 품목별 발주와 발주하지 않는 경우의 기대비용을 수식화한다.

4.1 기대비용

τ 기 동안에 발생할 수 있는 재고 상황들을 각각 분류하여 보면 크게 두 가지로 나뉠 수 있다. 첫 번째는 해당 품목을 발주하는 경우이다. <Figure 2>의 왼쪽 그림은 $\tau-1$ 기 말에 해당 품목 i 에 대하여 초기 재고수준이 양(positive)일 때 발주를

하는 경우의 재고 수준의 변화를 보여주고 있다. 이 경우 τ 기 동안의 재고변화는 <Figure 2>의 오른쪽 그림과 같이 근사화할 수 있다. 그리고 기말 재고수준 L 의 평균길이는

$$\begin{aligned} E(L) &= E(s_{i\tau} - d_{i\tau}) \\ &= E(f_{i\tau} + k_i \sigma_{i\tau} - d_{i\tau}) \\ &= E(k_i \sigma_{i\tau} - \varepsilon_{i\tau}) \\ &= k_i \sigma_{i\tau} \end{aligned} \quad (4)$$

이다. 식 (4)에서 $\varepsilon_{i\tau}(=d_{i\tau} - f_{i\tau})$ 는 예측오차를 나타내며 일반적인 예측방법들의 예측오차의 기댓값이 0이므로 여기서도 $E(\varepsilon_{i\tau}) = 0$ 이라고 가정하였다. 따라서 기대보관비용은 식 (5)와 같이 계산된다.

$$\left(\frac{f_{i\tau}}{2} + k_i \sigma_{i\tau} \right) R h_i \quad (5)$$

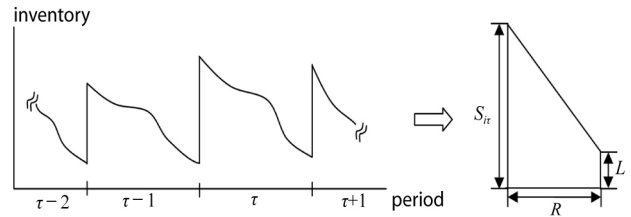


Figure 2. Case where order is placed

초기 재고수준이 음(negative)이고 발주를 한 경우에도 동일한 비용식이 나오게 된다.

두 번째 경우는 품목 i 를 발주하지 않는 경우이다. 이 경우는 $\tau-1$ 기 말 재고수준 $I_{i\tau}$ 의 값에 따라 기대보관비용이 아래 (1)~(3)으로 각각 표현된다.

- (1) <Figure 3>처럼 $\tau-1$ 기 말 재고수준이 양이고, 수요 예측치가 기간 초의 재고수준보다 많거나 같은 경우 ($I_{i\tau} > 0, f_{i\tau} \geq I_{i\tau}$)에는 τ 기에 재고 변화는 <Figure 3>의 오른쪽 그림과 같이 근사화될 수 있다. 이 기간 동안 발생하는 기대비용은 기대보관비용과 기대품질비용의 합으로 구성된다.

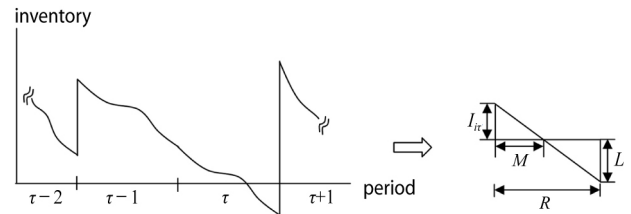


Figure 3. Case where order is skipped and $I_{i\tau} > 0, f_{i\tau} \geq I_{i\tau}$

<Figure 3>에서 보유재고 소진 시간 M 과 기말 재고수준 L 의 평균길이는 각각

$$E(M) = \frac{RI_{i\tau}}{E(d_{i\tau})} = \frac{RI_{i\tau}}{E(f_{i\tau} + \varepsilon_{i\tau})} = \frac{RI_{i\tau}}{f_{i\tau}} \quad (6)$$

$$E(L) = E(d_{i\tau} - I_{i\tau}) = E(f_{i\tau} + \varepsilon_{i\tau} - I_{i\tau}) = f_{i\tau} - I_{i\tau} \quad (7)$$

이다. 따라서 이 경우에 발생하는 τ 기의 기대비용은 식 (8)과 같이 표현된다.

$$\frac{I_{i\tau}^2 Rh_i}{2f_{i\tau}} + (f_{i\tau} - I_{i\tau})b_i \quad (8)$$

(2) <Figure 4>처럼 $\tau-1$ 기 말 재고수준이 양이고, 예측 수요가 기간 초의 재고수준보다 적은 상황($I_{i\tau} > 0, f_{i\tau} < I_{i\tau}$)의 재고 변화는 <Figure 4>의 그림과 같이 근사화 할 수 있다.

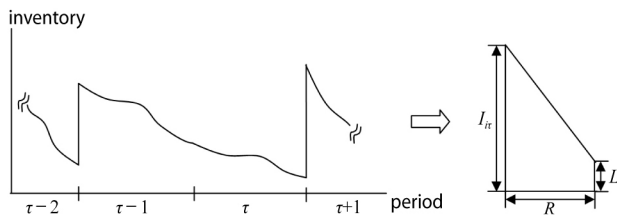


Figure 4. Case where order is skipped and $I_{i\tau} > 0, f_{i\tau} < I_{i\tau}$

따라서 τ 기 동안의 기대비용은 기대보관비용만으로 구성 된다.

$$E(L) = E(I_{i\tau} - d_{i\tau}) = E(I_{i\tau} - f_{i\tau} - \varepsilon_{i\tau}) = I_{i\tau} - f_{i\tau} \quad (9)$$

이므로, τ 기 동안의 보관비용의 기댓값은 식 (10)과 같다.

$$\left(I_{i\tau} - \frac{f_{i\tau}}{2}\right) Rh_i \quad (10)$$

(3) 마지막으로 $\tau-1$ 기 말 재고수준이 음인 상황($I_{i\tau} < 0$)의 재고의 변화는 <Figure 5>와 같다.

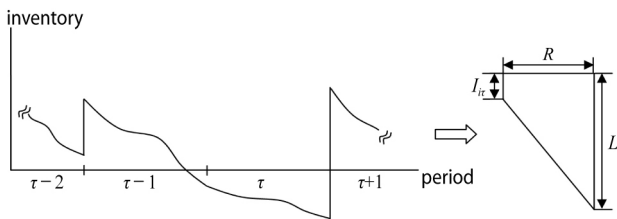


Figure 5. Case where order is kipped and $I_{i\tau} < 0$

이 경우에 τ 기 동안의 기대비용은 품절비용만으로 구성 된다. <Figure 5>의 L 의 평균길이는

$$E(L) = E(d_{i\tau} - I_{i\tau}) = E(f_{i\tau} + \varepsilon_{i\tau} - I_{i\tau}) = f_{i\tau} - I_{i\tau} \quad (11)$$

이므로 품절비용의 기댓값은 식 (12)와 같다.

$$(f_{i\tau} - I_{i\tau})b_i \quad (12)$$

다음 절에서는 위 식 (5)에서 식 (12)까지의 기댓값들을 이용하여 효율적인 통합발주결정을 내리는 방법을 소개한다.

4.2 통합발주결정의 방법론

통합발주에서는 품목별로 계산된 기대비용들을 기준으로 전체품목의 발주와 비발주를 결정하게 된다. 이를 위해 본 논문에서는 정수계획법모형을 제시한다. 모형에 사용되는 변수들을 x_i 라 하고,

$$x_i = \begin{cases} 0 & \text{품목 } i \text{를 발주하지 않는 경우,} \\ 1 & \text{품목 } i \text{를 발주하는 경우,} \end{cases} \quad (13)$$

로 정의한다. 모형에 사용되는 계수들을 정의하면, 우선 τ 기 초에 품목 i 를 발주할 경우에 품목 i 와 관련하여 발생하는 비용의 기댓값을 $u_{i\tau}$ 라고 정의한다. 이때의 비용은 식 (5)의 비용에 품목 i 의 부 발주비용을 더한 값으로 식 (14)와 같다.

$$u_{i\tau} = \alpha_i + \left(\frac{f_{i\tau}}{2} + k_i \sigma_{i\tau}\right) Rh_i, \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (14)$$

품목 i 를 발주하지 않을 때에 발생하는 비용의 기댓값을 $v_{i\tau}$ 로 정의하면, 그 값은 해당품목의 $\tau-1$ 기 말의 재고수준에 따라 앞에서 유도한 식 (8)에서 식 (12) 중 하나가 되며 이를 정리하면 식 (15)와 같다.

$$v_{i\tau} = \begin{cases} \frac{I_{i\tau}^2 Rh_i}{2f_{i\tau}} + (f_{i\tau} - I_{i\tau})b_i & I_{i\tau} > 0, f_{i\tau} \geq I_{i\tau} \\ \left(I_{i\tau} - \frac{f_{i\tau}}{2}\right) Rh_i & I_{i\tau} > 0, f_{i\tau} < I_{i\tau} \\ (f_{i\tau} - I_{i\tau})b_i & I_{i\tau} < 0. \end{cases} \quad (15)$$

위에서 설명한 기대비용을 정수계획법 모형의 계수로 활용하여 적어도 하나 이상의 품목을 발주하는 경우에 대한 재고 시스템의 최소비용을 구하는 정수최적화 문제를 다음과 같이 수립할 수 있다.

$$\text{IP1 : Min } A + \sum_{i=1}^I u_{i\tau} x_i + \sum_{i=1}^I v_{i\tau} (1 - x_i) \quad (16)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^I x_i \geq 1, \quad (17)$$

$$x_i \text{ binary variables, } i = 1, 2, \dots, I \quad (18)$$

위 IP1의 목적식은 고정발주비용과 각 품목별 기대비용의 합으로 이루어져 있으며, 제약식은 적어도 하나의 품목을 발주한다는 조건을 반영하고 있다. IP1을 풀면 적어도 하나의 품목을 발주하는 경우에 τ 기에 발생하는 시스템의 기대비용을

최소화하는 품목별 발주 여부를 결정할 수 있다. 그리고 IP1의 최적해는 솔버(solver)를 이용해서 구할 수도 있지만, 다음 정리를 이용하면 더욱 쉽게 그 최적해를 구해낼 수 있다.

정리 1 :

IP1의 최적해는

- (i) $u_{it} - v_{it} < 0$ 인 i 가 적어도 하나 있으면, 이에 해당하는 x_i 는 1을 가지고, 나머지 x_i 는 0을 갖는다.
- (ii) 모든 i 에 대하여 $u_{it} - v_{it} \geq 0$ 이면, $u_{it} - v_{it}$ 가 가장 작은 품목의 x_i 는 1을 갖고, 나머지 x_i 들은 0을 갖는다.

증명)

IP1의 목적식 (16)은 다음과 같이 변형된다.

$$\text{Min } A + \sum_{i=1}^I (u_{it} - v_{it})x_i + \sum_{i=1}^I v_{it} \quad (19)$$

식 (19)에서 상수항들을 제외한 식을 (20)이라고 하면 이를 목적식으로 대체한 후 IP1을 풀어도 원래의 IP1과 같은 최적해를 얻을 수 있다. 즉, IP1 대신 IP2를 풀어도 같은 최적해를 구할 수 있다.

$$\text{IP2 : Min } \sum_{i=1}^I (u_{it} - v_{it})x_i \quad (20)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^I x_i \geq 1, \quad (21)$$

$$x_i \text{ binary variables, } i = 1, 2, \dots, I \quad (22)$$

위 IP2의 성격상 목적식을 작게 하기 위하여 위 (i)과 (ii)에 따라 x_i 값들을 결정하여 최적해를 완성하게 된다. □

통합발주계획의 최적해는 적어도 한 가지의 품목을 발주하는 경우의 최소비용과 전체 품목을 모두 발주하지 않는 경우의 비용을 비교하여 그 중 작은 비용을 갖는 계획으로 확정된다. 위 IP1의 최적목적식 값은 적어도 하나의 품목을 발주할 때에 최소비용의 기댓값이다. 다른 한 경우 즉, 모든 품목을 발주하지 않는 경우의 기대비용은 식 (23)과 같다.

$$\sum_{i=1}^I v_{it} \quad (23)$$

다음 절에서는 지금까지 설명한 통합발주방법을 해법의 형식으로 소개한다.

4.3 통합발주정책(MIVL policy)

단계 1 : 각 품목의 발주량 결정

- 단계 1.1 : 모든 품목에 대하여 τ 기의 수요를 예측하고 예측치 오차의 표준편차를 갱신한다.

단계 1.2 : 초기 재고수준을 참고하여 식 (2)와 식 (3)을 기준으로 품목별로 발주할 때에 적정발주량을 결정한다.

단계 2 : 재고수준에 따른 각 품목의 기대비용산출

단계 2.1 : 품목별로 발주하는 경우에 대하여 식 (14)를 이용하여 기대비용을 계산한다.

단계 2.2 : 품목별로 발주하지 않는 경우에 대하여 현재의 재고상황에 따라 식 (15)를 적용하여 기대비용을 계산한다.

단계 3 : 통합발주결정

단계 3.1 : 식 (23)으로 모두 발주하지 않을 때에 기대비용을 계산한다.

단계 3.2 : 적어도 한 품목을 발주할 때에 기대비용을 나타낸 IP1의 목적식 값과 식 (23)의 값을 비교한다.

단계 3.3 : 단계 3.2에서 비교한 값 중 작은 값을 갖는 경우로 통합발주를 결정한다.

단계 1에서는 품목별로 발주하는 경우의 품목별 적정발주량을 결정한다. 단계 2에서는 단계 1에서 구한 적정발주량을 이용하여 품목별 기대비용을 계산한다. 단계 3에서는 단계 2에서 얻어진 값들을 기초자료로 이용하여 모든 품목을 발주하지 않는 경우의 기대비용과 적어도 한 품목을 발주하는 경우 기대비용의 비교를 통해 그 비용이 작은 쪽을 최종발주계획으로 선택하게 된다.

5. 수치실험

본 장에서는 수치실험을 통하여 제안한 통합발주해법의 효율성을 검증한다. 실험은 펜티엄4(2.40GHZ) PC에서 Lindo 6.1과 Microsoft Excel 2007을 사용하여 수행하였다. 효율성 비교를 위하여 Viswanathan(1997)이 소개한 P(s, S)정책과 본 연구의 해법의 결과를 비교하였다.

P(s, S)정책은 모든 품목에 대하여 일정한 기간마다 재고상황을 확인한 후, 재고수준이 s_i 이하가 되는 품목들 모두를 S_i 수준이 되도록 재고를 보충하는 통합발주방식이다. P(s, S)정책은 비정상수요를 갖는 시스템의 통합발주에 적용할 수 있는 가장 효율적인 방법이라고 알려졌으므로 본 연구의 비교 대상으로 선택하였다.

전체실험은 일반 실험, 수요자료 특성에 관한 영향실험, 예측오차의 영향실험, 민감도 분석 실험의 네 가지로 분류하여 실행하였다. 각 실험에서는 매 기간 품목별 발주량, 재고수준, 품절량, 그리고 실험기간 동안 발생한 재고관련 총비용을 결과물로 얻을 수 있다. 두 정책의 효율성을 판단하는 잣대로는

식 (24)에 제시된 총비용의 감소율을 선택하였다.

$$\text{비용 감소율} = 100 \times \frac{P(s, S)\text{정책의 총 비용} - \text{MIVL정책의 총 비용}}{P(s, S)\text{정책의 총 비용}} \quad (24)$$

실험에 사용할 수요자료는 Montgomery *et al.*(1990)에서 제시된 승법계절 모형(multiplicative seasonal model)을 이용하여 생성하였다. 생성된 수요자료는 <Figure 6> ~ <Figure 8>에 나타난 것처럼 세 가지 형태로 현실 수요자료들이 갖는 특성인 경향 요소와 계절 및 주기적 요소를 잘 반영하고 있다.

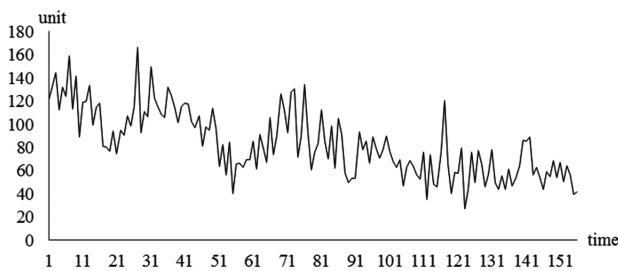


Figure 6. Demand with a decreasing trend

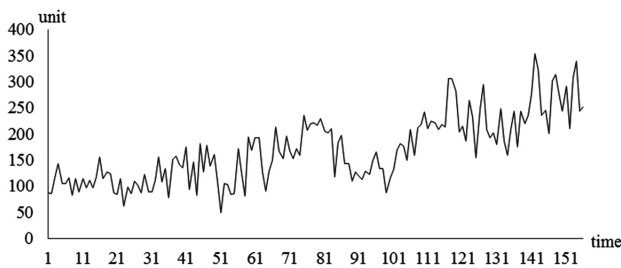


Figure 7. Demand with an increasing trend

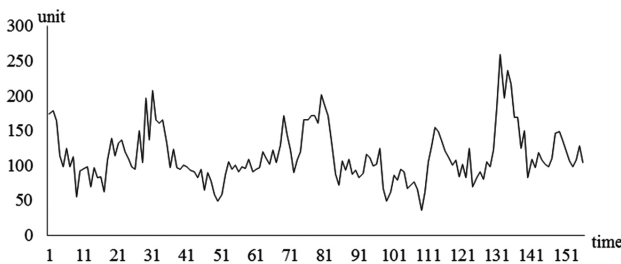


Figure 8. Demand with a changing trend

자료의 총 길이는 156기간이며, 이는 단위기간을 1주(0.02년)라고 가정할 때 총 3년간에 해당하는 자료이다. $\tau-1$ 기간 말에 수행하는 한 기간 앞 수요예측치는 τ 기간의 수요자료의 값에 정규분포 $N(0, \sigma_{it}^2)$ 에서 뽑은 값을 더한 값으로 하였다. 여기서 σ_{it} 값은 실제수요값의 -5%~+5% 범위에 예측치가 존재할 확률이 99%가 되도록 설정하였다.

즉,

$$2.58\sigma_{it} = 0.05 \times \text{수요값}, \tau = 1, 2, \dots, 156. \quad (25)$$

기타 실험에 필요한 입력모수값들은 <Table 2>와 같이 설정하였다.

Table 2. Input parameters for the general purpose test

R	k_i	h_i	b_i	A	α_i
0.02	1.96	U*[5, 20]	U[20, 100]	U[100, 500]	U[10, 50]

* Uniform distribution.

첫 번째 실험 즉, 일반 실험은 현실에 가장 유사한 증감하는 추세에 수요를 사용하여 품목 수의 변화에 따라 MIVL정책과 P(s, S)정책 사이의 효율성을 비교하는 것이 목적이다. 실험의 결과는 <Table 3>과 같다. 품목의 수가 6개, 12개, 18개에 관하여 각각 41.90%, 59.12%, 60.44%의 비용절감을 보였고 평균 53.82%의 비용을 절감할 수 있음을 확인할 수 있었다. 또한, 통합발주의 효율성은 품목의 수가 많아질수록 향상됨을 알 수 있었다.

Table 3. Results of the general purpose test

Number of items	P(s, S) policy	MIVL policy	Cost reduction
6	343,479.99	199,568.37	41.90
12	1,056,053.42	431,680.36	59.12
18	1,447,140.40	572,491.07	60.44

수요자료 특성에 관한 실험은 현실에서 볼 수 있는 여러 가지 수요형태에 관하여 MIVL정책과 P(s, S)정책의 효율성을 비교하는 실험이다. 수요자료는 감소, 증가, 증감하는 세 가지 형태이고, 품목의 수는 6개로 설정하였으며 결과는 <Table 4>와 같다. 비용감소율은 P(s, S)정책과 비교하여 감소, 증가, 증감하는 추세에서 각각 28.92%, 27.36%, 42.59%로 측정되었다. 이 실험을 통하여 수요의 형태에 따라 효율성의 차이가 있었지만, 효율성이 가장 낮은 증가하는 형태의 수요에서도 최소 27.36%의 비용을 절감할 수 있음을 확인하였다.

Table 4. Result of the demand type test

Demand data type	P(s, S) policy	MIVL policy	Cost reduction
Decreasing type	292,553.87	207,953.09	28.92
Increasing type	181,790.23	132,051.26	27.36
Changing type	343,386.99	197,139.37	42.59

예측오차의 영향실험은 수요예측오차의 크기가 MIVL정책의 효율성에 미치는 영향을 알아보는 것이 목적이다. 수요의 형태는 현실과 유사한 증감하는 추세의 수요자료를 사용하였으며, 실험의 결과는 <Table 5>와 같다. 6개의 품목에 대한 실험결

과로부터 예측오차가 $\pm 5\%$ 에서 $\pm 15\%$ 로 증가할 때, 비용감소율은 62.87%에서 51.48%로 11.39% 감소하였다. 이는 예측오차의 증가로 제안한 정책에서 재고와 품질의 수가 증가하여 보관과 품질비용이 증가했기 때문이다. 12개, 18개의 품목에 대한 비용감소율은 68.87%에서 58.85%, 69.91%에서 60.20%로 각각 10.02%, 9.71%만큼 감소하였다.

요약하면 예측오차가 약 1% 증가할 때 제안정책의 효율성은 약 1% 감소한 것으로 관찰되었다. 하지만 예측오차가 가장 큰 $\pm 15\%$ 인 경우에도 평균 비용감소율은 56.84%이므로 제안한 정책이 상당히 우수함을 확인할 수 있었다. 또한, 예측오차가 증가할 때 품목의 수가 많을수록 통합발주의 효율성이 높음을 확인할 수 있었다.

Table 5. Results of the forecast error size test

Number of items	Parameter value	P(s, S) policy	MIVL policy	Cost reduction
6	0.05	279,453.99	104,019.37	62.87
	0.10	279,453.99	113,835.80	59.26
	0.15	279,453.99	135,583.71	51.48
12	0.05	874,155.42	273,488.36	68.87
	0.10	874,155.42	327,664.72	62.51
	0.15	874,155.42	359,655.40	58.85
18	0.05	1,674,675.40	503,897.07	69.91
	0.10	1,674,675.40	603,034.05	63.99
	0.15	1,674,675.40	666,482.41	60.20

민감도 분석 실험은 입력 모수가 변할 때 제안한 정책의 효율성이 어떤 영향을 받는가를 알아보는 실험이다. 본 실험에서는 구매자의 비용에 영향을 미치는 네 가지 입력 모수 즉, 보관비용, 품질비용, 주 발주비용, 부 발주비용에 대하여 민감도 분석을 시행하였고, 결과는 <Table 6>과 같다.

첫째로 보관비용에 관한 분석결과이다. 보관비용이 20% 감소한 경우에 비용감소율은 62.87%에서 59.70%로 3.17% 감소하였고, 20% 증가한 경우에 62.87%에서 65.00%로 2.13% 증가하였다. 이러한 결과는 보관비용이 많이 들수록 제안한 정책이 유리함을 나타내며, 또한 비교한 정책보다 재고를 적게 보유함을 보여준다.

둘째로 품질비용에 관한 분석결과이다. 품질비용을 각각 -20%와 20%로 변경할 경우 비용감소율의 변화는 각각 0.13% 증가와 0.22% 감소로 관찰되었다. 제시한 정책에서는 품질이 많이 발생하지 않게 되고 따라서 품질비용의 변화에 크게 영향을 받지 않음을 확인할 수 있었다.

셋째로 주 발주비용에 관한 분석결과이다. 주 발주비용이 20% 감소한 경우에 비용감소율은 1.26% 증가하였고, 20% 증가한 경우에 1.4% 감소하였다. 따라서 주 발주비용이 적을수록 제안한 정책이 더 유리하지만, 주 발주비용의 변화가 효율성에 큰 영향을 미치지 않았다.

마지막으로 부 발주비용에 관한 분석결과이다. 부 발주비용이

20% 감소한 경우에 비용감소율은 1.01% 증가하였고, 20% 증가한 경우에 1.18% 감소하였다. 즉 제안한 정책은 부 발주비용에 크게 영향을 받지 않지만, 부 발주비용이 적을수록 더 효율적임을 확인할 수 있었다.

Table 6. Results of the sensitivity analysis test

Cost	Percent change	P(s, S) policy	MIVL policy	Cost reduction
Holding cost	-20%	234,966.00	94,678.53	59.70
	0%	279,453.99	104,019.37	62.87
	20%	323,941.99	113,360.22	65.00
Shortage cost	-20%	276,923.59	102,724.35	62.90
	0%	279,453.99	104,019.37	62.87
	20%	281,984.39	105,314.39	62.65
Major ordering cost	-20%	273,525.99	98,091.37	64.13
	0%	279,453.99	104,019.37	62.87
	20%	285,381.99	109,947.37	61.47
Minor ordering cost	-20%	276,509.59	99,869.77	63.88
	0%	279,453.99	104,019.37	62.87
	20%	282,398.39	108,168.97	61.69

전체실험결과를 요약하면 제안한 정책은 구매자가 다루는 품목의 수가 많을수록 효율이 향상되고, 수요자료의 형태에 민감하게 반응하지 않는 특징을 가짐을 확인할 수 있었다. 제안한 정책은 예측오차의 크기에 비례적으로 영향을 받지 않지만, 예측오차가 $\pm 15\%$ 인 경우에도 약 51.48%의 비용감소율을 보임으로써 그 효율성을 입증하였다. 민감도 분석 실험의 결과에 따르면 정책의 효율성은 보관비용이 많이 들수록, 주 발주비용과 부 발주비용이 적을수록 증가하였다. 반면에 품질비용의 변화는 정책의 효율성에 큰 영향을 주지 않음을 확인하였다.

6. 결론

본 연구에서는 비정상적인 수요를 갖는 품목들의 통합발주 정책을 연구하였다. 통합발주결정을 위하여 기대비용요소들에 관한 식들을 도출하였다. 이를 기준으로 정수최적화 모형을 수립하고 그 결과를 바탕으로 통합발주해법을 제시하였다.

제시한 정책의 효율성을 측정하기 위하여 수치실험을 실행하였다. 일반 실험, 수요자료 특성에 관한 실험, 예측오차의 영향실험, 민감도 분석 실험을 통하여 기존의 통합발주방법과 비교하여 월등한 비용절감 효과가 있음을 관찰하였다. 결론적으로 제시한 정책은 비정상적인 수요를 갖는 제품들을 통합 발주하는데 매우 유용한 정책임을 확인할 수 있었다.

추후의 연구과제로는 한 기간 앞만을 고려하는 본 연구를 확장하여 두 기간 이상의 예측치를 활용하는 방법에 관한 연구가 있을 수 있다. 또한, 수요예측치의 오차가 정규분포를 한다는 것을 이용하여 확률계획법 모형을 활용하는 연구도 필요한 것으로 생각된다.

참고문헌

- Dodin, B. and Elhafsi, M. (2004), Production planning of a multi-item single-facility system with non-stationary demands, *International Journal of Operations and Quantitative Management*, **12**(1), 1-22.
- Eynan, A. and Kropp, D. H. (2007), Effective and simple EOQ-like solutions for stochastic demand periodic review systems, *European Journal of Operational Research*, **180**(3), 1135-1143.
- Fung, R. and Ma, X. (2001), A new method for joint replenishment problems, *Journal of the Operational Research Society*, **52**(3), 358-362.
- Guchhait, P., Maiti, M. K., and Maiti, M. (2010), Multi-item inventory model of breakable items with stock-dependent demand under stock and time dependent breakability rate, *Computers and Industrial Engineering*, **54**(4), 911-920.
- Johansen, S. G. and Melchior, P. (2003), Can-order policy for the periodic-review joint replenishment problem, *Journal of the Operational Research Society*, **54**(3), 283-290.
- Joneja, D. (1987), Multi-echelon and joint replenishment production and distribution systems with non-stationary demands, Technical Report No. 731, *School of Operations Research and Industrial Engineering College of Engineering Cornell University*, Ithaca, NY.
- Larsen, C. (2009), The $Q(s, S)$ control policy for the joint replenishment problem extended to the case of correlation among item-demands, *International Journal of Production Economics*, **118**(1), 292-297.
- Lee, L. H. and Chew, E. P. (2005), A dynamic joint replenishment policy with auto-correlated demand, *European Journal of Operational Research*, **165**(3), 729-747.
- Martel, A., Diaby, M., and Bector, F. (1997), Multiple items procurement under stochastic nonstationary demands, *European Journal of Operational Research*, **87**(1), 74-92.
- Melchior, P. (2002), Calculating can-order policies for the joint replenishment problem by the compensation approach, *European Journal of Operational Research*, **141**(3), 587-595.
- Montgomery, D. C., Johnson, L. A., and Gardiner, J. S. (1990), *Forecasting and time series analysis 2nd edn.*, McGraw-Hill, Singapore.
- Nielsen, C. and Larsen, C. (2005), An analytical study of the $Q(s, S)$ policy applied to the joint replenishment problem, *European Journal of Operational Research*, **163**(3), 721-732.
- Ohno, K. and Ishigaki, T. (2001), A multi-item continuous review inventory system with compound poisson demand, *Mathematical Methods of Operations Research*, **53**(1), 147-165.
- Porras, E. and Dekker, R. (2008), A solution method for the joint replenishment problem with correction factor, *International Journal of Production Economics*, **113**(2), 834-851.
- Seth, D. and Pandey, M. K. (2009), A multiple-item inventory model for a non-stationary demand, *Production Planning and Control*, **20**(3), 242-253.
- Silver, E. A. (1976), A simple method of determining order quantities in joint replenishments under deterministic demand, *Management Science*, **22**(12), 1351-1361.
- Viswanathan, S. (1996), A new optimal algorithm for the joint replenishment problem, *Journal of the Operational Research Society*, **47**(7), 936-944.
- Viswanathan, S. (1997), Periodic review(s, S) policies for joint replenishment inventory systems, *Management Science*, **43**(10), 1447-1454.