한국철도학회논문집 제15권 제2호 ▌pp.185-192 (2012년 4월)
JOURNAL OF THE KOREAN SOCIETY FOR RAILWAY VOL.15, NO.2 ▌pp.185-192 (April 2012)

화물열차 노선계획 작성을 위한 열 생성 기반 최적화 모형 연구

A Column Generation Approach to Line Planning in Rail Freight Transportation

박범환[1†]

Bum Hwan Park

Abstract Line planning is to determine the frequency of trains on each line to satisfy origin-destination demand while minimizing total operation cost. However, different from the line planning in passenger transportation, it is more important at which intermediate stations each train should be stopped and shunted because the freight car handling works like drop-off or(and) pick-up can incur much time and high cost so that the delay deteriorates the quality of rail freight transportation service. We present an optimization model for constructing line plan in rail freight transportation to simultaneously minimize the train operation cost and total transportation time of freights. And we suggest a column generation approach for our problem, which can solve the real network instances in reasonable computation times.

Keywords : Line Planning, Rail Freight Transportation, Dantzig-Wolfe Decomposition, Column Generation

초 록 노선 계획이란 수요를 만족시키면서 열차 운행 비용(operation cost)을 최소화하는 시종착별 열차 운행 횟수를 결정하는 과정을 말한다. 그러나 화물 수송의 경우 화물 취급역에서 발생하는 화물의 연결 혹은 해방 작업은 상당한 시간을 필요로 하여, 잦은 중간 화물역에서의 연결 해방 작업은 수송 서비스의 품질을 저하 시킬 수 있으므로, 여객 열차의 노선 계획과 달리, 화물 열차 노선 계획에서는 각 열차의 도중 입환역을 어떻게 설정할 것인가가 매우 중요한 문제이다. 본 연구는 열차의 운행 경로, 운행 횟수 뿐만 아니라 열차별 도중 입환역를 포함하는 노선계획을 작성하기 위한 최적화 모형을 제시하고, 이 모형에 대한 열생성 기반 해법 및 실험결과를 제시할 것이다.

주요어 : 노선계획, 철도화물수송, Dantzig-Wolfe 분해 기법, 열생성 기법

1. 서 론

일반적으로 열차운행계획(Train Operation Plan)은, 예측된 수요를 수송할 수 있는 열차의 최적 투입횟수를 결정하는 노선계획(line planning) 단계를 거친 후, 이러한 노선계획을 기초로 열차별 출도착시간을 결정하는 열차스케줄 작성 단계, 차량(승무원) 운용 계획 등의 과정을 거쳐 작성된다[1]. 특히 노선계획은 열차 스케줄 작성에 있어 기초자료로 활용되고, 비환승 승객 수의 최대화, 열차별 정차 패턴의 작성 등 여객 열차 운행계획의 경우 이에 대한 다양한 연구들이 존재한다[2].

화물 열차 운행 계획의 경우, 여객 수송에서의 환승과는 달리, 화차의 열차 간 이동을 위해서는 도중 입환역에서 화차 재분류(reclassification) 작업이 불가피한데, 이러한 작업은 상당한 비용과 시간을 초래하게 된다. 화물 열차 운행 계획에서는 이러한 재분류 작업을 최소화하기 위해 노선계획 전에 Blocking 계획이라는 특수한 의사결정단계를 거친다. 일반적으로 Blocking 계획이란, 중간화물역에서 재분류 작업을 거치치 않고 하나의 묶음(block)으로 이동하게 되는 역간 구간을 설정하는 문제를 말한다[3]. Fig. 1은 일반적인 화물열차운행계획을 단계별로 표현한 것이다.

Blocking 계획은 화물 수송량이 방대하고 대형 야드에서 다양한 종류의 시종착 화물이 재분류되는 대형 야드를 가지고 있는 미국, 캐나다 등에서 연구가 활발하다[3-10]. Blocking 계획을 적용하느냐 그렇지 않느냐는 실제 화물 열차 운행 계획 작성에 있어서 매우 큰 의미를 갖는데, Blocking 계획이 존재할 경우, 모든 운행 계획은 Block에 기반하여 작성되고, 화물의 수송 경로 또한 열차가 아닌 Block의 연결로 정의된다. 예를 들어, 화물 수송 예약이 들어올 경우, 그 화물의 수송 경로는 열차가 아니라, 어떤 Block들을 통해 수송할 것인지를 먼저 결정해야 한다.

그러나 한국의 경우, 화물의 열차 간 이동이 거의 발생하지 않으며, 화물의 시종착이 상대적으로 매우 단순하여, 열차간 화물 환적을 위한 화물의 재분류 작업은 거의 발생하지 않고, 도중 입환역에서 화차의 연결(pick-up) 혹은 해방(drop-off) 작업만 주로 발생 한다. 이러한 작업은 30분 안팎으로, Blocking 계획에서 고려하는 재분류 작업에 비해 매우 적은 시간이 소요된다.

따라서, 한국의 경우 Blocking 계획을 고려하는 것은 의미가 없을 수 있으며, 오히려 도중 입환역에서의 화차 연결

†교신저자 : 한국교통대학교 철도경영 · 물류학과
E-mail : beomi72@hanmail.net
[1]한국교통대학교 철도경영 · 물류학과

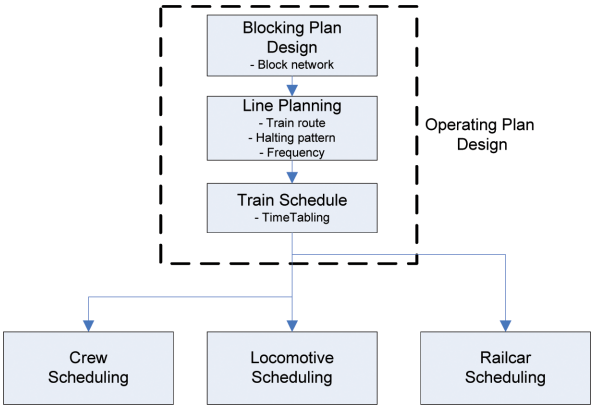

Fig. 1 Train Operation Planning in rail freight transportation

해방 작업으로 인해 발생하는 열차의 지연을 최대한 줄임과 동시에, 수요에 적합한 적정한 열차 운행 횟수를 통해 열차 운행 비용을 최소화하는 접근이 필요하다. 특히 한국 화물 열차 운행의 경우, 계획에 없던 도중 입환이 임의적으로 자주 발생하고 있고, 이는 결국 전체 화물의 수송시간을 증대시키는 요인이 되고 있다. 본 연구는 역간 수요를 만족하고, 열차 운행에 따른 열차 운행 비용과 도중 입환역을 최소화함으로써 화물의 전체 수송 시간을 동시에 최소화하기 위한 최적화 모형을 제시하고자 한다.

2. 선행연구고찰

화물열차운행계획과 관련한 기존 연구들은 대부분 Blocking 계획을 전제로 한다. Table 1에서 보듯이, 화물열차노선계획과 관련하여 Blocking계획을 노선계획과 결합하여 모델링한 경우[6-9]와, Blocking계획만을 분리하여 접근한 경우[4,5,10]로 나뉜다. 그러나 앞에서 서술했듯이, Blocking계획은 현재 한국 철도에서 도입하고 있지 않고 있으므로, 기존 연구의 접근방법을 현재 한국 철도상황에 적용하는 것은 무리가 있다. 즉, 화물의 열차간 환적은 거의 일어나지 않으며, 중간 입환역에서 화물의 재분류 또한 거의 일어나지 않는다. 단지 도중 입환역에서의 화차의 연결 및 해방 작업만 일어나고 이러한 작업에 소요되는 시간은 크지 않다. 이는 오히려 여객 열차 노선계획에서 정차패턴을 고려하는 모형과 매우 유사하다.

여객 열차 노선계획과 관련한 연구는 Bussieck [1]의 연구를 비롯한 다양한 연구들[2,11-17]이 있다. 여객 열차 노선계획과 관련해서는, 수요를 Leg통과 수요를 고려하느냐 아니면 OD수요를 고려하느냐에 따라 크게 대별될 수 있는데, Bussieck 등[12-14], Claessens 등[15], Goossens 등[17]의 연구는 Leg통과 수요를 만족하도록 열차운행횟수를 구하는 모델을 고려한 반면, Borndörfer 등[11], Goossens 등[16], Park 등[2]의 연구는 수요가 여러 열차에 어떻게 배분되는지를 고려하기 위해, OD수요를 직접 고려하였다. 정차 패턴을 고려한 연구로는 Goossens 등[16]의 연구와 Park 등[2]의 연구가 유일하며, [16]의 경우 최적의 정차 패턴을 모형 자체에서 구하지 않고, 주어진 것으로 가정하였다. 따라서 현재까지 정차 패턴을 모델 자체에서 직접 생성함과 동시에 열차 운행횟수를 도출할 수 있는 모형은 [2]의 연구가 유일하다.

Park 등 [2]의 연구는 시종착별 열차 운행 횟수 뿐만 아니라, 역간 수요를 최대한 만족하면서 승객의 총 여정시간(travel time)을 최소화 할 수 있는 정차 패턴을 찾는 모형을 제시하였다. 그들의 모형은 Fig. 2와 같이 역간 비정차를 의미하는 가상의 호를 추가한 논리망(Logical Network)에서 다양한 품종이 흐르게 되는 다품종 흐름 모형에 기반한 정수계획 모형이다. 본 연구에서 제시하는 화물열차노선계획 문제는 본질적으로 그들의 문제와 유사하다. 즉, 열차가 중간 화물역에 정차하여 입환할 경우, 이로 인해 발생하는 추가적인 시간을 최소화 할 수 있는 정차패턴을 찾는 것이다. 이는 위 논리망 상에 존재하는 아크(arc)의 비용으로 설정 가능한데, 이러한 논리망에서 최적화 모델을 적용하면, Fig. 2-(c)에서처럼, 모든 역에 정차하는 운행 패턴, 한번만 정차하는 운행 패턴, 직통 패턴 등에 대한 최적의 열차 운행 횟수 등을 도출할 수 있다.

Table 1 Previous Studies and our study

	기존 연구	문제 범위	모형 및 해법 분류
여객수송	Bussieck et al[12-14] Claessens et al.[15] Goossens et al.[17]	노선계획	Demand Covering Model + 분지절단법
	Borndörfer et al.[11]		네트워크 흐름 모형 + 열생성기반
	Goossens et al.[16]	노선계획 + 주어진 정차패턴	네트워크 흐름 모형 + 열생성기반
	Park et al.(2005)[2]	노선계획 + 정차패턴생성	네트워크 흐름 모형 기반 정수계획 + 분지한계법
화물수송	Crainic et al.[5] Haghanil[6]	Blocking계획+노선계획	비선형 정수 계획 + 휴리스틱
	Keaton [7,8]		비선형 정수 계획 + 라그랑지안 완화
	Newton et al. [9] Barnhart and Jin [4]	Blocking계획	네트워크 흐름 모형 기반 + 분지평가법
	Ahuja [3]		네트워크 흐름 모형 기반 + 휴리스틱
	본 연구	**노선계획 + 도중입환역선정**	Dantzig-Wolfe Decomposition + 휴리스틱

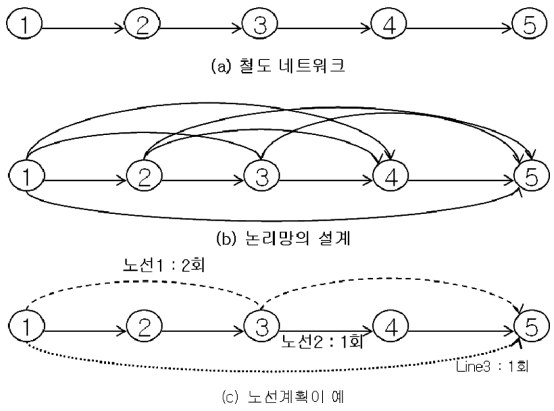

Fig. 2 Line planning on logical network[2]

그러나 그들은 이 정수계획 모형에 대한 별다른 해법 설계 없이 최적화 패키지에 포함된 분지한계법(Branch-and-Bound)을 적용하여 해를 도출하였다. 이들의 모형은 투입할 수 있는 모든 열차에 대해 변수를 설정함으로써, 네트워크가 커지거나 운행해야 할 열차수가 많아질 경우, 합리적인 시간 안에 해를 도출할 수 없다는 단점이 있다.

3. 최적화 모형 및 해법

3.1 열 생성 기반 최적화 모형

본 절에서는 Park 등 [2]에서 제시된 논리망 개념을 기초로, 화물 열차 노선계획을 위한 새로운 최적화 모형을 제시하고자 한다. 그들은 이러한 논리망상에 정차 패턴을 고려하기 위한 호 흐름(arc flow) 변수와 승객 혹은 화물의 이동을 표현하기 위한 호 흐름 변수를 사용하였다. 이러한 호 흐름 결정변수를 이용하여 수리모형을 구성할 경우, 방대한 양의 이진 변수 및 정수 변수를 모든 노선에 대해 한꺼번에 계산해야 되는 어려움이 있다. 실제로 [2]의 경우, 하루 동안 투입 가능한 모든 열차를 대상으로 할 경우, 분지한계법 만으로는 상대적으로 작은 크기의 고속 철도 네트워크에서도 가능해를 구하기 쉽지 않다.

본 절에서 제시하고자 하는 최적화 모형은 Dantzig-Wolfe 분해(decomposition)[18] 방법을 이용하여, 전체 노선이 아닌 개별 노선에 대해 개별 하부문제를 구성하고, 각 하부문제로부터 결정된 열차 운행 횟수와 정차 패턴을 고려하여, 수요를 만족하는 최적해를 구한다. 이러한 분해 방법은 개별 노선에 대해 개별 하부문제가 설정됨으로써, 하부 문제의 변수의 개수가 대폭 감소하며, 개별 하부문제는 네트워크 크기가 커지더라도 단순한 분지한계법만으로도 해를 쉽게 구할 수 있는 장점이 있다.

최적화 모형 구성을 위해 아래와 같은 용어(notation) 및 결정변수를 설정 한다.

• 용어

-$G=(N,A)$: 화물 철도 네트워크, N : 화물 취급역의 집합, A: 역간 링크의 집합 (원소는 pq로 표현)
-$R=\{1,2,...,r\}$: 노선의 집합 (원소는 l로 표시)
-$s(l)$, $t(l)$: 노선의 출발역, 도착역
-P_l: l번째 노선에 운행하는 열차가 견인할 수 있는 화차의 수
-c_l: l번째 노선에 운행하는 열차의 운행 비용
-L_l: l번째 노선에 운행하는 운행패턴의 index 집합(원소는 t로 표현)
-S: OD쌍의 집합(원소는 od로 표시)
-S_l: l번째 노선이 서비스 가능한 od의 집합
-A_l: l번째 노선 상에서 비정차 역간 구간의 집합(원소는 ij로 표시하고 비정차호(non-stop arc)로 명명)
-t_{ij}^l: l번째 노선 상에서, i역에서의 연결해방작업 시간과 $ij \in A_l$ 간 비정차 수송시간
-$t_{t,od}^l$: l번째 노선 상에서, k번째 운행패턴을 통한 o-d간 수송 시간
-$A_l(ij)$: l번째 노선 상에서, ij 비정차호를 거쳐서 수송할 수 있는 od의 집합
-q^{od}: od간 수요량($od \in S$)
-R_{pq}: 역간 링크 pq를 지나는 노선의 집합
-b_k^l: l번째 노선상의 k번째 운행 패턴의 열차 운행 횟수
-$\bar{\lambda}_{ij,k}^{l,od}$: l번째 노선상의 k번째 운행 패턴의 비정차호 ij를 통과하여 수송되는 od수요의 수송량
-$\bar{\lambda}_k^{l,od}$: l번째 노선의 k번째 운행 패턴을 통해 수송되는 od 수요의 총 수송량

먼저 본 연구에서 설정한 파라미터 노선 집합 R은 시종착 혹은 동력차의 견인력에 따라 구분되는 철도네트워크에서의 노선을 의미하는데, 예를 들어 Fig. 2-(a)와 같은 철도네트워크에서, 열차의 시종착이 1-3이거나 1-5인 경우, 노선은 두 개 (l_1: 1-3노선, l_2: 1-5노선)가 존재하므로 r=2가 된다. 각 노선 l에 대해서는 출발역($s(l)$)과 도착역($t(l)$), 견인 가능한 화차의 수(p_l), 노선상의 운행비용(c_l)이 주어진다. L_l은 l번째 노선 상에 정의 가능한 다양한 운행 패턴을 의미하는 것으로, 이론적으로는 L_l의 원소 개수는 노선상에 존재하는 화물역에 대해 지수적으로 많아진다.

A_l은 노선 l상에 존재하는 비정차 역간 구간의 집합으로서, 예를 들어 A_{l_1} 의 경우, 1-2, 1-3, 2-3 비정차호로 구성되고, A_{l_2} 의 경우 1-2, 1-3,..., 4-5 비정차호로 구성된다. 이러한 비정차호에는 호의 수송시간 t_{ij}^l이 할당되는데, 이는 i역에서의 연결해방작업시간과 ij간 역간 비정차 운행 시간의 합을 의미한다.

$\bar{b}_k^l, \bar{\lambda}_{ij,k}^{l,od}, \bar{\lambda}_k^{l,od}$ 는 이미 열생성에 의해 이미 발견된 l번째 노선의 k번째 운행 패턴의 열차운행수, 비정차호 ij를 통과하여 수송되는 od 수요의 수송량, l번째 노선의 k번째 운행 패턴을 통해 수송되는 od 수요의 총 수송량을 각각 의미한다. l번째 노선 상에서 k번째 운행 패턴을 사용하면 1, 그렇지 않으면 0이 되는 이진 변수를 이용하여, 최적화 모형을 구성하면 아래와 같다.

• 결정변수

-z_k^l: l번째 노선 상에서 k번째 운행 패턴을 사용하면 1, 그렇지 않으면 0

• 최적화 모형(주문제)

$$\min \sum_{l \in R} \sum_{k \in L_l} TC_k^l z_k^l \tag{1}$$

$$s.t \sum_{l \in R} \sum_{k \in L_l} \bar{\lambda}_k^{l,od} z_k^l \geq q^{od}, \forall od \in S \tag{2}$$

$$z_k^l \in \{0,1\}, \forall l,k \tag{3}$$

제약식 (2)는 이미 발견된 노선들에 대해 주어진 수요량을 만족시키기 위한 제약식이다. 목적 함수식 (1)은 l번째 노선 상에 k번째 운행 패턴을 운행함으로써 발생하는 열차 운행 비용과 화물 운송 시간의 합을 의미한다. 물론 운행 비용과 운송 시간은 서로 차원이 다른 측정치(measure)이므로, 두 비용간의 볼록 결합(convex combination)형태로 표현 가능하다. TC_k^l을 보다 정확히 표현하면, 운행횟수 $\bar{b}_k^l$에 의한 열차 운행비용과 l번째 노선의 k번째 운행 패턴의 비정차호 ij를 통과하여 수송되는 od 수요의 수송량에 의한 화물 운송 시간의 $\theta(0<\theta<1)$에 의한 가중합으로 표현된다.

$$TC_k^l = \theta \cdot c_l \bar{b}_k^l + (1-\theta) \sum_{od \in S_l} \sum_{ij \in A_l} t_{ij}^l \bar{\lambda}_{ij,k}^{l,od} \tag{4}$$

위 최적화 모형은 이론적으로 지수적으로 원소가 많아질 수 있는 운행 패턴의 집합 L_l을 이용한 모형으로, 지수적으로 많은 결정변수 z_k^l을 포함하고 있다. 본 연구에서는 목적함수를 개선시킬 수 있는 제한된 결정변수만을 동적으로 생성하는 열 생성 기반 해법을 제시하고자 한다. 다음 절에서는 이러한 열 생성 기반 휴리스틱 알고리듬을 제시한다.

3.2 하부 문제 및 전체 알고리듬

목적함수를 개선시킬 만한 제한된 l번째 노선별 운행패턴을 구하기 위해, 위의 최적화 모형을 선형계획(Linear Programming)으로 완화한다. 제약식 (2)에 대한 쌍대 변수(dual variable)를 μ_{od}라 두고, c_l^k를 l번째 노선의 k번째 운행패턴에 대한 할인비용(reduced cost)이라 두면, 위 완화된 선형계획 모형에 대한 최적조건은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \bar{c}_l^k &= TC_k^l - \sum_{od \in S_l} \mu_{od} \bar{\lambda}_k^{l,od} \\ &= \theta c_l \bar{b}_k^l + (1-\theta) \sum_{od \in S_l} \sum_{ij \in A_l} t_{ij}^l \bar{\lambda}_{ij,k}^{l,od} - \sum_{ij \in A_l} \mu_{od} \bar{\lambda}_k^{l,od} \geq 0 \end{aligned} \tag{5}$$

따라서, 위 완화된 선형계획식의 목적함수를 개선시킬 수 있는 l번째 노선상의 운행패턴은 $\bar{c}_l^k<0$을 만족하는 운행패턴이다. 이러한 노선을 설정하기 위한 l번째 노선에 대한 새로운 운행패턴을 찾기 위한 부문제(subproblem)는 아래와 같다. 먼저 부문제에 사용되는 결정변수는 아래와 같다.

• l번째 노선에 대한 부문제의 결정변수
-b: l번째 노선 상에서의 열차 운행 횟수
-x_{ij}: l번째 노선 상의 비정차호 ij를 사용하면 1, 그렇지 않으면 0
-λ_{ij}^{od}: l번째 노선상의 비정차호 ij를 통과하여 수송되는 od 수요의 수송량
-λ^{od}: l번째 노선을 이용하여 수송되는 od 수요의 총수송량

위 변수들은 모두 l번째 노선에 대해서 적용되는 변수들로 변수 상에서는 l이라는 첨자를 생략하였다. 앞 절의 최적화 모형 상에 존재하는 $\bar{b}_k^l, \bar{\lambda}_{ij,k}^{l,od}, \bar{\lambda}_k^{l,od}$는 l번째 노선에 대한 부문제의 결정변수 $b, \lambda_{ij}^{od}, \lambda^{od}$의 결정값이 된다.

• l번째 노선에 대한 부문제

$$\min \ \theta_{c_l} b + (1-\theta) \sum_{od \in S_l} \sum_{ij \in A_l} t_{ij}^l \lambda_{ij}^{od} - \sum_{ij \in A_l} \mu_{od} \lambda^{od} \tag{6}$$

$$s.t. \sum_{j:ij \in A_l} x_{ij} - \sum_{j:ji \in A_l} x_{ji} = \begin{cases} 1, & i = s(l) \\ -1, & i = t(l), \ \forall i \in N \\ 0, & o/w \end{cases} \tag{7}$$

$$\sum_{j:ij \in A_l} \lambda_{ij}^{od} - \sum_{j:ji \in A_l} \lambda_{ji}^{od} = \begin{cases} \lambda^{od}, & i = 0 \\ -\lambda^{od}, & i = d, \ \forall od \in S_l \\ 0, & o/w \end{cases} \tag{8}$$

$$\sum_{od \in A_l(ij)} \lambda_{ij}^{od} \leq P_l b, \ \ \forall ij \in A_l \tag{9}$$

$$\sum_{od \in A_l(ij)} \lambda_{ij}^{od} \leq M x_{ij}, \ \ \forall ij \in A_l, \ \ \forall od \in S_l \tag{10}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \lambda_{ij}^{od}, \lambda^{od}, b \geq 0, \text{integer}$$

목적함수 (6)은 l번째 노선의 k번째 운행패턴에 대한 할인가를 최소화하는 식이며, 제약식 (7)와 (8)은 각각 l번째 노선상의 새로운 운행패턴을 계산하기 위한 흐름 보존식, od간 화물의 흐름 보존식을 나타낸다. 제약식 (9)은 노선 l상에 운행되는 열차의 견인력 제약식이고, 제약식 (10)는 화물의 흐름과 열차의 운행패턴간의 결합 제약식(coupling constraints)이다. 위 부문제를 위한 최적화 모형은 부가적인 제약이 있는 정수 다품종 흐름 모형으로 문제가 커질 경우 합리적인 시간 안에 해를 구할 수 없다. 그러나 위 모형이 각 노선에 대해 개별적으로 구성되는 수식이며, 노선 상에 존재하는 역이 많아야 20개 안팎으로서, 별도의 알고리듬 개발 없이 단순한 분지한계법 만으로도 쉽게 최적해를 구할 수 있다.

위에서 제시한 주문제와 부문제를 이용하여 전체 알고리듬을 구성하면 아래와 같다. 먼저 단계 1에서는 각 노선상에 존재하는 모든 역에서 열차가 정차한다는 전제하에, 열차 운행 횟수 및 화물 수송 노선을 결정하여, 초기 주문제를 설정한다. 물론 초기 주문제를 설정하기 위해서는 별도의 최적화 모형이 필요한데 이는 다음 절에서 상세히 다룬다. 그리고 난 뒤, 단계 2로부터 단계 4까지 주문제의 목적

함수를 감소시킬 수 있는 노선별 운행패턴을 계속적으로 추가한 뒤, 최종 운행 패턴을 결정한다.단계 5에서는 단계 1에서처럼 결정된 운행 패턴만을 대상으로 다시 열차 운행횟수 및 화물 수송 노선을 설정한다.

• 전체 알고리듬

단계 1. 모든 노선 l에 대해 all-stop 패턴만으로 운행 패턴을 구성한 후, 열차 운행횟수 및 od 별 수요량의 열차 할당을 계산하여, 초기 주문제 설정

단계 2. 주문제를 선형계획의 최적해 및 최적 쌍대 변수 계산

단계 3. 모든 l에 대해 l번째 노선에 대한 부문제를 생성. $\bar{c}_l^k<0$ 를 만족하는 l번째 노선 및 운행패턴 k가 존재하면, 주문제에 열(column)을 포함하고 단계 2로. 모든 l에 대해 그러한 운행 패턴이 존재하지 않으면 다음 단계로.

단계 4. 현재까지 발견된 주문제의 열(column)을 이용하여 분지한계법을 적용하여 각 노선 l에 대해 운행 패턴 도출

단계 5. 도출된 운행 패턴을 이용해 최종 열차 운행 횟수 및 l별 수요량의 열차 할당

3.3 초기해 도출을 위한 최적화 모형

위 열 생성 기반 알고리듬을 진행하기 위해서는 초기해를 구해야 한다. 본 연구에서는 이러한 초기해 구성을 위해 모든 노선 l에 대해 all-stop 패턴만을 가정하고 열차 운행횟수 및 화물의 운송노선을 설정한다. 따라서 노선 l에 대해서는 하나의 패턴만이 존재하게 되는데 이 all-stop패턴만으로 노선 집합 L_l을 구성하면 최적화 모형은 아래와 같고, 여기서 사용된 용어는 3.1절에서 정의한 용어와 동일하다. 단, 3.1절에서는 $\bar{b}_k^l, \bar{\lambda}_k^{l,od}$ 가 부문제로부터 주어지는 값이지만, 아래 최적화 모형에서는 결정변수($b_k^l, \lambda_k^{l,od}$)가 된다.

$$\min \sum_{l\in R}\sum_{k\in L_l} c_r b_k^l + \sum_{l\in R}\sum_{k\in L_l}\sum_{od\in S} t_{k,odi}^l \lambda_k^{l,od} \quad (11)$$

$$\text{s.t.} \sum_{od\in A_l(ij)} \lambda_k^{l,od} \le P_l b_k^l, \ \forall ij\in A_l, \ \forall k\in L_l, \ \forall l\in R \quad (12)$$

$$\sum_{l\in R}\sum_{k\in L_l} \lambda_k^{l,od} \ge q^{od}, \ \forall od\in S \quad (13)$$

$$b_k^l, \lambda_k^{l,od} \ge 0, \text{integer}$$

제약식 (12)는 열차 견인력 제약이고, 제약식 (13)은 수요만족 제약식이다. 이 모형은 all-stop 운행패턴만을 대상으로 하고 있으므로, $|L_l|$=1이 되어, 비록 정수계획(integer programming) 모형이지만, 변수가 수가 매우 적어 분지한계법 만으로도 1초 이내에 해를 구할 수 있다. 또한 위 모형은 열 생성에 의해 구한 운행 패턴만으로 L_l을 재구성한 후, 단계 5에서 다시 적용된다. 물론 이 때에는 운행 패턴이 다소 많아지지만 실험결과 1-3초 이내에 해를 구할 수 있었다.

4. 예제 적용

본 연구에서는 2010년 10월 1일~7일까지의 일주일간의 컨테이너 수송 화차의 역간 연결-해방 내역과 이 때 컨테이너 화차 수송에 이용된 열차를 이용하여 예제를 생성하였다. 이 때 컨테이너 수송에 이용된 열차라 함은, 초기 화물 열차 운행 계획 단계에서 수송 품목이 컨테이너로 한정된 열차[1]만을 의미한다. 수요 또한 이러한 열차로 수송된 컨테이너 화차만을 대상으로 하였고, 이러한 열차가 수송하는 컨테이너 화물의 연결-해방역 내역을 이용하여 Fig. 3과 같은 컨테이너 화물 수송 네트워크를 구성하였다.

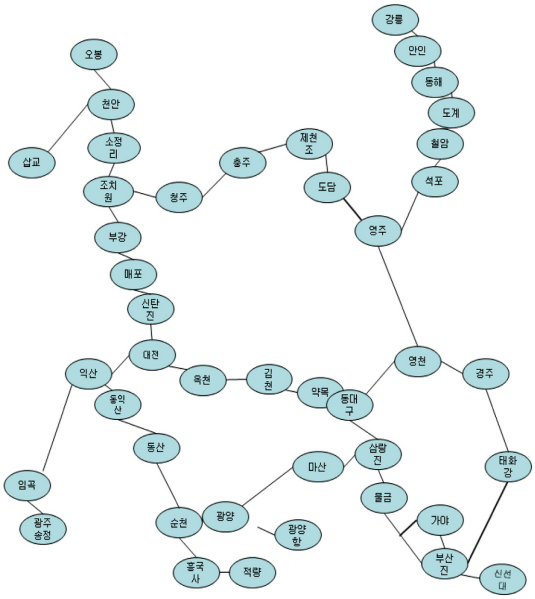

Fig. 3 Railway Network for container transportation

문제 설정을 위해 우선 모든 컨테이너 화물 취급역에서의 연결-해방 작업은 30분 소요된다고 가정하였고, 하나의 열차가 견인할 수 있는 화차의 수가 정해져 있더라도 공차(empty freight car)의 비율이 어느 정도인지에 따라 견인력에 차이가 있을 수 있지만, 본 연구에서는 공차와 영차(loaded freight car) 구별 없이 연결된 화차의 수로 견인력을 설정하였다. 본 연구에서는 위 기간 동안 운행된 모든 열차의 평균 수송 화차수인 27량을 견인력으로 설정하였다.

열차 운행 비용의 경우, 그것의 정확한 값을 산출하기 힘들어, 운행 노선간의 운행 거리에 따른 비례성만을 고려하여 운행거리에 일정상수를 곱하는 방식으로 운행비용을 설정하였다. 실험은 Intel(R) Core(TM)2 Quad CPU Q9400 2.66GHz, 3GB RAM 상에서 진행되었으며, 프로그램 언어는 C언어, 선형계획 해법 및 분지한계법 활용을 위해 CPLEX 10.2 Callable Library를 이용하였다.

먼저 Fig. 4는 하루에 평균적으로 투입되는 열차수 및 운행 비용, 수송 시간이 가중치 가 변화함에 따라 어떻게 달라지는지를 나타내고 있는데, 우하향선은 θ가 증가함에 따라 감소하는 열차 운행 비용을 의미하고 직선상에 표시된 숫

[1]Logis.korail.go.kr에서 제공하는 평상시 화물운행계획을 기초로, 2000번대 B/T열차와 3000번대 열차 중 수송 품목이 컨테이너로 설정된 열차를 의미함

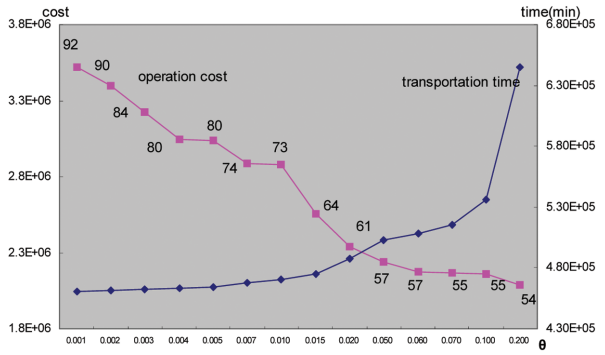

Fig. 4 Operation cost, the number of trains, and transportation time when θ varies

자는 하루에 운행되는 평균 운행 횟수를 나타낸다. 반면 우상향선은 전체 화물 수송시간을 의미하는데, θ가 증가함에 따라 도중 입환역이 증가하여 전체 화물 수송 시간이 증가함을 볼 수 있다. 특히 화물 열차수의 경우 92회부터 54회까지 다양하게 변화하는데, 이는 화물의 전체 수송시간을 줄이기 위해서는 빈번한 직통 열차가 운행되어야 하기 때문이다. 따라서 본 실험을 통해 의사결정자는 다양한 노선계획안을 도출할 수 있음을 확인할 수 있다.

θ의 값은 의사결정자에 의해 운행비용과 수송 시간에 어느 정도의 가중치를 둘 것인가에 의해 정해질 수 있는데, Fig. 4에서 설정한 θ값은 0.001에서 0.3까지의 값이다. 따라서 θ의 정확한 값의 산출은 의미가 없을 수 있으며, 오히려 기준이 될 수 있는 값의 설정을 통해 이 기준값을 기준으로 θ를 변화시켜 운행비용 혹은 수송시간의 감소를 선택적으로 도모할 수 있다.

기준값을 설정하기 위해 초기 θ값을 임의의 값(예를 들어 동일한 가중치 값인 1/2)로 설정한 후, 최적해의 전체 운행비용과 전체 수송시간을 구한다. 운행비용과 수송시간은 네트워크 크기가 변할 경우, 두 비용과 시간의 수범위(scale)가 상이하여 특정 부분에 치중된 해가 도출 될 수 있으므로, 보다 현실적인 해를 구하기 위해서는 기존의 운행계획을 참조하여 θ값을 조정해야 한다. 만약 현재의 운행계획의 운행 비용과 총 수송 시간이 있을 경우, 이 값을 기준으로 θ를 증가 혹은 감소시킨다. 그러나 현재 운행되고 있는 화물열차계획의 총 운행 비용에 대한 정확한 값을 산출하기 힘들어, Table 3에서 서술할 실험에서는 현재 운행되고 있는 화물열차의 총 운행횟수를 기준으로 θ값을 조정하였다.

Table 2는 본 연구의 모형 및 해법을 적용했을 때 산출되는 노선 계획의 결과를 보여주고 있는데, 예를 들어, 오봉에서 부산권(신선대, 가야, 부산진)으로 가는 화물 열차는 Table 2와 같은 운행 패턴을 나타낸다. 본 연구의 모형 및 해법을 적용할 경우 이러한 운행 패턴이 모든 노선에 대해 산출된다.

Table 3에서는 2010년 10월 1일부터 10월 7일까지의 일주일 수요를 기준으로 앞에서 서술한 2000번대, 3000번대 화물 열차의 운행 계획(임시열차 제외)과 본 연구에서 제시한

Table 2 Sample of solutions

노선	운행패턴	운행횟수
오봉-부산권	오봉-부산권	12
	오봉-부강-부산권	1
	오봉-조치원-부산권	1
	오봉-신탄진-옥천-부산권	1
부산권-오봉	부산권-오봉	11
…	…	…

알고리듬에 의한 일주일치 운행 계획 결과를 비교 분석한 것이다. 앞에서 서술했듯이, 화물 열차의 노선별 운행 비용에 대한 정확한 값을 구하기 어렵다는 측면을 고려하여, 운행비용이 아닌 실제 운행하고 있는 화물 열차 운행 횟수를 기준으로, 이러한 운행횟수가 발생하는 θ값을 실험을 통해 유도하였고, 이 값을 기준으로 두 가지 최적화 결과를 제시하고자 한다.

먼저 '최적화 결과 I'은 기존 열차 운행횟수와 동일한 열차 운행횟수를 도출하는 θ를 가정했을 때의 노선 계획 결과이다. Table 3에서 보듯이 도중 입환역수 364회에서 255회로 대폭 감소됨을 알 수 있다. '최적화 결과 II'는 θ를 더 큰 값으로 했을 때의 결과로서, 열차수가 353회, 도중 입환역수가 250회가 되어, '최적화 결과 I'의 열차 당 도중 입환역 수가 0.69에서 0.71로 증가함을 볼 수 있다. 최적화 결과 II의 경우 열차수가 353회로서 기존의 운행 계획보다 훨씬 적은 열차로 운행 할 수 있을 뿐만 아니라 도중 입환역수도 기존 운행 계획보다 대폭 개선됨을 볼 수 있다. 특히 부산권에서 오봉으로 가는 열차의 경우 모두 도중 입환역이 없는 직통열차로 구성됨을 볼 수 있다. 실제 Table 3에서 제시한 기존 계획의 도중 입환역수는 실제 운행단계에서 임의적으로 도중에 발생한 입환역까지 모두 포함한 수치로서, 원래 계획단계에서는 보다 적은 수의 도중 입환역에 정차한다. 이는 물론 수요의 가변성으로 인해 운행 중인 열차를 임의적으로 도중 입환하게 됨으로써 발생하는데, 본 연구를 활용할 경우, 수요를 충분히 고려하여 계획 단계에서부터 미리 도중 입환역을 선정하고, 임의적인 입환을 최대한 방지함으로써 철도 수송 서비스의 신속성 및 정시성을 증대시킬 수 있을 것이다.

이러한 도중 입환의 감소는, 열차의 도중 입환으로 발생하는 입환비용의 감소로 이어진다. 본 연구에서 설정한 목적함수의 두 번째 부분은 화물의 총 수송시간이지만, 만약 역별 열차의 입환비용을 정확히 계량화 할 수 있다면, 총 수송 시간 대신에 총 입환비용을 목적함수에 포함시킬 수 있을 뿐만 아니라 수송비용과 입환비용의 합이라는 단일한 측정치를 사용할 수 있는 장점이 있다. 그러나 본 연구에서는 자료의 한계로, 화물의 총 수송시간을 사용하여 수송시간뿐만 아니라 입환 비용의 감소를 유도하는 우회적인 방법을 사용하였다.

그러나 위의 기대효과를 이루기 위해서는 화물역간 수요가 주간단위로 충분히 예측 가능하여, 화물열차계획상에 설

Table 3 Comparative Results in case of container transportation

	기존 계획		최적화 결과 I		최적화 결과 II	
노선	열차수	도중 입환역수	열차수	도중 입환역수	열차수	도중 입환역수
부산권-오봉	72	4	77	0	78	1
오봉-부산권	74	15	84	16	84	15
광양항-오봉	34	57	25	29	21	15
오봉-광양항	24	49	19	22	16	16
부산권-약목	15	0	18	0	19	0
약목-부산권	15	0	16	0	20	2
부산권-순천	13	9	8	5	7	28
부산권-제천조	13	23	12	21	10	25
제천조-부산권	7	18	4	4	4	4
천안-부산권	6	9	14	15	10	2
광양항-익산	6	7	11	17	12	19
광주송정-부산권	7	22	9	21	5	9
도담-부산권	6	14	5	5	5	5
동산-부산권	6	18	3	3	4	6
부산권-강릉	6	17	7	20	4	36
부산권-광주송정	7	24	6	15	6	8
부산권-익산	5	1	9	0	3	3
부산권-삽교	7	9	9	9	9	9
익산-광양항	6	9	8	8	7	7
적량-동산	6	0	5	0	5	0
강릉-부산권	6	20	5	19	3	12
익산-적량	6	10	5	11	5	10
흥국사-부산권	5	5	3	2	4	5
부산권-천안	6	13	2	6	2	2
순천-부산권	7	2	3	4	1	2
부산권-동산	5	9	3	3	9	9
전체	370	364	370	255	353	250
열차당 도중 입환수	0.98		0.69		0.71	

정된 도중 입환역이 아닌 경우에는 도중 입환이 이루어지지 않아야 한다. 그러나 현실에 있어서는, 수요가 일정 정도 임의로 발생하고 있어, 초기 화물열차 운행계획상의 도중 입환역 보다 훨씬 많은 도중 입환이 발생하고 있다. 따라서 본 연구의 연구결과가 그대로 활용되기 위해서는, 예약 물량의 증대와 같은 수요의 임의성을 감소시킬 수 있는 대책이나, 수요의 임의성으로 인해 발생하는 도중 입환을 어느 정도 허용할 것인지에 대한 정책의 뒷받침이 필요하다.

5. 결 론

본 연구에서는 열차 운행 비용과 전체 화물 수송 시간을 동시에 고려하여, 시종착간 열차 횟수 및 도중 입환역을 선정할 수 있는 화물열차 노선계획을 위한 최적화 모형 및 해법을 제시하였다. 본 연구에서 제시한 최적화 모형 및 해법은 기존의 수작업에 의한 노선 계획보다 좋은 결과를 도출할 수 있었다. 특히 열생성 기반 최적화 모형을 사용함으로써, [2]에서 제시한 호 흐름(arc-flow) 기반 모형보다 훨씬 큰 네트워크 및 열차 수에 대해서도 적용 가능함을 보였고, 파라미터 θ의 조정을 통해 의사결정자가 보다 다양한 화물 열차 노선 계획 결과를 활용할 수 있음을 보였다.

하지만 본 연구를 실제 현장에 적용하기 위해서는 열차 운행 비용에 대한 정확한 산정, 역별 연결-해방 작업 시간에 대한 정확한 산출 등이 필요하며, 문제 정형화 측면에서도 공차와 영차의 비율에 따른 열차의 견인력을 정확히 반영하기 위한 방법론과 연결-해방해야 할 화차 수의 크기에 따른 작업시간의 변화를 고려할 필요가 있다. 또한 철도를 통한 화물수송량이 많아지고, *od* 또한 보다 복잡해질 경우, 한국철도 네트워크에서도 열차간 화물 환적을 위해 도중 입환역에서 화차의 재분류 작업을 피할 수 없을 것으로 예측된다. 따라서 이러한 재분류 작업이 일어나고 화물의 열차간 환적이 많이 발생할 경우, Blocking 계획을 도입해야 할 것으로 추측되며, 본 연구와 더불어 이에 대한 보다 심도 있는 연구가 필요하다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2010-0008794)

참고문헌

[1] M.R. Bussieck (1997) Optimal Lines in Public Rail Transport. *TU Braunschweig*, PhD thesis

[2] B.H. Park, S.-M. Oh, S.-H. Hong, D.-S. Moon (2005) Railway Line Planning Considering the Configuration of Lines with Various Halting Patterns, *Journal of Korean Society of Transportation*, Vol. 23, No. 6, pp.115-125.

[3] R.K. Ahuja, K.C. Jha, Jian Liu (2007) Solving real-life railroad blocking problems, *Interfaces*, 37(5) , pp. 404-419.

[4] C. Barnhart and H. Jin (2000) Railroad blocking : A network design application, *Operations Research*, 48(4), pp. 603-614.

[5] T. Crainic, J-A. Ferland, T-M. Rousseau (1984) A tactical planning model for rail freight transportation, *Transportation Science*, 18(2), pp. 165-184.

[6] A.E. Haghani (1989) Formulation and solution of a combined train routing and makeup, and empty car distribution model, *Transportation Research B*, 23B(6), pp. 433-452.

[7] M.H. Keaton (1989) Designing optimal railroad operating plans : Lagrangian relaxation and heuristic approaches, *Transpn. Res. B*, 23B(6), pp. 415-431.

[8] M.H. Keaton (1992) Designing railroad operating plans : A dual adjustment method for implementing lagrangian relaxation, *Transportation Science*, 26(4), pp. 263-279.

[9] H.N. Newton, C. Barnhart, P.H. Vance (1998) Constructing railroad blocking plans to minimize handling costs, *Transportation Science*, 32, pp. 330-345

[10] E. Zhu, T.G. Crainic, M. Gendreau (2009) Integrated service network design for rail freight transportation, *CIRRELT*, CIRRELT-2009-45

[11] R. Börndorfer, M. Grötschel, M.E. Pfetsch (2007) A Column Generation Approach to Line planning in public transport, *Transportation Science*, 41(1), pp. 123-132

[12] M.R. Bussieck (1997) Optimal Lines in Public Rail Transport, Ph.D thesis, *TU Braunschweig*

[13] M.R. Bussieck, P. Kreuzer, U.T. Zimmermann (1996) Optimal lines for railway systems, *European Journal of Operations Research*(96), pp. 54-63

[14] M.R. Bussieck, T. Lindner, M.E. Lubbecke (2004) A fast algorithm for near optimal line plans, *Math. Methods Opers. Res,* Vol. 59.

[15] M.T. Claessens, N.M. van Dijk, P.J. Zwaneveld (1998) Cost optimal allocation of rail passenger lines, *European Journal of Operations Research*, Vol. 110, pp. 474-489.

[16] J.W. Goossens, S.V. Hoesel, L. Kroon (2006) On solving multi-type line planning problems, *European Journal of Operational Research*, Vol. 168, Issue 2, pp. 403-424

[17] J.W. Goossens, S.V. Hoesel, L. Kroon (2004) A branch-and-cut approach for solving railway line-planning problems, *Transportation Science*, 38(3).

[18] L.A. Wolsey (1998) *Integer Programming*, John Wiley and Sons, INC..

[19] E.-M. Kim, D.-J. Kim, Y-.S. Ko, H.-S. Kim, H.-J. Park(2009), "The Analysis on Competitiveness of Railroad Transport Focused on Container, Cement, Steel", *Journal of the Korean Society for Railway*, 12(5), pp. 613-622.

접수일(2012년 2월 13일), 수정일(2012년 3월 24일),
게재확정일(2012년 3월 29일)