

# Bayesian 모형을 이용한 단일사상 강우-유출 모형의 불확실성 분석

## Uncertainty Assessment of Single Event Rainfall-Runoff Model Using Bayesian Model

권 현 한\* / 김 장 경\*\* / 이 종 석\*\*\* / 나 봉 길\*\*\*\*

Kwon, Hyun-Han / Kim, Jang-Gyeong / Lee, Jongseok / Na, Bong-Kil

### Abstract

The study applies a hydrologic simulation model, HEC-1 developed by Hydrologic Engineering Center to Daecheong dam watershed for modeling hourly inflows of Daecheong dam. Although the HEC-1 model provides an automatic optimization technique for some of the parameters, the built-in optimization model is not sufficient in estimating reliable parameters. In particular, the optimization model often fails to estimate the parameters when a large number of parameters exist. In this regard, a main objective of this study is to develop Bayesian Markov Chain Monte Carlo simulation based HEC-1 model (BHEC-1). The Clark IUH method for transformation of precipitation excess to runoff and the soil conservation service runoff curve method for abstractions were used in Bayesian Monte Carlo simulation. Simulations of runoff at the Daecheong station in the HEC-1 model under Bayesian optimization scheme allow the posterior probability distributions of the hydrograph thus providing uncertainties in rainfall-runoff process. The proposed model showed a powerful performance in terms of estimating model parameters and deriving full uncertainties so that the model can be applied to various hydrologic problems such as frequency curve derivation, dam risk analysis and climate change study.

**Keywords** : HEC-1 model, Bayesian, parameters, uncertainty

### 요 지

본 연구에서는 국내외에서 범용되고 있는 단일강우사상 모형인 미육군공병단의 HEC-1 모형을 이용하여 대청댐 유역의 실측 강우-유출 사상을 중심으로 강우-유출 모의를 수행하였으며, 매개변수 검증에는 실제 대청댐의 시간당 유입량을 기준으로 검증을 실시하였다. HEC-1 모형에는 매개변수를 자동으로 최적화시키는 프로그램이 내장되어 있으나 본 연구의 대상유역과 같이 다수의 소유역이 있는 경우, 매개변수 추정시 매개변수 중 일부는 수렴되지 못하고 발산하는 문제가 있었으며, 침투유량의 추정능력 역시 저하되는 문제를 보였다. 따라서 이러한 HEC-1 모형의 매개변수의 불확실성을 고려하기 위한 방안으로 Bayesian 모형을 HEC-1모형에 연동시켜 활용하였으며, 기존 HEC-1 강우-유출 모형에 적용할 수 있는 매개변수 최적화 및 불확실성 정량화를 위해 HEC-1 강우-유출 모형 매개변수는 SCS 1개, Clark 단위도 2개를 Bayesian MCMC 기법을 적용하여 매개변수간 조건부확률로 모의발생을 한 후, Bayesian 모형으로부터 각 매개변수의 사후분포 (posterior distribution)를 추정하여 사후분포의 추정이 매개변수의 불확실성 정량화를 수행하였다. 본 연구를 통해 제안된

\* 교신저자, 전북대학교 토목공학과 조교수 (e-mail: hkwon@jbnu.ac.kr)

*Corresponding Author*, Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Chonbuk National University

\*\* 전북대학교 토목공학과 석사과정 (e-mail: kjk2388@jbnu.ac.kr)

Department of Civil Engineering, Chonbuk National University

\*\*\* 전북대학교 공과대학 객원연구원

Adjunct Research Scientist, College of Engineering, Chonbuk National University

\*\*\*\* 한국수자원공사 보현산댐건설단 공사팀장 (e-mail: nbk08@kwater.or.kr)

General Manager, Korea Water Resources Corporation, Bohyunsandam Construction Office

BHEC-1 모형을 대상으로 대청댐 유역에 실측 강우-유출 사상에 대해서 모형의 적합성을 평가한 결과, 7개 유역의 21개의 매개변수가 해의 발산 없이 안정된 매개변수 추정이 가능하였다. 한편, Bayesian 모형을 근간으로 하기 때문에 최종결과로서 매개변수들의 사후분포(posterior)의 추정이 가능하여 향후 홍수빈도곡선 유도, 댐 위험도분석과 기후변화 문제와 같은 다양한 수문학적 문제의 연구에 적용 가능할 것으로 전망된다.

**핵심용어** : HEC-1 모형, Bayesian, 매개변수 최적화, 불확실성

## 1. 서론

수문순환과정을 모의하기 위해서 다양한 형태의 수문 모형들이 사용되고 있으며, 그 중 가장 대표적인 모형은 강우-유출 모형으로서 강우로 인한 유역의 유출 특성을 평가하는데 주로 이용되고 있다. 강우-유출과정의 물리적인 관계는 관측된 강우, 유량, 증발산 등의 매개변수(parameter)들의 최적화(optimization) 과정을 통해서 추정되고 있다. 다양한 매개변수들로 인하여 이용되는 강우-유출 모형은 국내외적으로 그 종류가 매우 다양하지만, 여전히 수문순환 과정을 정확히 모의하기 위해서 요구되는 수문자료의 질적, 양적 기준에는 매우 미흡한 실정이다. 이러한 점은 많은 경우에 있어서 신뢰성 있는 유출 분석을 어렵게 하는 원인으로 작용하며 따라서 강우-유출 분석시에 불확실성 분석은 반드시 요구되는 분석과정이다. 그러나 불확실성을 정량화하는 것은 통계학에서도 쉽지 않은 연구 분야로서 가장 진보된 불확실성 해석 방법으로는 Bayesian 방법이 컴퓨터의 발전과 더불어 많은 학문 분야에서 이용되고 있다. 특히, Bayesian 방법은 매개변수의 추정과 불확실성을 동시에 수행할 수 있는 방법으로 추정되는 매개변수들은 사후분포(posterior distribution)로 귀결되며 최종적으로 확률분포형(probability density function)의 형태를 갖게 된다.

외국의 연구사례를 살펴보면 Melching (1995)은 Monte Carlo Simulation (MCS) (Binley et al., 1991; Beven and Binley, 1992), Latin Hypercube Sampling (LHS) (Melching, 1992 a,b; Kwon et al., 2007), Mean First Order Second Moment (MFOSM), Advanced Mean First Order Second Moment (AFOSM)와 Rosenbruth's Point Estimation Method (RPEM), Harr's Point Estimation Method (HPEM)를 포함하는 강우-유출 모형의 다양한 신뢰성 분석 기법을 적용하였다. 이와 더불어 많은 연구자들은 다양한 신뢰성 분석 방법의 상대적인 수행능력을 비교 검토하였다(Melching, 1992a,b; Bates and Townley, 1988; Lei and Schilling, 1993; Garen and Burges, 1981; Binley et al., 1991). Melching

(1995)은 강우-유출 모형의 불확실성 검토기법을 분석하여 HPEM과 LHS기법을 추천하였다. 또한 분포형 강우-유출 모델의 대해서 MCS, LHS, RPEM, HPEM의 신뢰성 해석기법을 적용시켜 MCS와 LHS의 우수성을 입증한바 있다(Yu et al., 2001).

국내의 연구사례를 살펴보면, 권현한 등(2004a,b) 등은 매개변수적 LHS를 이용한 강우-유출모형의 불확실성 해석기법을 개발하여 소양강댐 유역에 대해서 모형의 적합성을 평가하였으며, Kwon et al. (2007)은 비매개변수적 LHS 기법을 이용하여 강우-유출 모형의 불확실성 분석에서 효율성을 극대화시키는 연구를 수행하였다. 권현한 등(2008)은 Bayesian 기법과 Sacramento 장기유출 모형을 통합한 Bayesian Sacramento 모형을 개발하여 소양강댐 유역의 장기유출 과정의 불확실성을 평가하였다. Kwon et al. (2011)은 기후변화에 따른 홍수량 변동성 평가를 위하여 통계학적 Downscaling 기법과 연동할 수 있는 Bayesian Sacramento 모형을 이용하였다. 한편, 강우-유출 모형 이외에 저수지 퇴사량 산정에 대한 불확실성 분석에 MCS와 LHS를 적용한 사례가 있다(신현석과 윤용남, 1998).

이러한 점에서 본 연구의 주된 목적은 국내외에서 대표적으로 이용되는 HEC-1 단일강우사상 모형과 연동할 수 있는 Bayesian Markov Chain Monte Carlo (MCMC) 기반의 Bayesian HEC-1 (BHEC-1) 통합 모델을 개발하는 것이다. 본 연구에서는 BHEC-1 모형을 개발하는데 다음 사항에 주안점을 두었다.

- 1) 기존 HEC-1 모형의 모든 해석과정을 포함하고 입력 및 출력 양식의 형태를 그대로 활용할 수 있는 해석기법을 개발한다.
- 2) 기존 HEC-1 모형에서 사용되는 최적화 기법은 다수의 유역을 대상으로 매개변수 최적화 수행이 어려운 문제점이 존재한다. 즉, 유역이 여러 개인 경우 발산되는 문제점이 있어 유역을 분리하여 매개변수 최적화를 수행하는 등에 적용상에 문제점이 있다. 이러한 점을 고려하여 다수의 유역인 경우에도 해석이 가능하도록 모형을 개발한다.

3) 본 연구에서는 매개변수의 최적화와 불확실성 추정 이 동시에 가능한 모형을 개발하며 강우-유출 모의 과정에서 나타나는 모형, 매개변수, 입력 자료 등의 불확실성을 고려한 해석이 가능하도록 개발한다.

본 연구에서는 대청댐 유역에 대해서 실측된 강우, 유출 사상을 중심으로 유역의 매개변수를 검정을 실시하였다. 우리나라에서는 홍수량 분석을 위한 일반적인 해석 과정은 SCS 유출곡선번호(CN No.)를 이용한 유효우량 산정과 합성단위유량도 Clark기법을 이용한 유출변환으로 대표된다. 본 연구에서도 동일한 해석과정을 채택하였으며 Clark 순간단위도법의 2개의 매개변수인 도달시간, 저류상수와 유효우량 산정 시에 SCS CN No.를 매개변수 검정 및 불확실성 평가 대상으로 선정하여 분석을 실시하였다.

## 2. 강우-유출모의 방법

### 2.1 강우-유출모의 대상유역 및 모형의 입력자료

강우-유출 모형의 적합성을 평가하기 위해서는 모형의 검증을 위한 최소한의 사상별 강우-유출 자료가 필요하다. 따라서 본 연구에서는 유출 자료가 비교적 잘 갖추어져 있고 자연하천인 대청댐 유역을 대상유역으로 선정하였으며 (Fig. 1), 각 소유역별 유역특성인자는 Table 1과 같다.

강우-유출 모형 검정에는 동시간대에 실제 관측된 대청댐의 시단위 유입량과 강우-유출 모형에 실측 강우량을 입력하여 발생된 유출수문곡선과의 재현 특성을 비교 분석하는 과정이 필요하다. 본 연구에서는 강우-유출 모의 대상유역의 강우관측소 중 통계적으로 유의성을 갖는 관측자료년수가 30년 이상되는 강우관측소를 선정하였고, 강우관측소의 Thiessen 면적가중치를 적용하여 강우-유출 모의에 사용할 강우량 값을 모형의 입력자료로 이용하였다. 다음 Table 2는 주요 강우관측소의 Thiessen 면적가중치이다.

본 연구에서는 대상 유역의 강우-유출 관계를 추정하기 위해서 국내외에서 범용되고 있는 단일강우사상모형인 미공병단의 HEC-1 FLOOD Package Code를 수정하여 적용하였다. (Hydrologic Engineering Center, 1990) 유출모의방법에는 SCS 유출곡선지수 방법, Clark 순간단위도법, Muskingum 하도추적 방법 등을 이용하였으며, 주요 매개변수는 SCS방법의 CN.No, Clark 순간단위도법의 도달시간  $T_c$ 과 저류상수( $R$ )가 있다.

### 2.2 강우-유출 모형의 매개변수 검정

강우-유출 모형에서 검정이란 모형 매개변수의 최적치를 얻는 목적으로 모형 예측치를 실측치에 비교하는 과정이다. 매개변수의 최적치는 모형 사용자에게 의해 정해진 기준 또는 목적함수를 만족하는 값을 말한다. 모형 사용자는 가능한 최선의 모형 예측치를 얻을 수 있는 모형 매개변수를 구하는 것이며, 이는 목적함수의 형태에 영향을 받는다.



Fig. 1. A Map Showing Daecheong Watershed

Table 1. Watershed Characteristics using the ArcGIS

No.	Basin Name	Area (km <sup>2</sup> )	Flow Length (km)	Slope (m/m)
1	Yongdam Dam Basin	129.04	28.488	0.01921
2	Namdae-cheon Basin	464.46	58.274	0.02420
3	Youngdong-cheon Basin	704.17	68.551	0.00420
4	Chogang Basin	672.75	72.260	0.00855
5	Bocheong-cheon Basin	557.42	72.060	0.00487
6	Daecheong Dam Upstream Basin	117.51	28.667	0.00431
7	Daecheong Dam Basin	668.54	81.654	0.00600

Table 2. Thiessen Weighting Factor by Estimating Areal Rainfall

Observed value Estimation	Area (km <sup>2</sup> )	Thiessen Weighting Factor											
		Daejeon	Cheongju	Chupungryung	Boeun	Buyeo	Geumsan	Gunsan	Jangsu	Iwon	Youngdong	Muju	Cheonan
Daecheong Dam	4,189	0.035	0.009	0.104	0.159	-	0.130	-	0.094	0.140	0.135	0.195	-
Yongdam Dam	929	-	-	-	-	-	0.141	-	0.423	-	-	0.437	-

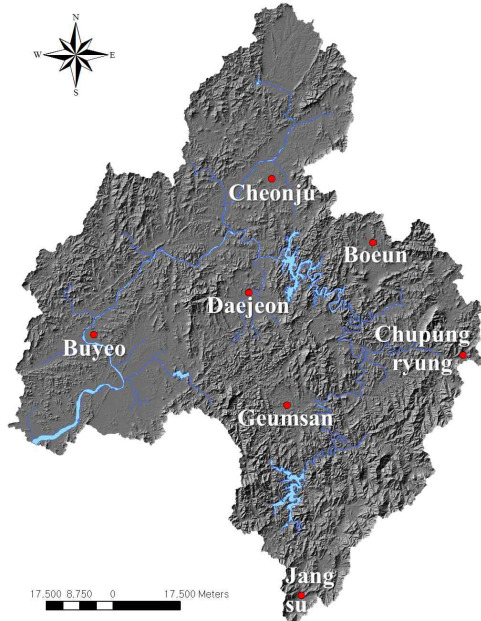


Fig. 2. Weather Stations Used in this Study

본 절에서 강우-유출 매개변수 검정은 다음 사항을 목적으로 하였다.

- 1) BHEC-1 모형의 적용에 앞서 매개변수들이 가지는 변동성을 파악하기 위하여 다수의 강우-유출 사상에 대해서 기존 HEC-1 모형 최적화 기법을 활용하여 매개변수를 검정하였다.
- 2) 본 연구에서 제안하는 BHEC-1 모형과의 결과를 비교하기 위해서 4개의 강우-유출 사상에 대한 검정을 실시하여 평가하고자 하였다. 본 연구에서의 매개변수 검정은 수자원관리정보시스템(<http://www.wamis.go.kr/>)에서 대청댐 지점의 시간당 유입량 정보가 열람이 가능한 2003년, 2006년, 2007년, 2009년의 대청댐 유역의 실측된 주요 홍수사상을 대상으로 SCS 유출곡선지수, 도달시간, 저류상수에 대해서 실시하였다. 한편, 대청댐 유역의 강우-유출매개변수의 초기치는 금강유역종합치수계획 보고서(국토해양부, 2008)를 바탕으로 추정하였다.

매개변수 검정은 Eq. (1)과 같은 목적함수를 적용하여

HEC-1의 최적화 기법을 이용하여 매개변수 검정을 실시하였다. Eq. (1)은 침투유량의 백분율오차를 나타내며  $q_s(t)$ 는 계산유량을  $q_0(t)$ 는 실측유량을 나타낸다.

$$Z = 100 \left| \frac{q_s(\text{peak}) - q_0(\text{peak})}{q_0(\text{peak})} \right| \quad (1)$$

매개변수 검정 결과 각 홍수사상별로 모두 다른 값을 나타내고 있으며 Table 3에 유역별로 매개변수 범위를 제시하였다. 이러한 현상은 유역의 초기함수조건, 강우발생 형태, 유역특성, 모형의 불확실성, 수문자료의 불확실성 등으로 인해 발생한 결과라 사료된다.

### 3. Bayesian HEC-1 모형

#### 3.1 Bayesian Markov Chain Monte Carlo 모의

Bayesian 방법은 확률을 발생 빈도나 어떤 시스템의 물리적 속성이라고 여기는 것과는 다른 해석적 접근방법이다. Bayesian 확률은 사전확률(prior probability)을 기준으로 자료의 증가에 의해서 정보가 갱신되며 최종적으로 사후확률(posterior probability)을 추정하는 과정이다. Bayes 정리(Bayes's rule)는 두 확률 변수의 조건부 확률과 경계 확률 사이의 관계를 나타내는 정리로, 확률론의 Bayesian 해석에 따르면 Bayes 정리는 새로운 사후근거가 제시될 때 신뢰값(belief)을 어떻게 갱신 또는 정정할 것인가를 설명하고 있다(Gelman et al., 2004).

주어진 확률변수  $\theta$ 와  $y$ 가 있을 때, 두 확률변수들의 결합확률분포(joint probability distribution)는 사전분포(prior distribution)  $p(\theta)$ 와 우도(likelihood)  $p(y|\theta)$ 의 곱으로 표현할 수 있다.

$$p(\theta, y) = p(\theta)p(y|\theta) \quad (2)$$

수리적으로 계산이 불가능하거나 복잡한 적분, 추정 등의 문제에 사용되는 Monte Carlo 기법은 최근에 수리 수문학 분야에서 위험도 및 불확실성을 평가하는 수단으로 널리 이용되고 있다. Monte Carlo 기법은 관심이 있는 값을 확률변수의 기대값으로 표현하고 이를 모의를 통하여

추출된 동일한 분포를 따르며 서로 독립(Independent and identical Distributed: iid)인 표본들의 표본평균을 이용하여 추정하는 방법이라고 할 수 있다.

이에 반해 Markov Chain Monte Carlo 기법은 주어진 다변량 확률분포가 복잡하여 이를 따르는 iid 난수를 얻을 수 없는 경우에 사용가능한 기법으로서 iid 난수 대신 Markov Chain 난수를 추출하여 사용한다. Markov Chain 을 통해 난수를 발생시킨다고 해서 정확하게 관심이 되는 확률분포를 따르지 않지만 이를 일정 시간동안 반복 후에 얻어지는 난수들은 추출을 원하는 분포에 수렴하게 된다. 따라서 Markov Chain Monte Carlo 기법은 복잡한 다변량 확률분포 및 매개변수의 추정을 요하는 문제에서 주로 사용되며 또한 Bayesian 통계 기법에서 사후분포의 추론에 이용될 수 있다.

본 연구에서는 2가지 관점에서 Markov Chain Monte Carlo 기법을 이용하게 된다. 즉 강우-유출 모형의 여러 매개변수의 최적 해를 구할 뿐만 아니라 이에 따른 매개변수의 사후분포를 추정하게 된다. 최근에 Bayesian Markov Chain Monte Carlo 기법을 응용하여 극치강수량 예측모형(권현환과 문영일, 2007) 및 Bayesian Markov Chain Monte Carlo 기법을 통한 강우-유출 모형 매개변수의 최적화 및 불확실성 분석(권현환 등, 2008) 등 다양한 수리수문학적 문제에 하나의 대안으로서 적용되고 있다.

Markov Chain Monte Carlo 기법의 대표적인 방법으로 메트로폴리스 해스팅스법(Metropolis-Hastings Sampling) 이 방법과 깁스표본법(Gibbs Sampling)이 있다. 메트로폴리스 해스팅스 방법은 직접적으로 표본을 얻기 어려운 확률 분포로부터 표본의 수열을 생성하는데 사용하는 기각 표본 추출 알고리즘이다. 이 수열은 주어진 분포에 근사하는 Markov Chain Monte Carlo를 모의실험하거나 예측치와 같은 적분을 계산하는데 사용될 수 있다. 이 방법은 Metropolis and Ulam (1953)이 제안하였고 이것을 Hasting (1970)에 의해서 일반화 되었다. 깁스표본법은 메트로폴리스 해스팅스 방법의 특별한 경우이며, 일반적인 적용에는 제약이 있지만 보통 더욱 빠르고 사용하기 쉽다. Markov Chain Monte Carlo 기법은 원하는 다변량 확률분포에서 iid 표본을 추출하는 것이 복잡하거나 난해한 경우 이용 가능하며, 본 연구에서 깁스표본기법을 이용하였다.

깁스표본법은 원하는 다변량 확률분포에서 iid 표본을 추출하는 것이 복잡하거나 난해한 경우 이용 가능한 방법으로 3개의 변수를 갖는 다변량 확률분포를 이용하여 설명하면 다음과 같다. 3개의 변수를 갖는 다변량 확률밀도함수를  $f(x,y,z)$ 라고 하자. 깁스표본법은 확률밀도함

수로부터 직접 표본을 추출할 수는 없으나 각각의 변수들의 대해서 다른 두 변수들이 주어졌을 때의 조건부 분포가 알려져 있고 이로부터의 표본추출이 가능한 경우에 사용할 수 있다. 알고리즘을 간단히 정리하면 다음과 같다.

- 1) 세 변수에 대한 초기 값( $x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}$ )을 부여한다.
- 2)  $i$ 번째 난수 벡터( $x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}$ )가 주어졌을 때  $i+1$ 번째 난수 벡터를 다음과 같은 조건부 분포에서 추출한다.

$$(1) x^{i+1} \sim f(x|y^{(i)}, z^{(i)})$$

$$(2) y^{i+1} \sim f(y|x^{(i+1)}, z^{(i)})$$

$$(3) z^{i+1} \sim f(z|x^{(i+1)}, y^{(i+1)})$$

- 3) 위의 과정을 충분히 반복한 후 초기의 일정부분 난수를 제거한 이후의 난수들을 이용한다.

위의 알고리즘에서 보듯이 깁스표본법은 조건부 분포들에서 조건으로 주어지는 변수들의 값을 정확하게 바로 직전의 단계에서 주어진 값들이 사용되게 되며 따라서 조건부 분포에서 추출된 난수들이 안정 상태에 도달하는 것이 주어진 다변량 확률분포를 정확히 따르는 난수가 되는 척도가 되며 깁스표본법을 구현하는데 가장 중요한 부분이 된다. 이러한 다수의 초기 무작위 표본추출과정을 거치게 됨으로서 상대적으로 매개변수들의 공간의 보다 폭넓은 탐색과정이 가능해지며, 이는 결국은 전역 최적해의 공간을 찾을 수 있는 더 큰 기회를 부여하게 된다.

본 연구에서는 단일사상 강우-유출 모형 구축을 위한 매개변수 추정 및 불확실성 분석을 수행하기 위해 목적함수를 설정하고 각 사상별로 5,000회 이상 모의하여 다양한 표본공간으로부터 매개변수들이 추출될 수 있도록 하였다.

### 3.2 Bayesian 기법을 이용한 HEC-1 모형 최적화

앞선 연구에서 언급한 바와 같이 강우-유출 모형을 구성하는데 있어서 SCS Curve No.와 Clark 합성단위유량도의 2개의 매개변수를 최적화 대상으로 하였다. 대청댐 유역의 경우 총 7개 유역으로서 유역마다 3개의 매개변수가 최적화 대상이므로 총 21개의 매개변수를 최적화 하였다. 본 연구에서는 21개의 매개변수를 정규분포로 가정하였으며, 21개의 매개변수에 대한 결합확률(joint probability)은 Eq. (4)와 같다.

$$CN_n \sim N(\mu_{cn_n}, \sigma_{cn_n}^2) \quad n = 1, \dots, 7 \quad (3.a)$$

$$Tc_n \sim N(\mu_{tc_n}, \sigma_{tc_n}^2) \quad n = 1, \dots, 7 \quad (3.b)$$

$$R_n \sim N(\mu_{rn}, \sigma_{rn}^2) \quad n = 1, \dots, 7 \quad (3.c)$$

$$p(CN_{1,\dots,7}, Tc_{1,\dots,7}, R_{1,\dots,7}) \propto 1 \quad (4)$$

Bayes 정리에 의해서 매개변수의 사후분포는 다음과 같이 전개될 수 있다.

$$p(\theta | y) = \frac{p(\theta, y)}{p(y)} \propto p(y | \theta) \cdot p(\theta) \quad (5)$$

여기서,  $\theta = [CN_{1,\dots,7}, Tc_{1,\dots,7}, R_{1,\dots,7}]$ 는 전체매개변수들의 집합을 나타내며,  $p(\theta)$ 는 매개변수들의 사전분포를  $p(y | \theta)$ 는 유입량자료  $y$ 의 우도함수(likelihood function)를 의미한다.

$$p(y | \theta) \propto \prod_{i=1}^T N(y_i | \mu(t), \sigma) \cdot N(\mu(t) | CN_{1,\dots,7}, Tc_{1,\dots,7}, R_{1,\dots,7}, \sigma_{cn}^2, \sigma_{tc}^2, \sigma_r^2) \quad (6)$$

Eq. (6)은 모든 매개변수에 대한 적분을 통해 직접적으로 추정하는 것은 불가능하다. 따라서 본 연구에서는 앞서 언급한 MCMC 방법을 도입하여 매개변수들의 사후분포를 추정하게 된다. 각각의 매개변수들은 MCMC 방법 중 깃스표본법을 이용하여 추정하였으며 모형의 효과적인 매개변수 수렴(convergence)을 위해서 3개의 Chain을 독립적으로 시행하여 표본이 효과적으로 혼합(mixing)되도록 하였다.

Bayesian MCMC 방법은 앞서 언급했듯이 우리가 정확히 알지 못하는 다변량 분포들의 결합확률밀도 대신에 변량간의 조건부분포를 효과적으로 찾아낼 수 있는 방법론으로서 HEC-1모형을 예를 들어 설명하면 다음과 같다. 어떤 유역의 SCS Curve No., Clark의 Tc와 R값을 찾아내기 위해서 우선 SCS Curve No.를 정규분포로부터 모의 발생시키고 모의 발생된 SCS Curve No.를 조건부로

하는 Clark의 Tc를 찾아내고 다음으로 R값을 찾는 등 연속적으로 Chain의 형태를 가지고 진화해 간다. 즉, 단순히 변량을 모의발생 시키는 Monte-Carlo 모의가 아니라 변량간의 관계를 규정하고 이를 유지하면서 다음 변량을 추정하는 등 이를 그대로 Markov Chain의 형태를 가지게 된다.

#### 4. Bayesian HEC-1 모형 적용 결과

강우-유출 모형의 정확성은 주로 모형의 매개변수에 의존하게 된다. 그러나 강우-유출 사상의 매개변수 검정 시에 각 사상별로 검정에 따른 매개변수가 다르게 추정되는 문제점이 발생하며 이는 유역의 초기함수조건이나 강우의 발생형태 등의 상이함으로 초래되는 결과이다. 본 연구에서는 대형댐 유역의 실측 강우-유출 사상을 중심으로 HEC-1모형에서 제공하는 매개변수 최적화 방법을 통해 매개변수 검정을 실시하였으며, 각 유역 대표 매개변수에 대해 범위를 추정하였다. 최종적으로 추정된 범위를 기초로 하여 BHEC-1 모형을 통하여 매개변수의 불확실성 분석을 포함하는 매개변수 최적화를 수행하였다.

##### 4.1 강우-유출 모형의 매개변수 초기치 평가

본 연구에서 제안한 BHEC-1 모형의 적용에 앞서 GIS 분석을 통해서 도출된 유역정보로부터 경험공식 등을 이용하여 강우-유출 모형의 매개변수들의 초기값을 도출하였다. 이들 매개변수들의 초기값과 기존 HEC-1 최적화기법을 이용하여 매개변수를 검정하였다. 매개변수 검정은 2003년, 2006년, 2007년, 2009년 총 4개의 강우-유출 사상을 대상으로 하였다. 각 유역별 매개변수 검정 결과는 Table 3에 요약하여 나타내었으며 표에서 나타낸바와 같

Table 3. A Range of Rainfall-runoff Parameters Used in this Study

Basin Name	Time of Concentration(hr)			Storage Coefficient(hr)			CN No.		
	Minimum	Average	Maximum	Minimum	Average	Maximum	Minimum	Average	Maximum
Yongdam Dam Basin	2.45	3.14	3.92	2.67	3.22	3.92	81.2	88.3	94.5
Namdae-cheon Basin	4.15	5.87	7.34	4.46	6.33	7.60	81.4	86.0	98.4
Youngdong-cheon Basin	4.95	6.89	8.48	5.25	6.57	8.59	80.6	84.1	99.1
Chogang Basin	3.76	5.78	6.93	4.24	5.84	7.65	80.2	84.1	97.3
Bocheong-cheon Basin	4.63	6.13	8.29	4.65	6.81	9.75	81.4	85.6	99.1
Daecheong Dam Upstream Basin	1.38	2.12	2.93	1.88	3.00	4.18	85.2	89.4	97.7
Daecheong Dam Basin	4.28	6.46	10.86	4.89	5.99	7.83	81.4	87.7	97.3



이 매개변수가 일정한 범위로 추정되는 것을 확인할 수 있다. 이는 앞서 언급되었듯이 강우강도, 강우지속시간, 유역의 선행함수조건 등의 상이함으로 기인하는 것으로 판단된다.

Figs. 3~6은 기존 HEC-1 모델을 통해 최적화된 수문 곡선을 나타낸다. 그림에서와 같이 침투유량의 발생시간은 유사한 거동을 보이고 있으나 모의된 유출수문곡선의 침투유량이 관측수문곡선의 침투유량을 재현함에 있어

그 성능이 저하되어 있음을 확인하였다. 이러한 결과가 발생하게 된 주요 원인에는 모형 자체에서 기인하는 불확실성과 매개변수의 불확실성, 관측된 자료의 불확실성 등이 복합적으로 발생한 결과로 사료된다.

#### 4.2 Bayesian 모형을 이용한 매개변수 추정 및 불확실성 평가

본 연구에서는 앞서 평가된 기존 HEC-1을 이용한 강우

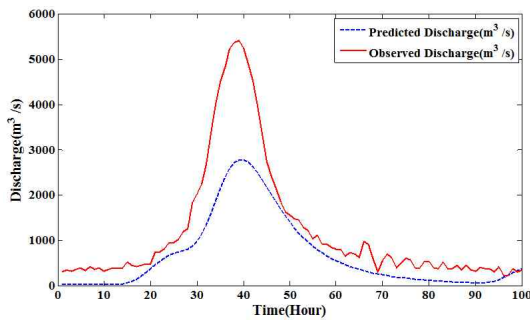


Fig. 3. Hydrograph using Initial Model Parameters for the Year 2003

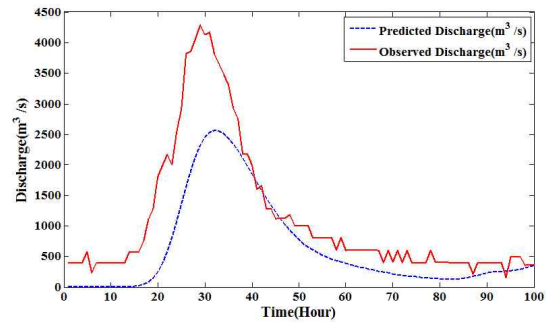


Fig. 5. Hydrograph using Initial Model Parameters for the Year 2007

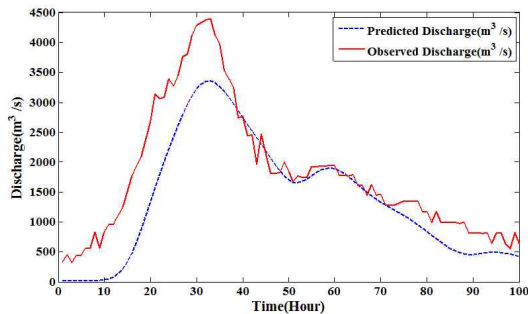


Fig. 4. Hydrograph using Initial Model Parameters for the Year 2006

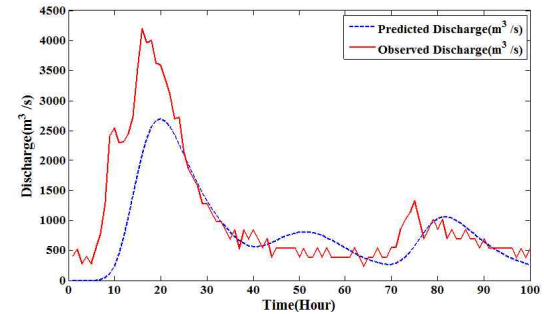


Fig. 6. Hydrograph using Initial Model Parameters for the Year 2009

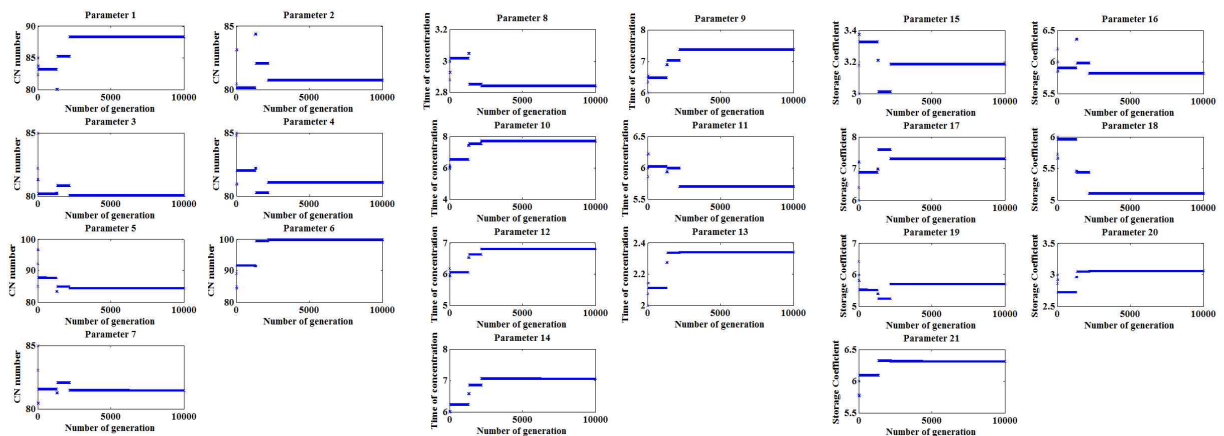


Fig. 7. Plot of Convergence of 21 Rainfall-runoff Parameters in 2006

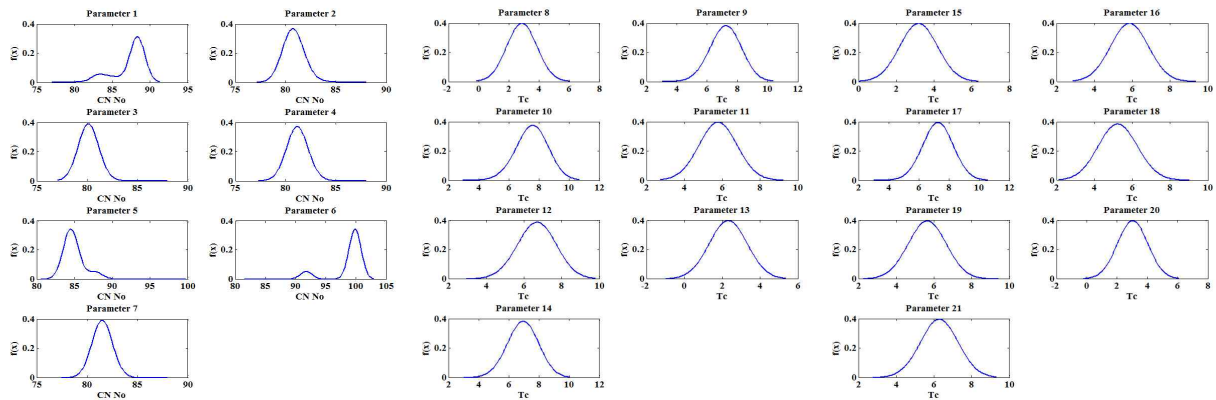


Fig. 8. Posterior Parameter Distribution Resulting from Bayesian MCMC

-유출 분석의 문제점을 개선시키기 위해 Bayesian 모형을 적용하였다. 기본적으로 BHEC-1모형을 적용하기 위해서 사전분포를 정의하는 것이 필요하며 본 연구에서는 앞서 기존 HEC-1모형 최적화 과정으로부터 추정된 매개변수(Table 3)를 기준으로 사전분포를 정의하였다.

앞서 언급되었듯이 본 연구에서는 7개 소유역을 동시에 최적화 대상으로 하였으며 각 소유역별 3개의 매개변수, 즉 총 21개의 매개변수를 동시에 최적화하였다. 총 4개의 강우-유출 사상을 대상으로 BHEC-1모형을 적용하였으며 매개변수가 충분히 수렴할 수 있도록 10,000번 모의를 수행하여 최종적으로 매개변수별 사후분포를 도출하였다. 매개변수들의 수렴과정을 나타내면 Fig. 7과 같다. 10,000번 모의를 통해서 추정된 매개변수별 사후분포를 핵밀도함수로 나타내면 Fig. 8과 같다.

각 유역별 SCS 유출곡선번호, 도달시간, 저류상수의 사후분포로부터 2.5%, 50%, 97.5%의 Quantile을 추출하여 매개변수의 신뢰구간을 추정하였다. Table 4는 도출된 사후분포로부터 최종적으로 매개변수의 불확실성 범위를 나타낸다.

BHEC-1 기법을 통해 모의된 수문곡선과 실측수문곡선을 시각적으로 비교해보면 거의 일치된 값을 보여주고 있으며, 기존에 HEC-1 매개변수 최적화 방법인 Nelder Method에 비해 모의능력 현저하게 개선되었음을 확인하였다. 이를 통계적인 지표들 통해 정량적으로 비교 검토하였다. 본 논문에서는 통계적 평가 수단으로 상관계수 (correlation coefficient, CC), 편의(bias), 평균제곱오차 (root mean square error, RMSE), Nash-Sutcliffe 계수 (N-S), 일치계수(Index of agreement, IoA)를 사용하여 모형의 적합성을 평가하였다.

Nash-Sutcliffe 계수는 Nash and Sutcliffe (1970)가 제안한 통계적 기준으로 편의를 줄일 수 있는 무차원계수인

Table 4. A Credible Bound of Rainfall-runoff Parameters Estimated from Posterior Distribution (2006)

Parameters	Credible Bounds		
	Median	2.5%	97.5%
CN_1	89.38	88.02	99.39
CN_2	84.88	81.32	85.28
CN_3	80.19	80.01	87.07
CN_4	80.29	80.02	82.15
CN_5	80.94	80.89	81.43
CN_6	99.29	86.33	99.95
CN_7	81.37	80.70	82.27
Tc_1	3.09	2.78	3.10
Tc_2	6.08	5.75	6.26
Tc_3	5.74	5.66	6.45
Tc_4	6.66	6.28	6.78
Tc_5	5.25	5.20	5.34
Tc_6	2.06	1.83	2.08
Tc_7	4.00	3.92	5.34
R_1	2.98	2.96	3.14
R_2	5.91	5.45	5.97
R_3	6.54	5.72	6.60
R_4	6.52	5.82	6.60
R_5	6.37	5.62	6.45
R_6	3.21	2.93	3.22
R_7	5.98	5.94	6.14

다. 모의된 수문곡선이 실측 수문곡선과 잘 일치할수록 1에 가까워지는 성질이 있다. 이 기준은 무차원양으로서 자료의 개수에 관계없이 절대적 평가기준이 될 수 있다.

$$NS = \frac{F_0^2 - F^2}{F_0^2} \quad (7)$$



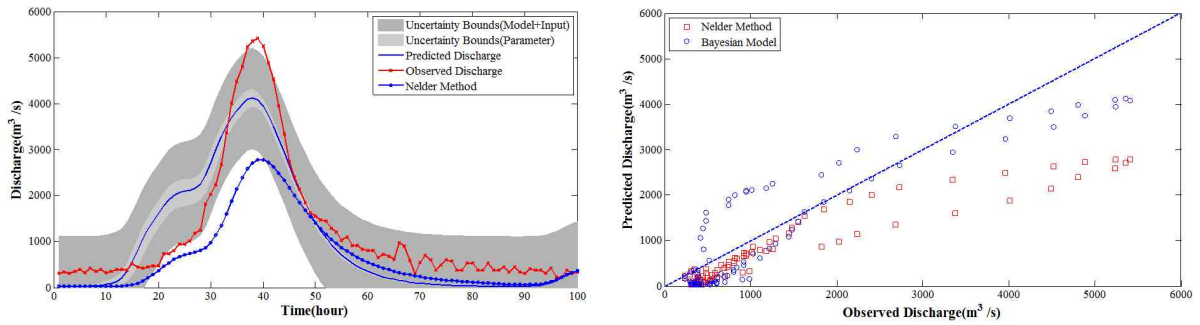


Fig. 9. Hydrograph with Uncertainty Bounds Resulting from Posterior Distribution and Scatter Plot between Traditional Nelder Method and Bayesian Technique for the Year 2003

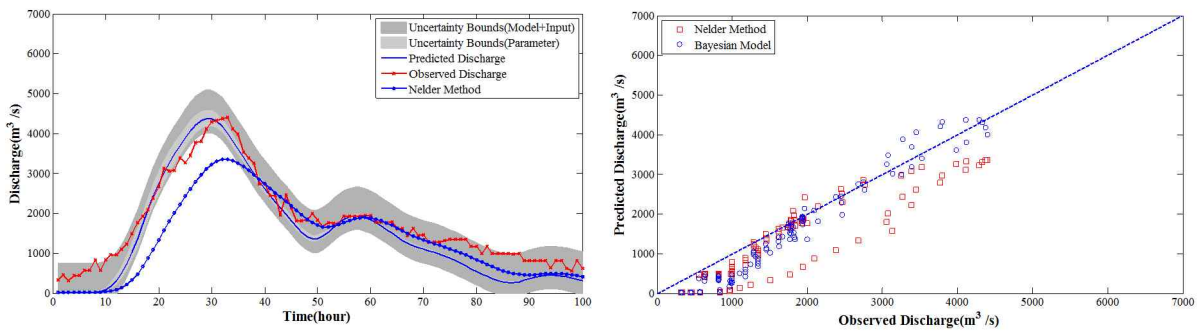


Fig. 10. Hydrograph with uncertainty bounds resulting from posterior distribution and scatter plot between traditional Nelder method and Bayesian technique for the year 2006

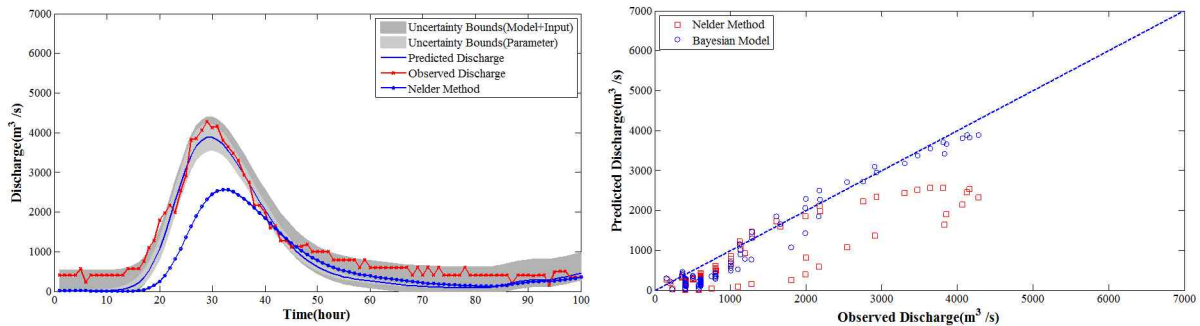


Fig. 11. Hydrograph with Uncertainty Bounds Resulting from Posterior Distribution and Scatter Plot between Traditional Nelder Method and Bayesian Technique for the Year 2007

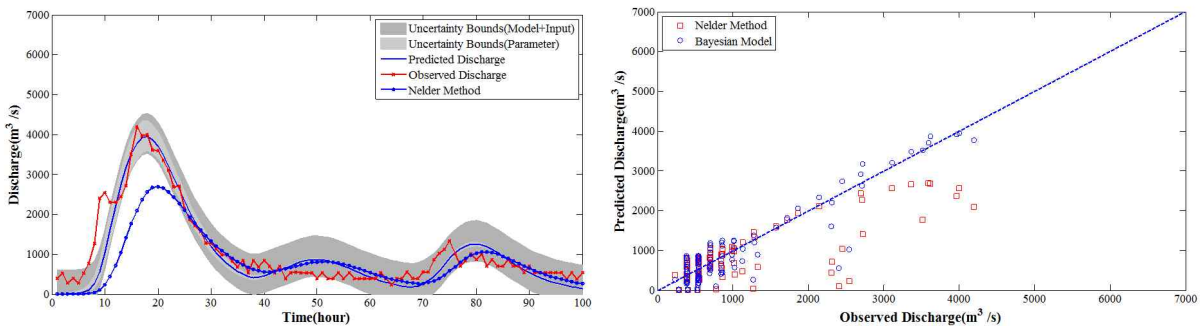


Fig. 12. Hydrograph with Uncertainty Bounds Resulting from Posterior Distribution and Scatter Plot between Traditional Nelder Method and Bayesian Technique for the Year 2009

Table 5. A Comparison through Statistical Assessment between Observed and Simulated Discharge

Statistics (Estimation)	2003 (Year)		2006 (Year)		2007 (Year)		2009 (Year)	
	Nelder	Bayesian	Nelder	Bayesian	Nelder	Bayesian	Nelder	Bayesian
R	0.96	0.91	0.91	0.98	0.91	0.98	0.79	0.93
COE	0.62	0.81	0.68	0.85	0.59	0.91	0.55	0.85
IoA	0.86	0.95	0.92	0.97	0.86	0.98	0.84	0.96
Bias	541.19	175.54	417.44	273.71	478.32	257.39	246.43	77.18
RMSE	840.68	589.79	601.11	411.45	703.67	333.95	650.41	376.58
Median (Obs.)	1,216.60		1,799.34		1128.51		1,082.40	
Median (Sim.)	675.41	1,041.06	1,381.90	1,525.63	650.19	871.12	835.97	1,005.22
SD (Obs.)	1,373.51		1,072.51		1103.63		975.77	
SD (Sim.)	806.02	1,298.75	999.36	1,288.79	770.68	1173.00	665.48	1,014.93
Cv (Obs.)	1.13		0.60		0.98		0.90	
Cv (Sim.)	1.19	1.25	0.72	0.84	1.19	1.35	0.80	1.01

$$F^2 = \sum_{i=1}^n [q_0(t) - q_s(t)]_i^2 \quad (8)$$

$$F_0^2 = \sum_{i=1}^n [q_0(t) - \bar{q}_0]_i^2 \quad (9)$$

여기서,  $q_0$ 는 실측유량을  $q_s$ 는 모의 유량을 나타낸다. 통계적으로  $F^2$ 는 총제곱오차를 나타내며  $F_0^2$ 는 총제곱편차를 의미한다. 즉 전체변동에 대한 오차의 정도로 해석될 수 있다. 편의와 평균제곱오차는 다음 Eqs. (10) and (11)로 정의될 수 있다. 평균제곱오차는 비선형 유출모형의 수행능력을 평가하기 위함이며 모형 수행결과와 평균적으로 어느 정도의 유량만큼 오차가 발생하는지를 나타내는 지표로 일종의 평균치라고 할 수 있다.

$$Bias = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (q_0(t) - q_s(t)) \quad (10)$$

$$SE = \left( \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (q_0(t) - q_s(t))^2 \right)^{0.5} \quad (11)$$

다음의 상관계수는 모형의 효율성을 나타내는 무차원 기준으로 1에 근접할수록 모형의 모의능력이 우수함을 뜻한다.

$$CC = \frac{\sum_{t=1}^n (q_0(t) - \bar{q}_0)(q_s(t) - \bar{q}_s)}{(n-1)} \quad (12)$$

Willmott (1981)은 평균과 분산사이의 차이를 추정할 때 상관계수의 근거한 통계치의 민감성을 보완하고자 일치계수를 개발하였다. 일치계수는 Eq. (13)과 같다. 일치계수는 0부터 1의 범위를 가지며 1에 가까울수록 모형의 예측능력이 우수함을 뜻한다.

$$IoA = 1 - \frac{\sum_{t=1}^n (q_0(t) - q_s(t))^2}{\sum_{t=1}^n (|q_s(t) - \bar{q}_0| + |q_0(t) - \bar{q}_0|)^2} \quad (13)$$

전체적인 검증결과를 통계적으로 분석하여 비교하면 Table 5와 같다. 전체적으로 상관계수는 크게 차이를 보이지 않고 있으나 N-S 계수, IoA, Bias, RMSE 등은 BHEC-1 모형이 상대적으로 우수한 모의능력을 나타내고 있다. 이밖에도 모형의 편의 및 자료자체의 기본 특성을 모의하는데 있어서는 상대적으로 BHEC-1 방법이 향상된 결과를 보이고 있다. 무엇보다도 BHEC-1방법론의 가장 큰 장점은 매개변수의 불확실성을 정량화 할 수 있다는 것이다.

## 5. 결론

강우-유출과정의 물리적인 관계를 모의하기 위해서 다양한 강우-유출 모형이 개발되어 적용되고 있으나 사용되는 표본자료의 제약, 이상화 된 모형의 제약, 부정확한 매개변수 추정 방법 등으로 인해 나타나는 불확실성은 신

되성 있는 유출해석을 저해하는 주요 요인이다. 국내외에서 단일사상에 대한 홍수량 분석시 미육군 공병단에서 개발된 HEC-1 모형이 주로 이용되고 있으며 일반적으로 모형의 검정을 위한 자료의 부족으로 추정되는 매개변수에 대한 불확실성이 매우 큰 문제가 있다. 그럼에도 불구하고 과거에 추정되었던 매개변수를 그대로 이용하거나 소수의 과거 사상만을 통하여 매개변수 최적화가 수행되기 때문에 홍수량의 신뢰성이 결여되는 문제점이 있다. 이러한 점에서 본 연구에서는 국내외에서 대표적으로 이용되는 HEC-1 단일강우사상 모형과 연동할 수 있는 Bayesian Markov Chain Monte Carlo (MCMC) 기반의 Bayesian HEC-1 (BHEC-1) 통합 모델을 개발하였다. 본 연구를 통해 제안된 BHEC-1 모형을 대상으로 대청댐 유역에 실측 강우-유출 사상에 대해서 모형의 적합성을 평가하였으며 도출된 결론 및 제언은 다음과 같다.

첫째, 기존 HEC-1 모형의 모든 해석과정을 포함하면서 해석이 가능한 통합 모형을 개발할 수 있었다. 따라서 기존 해석에서 사용되었던 입력 자료들을 효과적으로 연계시킬 수 있는 통합모형으로서 적용이 가능할 것으로 판단된다.

둘째, 기존 HEC-1 모형에서 사용되는 최적화 기법은 다수의 유역을 대상으로 매개변수 최적화 수행이 어려운 문제점이 존재하였다. 현재 실무에서는 HEC-1모형의 매개변수를 추정하는데 있어서 다수의 유역이 존재하는 경우 이를 수동으로 하나씩 매개변수를 보정하면서 매개변수 최적화를 수행하고 있어 해석시간이 오래 걸리고 추정된 매개변수의 신뢰성을 담보할 수 없는 단점이 있었다. 그러나 본 연구에서는 대청댐 유역의 7개 유역의 21개의 매개변수를 동시에 추정한 결과 해의 발산 없이 안정된 매개변수 추정이 가능하였다.

셋째, 본 연구에서 적용된 BHEC-1모형은 Bayesian 모형을 근간으로 하기 때문에 최종결과로서 매개변수들의 사후분포(posterior)의 추정이 가능한 장점이 있다. 따라서 자연적으로 강우-유출 모형 매개변수의 불확실성을 정량화 할 수 있었으며 이를 통해 모형과 입력 자료가 가지는 불확실성을 효과적으로 파악할 수 있었다.

강우-유출 모델링은 수문순환 모의과정에서 가장 기본이 되는 과정으로서 불확실성 분석이 포함된 BHEC-1모형은 댐 위험도 분석, 기후변화에 따른 홍수량 변동성 분석, 홍수빈도곡선 유도, 수공구조물 설계시 안전도 평가를 위한 신뢰성 기법 등 다양한 수문학적 문제에 적용이 가능할 것으로 판단된다.

## 감사의 글

본 연구는 국토해양부 건설기술혁신사업의 연구비지원(11기술혁신C02)에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

- 국토해양부 (2008). 금강유역종합치수계획 보고서.
- 권현한, 박대형, 문영일 (2004a). “단일사상 강우-유출 모형의 불확실성 분석을 통한 홍수빈도곡선 유도(I).” **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제24권, 제3B호, pp. 229-239.
- 권현한, 박대형, 문영일 (2004b). “단일사상 강우-유출 모형의 불확실성 분석을 통한 홍수빈도곡선 유도(II).” **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제24권, 제3B호, pp. 241-246.
- 권현한, 문영일 (2007). “기상정보 및 태풍특성을 고려한 계절 강수량의 확률론적 모형 구축.” **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제27권, 제1B호, pp. 45-52.
- 권현한, 문영일, 김병식, 윤석영 (2008). “Bayesian Markov Chain Monte Carlo 기법을 통한 NWS-PC 강우-유출 모형 매개변수의 최적화 및 불확실성 분석.” **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제28권, 제4B호, pp. 383-392.
- 신현식, 윤용남 (1998). “MCS와 LHS 법에 의한 연 저수지 퇴사량 산정에 있어서의 불확실성 및 민감도 분석.” **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제18권, 제II-2호, pp. 141-152.
- Bates, B.C., and Townley, L.R. (1988). “Nonlinear, discrete flood event models. 3. Analysis of prediction uncertainty.” *Journal of Hydrology*, Vol. 99, pp. 91-101.
- Beven, K.J., and Binley, A. (1992). “The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction.” *Hydrological Processes*, Vol. 6, pp. 279-298.
- Binley, A.M., Beven, K.J., Calver, A., and Watts, L.G. (1991). “Changing responses in hydrology: assessing the uncertainty in physically based model predictions.” *Water Resources Research*, Vol. 27, No. 6, pp. 1253-1261.
- Garen, D.C., and Burges, S.J. (1981). “Approximate error bounds for simulated hydrographs.” *Journal of the*

- Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 107, pp. 1519-1534.
- Gelman, A., Chew, G.L., and Shnaidman, M. (2004). "Bayesian Analysis of Serial Dilution Assays." *Biometrics*, Vol. 60, No. 2, pp. 407-417.
- Hasting, G.W. (1970). "Macromolecular chemistry and medicine." *Angewandte Chemie. International Edition in English*, Vol. 9, No. 5, pp. 332-344.
- Hydrologic Engineering Center (1990). "HEC-1 Flood Hydrograph Package, User's Manual." *U.S. Army Corps of Engineers, Davis, California*.
- Kwon, H.-H., Sivakumar, B., Moon, Y.-I., and Kim, B.-S. (2011). "Assessment of change in design flood frequency under climate change using a multivariate downscaling model and a precipitation-runoff model." *Stochastic environmental research and risk assessment : research journal*, Vol. 25, No. 4, pp. 567-581.
- Kwon, H.-H., Moon, Y.-I., and Khalil, A.F. (2007). "Non-parametric Monte Carlo Simulation For Flood Frequency Curve Derivation: An Application to A Korean Watershed." *Journal of the American Water Resources Association*, Vol. 43, No. 5, pp. 1316-1328.
- Lei, J., and Schilling, W. (1993). Propagation of model uncertainty. *Proceedings Sixth International Conference on Urban Storm Drainage, Niagara Falls, Canada*. Seapoint Publishing, Victoria, BC, Canada, pp. 465-470.
- Melching, C.S. (1992a). "An improved first-order reliability approach for assessing uncertainties in hydrologic modeling." *Journal of Hydrology*, Vol. 132, pp. 157-177.
- Melching, C.S. (1992b). A comparison of methods for estimating variance of water resources model predictions. In: Kuo, J.T., Lin, G.F. (Eds.). *Stochastic Hydraulics '92, Proceedings Sixth International Association for Hydraulic Research Symposium on Stochastic Hydraulics, Taipei, Taiwan*. Water Resources Publications, Littleton, CO, pp. 663-670.
- Melching, C.S. (1995). Computer models of watershed hydrology. In: Vijay Singh, P. (Ed.). *Reliability Estimation*. Water Resources Publications, Littleton, CO, pp. 69-118.
- Metropolis, N., and Ulam, S. (1953). "A Property of Randomness of an Arithmetical Function. The American mathematical monthly." *The Official Journal of the Mathematical Association of America*, Vol. 60, No. 4, pp. 252-253.
- Nash, J.E., and Sutcliffe, J.V. (1970). "River Flow Forecasting Conceptual Models Part I-A Discussion of Principles." *J. Hydrol.*, Vol. 10, pp. 282-290.
- Willmott, C.J. (1981). On the validation of models. *Physical Geography*, 2, pp. 184-194.
- Yu, P.S., Yang, T.C., and Chen, S.J. (2001). "Comparison of uncertainty analysis methods for a distributed rainfall-runoff model." *Journal of Hydrology*, Vol. 244, pp. 43-59.

논문번호: 12-026	접수: 2012.03.08
수정일자: 2012.03.22	심사완료: 2012.03.22