

論文

DOI: <http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2012.40.5.375>초음속 유동 해석을 위한 Wilcox $k - \omega$ 난류 모델 비교

김민하*, Bernard Parent**

Comparison between Wilcox $k - \omega$ turbulence models for supersonic flows

Min-Ha Kim* and Bernard Parent**

ABSTRACT

This paper presents numerical results comparing the performance of the 2008 Wilcox $k - \omega$ turbulence model to the one of the 1988 Wilcox $k - \omega$ model for supersonic flows. A comparison with experimental data is offered for a shock wave/turbulent boundary layer interaction case and two ramp injector mixing cases. Furthermore, a comparison is performed with empirical correlations on the basis of skin friction for flow over a flat plate and shear layer growth for a free shear layer. It is found that the maximum injectant mass fraction of some ramp injector cases is better predicted using the 1988 Wilcox model. On the other hand, the 2008 model performs better in simulating shock-boundary layer cases.

초 록

본 연구에서는 초음속 비행체에 나타나는 유동 특성 해석을 위해 1988 Wilcox $k - \omega$ 모델과 2008 Wilcox 모델의 수치 결과를 비교하였다. 충격파 - 경계층 간섭 현상과 램프 주입기 혼합 문제에 대하여 실험결과와 비교, 검토하였다. 또한, 표면 마찰 측정의 기초가 되는 평판 흐름과 전단 층 성장에 대한 상관 관계식도 비교, 분석 하였다. 램프 주입기 케이스에서 최대 주입 질량비는 1988 Wilcox 모델을 이용하였을 때 보다 신뢰성 있는 해석 결과를 예측할 수 있었다. 그러나 충격파 - 경계층 간섭 케이스에 대해서는 2008 Wilcox 모델을 적용하였을 때 더 정확한 해석 결과가 도출됨을 확인하였다.

Key Words : 1988 Wilcox $k-\omega$ Turbulent Model(1988 Wilcox $k-\omega$ 난류 모델), 2008 Wilcox $k-\omega$ Turbulent Model(2008 Wilcox $k-\omega$ 난류 모델), Shockwave Boundary Layer Interaction(충격파 경계층 간섭 현상), Turbulence Compressibility Correction(난류 압축성 보정), Compressible Shear Layer(압축성 전단 층), Ramp Injector Mixing(램프 주입기 혼합)

1. 서 론

수치 해석 기법을 통한 초음속 추진 비행체의 유동 특성과 파라미터들의 정확한 예측은 초음속 추진 비행체의 개발에 있어 중요하고 필수적이다. 이를 위해 다양한 파라미터 중에서 비행체 총 저항의 상당한 비율을 차지하는 물체 표면 마찰 예측이 요구된다. 특히 평판에 작용하는 마찰

† 2011년 12월 2일 접수 ~ 2012년 4월 6일 심사완료

* 정회원, 부산대학교 항공우주공학과 대학원

교신저자, E-mail : kmh804@naver.com

부산광역시 금정구 장전동 산 30

** 부산대학교 항공우주공학과

저항의 예측은 다양한 물체 형상의 마찰저항 예측에 있어 기초가 된다.

초음속 추진 비행체의 개발에 있어서 또 다른 중요한 파라미터로는 흡입구와 연소기 내에서 램프 주입기(ramp injector)에 의해 발생할 수 있는 혼합 층(mixing layer)과 램제트 및 스크램제트 내에서 발생하는 충격파 - 경계층 간섭 현상(shockwave/boundary layer interaction)이다. 이러한 현상은 주로 추진 비행체의 연소기 내에서 발생하는데, 특히 강한 충격파와 두꺼워진 경계층의 간섭은 예측하기가 어렵다. 충격파와 경계층 간섭에 의한 재순환 영역(recirculation region)은 난류 레벨을 증가시켜 표면마찰에 상당한 영향을 줄 수 있고, 표면에서의 열 하중을 크게 증가시킬 수 있다. 그러므로 개발된 수치 해석 기법과 난류모델들은 언급된 유동 현상에 대하여 신뢰성 있는 실험 데이터와의 비교 및 검증이 필요하다.

Parent와 Sislian[1]은 1988 Wilcox $k-\omega$ 2-방정식 난류 모델을 이용하여 격자 수렴 연구(grid convergence study)를 진행하였고, 종합적인 타당성을 검증하였다. 최근 2008년에 Wilcox[2, 3]는 자신의 $k-\omega$ 2-방정식 난류 모델을 개선하였는데, 주요한 특징으로는 비소산률(specific dissipation rate) 식에서 cross-diffusion 항의 추가와 stress limiter의 수정이다. 이러한 두 가지 특징들은 난류 점성(eddy viscosity)을 k , ω 그리고 난류 에너지 소산(turbulence-energy dissipation)과 난류 에너지 생산(turbulence-energy production) 비율에 대한 함수로 표현하게 한다. 상기 연구에서 Wilcox는 개선한 모델에 대해 종합적인 타당성을 제시하고 있다. 그러나 Wilcox 개선 모델의 광범위한 적용성은 검증이 요구된다. 특히, 램프 주입기에 대하여 2008 Wilcox 모델을 적용한 사례는 전무한 실정이다.

본 연구에서는 앞서 언급한 유동 현상에 대해 Settles 등[4]의 실험 데이터, Waitz 등[5]의 실험 데이터, Donohue 등[6]의 실험 데이터와 Van Driest II 표면마찰 상관 관계식(empirical correlation), Roshko-Dimotakis[7, 8] 전단 층 성장(shear layer growth) 상관 관계식을 수치 해석 결과와 비교하였다. 특히, 램프 주입기 유동현상에 대하여 최근의 2008 Wilcox 난류 모델과 1988 Wilcox 난류 모델적용을 비교, 연구하였다.

II. 연구 방법

2.1 지배 방정식

본 연구에서는 지배방정식으로 multispecies Favre-averaged Navier-Stokes 방정식을 사용하였다.

약한 강도의 충격파에 대해서는 유체가 수송될 때의 시간이 운동, 회전, 진동 형태의 에너지가 평형 상태로 돌아오는 시간보다 더 소요되기 때문에 기존의 에너지 방정식을 적용하기에 무리가 없으나, 강한 충격파가 생기면 언급한 에너지들이 평형 상태로 회복하는데 유체 수송 보다 시간이 더 소요된다. 특히, 극초음속 영역에서 뾰족 물체(blunt body)를 해석할 때 기존의 지배방정식 사용은 해석에 무리가 있다. 그러므로 기존의 지배방정식에 공기 중 대부분을 차지하는 질소 분자 진동 에너지(Nitrogen vibration energy)를 고려함으로써 더욱 정교한 해의 도출이 가능하도록 했다[9-11]. 또한 질량 보존 방정식을 species 보존 방정식으로 표현하여 기존의 질량 보존 방정식을 위배하지 않으면서 연료-공기 혼합 해석을 용이하게 하였다.

Species Conservation Equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho c_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_j c_k = \frac{\partial}{\partial x_j} \nu_k^* \frac{\partial c_k}{\partial x_j} \quad (1)$$

Momentum Equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_j v_i = - \frac{\partial}{\partial x_i} P^* + \frac{\partial}{\partial x_j} \mu^* \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \quad (2)$$

Nitrogen Vibration Energy Equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho e_v + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_j e_v = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu_{e_v}^* \frac{\partial e_v}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{\tau_{vt}} (\rho e_{v0} - \rho e_v) \quad (3)$$

Energy Equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho E + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ v_j (\rho E + P^*) - \kappa^* \frac{\partial T}{\partial x_j} - c_{N_2} \mu_{e_v}^* \frac{\partial e_v}{\partial x_j} - \mu_k^* \frac{\partial k}{\partial x_j} - h_k \nu_k^* \frac{\partial c_k}{\partial x_j} - e_v \nu_{N_2}^* \frac{\partial c_{N_2}}{\partial x_j} - v_i \mu^* \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) \right\} = 0 \quad (4)$$

Turbulence Kinetic Energy Equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho k + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_j k - \frac{\partial}{\partial x_j} \mu_k^* \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \rho \epsilon (1 - f(M_t)) \quad (5)$$

식 (5)에서 1988 Wilcox 모델과 2008 Wilcox

모델의 차이, P_k 및 압축성 효과를 고려한 Wilcox 팽창 소산항(dilatational dissipation correction) $f(M_t)$ 는 다음과 같다.

$$1988 : \mu_k^* = \mu + \frac{1}{2}\mu_t, \quad \epsilon = k\omega, \quad \mu_t = \frac{9}{100} \frac{\rho k}{\omega}$$

$$2008 : \mu_k^* = \mu + \frac{3}{5} \frac{\rho k}{\omega}, \quad \epsilon = \frac{9}{100} k\omega, \quad \mu_t = \frac{\rho k}{\omega}$$

$$P_k = \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k \right] \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$$

$$, \quad f(M_t) = \frac{3}{2} \max \left(0, M_t^2 - \frac{1}{16} \right)$$

Specific Dissipation Rate Equation:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \rho v_j \omega - \frac{\partial}{\partial x_j} \mu^* \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (6)$$

$$= \frac{\omega}{k} \left(\alpha P_k - \beta \rho \epsilon + \sigma \frac{\rho}{\omega} \max \left(0, \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \right)$$

식 (6)에서 1988 Wilcox 모델과 2008 Wilcox 모델의 차이는 다음과 같다.

$$1988 : \mu_\omega^* = \mu + \frac{1}{2}\mu_t, \quad \alpha = \frac{5}{9}, \quad \sigma = 0, \quad \beta = \frac{5}{6}$$

$$2008 : \mu_\omega^* = \mu + \frac{1}{2} \frac{\rho k}{\omega}, \quad \alpha = \frac{13}{25}, \quad \sigma = \frac{1}{8},$$

$$\beta = 0.7867 \times \frac{1 + 85\chi_\omega}{1 + 100\chi_\omega},$$

$$\chi_\omega = \frac{50^3}{9^3 \omega^3} \left(\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_k} - \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \right) \right. \\ \left. \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_k} - \delta_{ki} \frac{\partial v_m}{\partial x_m} \right) \right)$$

식 (1)부터 (6)에서 $\nu_k^*, \mu_k^*, \kappa^*, \mu_{e_v}^*, P^*, Pr$, 전 에너지 E 및 Kronecker delta δ_{ij} 는 다음과 같다.

$$\nu_k^* = \nu_k + \frac{\mu}{Sc_t}, \quad \mu^* = \mu + \mu_t, \quad \kappa^* = C_P \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right),$$

$$\mu_{e_v}^* = \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial e_v}{\partial T_v}, \quad P^* = P + \frac{2}{3} \rho k,$$

$$Pr = \frac{\mu}{\kappa} \left(C_P + c_{N_2} \frac{\partial e_{v_0}}{\partial T} \right), \quad E = e + c_{N_2} e_v + k + \frac{1}{2} v_i^2,$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

여기서 $e_v, e_{v_0}, T_v, \tau_{vt}$ 는 각각 질소 진동 에너지, 평형 상태에서 질소 진동 에너지, 질소 진동 온도(Nitrogen vibrational temperature), 진동-회

전 완화 시간(vibration-translation relaxation time)이고 내부 에너지 e 는 질소 진동 에너지를 포함 하지 않는다. C_p 는 Mason, Saxena 다항식 으로부터 구해진다[12]. 연구 결과에서 언급된 바 가 없으면 $Pr_t=0.9, Sc_t=1.0$ 으로 고정된다.

2.2 수치해석기법

생성된 계산 영역의 격자는 일반화 좌표계 (generalized coordinate)[13]로 변환되어진다. 대류항의 플럭스 계산을 위해 2차 이상의 공간 정확도를 갖는 Yee-Roe flux limited TVD[14,15] 기법을 이용하였다. 정상 상태 해를 구하기 위해 가상 시간(pseudotime) 동안 Block-implicit approximate factorization[16](Block-implicit AF) 과 marching window / multizone 알고리즘[17] 을 이용하여 컴퓨터 저장 공간 절약과 수렴 속도를 향상시켰다. 아울러 수렴 속도 향상을 위해 marching window내의 각 영역들마다 POSIX threads 병렬 계산 기법을 적용하였다.

III. 연구 결과

3.1 상관 관계식과의 비교

3.1.1 평판

계산영역은 Fig. 1과 같이 정의하였다. 단일 평판을 따라 $Re=5 \times 10^6, T=120K$, 마하수 0.3과 6 사이에서 해석되었다. 상관 관계식과의 비교를 위해 전단응력은 평판 1m 하류에서 측정했다.

경계층의 두께는 점성의 감소에 따라 감소하나 작은 점성에도 큰 속도구배에 의해 경계층의 두께가 커질 수 있다. 경계층 이외의 영역에서는 마찰력은 무시할 수 있다.

표면마찰계수에 대한 격자 수렴 테스트는 $196 \times 150, 392 \times 300, 784 \times 600, 1568 \times 1200$ 의 격자 레

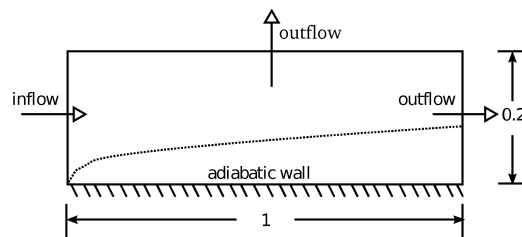


Fig. 1. Schematic of the flow field, computational domain, and boundary conditions for the flat plate validation case; all dimensions in meters

Table 1. Grid convergence study; M=2

Grid	1988 C_f	2008 C_f
196×150	0.002183	0.002115
392×300	0.002099	0.002117
784×600	0.002020	0.002020
1568×1200	0.002021	0.002021

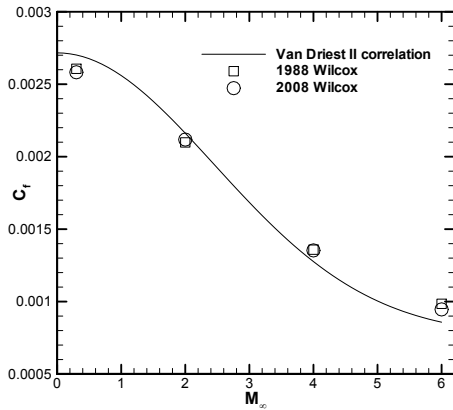


Fig. 2. Skin-friction coefficient at the trailing edge for the flat plate cases

벨에서 수행되었고 Table 1과 같다. 격자수가 증가할수록 특정한 값으로 수렴하는 것을 볼 수 있고, 가장 조밀한 격자에서 수렴하였다. 그러므로 Van Driest II 상관 관계식과의 비교를 위해 784×600의 격자 레벨을 선택하였고, 비교 결과는 Fig. 2와 같다. Van Driest II 상관 관계식은 고온 기체에 대해서는 사용될 수 없으나 자유 유동조건에서 온도가 120K이기 때문에 고온의 영향은 무시할 수 있고 이상 기체로 보아도 무방하다.

3.1.2 압축성 전단 층(Compressible shear layer)

Roshko-Dimotakis[8]에 의해 획득된 상관 관계식은 convective 마하 수 0.5 이상에서 구해진다. convective 마하 수는 $M_c = (q_1 - q_2) / (a_1 + a_2)$ 로 표현되고, Roshko-Dimotakis에 의한 growth의 정의는 다음과 같다.

M_c 와 growth의 정의에서 q 는 속도, ρ 는 밀도, a 는 음속이다. 아래 첨자 1, 2는 두 유입유체를 나타내고 C_δ 는 0.25이다.

Fig. 3과 같이 두 제트가 만나는 점에서 특이

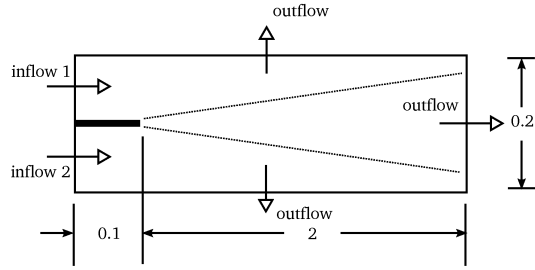


Fig. 3. Schematic of the computational do-main setup for the shear layer cases

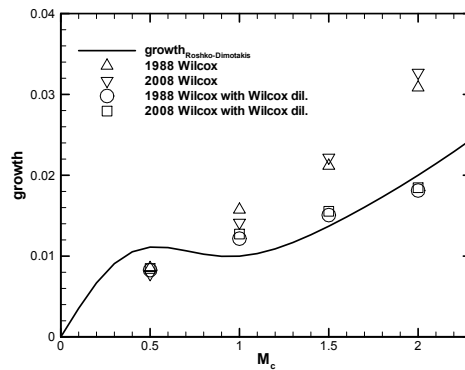


Fig. 4. Shear layer growth at a convective Mach number varying from 0.5 to 2

$$growth = \frac{1}{2} C_\delta \times (q_1 - q_2) \times \frac{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}}{q_1 \sqrt{\rho_1} + q_2 \sqrt{\rho_2}} \times \frac{1 + 4e^{-3M_c^2}}{5}$$

점을 회피하기 위해 유입 부분에서 10cm의 평판을 적용하였다. 두 제트의 압력과 온도는 각각 10kPa, 300K이다. 두 번째 제트(inflow2)는 마하 수 7로 고정되고, 첫 번째 제트(inflow1)의 마하 수는 $7 - 2M_c$ 로 계산 가능하다.

격자 수렴 테스트를 위해 326×193, 652×386, 1304×772, 2608×1544의 4가지 격자 레벨에 대해 해석을 수행하였다. 1988 Wilcox 모델의 격자 수렴 분석은 convective 마하 수 1.0에서 Wilcox 팽창 소산 항(dilatational dissipation correction)이 적용되지 않은 것에 대해 수행하였고 2008 Wilcox 모델에 대하여 convective 마하 수 0.5에서 Wilcox 팽창 소산 항을 적용한 것을 해석하였다. 1988, 2008 모델이 2608×1544에서 growth의 격자 수렴 값에 대한 오차가 2% 이내가 되었다. 그러므로 1304×772의 결과에 대하여 전단

층 성장(shear layer growth) 상관 관계식과 비교해보면 Fig. 4와 같다. Parent와 Sislian이 제안하였듯이[1] Wilcox 팽창 소산 항을 적용하여야 수치 해석 결과가 상관 관계식에 유사해짐을 Fig. 4에서 알 수 있다.

3.2 실험 데이터와의 비교

3.2.1 충격파 - 경계층 간섭

Figure 5에서 유입 유체의 조건은 온도 98K, 레이놀즈수 6.3×10^7 , 마하 수 2.84이다. 시행착오 방법을 통하여 박리 시작점에서 2.11cm의 경계층 두께를 가지게 하기 위한 평판의 길이가 2.2m임을 확인하였다. 높은 레이놀즈수 때문에 작은 y^+ 가 요구되는데 특히 표면마찰계수(C_f)를 예측할 때 중요하다. 여기에서는 벽면 첫 번째 노드 거리가 $1\mu\text{m}$ 를 갖게 하여 y^+ 를 1이하가 되게 하였다.

격자 수렴 테스트를 위해 220×110 , 440×220 , 880×440 , 1760×880 의 4가지의 격자 레벨에 대하여 계산을 수행하였다. C_f 에 대해 수행한 격자 수렴 측정은 Fig. 6과 같다. 1988 Wilcox 모델에 대해서 1760×880 에서 수렴하는데, 앞서 수행한 격자 수렴 테스트에서 두 모델은 같은 격자 레벨에서 수렴하였기에 2008 Wilcox에 대해서는 생략한다.

Settles의 실험 데이터와 비교를 위하여 1760×880 의 격자 레벨을 사용하였고 결과는 Fig. 7에서 볼 수 있다. 실험 데이터에서 박리 거품의 크기가 다른 것이 보이는데 이것은 충격파가 정확히 정상 상태를 가지지 않고 낮은 진동수로 진동을 하기 때문이다[4]. 수치결과는 정상 상태의 해이기 때문에 실험 데이터에서 보이는 충격파의 진동은 관찰되지 않는다. Fig. 7의 결과에서 박리 거품의 크기가 2008 Wilcox 모델이 1988 Wilcox

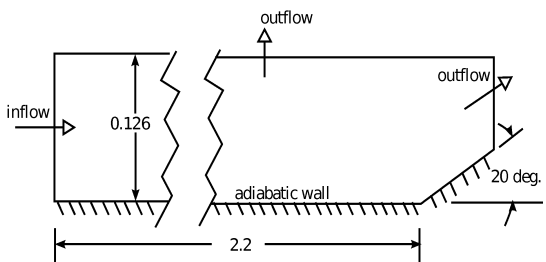


Fig. 5. Grid design of the Settles shockwave-turbulent boundary layer interaction problem

모델보다 큰 것을 볼 수 있다. 이것은 stress limiter의 적용으로 난류 점성 항이 개선되었기 때문이며, 이는 Wilcox가 최근에 제시한 결과와 일치함을 보인다[2].

3.2.2 Waitz ramp injector

마하 6 램프 주입기에 대한 실험적 연구가 Waitz 등에 의해서 수행되었는데 그 형상은 Fig. 8과 같다. 주입기 시작 부분에서 경계층 두께 5mm를 얻기 위해 400mm의 평판이 적용되었다. 유입되는 공기는 속도 958m/s, 압력 4370Pa, 온도 63.4K이고 주입기에서 분사되는 헬륨은 x축에 대하여 4.76° 기울어져 있으며 속도 1274m/s, 압력 4370Pa, 온도 162.2K이다. y^+ 를 3보다 작게 하기 위해 벽면 첫 번째 노드는 $10\mu\text{m}$ 로 고정하였다.

격자를 생성할 때 3.1.2 압축성 전단 층 해석과 동일하게 특이점을 피하기 위해 주입구 내벽에서 3 node의 cutting이 필요하고 4.76° 기울어진 주입구에서 10mm의 constant area duct가 요구된다. 모든 3차원 블록은 육면체로 구성되어 있고, 형성된 블록 중 계산에 불필요한 블록들은 수치 해석 과정에서 제외시켜 단순한 육면체 블록으로도 복잡한 격자 생성을 용이하게 하였는데 이해를 돕기 위한 2차원 형상은 Fig. 10과 같다.

Waitz 램프 주입기와 같은 wall mounted 램프는 두 가지 물리적 현상이 중요하다.

- 1) 연료-공기 두 유체의 속도 차이에 의한 혼합과 난류에 의한 혼합,
- 2) 기울어진 주입기(injector)에 의해 경사 충격

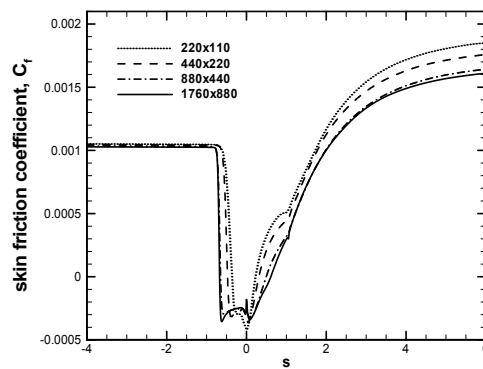


Fig. 6. Grid convergence study of the skin-friction coefficient for the Settles case

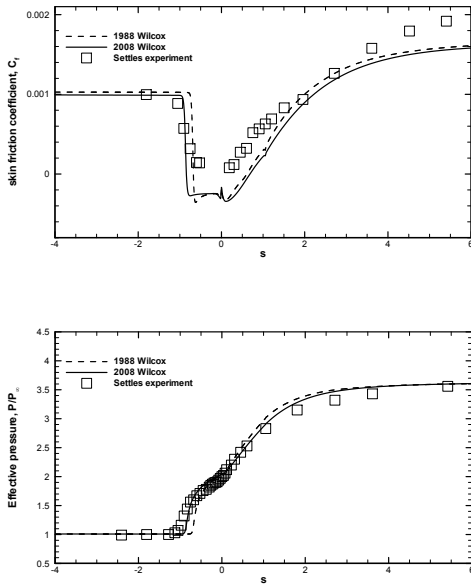


Fig. 7. Skin-friction coefficient and effective pressure along the wall for the Settles case at a wedge angle of 20 degrees; grid size of 1760×880 nodes is used; s is the distance along the wall normalized with the boundary layer height (2.11 cm)

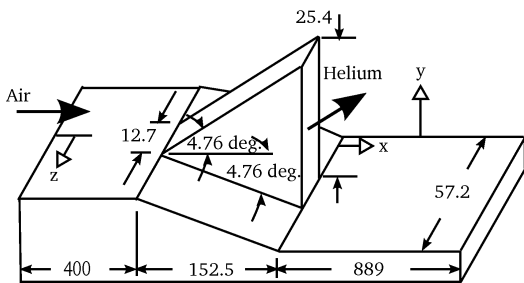


Fig. 8. Schematic of the Waitz ramp injector; all dimensions are in millimeters

과가 발생하는데 주입기 윗부분은 높은 압력을 가지고 주입기 양옆으로는 낮은 압력을 가지므로 측 방향으로 와류가 발생한다. 이 와류는 연료와 공기 혼합을 더욱 촉진시킬 수 있다.

격자 수렴 측정을 위해 271×91×71, 406×136×106, 609×204×159의 세 격자 레벨을 선택하였다. 1988 Wilcox 모델에서 최대 헬륨 mass fraction을 해석한 결과는 Fig. 9와 같다. 609×

204×159에서 수렴하였고 마찬가지로 2008 Wilcox 모델에 대해서는 수행하지 않았다.

Waitz의 실험 데이터와 비교를 위해 609×204×159의 격자 레벨을 선택하였고 최대 헬륨 mass fraction과 헬륨 mass flux center에 대해 Fig. 11에서 비교하였다. Fig. 11. a)에서 2008 Wilcox 모델을 이용하여 해석한 헬륨 mass fraction은 실험 데이터와 비교했을 때 수용할 수 없는 결과를 보여준다. 특히 Fig. 11. a)에서 최대 헬륨 mass fraction을 보면 2008 Wilcox 모델을 적용하였을 경우 느린 연료-공기 혼합을 볼 수 있다. 이 현상은 2008 Wilcox 모델의 비소산률 (specific dissipation rate) 식에서 cross diffusion 항의 추가 때문이다. cross diffusion 항은 비소산률 ω 의 생산량을 향상시키고 이것은 결국 난류 운동에너지 k 의 소산률을 증가시킨다. 램프 주입기의 경우 난류에 의해 연료-공기 혼합을 증가시킬 수 있는데 cross diffusion 항의 추가로 인해 난류 운동 에너지 소산이 증가하므로 2008 Wilcox 모델의 수치 결과가 1988 Wilcox 모델의 수치 결과보다 낮은 연료-공기 혼합을 보여준다. 두 모델의 비교를 위하여 Fig. 12에서 헬륨 mass fraction 등고선을 나타내었다.

이 케이스의 수치 결과 개선을 위해 turbulent Schmidt number의 적용은 필수적이며 0.25의 값을 주었을 때 실험 데이터와 비교하여 신뢰할 수 있는 수치 결과를 획득하였다. 낮은 convective 마하 수 때문에 Wilcox dilatational dissipation correction은 수치 결과의 개선에 영향을 미치지 못한다[1].

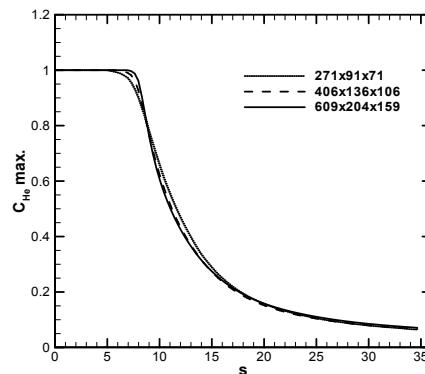


Fig. 9. Grid convergence study for the Waitz case using the 1988 Wilcox model; s is the distance normalized with injector height (25.4 mm)

3.2.3 Donohue swept ramp injector

Donohue 등은 실험적으로 마하 수 2의 swept 램프 주입기에 대한 연구를 수행하였고 그 형상은 Fig. 13과 같다. 격자 생성의 편의를 위해 원형 주입기 대신 사각 주입기를 선택하였고 낮은 y^+ 를 위해 wall node $6\mu\text{m}$ 를 제한하였다. 유입되는 공기는 마하 수 2, 압력 30.8kPa, 온도 163K이고 주입기에서 분사되는 공기는 속도 470m/s, 온도 180K, 질량 유량 0.00261kg/s이다.

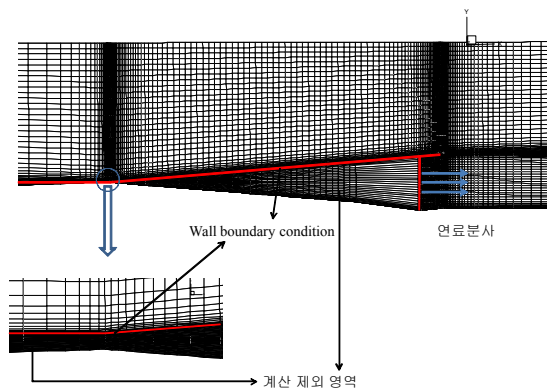


Fig. 10. Grid topology for the Waitz case

특히 혼합 과정에서 가장 크게 영향을 미치는 질량 유량이 중요한 파라미터이다. 격자를 생성할 때 3.2.2 Waitz 램프 주입기에서 고려한 것과 같이 주입기 내벽에서 3 node의 cutting과 constant area duct는 특이점을 회피하기 위해 필요하다. 여기에서 constant area duct는 또한 질량 유량을 고정시키기 위해 중요하다.

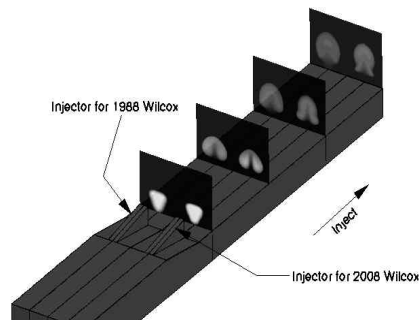
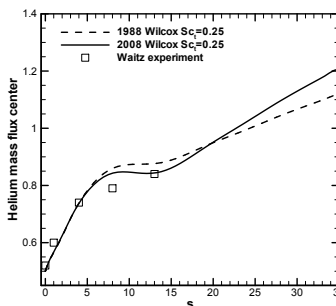
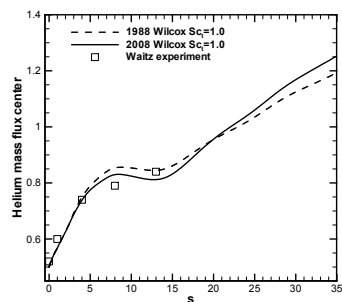
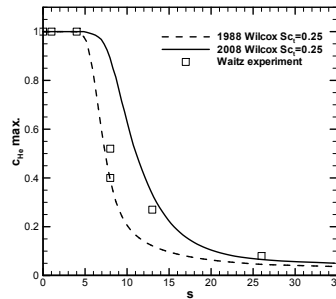
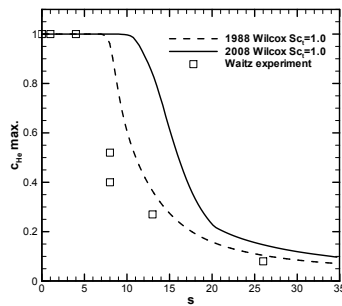


Fig. 12. Helium mass fraction contours for the Waitz ramp injector case; $Sc_t = 0.25$



a) $Sc_t = 1.0$

b) $Sc_t = 0.25$

Fig. 11. Comparison between 1988/2008 Wilcox models and the Waitz ramp injector experimental data

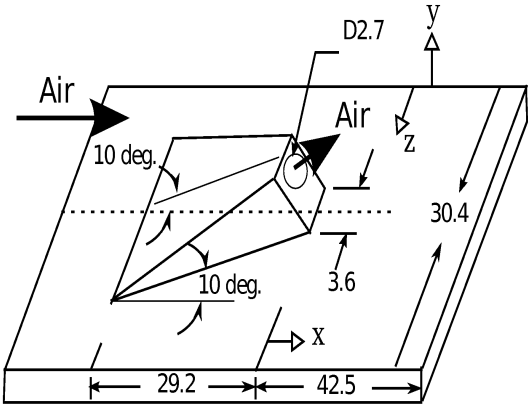


Fig. 13. Schematic of Donohue et al. swept ramp injector; all dimensions in millimeters

side-wall을 따라 유체의 팽창 영역이 압력 차이를 만들어 연료-공기 혼합 비율을 향상시킨다.

이 케이스에 대해서는 약 3,455,900 개의 격자에 대해서 해석을 수행하였고 이 케이스에 대해 turbulent Schmidt number가 중요한데 결과는 Fig. 14와 같다. 격자를 생성할 때 원형 주입기 대신 사각형 주입기를 형성했기 때문에 등고선의 모양이 실험 데이터와 달라질 수 있다.

Parent와 Sislian[1]은 turbulent Schmidt number가 0.25일 때 Donohue 램프 주입기 해석 시 오차가 감소하는 것을 제시하였다. 본 연구에서도 선행 연구와 같이 injectant mole fraction의 크기에 대해서 분석한 결과 1988 Wilcox 모델을 이용하여 turbulent Schmidt number=0.25 일 때 실험 데이터에 가장 가까워짐을 확인하였다.

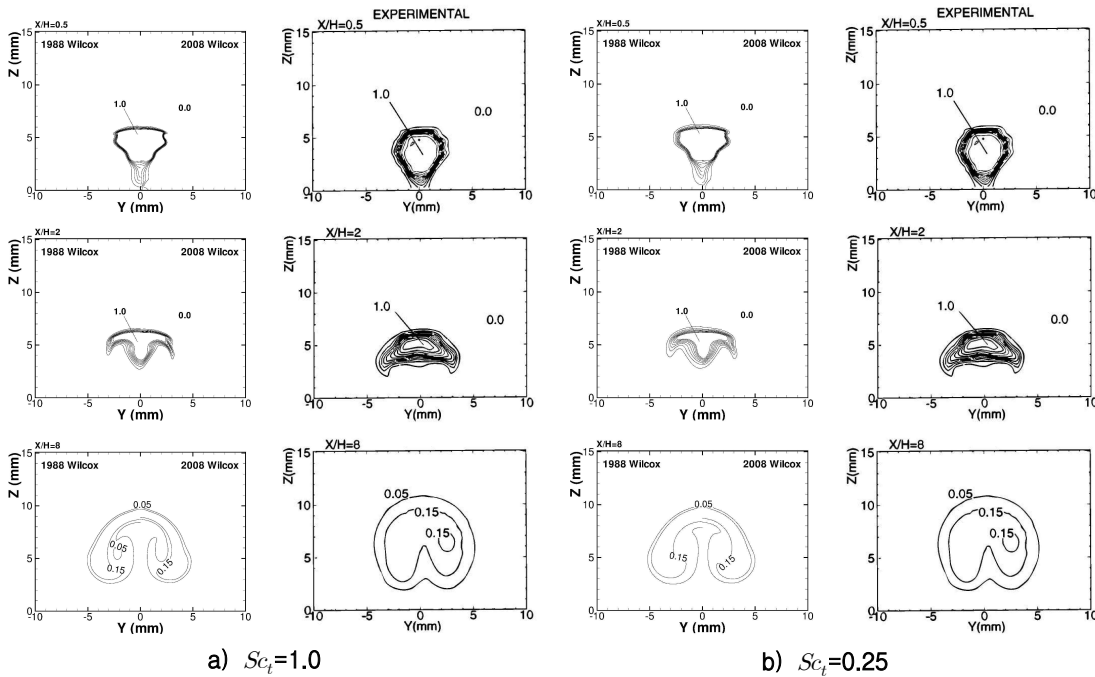


Fig. 14. Injectant mole fraction at different x-positions for the Donohue et al. injector case; H is the height of the injector (5mm); Experimental data reprinted from AIAA[6]

3.2.2에서 wall-mounted 램프 주입기는 축 방향으로 와류를 발생시켜 연료-공기 혼합 비율을 향상시켰는데 이 램프 주입기를 sweep시켜 연료-공기 혼합 성능을 더욱 높일 수 있다. 앞에서 언급한 경사 충격파와 더불어 swept 주입기의

IV. 결론

본 연구에서는 초음속 비행체 유동 특성의 정확한 예측을 위하여 Wilcox 난류 모델을 적용하여 검증을 수행하였다. 실험 데이터와 상관 관계

식의 비교를 통해 2008 Wilcox 난류모델을 검증하였다. 이와 같은 연구를 통해 다음과 같은 결과를 확인하였다.

1) 2차원 평판 케이스에 대해 1568×1200 격자 레벨에서 격자 수렴 값에 대한 오차가 1% 이하가 되었다. 1988, 2008 Wilcox 난류 모델이 유사한 결과를 보여주었다.

2) 압축성 전단 층(compressible shear layer)에 대하여 2608×1544 격자 레벨에서 수렴한다. 이 문제에 대해서는 압축성을 고려한 Wilcox dilatational dissipation correction이 적용되어야 상관 관계식에 가까워지는 것을 볼 수 있으며, Wilcox dilatational dissipation의 적용이 필수적이다.

3) 앞서 1), 2)에서 1988, 2008 Wilcox 모델이 같은 격자 레벨에서 수렴하였기 때문에 충격과 - 경계층 간섭 문제에 대해서 1988 Wilcox 모델을 적용한 격자 수렴성을 확인하였고 1760×880 에서 수렴하였다. 실험 데이터와 비교하였을 때 Wilcox가 제안한 stress limiter의 영향을 확인할 수 있었으며 2008 Wilcox 모델을 이용하였을 때 1988 Wilcox 모델보다 신뢰성 있는 수치 결과를 획득할 수 있었다.

4) Waitz 램프 주입기 케이스에 대해 최대 헬륨 mass fraction으로 격자 수렴을 조사하였고 $609 \times 204 \times 159$ 에서 수렴하였다. 3)과 같이 1988 Wilcox 모델만을 적용하여 수행하였다. 최대 헬륨 mass fraction과 헬륨 mass flux center의 실험 데이터와 수치 결과가 비교되었으며, turbulent Schmidt number 0.25에서 신뢰할 수 있는 수치 결과가 도출되었다. 특히, 1988 Wilcox 모델에 대한 결과가 최대 헬륨 mass fraction에 대해 더 적합함을 확인하였다.

5) Donohue 램프 주입기에 대해서는 격자 수렴을 생략하였고, 4)에서와 같은 문제가 발생하는지에 대해서 조사하였다. injectant mole fraction에 대해 1988, 2008 Wilcox 모델을 적용한 결과는 실험 데이터와 비교하였을 때 신뢰할 수 있는 결과를 보인다. 이 케이스에 대해서도 turbulent Schmidt number의 고려가 필수적이다. 실험 데이터의 등고선 크기를 비교시 1988 Wilcox 모델을 사용한 결과가 $Sc_t=0.25$ 에서 실험 데이터에 더 가까워졌다. 연료-공기 혼합 문제의 램프 주입기에 대해서 2008 Wilcox 모델보다 1988 Wilcox 모델이 실험 데이터와 비교하였을 때 신뢰할 수 있음을 보여준다. 특히, turbulent Schmidt number의 고려는 필수적이고 0.25의 turbulent Schmidt number가 해석을 위해 적합하다. 3차원

연료-공기 혼합 문제에 대해 2008 Wilcox 모델의 연구가 필요함을 확인하였고 2008 Wilcox 모델의 특징인 cross diffusion, stress limiter, closure coefficient의 영향에 대한 연구를 진행할 계획이다. 결과적으로 연료-공기 혼합 문제에 대해서는 1988 Wilcox 모델의 사용이 제안된다.

후 기

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2010-0023957).

참고문헌

- 1) Parent, B., and Sislian, J. P., "Validation of Wilcox $\kappa - \omega$ Model for Flows Characteristic to Hypersonic Airbreathing Propulsion," *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 2, 2004, pp. 261-270.
- 2) Wilcox, D. C., "Formulation of the $\kappa - \omega$ Turbulence Model Revisited," *AIAA Journal*, Vol. 46, No. 11, 2008, pp. 2823-2838.
- 3) Wilcox, D. C., 2006, *Turbulence Modeling for CFD*, Third Ed. DCW Industries.
- 4) Settles, G. S., Vas, I. E., and Bogdonoff, S. M., "Details of a Shock Separated Turbulent Boundary Layer at a Compression Corner," *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 12, 1976, pp. 1709-1715.
- 5) Waitz, I. A., Marble, F. E., and Zukoski, E. E., "Investigation of a Contoured Wall Injection for Hypervelocity Mixing Augmentation," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 6, 1993, pp. 1014-1021.
- 6) Donohue, J. M., McDaniel, J. C., and Haj-Hariri, H., "Experimental and Numerical Study of Swept Ramp Injection into a Supersonic Flowfield," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 9, 1994, pp. 1860-1867.
- 7) Brown, G. L., and Roshko, A., "On Density Effects and Large Structure in Turbulent Mixing Layers," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 64, Issue 04, 1974, pp. 775-781.
- 8) Dimotakis, P. E., "Turbulent Mixing and Combustion," *High-Speed Flight Propulsion Systems*, edited by S. N. B. Murthy and E. T. Curran, Vol. 137, Progress in Aeronautics and

Astronautics, AIAA, Washington D.C, 1991, pp. 265-340.

9) Macheret, S. O., Shneider, M. N., and Miles, R. B., "Electron-Beam-Generated Plasmas in Hypersonic Magneto hydrodynamics Channels," *AIAA Journal*, Vol. 39, No. 6, 2001, pp. 1127-1138.

10) Jain, S., "Hypersonic Nonequilibrium Flow Simulation over a Blunt Body using BGK Method," Texas A&M University, 2007, Master's thesis.

11) Macheret, S. O., Martinelli, L., and Miles, R. B., "Shock Wave Propagation and Structure in Non-Uniform Gases and Plasmas," AIAA 99-0598, 37th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, January 11-14, Reno, NV., 1999.

12) Dixon-Lewis, G., "Computer Modeling of Combustion Reactions in Flowing Systems with Transport," *Combustion chemistry*, edited by W. C. Gardiner, Jr., Springer Verlag, New-York, 1984, Chapter 2.

13) Vinokur, M., "Conservative Equations of

Gas-Dynamics in Curvilinear Coordinate Systems," *Journal of Computational Physics*, Vol. 14, Issue 2, 1974, pp. 105-125.

14) Roe, P. L., "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes," *Journal of Computational Physics*, Vol. 43, Issue 2, 1981, pp. 357-372.

15) Yee, H. C., Kloper, G. H., and Montagné, J.-L., "High-Resolution Shock-Capturing Schemes for Inviscid and Viscous Hypersonic Flows," *Journal of Computational Physics*, Vol. 88, Issue 1, 1990, pp. 31-61.

16) Beam, R., and Warming, R. F., "An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations," *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 4, 1978, pp. 393-402.

17) Parent, B. and Sislian, J. P., "The Use of Domain Decomposition in Accelerating the Convergence of Quasihyperbolic Systems," *Journal of Computational Physics*, Vol. 179, No. 1, 2002, pp. 140-169.