

논문 2012-49SP-1-2

고 전송률 양자화를 위한 엔트로피 제한 표본 적응 프로덕트 양자기 설계

(Entropy-Constrained Sample-Adaptive Product Quantizer Design for
the High Bit-Rate Quantization)

김 동 식*

(Dong Sik Kim)

요 약

본 논문에서는 고 전송률에서도 구현이 가능한 엔트로피 제한(entropy constrained) 벡터양자기를 제안하였다. 양자화는 프로덕트 부호화에 기초한 프로덕트 표본 적응 양자기(sample-adaptive product quantizer)를 사용하여 엔트로피 제한 SAPQ(ECSAPQ) 설계 알고리즘을 제안하고 실험을 통하여 성능을 비교해 보았다. 제안한 ECSAPQ는 비슷한 복잡도의 엔트로피 제한 VQ보다 약 0.5dB 정도 성능이 좋음을 알 수 있었다. 또한 스칼라 양자기에 기초한 ECSAPQ는 Shannon의 최저 왜곡 곡선과 1.53dB의 차이를 가지는 ECSQ의 고 전송률에서의 이론 곡선보다 더 낮은 왜곡 곡선을 가짐을 확인할 수 있었다.

Abstract

In this paper, an entropy constrained vector quantizer for high bit-rates is proposed. The sample-adaptive product quantizer (SAPQ), which is based on the product codebooks, is employed, and a design algorithm for the entropy constrained sample adaptive product quantizer (ECSAPQ) is proposed. The performance of the proposed ECSAPQ is better than the case of the entropy constrained vector quantizer by 0.5dB. It is also shown that the ECSAPQ distortion curve, which is based on the scalar quantizer, is lower than the high-rate theoretical curve of the entropy constrained scalar quantizer, where the theoretical curve have 1.53dB difference from Shannon's lower bound.

Keywords: 엔트로피 제한, 표본 적응 프로덕트 양자기, ECVQ, SAPQ, ECSAPQ

I. 서 론

양자화(quantization)는 손실 소스 부호화(lossy source coding)의 핵심으로, 블록 소스 부호화(block source coding) 이론에 근거하여 벡터 양자기(vector quantizer: VQ)를 사용하여 벡터의 차수를 높여 가면

이론적인 최저 왜곡에 근접할 수 있다^[1]. 그런데 보다 많은 이득을 취하기 위하여 벡터의 차수를 높이면 부호화를 위한 계산의 복잡도가 기하급수적으로 증가하여 구현이 힘들어진다. 양자기의 출력 인덱스의 부호화를 위하여 고정길이부호화(fixed-length coding) 대신에 가변길이부호화(variable-length coding)인 엔트로피 부호화 기법을 사용하면 낮은 벡터의 차수로 이론적 최저 왜곡에 보다 근접할 수 있다. 균등(uniform) 스칼라 양자기(scalar quantizer: SQ)와 Huffman 부호기를 엔트로피 부호화에 사용하는 조합의 양자화는 고 전송률에서의 평균 양자화 왜곡이 이론적 최저치와

* 정회원-교신저자, 한국외국어대학교 전자공학과
(Department of Electronics Engineering, Hankuk University of Foreign Studies)

※ 이 연구는 2011학년도 한국외국어대학교 교내 학술 연구비의 지원에 의하여 이루어진 것임.

접수일자: 2011년5월9일, 수정완료일: 2011년12월1일

$10 \log_{10}(\pi e/6) \approx 1.53 \text{ dB}$ 정도의 차이가 나며, 구현의 용이함으로 인하여 영상의 손실 소스 부호화에 흔히 사용한다. 균등 양자화 대신에 낮은 전송률에서도 엔트로피 부호화의 이득을 올리기 위하여 훈련열(training sequence)을 사용하여 직접 양자기를 설계할 수 있는데, 이렇게 엔트로피 부호화를 고려한 양자화를 엔트로피 제한 SQ (entropy-constrained SQ, ECSQ)라고 한다. 1.533dB의 간격을 줄이기 위해선 SQ 대신에 가변 길이 VQ를 사용할 수 있는데, 여기엔 SQ의 경우와 마찬가지로 고정길이부호화 형태의 VQ에 엔트로피 부호화를 접합시키는 방법과 벡터의 차원을 가변시키는 방법(variable dimension VQ)이 있다^[2, ch17]. 전자적 경우 엔트로피 제한 VQ (entropy-constrained VQ: ECVQ)라고 부르며^[3], 고 전송률의 경우 VQ는 격자(lattice) 양자기 형태가 된다^[5]. 그러나 벡터의 차수와 마찬가지로 적은 왜곡을 가지는 양자화를 위하여 전송률을 올리면 VQ의 부호화 복잡도가 기하급수적으로 올라가서 구현이 힘들어 진다^[2, p.633]. 이러한 VQ의 단점을 보완하기 위하여 여러 가지 구조적 제한을 가지는 VQ를 ECVQ 설계에 사용할 수 있다. 형태이득 VQ(shape-gain VQ)를 사용하여 VQ 복잡도를 줄이면서, 이득 부호책에 대한 인덱스는 고정길이부호화, 형태 부호책에 대한 인덱스는 가변길이부호화를 적용할 수 있다^[2, p.639]. 또한 다 단계 VQ에 기초한 ECRVQ(entropy constrained residual VQ)^[4]와 나무 가지 구조에 기초한 PTSVQ(pruned tree-structured VQ)^[2, p.640]는 영상 신호의 효율적인 가변길이부호화가 가능하다. ECLVQ(entropy constrained lattice VQ)는 격자 양자화에 기초한 것으로 이론적인 모델과 설계 알고리즘들이 제안되어 있다^[6].

프로덕트 양자기(product quantizer: PQ)^[2, p.430]를 사용하여 VQ의 부호화 복잡도를 줄일 수 있는데, PQ의 성능을 올리기 위하여 선형 변환과 같이 사용할 수 있다. 표본 적응 프로덕트 양자기(sample-adaptive product quantizer: SAPQ)^[7, 8]는 PQ를 변형한 것으로 선형 변환을 사용하지 않고도 고 차원의 입력신호에 대하여 이득을 얻을 수 있다. 하나의 프로덕트 부호책만을 가지는 PQ를 여러 개의 프로덕트 부호책을 사용할 수 있는 적응 양자화 형태로 바꾼 것이 SAPQ로, 일반 VQ로는 구현이 힘든 큰 벡터 차수 또는 고 전송률을 가지는 VQ를 상대적으로 낮은 복잡도와 작은 크기의 부호책으로 구현할 수 있다. 따라서 이러한 SAPQ에 엔트로피

부호화를 접합하여 효율적인 가변 길이 VQ를 구현할 수 있다. [7]에는 여러 작은 차수의 VQ들로 구성된 PQ를 적응 양자화 형태로 바꾼 SAPQ가 제안되어 있는데, SAPQ의 이론적 고찰과 설계 알고리즘 등이 아울러 제시되어 있다. [8]에는 SQ에 기초한 SAPQ에 대해 소개하고 있는데, 그 성능에 대한 고찰, 여러 균등 및 비균등 SAPQ 설계의 예들이 소개되어 있다. 균등 SAPQ의 설계는 격자 이론에 근거한 것으로^[9], 이러한 SAPQ는 격자 VQ의 일종이 된다. 반면에 비균등 SAPQ의 경우는, 주어진 분포 함수나 훈련열에 대하여 연산을 반복적으로 수행하여 효율적으로 부호책을 설계할 수 있다. SAPQ의 종류는 크게 m-SAPQ와 1-SAPQ가 있는데^[7], 1-SAPQ는 일종의 부호책 제한을 가지는 SAPQ로, 하나의 프로덕트 부호책을 구성하는 m 개의 부부호책이 모두 같은 경우로, 부호책의 저장을 위한 메모리의 크기를 줄일 수 있다. 본 논문에서는, 이러한 SAPQ에 기초하여 엔트로피 제한 SAPQ(entropy-constrained SAPQ: ECSAPQ) 설계 알고리즘을 제안하고 훈련열에 대한 양자화 성능을 비교해 보았다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 제 II장에서는 ECVQ에 대하여 소개하였다. 제 III장에서는 SAPQ에 대하여 소개하고 ECSAPQ 설계 알고리즘을 제안하였다. 제 IV장에서는 실험 결과 제시 및 토론을 하였으며, 마지막 장에서 본 논문의 결론을 내렸다.

II. 엔트로피 제한 벡터 양자기

본 장에서는 ECSAPQ의 원리와 부호책의 구조를 살펴보기 위하여 먼저 ECVQ를 수식으로 정리하고 살펴보기로 한다^[3].

유클리드 공간 \mathbf{R} 에서 정의되는 동일한 분포를 가지는 불규칙 변수열 X_1, X_2, \dots 를 양자화하려고 하는 이산 시간 신호원이라 하자. 또한 이러한 불규칙 변수로 구성된 $X^K := (X_1, \dots, X_K)$ 를 \mathbf{R}^K 공간에서 정의되는 불규칙 벡터라 하자. 이때 $E \|X^K\|^2 < \infty$ 이라 가정한다. 여기서 $\|\cdot\|$ 은 \mathbf{R}^K 공간에서 사용될 l_2 놈(norm)이다. \mathbf{R}^K 공간의 N 개의 원소로 구성된 집합 \mathbf{C} 를 재현 부호책(reproduction codebook)이라 하고 그 원소를 재현 부호단어(reproduction codeword)라 한다. 불규칙 벡터 X^K 를 양자화한다는 것은 X^K 의 관찰 열들을 각각 \mathbf{C} 의 원소의 열로 사상하는 것으로 이러한

사상을 K 차원 VQ라 한다. 임의의 양의 정수 a 에 대하여 인덱스 집합 $\Omega(a) := \{1, \dots, a\}$ 를 정의하고, $\alpha: \mathbf{R}^K \rightarrow \Omega(N)$ 를 입력 벡터 X^K 로부터 재현 부호책의 인덱스로의 사상이라고 하고 $q: \Omega(N) \rightarrow \mathcal{C}$ 를 인덱스에 대한 재현 부호단어로의 사상이라고 하자. 그러면 X^K 의 양자화는 사상 $q \circ \alpha$ 이 되며 평균 양자화 왜곡은 다음과 같다.

$$\frac{1}{K} E\{ \| X^K - q(\alpha(X^K)) \|^2 \}$$

이러한 K 차원 VQ의 전송률은 입력되는 실수 원소 하나 당 비트 수로 정의되는데, 만일 고정 길이 부호화(fixed-length coding)를 양자기의 출력을 위한 부호화에 사용한다고 하면 전송률은 $(\log_2 N)/K$ (bits/symbol)이다. 일반적으로 이러한 양자화는, 주어진 입력에 대해 최소의 거리를 가지는 재현 부호단어를 \mathcal{C} 의 전체에서 찾는 방식으로, 본 논문에서는 이를 K 차원 VQ라고 부른다.

이제 ECVQ에 대하여 정리해보자. $\gamma: \Omega(N) \rightarrow \Gamma$ 를 인덱스로부터 전송로 부호단어(channel codeword)로의 사상이라고 하자. 이진전송로를 고려하면 전송로 부호단어는 $\Sigma = \{0, 1\}$ 의 원소로 구성되어 있으며 Σ^* 를 Σ 로부터 구성되는 모든 유한길이의 부호단어라고 할 때 전송로 부호책(channel codebook) Γ 는 Σ^* 의 부분 집합이 된다. 따라서 가변길이부호화를 사용한다고 하면 평균 전송률은 $E\{|\gamma(\alpha(X^K))|\}/K$ 이 된다. 여기서 $|\ell|$ 는 전송로 부호단어 $c \in \Gamma$ 의 길이를 의미한다. 평균 전송률을 고려한 ECVQ의 설계는 다음과 같은 함수의 최소화를 통해서 얻을 수 있다.

$$J(\lambda) = \frac{1}{K} E\{ \| X^K - q(\alpha(X^K)) \|^2 + \lambda |\gamma(\alpha(X^K))| \} \quad (1)$$

여기서 λ 는 Lagrange 상수이다. 벡터 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^K$ 에 대해 주어지는 인덱스는 일반 VQ에서 최소 거리 양자화 조건과 유사하게 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha(\mathbf{x}) := \operatorname{argmin}_{\ell \in \Omega(N)} [\| \mathbf{x} - q(\ell) \|^2 + \lambda |\gamma(\ell)|] \quad (2)$$

ECVQ의 출력 인덱스는 (2)에 의하여 결정된다. 이제 (1)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$J(\lambda) = \frac{1}{K} \sum_{\ell \in \Omega(N)} p(\ell) E\{ \| X^K - q(\ell) \|^2 + \lambda |\gamma(\ell)| \mid \alpha(X^K) = \ell \} \quad (3)$$

여기서 $p(\ell) := P\{\alpha(X^K) = \ell\}$ 이다. 정해진 α 와 q 에 대하여 (3)을 최소화 시키는 prefix-free 부호화 γ 는 평균 부호단어 길이 $\sum_{\ell \in \Omega(N)} p(\ell) |\gamma(\ell)|$ 를 최소화 시킨다. Huffman 부호화와 같은 엔트로피 부호화를 사용하여 이러한 γ 를 구현할 수 있는데, 알고리즘에서는 단순화를 위하여 부호단어의 길이를 정수가 아닌 값을 가질 수 있다고 하고 다음과 같이 설정하였다.

$$|\gamma(\ell)| = -\log_2(p(\ell)) \quad (4)$$

또한 주어진 α 와 γ 에 대하여 (3)을 최소화 시키는 q 는 각 $\ell \in \Omega(N)$ 에 대하여 다음의 조건부 기대치를 최소화 시켜야 한다.

$$E\{ \| X^K - q(\ell) \|^2 + \lambda |\gamma(\ell)| \mid \alpha(X^K) = \ell \}$$

즉 다음과 같이 q 를 설계한다.

$$q(\ell) = \operatorname{argmin}_{\mathbf{y}} E\{ \| X^K - \mathbf{y} \|^2 \mid \alpha(X^K) = \ell \}$$

이러한 최적 q 는 무게중심으로, 조건부 기대치 $q(\ell) = E\{X^K \mid \alpha(X^K) = \ell\}$ 로 구할 수 있다. 이러한 조건부 기대치는 최적화 양자화 설계에서 무게중심 조건과 유사하다. ECVQ설계 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

엔트로피 제한 VQ 설계 알고리즘^[3]

0. 주어진 입력 불규칙 벡터 X^K , Lagrange 상수 λ , 왜곡 임계치 Δ , $t=0$, 그리고 모든 $\ell \in \Omega(N)$ 에 대하여 초기 재현부호단어 $q(\ell)$ 과 전송로 부호단어 길이 $|\gamma(\ell)|$ 를 설정.

1. 현재의 $q(\ell)$ 와 $|\gamma(\ell)|$ 를 사용하여 확률 $p(\ell) := P\{\alpha(X^K) = \ell\}$ 를 계산하고 새로운 전송로 부호단어 길이 $|\gamma(\ell)|$ 를 (4)로부터 갱신.

2. $q(\ell) = E\{X^K \mid \alpha(X^K) = \ell\}$ 로부터 새로운 무게중심의 갱신.

3. (1)로부터 $J^{(t+1)} = J(\lambda)$ 를 계산하고, 만일 $(J^{(t)} - J^{(t+1)})/J^{(t+1)} < \Delta$ 이면 ECVQ 설계 완성. 그렇지 않으면 t 를 1만큼 증가시키고 단계 1로 진행.

III. 엔트로피 제한 표본 적응 프로덕트 양자기

동일한 분포를 가지는 불규칙 변수열 X_1, X_2, \dots 를 양자화하기 위한 SAPQ를 수식화해 보자. m 개의 k -tuple인 $X_i^k := (X_{k(i-1)+1}, \dots, X_{ik})$ ($i \in \Omega(m)$)를 \mathbf{R}^k 공간의 불규칙 벡터라 하고 \mathbf{R}^{km} 공간의 불규칙 벡터 $X^{km} := (X_1, \dots, X_{km})$ 를 양자화하려고 하는 입력신호라고 하자. 여기서 k 와 m 은 양의 정수이며, $k < K$ 라 가정하자.

1. 표본 적응 프로덕트 양자기

X^{km} 을 양자화하기 위하여 m 개의 k 차원 벡터 X_1^k, \dots, X_m^k 를 독립적으로 양자화하는 방법이 PQ인데, 이러한 k 차원 벡터를 양자화하기 위한 k 차원 VQ의 부호책을 재현 부부호책(reproduction subcodebook)이라 부르고 이를 C 로 표기하자. 여기서 C 는 \mathbf{R}^k 의 부분집합이고 원소의 개수를 n_0 이라 하자. 부부호책 C 의 재현 부부호단어(reproduction subcodeword)의 차수는 k 가 된다. 만일 m 개의 불규칙 벡터 X_i^k 를 k 차원 VQ로 C 를 사용하여 각각 독립적으로 양자화한다고 하면, 이때 PQ의 평균 양자화 왜곡은 다음과 같다.

$$\frac{1}{km} E \left\{ \sum_{i \in \Omega(m)} \min_{\mathbf{y} \in C} \| X_i^k - \mathbf{y} \|^2 \right\}$$

이러한 양자화는 \mathbf{R}^{km} 공간에서 카르테시안 프로덕트 집합인 $(C)^m \subset \mathbf{R}^{km}$ 으로의 사상이며, 이러한 집합을 ‘프로덕트 부호책’이라 부른다. 또한 PQ의 전송률은 k 차원 VQ와 같이 $(\log_2 n_0)/k$ 이 된다. 그러나 이러한 PQ는 벡터 X_1^k, \dots, X_m^k 간의 상호 상관성을 이용할 수 없으므로, k 보다 큰 차원의 VQ보다 평균 양자화 왜곡을 낮출 수 없다.

이제 이러한 PQ의 구조를 가지면서 k 보다 큰 차원의 VQ 성능을 얻을 수 있는 SAPQ에 대해 간단히 살펴보자. m 개의 벡터 $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m$ 을 불규칙 벡터 X_1^k, \dots, X_m^k 의 한 관찰이라고 하고, 이러한 관찰을 표본이라고 하자. 부호기와 복호기에 미리 설계된 동일한 2^n 개의 프로덕트 부호책을 가지고 있으면서, 입력되는 각 표본마다 적응하여 2^n 개의 프로덕트 부호책 중에서 하나를 선택할 수 있는 일종의 적응 양자화를 생각해

보자. 여기서 η 는 선택된 부부호책을 지정하기 위해 필요한 비트가 된다. $C_j (\subset \mathbf{R}^k)$ 를 $j \in \Omega(2^n)$ 번째 프로덕트 부호책을 위한 재현 부부호책이라 하고 이러한 재현 부부호책들의 원소 개수가 모두 같은 n_1 이라고 하자. 적응 양자기는 먼저 각 표본 $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m$ 을 C_j 를 사용해서 다음과 같은 2^n 개의 표본 거리를 구한다.

$$\sum_{i \in \Omega(m)} \min_{\mathbf{y} \in C_j} \| \mathbf{x}_i - \mathbf{y} \|^2 \quad (j \in \Omega(2^n)) \quad (5)$$

다음에 (5)의 표본 거리를 최소로 하는 최적의 프로덕트 부호책을 2^n 개의 프로덕트 부호책 중에서 선택한다. 따라서 이러한 적응 양자기의 평균 양자화 왜곡은 다음과 같다.

$$\frac{1}{km} E \left\{ \min_{j \in \Omega(2^n)} \sum_{i \in \Omega(m)} \min_{\mathbf{y} \in C_j} \| X_i^k - \mathbf{y} \|^2 \right\} \quad (6)$$

(5)의 표본 거리에 기초한 (6)의 평균 양자화 왜곡을 가지는 양자기를 SAPQ라 부른다^[7,1-SAPQ]. 각 표본에 대하여 SAPQ는 선택된 프로덕트 부호책의 인덱스와 양자화된 m 개 벡터의 인덱스를 일종의 피드포워드 적응 기법 형태로 전송한다. 이러한 피드포워드 적응 기법은 각 표본에 대하여 최적의 프로덕트 부호책 선택을 가능하게 한다. 고정길이부호화를 사용한다고 하면 SAPQ의 전송률은 $\log_2 n_1/k + \eta/km$ 이다. 여기서 η/km 는 SAPQ에서 매 m 개의 벡터마다 선택된 프로덕트 부호책을 지정하기 위한 부가 비트가 된다.

SAPQ의 부호책은 \mathbf{R}^{km} 공간에서 모든 프로덕트 부호책의 합집합 형태, 즉 $\bigcup_{j \in \Omega(2^n)} (C_j)^m$ 로 나타낼 수 있는데, PQ 경우인 $(C)^m$ 보다 자유로운 구조를 가질 수 있으므로, SAPQ는 PQ보다 평균 양자화 왜곡을 낮출 수 있다. 그러나 SAPQ의 부호화 복잡도는 PQ 수준이며^[10], 양자화 구조의 특성도 PQ와 비슷하여 SQ에 기초한 SAPQ의 경우 전송 오류에 강인한 양자화 구현이 가능하다^[11-12]. 또한 엔트로피 부호화도 낮은 차수에서 구현 가능하므로 iid 입력의 경우 같은 성능에서 부호화 복잡도를 더 낮출 수 있다.

2. 엔트로피 제한 프로덕트 표본 적응 양자기

이제 엔트로피 제한 표본 적응 프로덕트 양자화를 생각해 보자. $\alpha_j: \mathbf{R}^k \rightarrow \Omega(n_1)$ 를 인덱스로의 사상, $q_j: \Omega(n_1) \rightarrow C_j$ 를 재현 부부호책으로의 사상, 그리고

$\gamma_j: \Omega(n_1) \rightarrow \Gamma_j$ 을 j 번째 전송로 부호책으로 사상이 라고 하자. 그러면 벡터 X_i 에 대하여 (2)와 유사하게 α_j 를 다음과 같이 정의하자.

$$\alpha_j(X_i^k) := \arg \min_{\ell \in \Omega(n)} \left[\|X_i^k - q_j(\ell)\|^2 + \lambda |\gamma_j(\ell)| \right] \quad (7)$$

또한 불규칙 벡터 X^{km} 에 대하여 프로덕트 부호책 선정을 위한 사상 $\mu: \mathbf{R}^{km} \rightarrow \Omega(2^n)$ 를 다음과 같이 정의 하자.

$$\mu(X^{km}) := \arg \min_{j \in \Omega(2^n)} \left[\sum_{i \in \Omega(m)} \left[\|X_i^k - q_j(\alpha_j(X_i^k))\|^2 + \lambda |\gamma_j(\alpha_j(X_i^k))| \right] \right] \quad (8)$$

그러면 ECSAPQ의 출력 인덱스는 (7)과 (8)로 결정이 되는데, (8)의 μ 는 선택된 프로덕트 부호책을, (7)의 α_μ 는 선택된 프로덕트 부호책에서 부호단어를 선택하는 인덱스가 되며, 평균 양자화 왜곡은 다음과 같다.

$$D = \frac{1}{km} E \left\{ \sum_{i \in \Omega(m)} \|X_i^k - q_\mu(\alpha_\mu(X_i^k))\|^2 \right\} \quad (9)$$

또한 평균 전송률은 다음과 같다.

$$R = \frac{1}{km} E \left\{ \sum_{i \in \Omega(m)} |\gamma_\mu(\alpha_\mu(X_i^k))| \right\} + \frac{\eta}{km} \quad (10)$$

여기서 부가 비트 η 는 고정길이부호화로 부호화 하였다. (9)와 (10)의 D 와 R 에 대한 식에서 μ 는 입력 불규칙 벡터 X^{km} 에 대하여 식 (8)로 주어진다.

ECSAPQ는 다음의 함수를 최소화함으로 설계할 수 있다.

$$J_S(\lambda) = D + \lambda R \quad (11)$$

여기서 λ 는 Lagrange 상수이다. 이제 (11)을 최소화하는 ECSAPQ의 설계에 대하여 정리해보자. 확률 $p_i(j, \ell)$ ($i \in \Omega(m)$, $j \in \Omega(2^n)$, $\ell \in \Omega(n_1)$)을 다음과 같이 정의하자.

$$p_i(j, \ell) := P\{\mu = j, \alpha_j(X_i^k) = \ell\} \quad (12)$$

가정으로부터 불규칙 벡터 X_1^k, \dots, X_m^k 는 동일한 분포를 가지며, SAPQ 부호책은 \mathbf{R}^{km} 공간에서 프로덕트

부호책들의 합집합인 $\cup_{j \in \Omega(2^n)} (C_j)^m$ 형태를 가지고 있으므로 인덱스 i 에 대하여 (12)의 확률은 모두 같다. 즉 $p_1(j, \ell) = p_i(j, \ell)$ ($i \in \Omega(m)$)이 성립한다. 이러한 확률을 사용하여 (11)의 J_S 를 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$J_S(\lambda) = \frac{1}{km} \sum_{i \in \Omega(m)} \sum_{j \in \Omega(2^n)} \sum_{\ell \in \Omega(n_1)} p_i(j, \ell) E \left\{ \|X_i^k - q_j(\ell)\|^2 + \lambda |\gamma_j(\ell)| \mid \mu = j, \alpha_j(X_i^k) = \ell \right\} + \lambda \frac{\eta}{km}$$

주어진 α_j 와 q_j 에 대하여 J_S 를 줄이는 γ_j 를 찾는 것은 다음의 평균 전송률을 최소화 시키는 문제이다.

$$\frac{1}{km} \sum_{i \in \Omega(m)} \sum_{j \in \Omega(2^n)} \sum_{\ell \in \Omega(n_1)} p_i(j, \ell) |\gamma_j(\ell)| = \frac{1}{k} \sum_{j \in \omega(2^n)} p_j \sum_{\ell \in \omega(n_1)} \frac{p_1(j, \ell)}{p_j} |\gamma_j(\ell)|$$

여기서 $p_j := \sum_{\ell \in \Omega(n_1)} p_1(j, \ell)$ 이다. 따라서 ECVQ와 유사하게 전송로 부호단어의 길이를 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$|\gamma_j(\ell)| = -\log_2 \left(\frac{p_1(j, \ell)}{p_j} \right) \quad (13)$$

또한 주어진 α_j 와 γ_j 에 대하여 J_S 를 줄이는 q_j 를 찾는 것은 다음의 평균 양자화 왜곡 D 를 최소로 줄이는 q_j 를 구하는 문제이다.

$$D = \frac{1}{km} \sum_{i \in \Omega(m)} \sum_{j \in \Omega(2^n)} \sum_{\ell \in \Omega(n_1)} p_i(j, \ell) E \left\{ \|X_i^k - q_j(\ell)\|^2 \mid \mu = j, \alpha_j(X_i^k) = \ell \right\}$$

D 의 $q_j(\ell)$ 에 대한 기울기 ∇D 를 구하고, $\nabla D = (0, \dots, 0)$ 을 만족하는 최적 $q_j(\ell)$ 를 구하면 다음과 같은 조건부 기대치가 얻어진다.

$$q_j(\ell) = E \left\{ X_1^k \mid \mu = j, \alpha_j(X_1^k) = \ell \right\} \quad (j \in \Omega(2^n), \ell \in \Omega(n_1)) \quad (14)$$

따라서 제안하는 ECSAPQ 설계 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

엔트로피 제한 SAPQ 설계 알고리즘

0. 주어진 입력 불규칙 벡터 X_1^k, \dots, X_m^k , Lagrange 상수 λ , 왜곡 임계치 Δ , $t=0$, 그리고 모든 $\ell \in \Omega(N)$ 과 $j \in \Omega(2^n)$ 에 대하여 초기 재현 부호단어 $q_j(\ell)$ 과 전송로 부호단어 길이 $|\gamma_j(\ell)|$ 을 설정.

1. 현재의 $q_j(\ell)$ 와 $|\gamma_j(\ell)|$ 을 사용하여 (12)로부터 확률 $p_1(j, \ell)$ 을 구하고 새로운 전송로 부호단어 길이 $|\gamma_j(\ell)|$ 을 (13)으로부터 갱신.

3. (14)로부터 새로운 무게중심 $q_j(\ell)$ 의 갱신.

4. (11)로부터 $J^{(t+1)} = J_S(\lambda)$ 를 계산하고, 만일 $(J^{(t)} - J^{(t+1)})/J^{(t+1)} < \Delta$ 이면 ECSAPQ 설계 완료. 그렇지 않으면 t 를 1만큼 증가시키고 단계 1로 진행.

IV. 실험 결과

본 장에서는 양자화 실험을 위하여 가우시언 분포에 분산이 1 이고 iid인 불규칙 변수를 입력으로 생각하였으며 엔트로피 부호기로 Huffman 부호기를 사용하였다. 제안한 ECSAPQ의 성능을 비교하기 위하여 먼저 ECSQ와 ECVQ를 실험하고 결과를 그림 1에 도시하였다. λ 값을 0에서부터 증가시키면서 실험하였는데, ECSQ에 출력을 Huffman 부호기로 부호화한 결과의

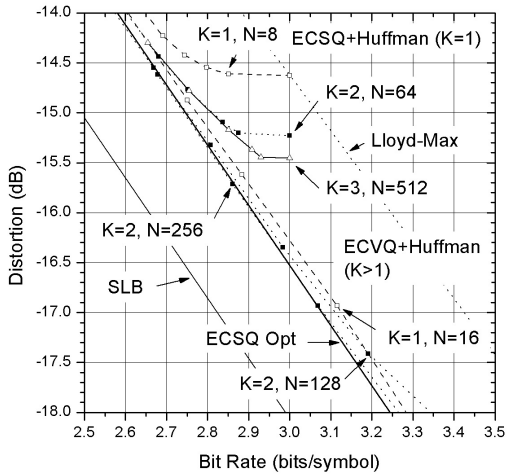


그림 1. 엔트로피 제한 양자기 ‘ECSQ+Huffman’ ($K=1$)와 ‘ECVQ+Huffman’ ($K=2$)의 비교(SLB: Shannon’s lower bound, ECSQ Opt: 고 전송률에서 이론 곡선)

Fig. 1. Comparison of the entropy constrained quantizers, ‘ECSQ+Huffman’ ($K=1$) and ‘ECVQ+Huffman’ ($K=2$) (SLB: Shannon’s lower bound, ECSQ Opt: theoretical curve for high rates)

평균 양자화 왜곡 곡선(‘ECSQ+Huffman’)을 보면, 고 전송률에서 이론 곡선(‘ECSQ Opt’)인 $(\pi e/6)2^{-2R}$ 보다 0.2-0.4dB 정도 위에 있음을 알 수 있다. 벡터의 차수가 2차원인 ECVQ의 경우(‘ECVQ+Huffman’)를 보면 스칼라 양자화를 사용하는 경우의 이론적인 왜곡에 근사하거나 더 좋은 결과를 얻음을 관찰할 수 있다. 더 낮은 왜곡을 얻기 위해서는 벡터의 차수가 더 높은 ECVQ를 사용할 필요가 있다.

제안한 ECSAPQ의 비교 실험 결과를 그림 2-5에 정리하였다. 그림 2는 스칼라 양자기에 기초한 SAPQ를 사용한 ECSAPQ의 결과($k=1$)로 부호화 복잡도는 스칼라 양자화에 대하여 메모리가 2^n 배만큼 필요하다. 그러나 양자화 성능은 이론 곡선 ‘ECSQ Opt’보다 좋은 성능을 얻을 수 있음을 관찰할 수 있다. 일반 SAPQ의 성능에서는 부가 비트 η 를 증가시킬수록 성능이 좋아지는데 그림 2의 ECSAPQ 경우($k=1$)는 $\eta=1$ 인 경우에 가장 좋은 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 이는, 8차원의 D_m^+ 격자^[9]에 기초한 균등 VQ는 SAPQ에서 $k=1$, $m=8$ 일 때 $\eta=1$ 로 구현이 가능하여 약 0.47dB의 이득을 얻을 수 있는 이론적 분석으로 설명이 가능하다^[8, Example 1]. 또한 그림 2에서 $\eta=4$ 인 ECSAPQ 경우는 E_8 격자^[9]와 관련이 있으며 고 전송률에서 0.65dB의 이론적 이득이 기대된다^[8, Example 2]. 반면에 그림 3의, 2차원의 VQ에 기초한 ECSAPQ의 결과를 보면

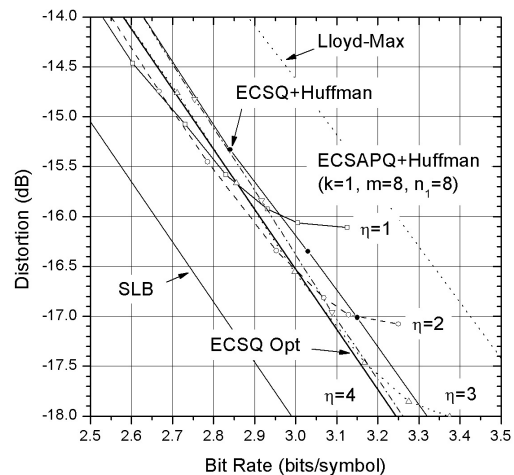


그림 2. 여러 부가 비트 η 에 대한 제안한 엔트로피 제한 SAPQ(ECSAPQ)의 비교($k=1, m=8$)

Fig. 2. Comparison of the proposed entropy constrained sample adaptive product quantizer (ECSAPQ) for various side bits η ($k=1, m=8$)

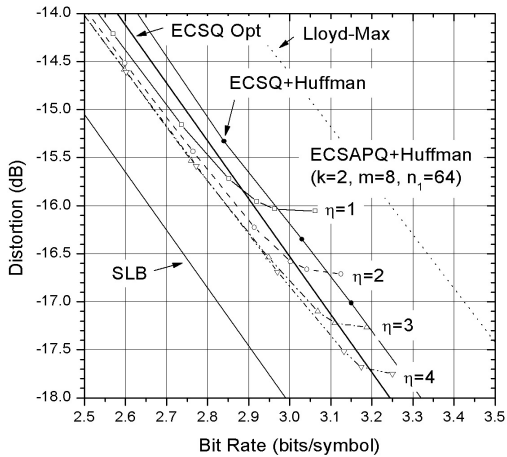


그림 3. 여러 부가 비트 η 에 대한 제안한 엔트로피 제한 SAPQ(ECSAPQ)의 비교($k=2, m=8$)
 Fig. 3. Comparison of the proposed entropy constrained sample adaptive product quantizer (ECSAPQ) for various side bits η ($k=2, m=8$)

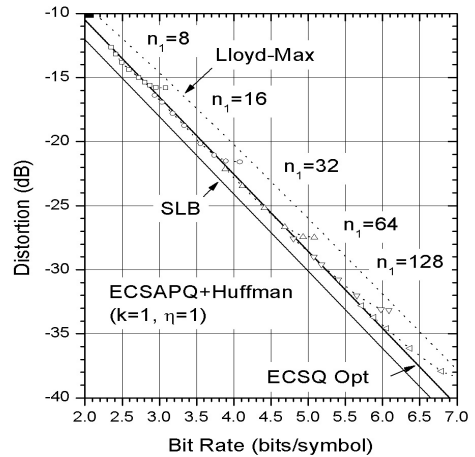


그림 5. 여러 전송률에서 제안한 엔트로피 제한 SAPQ(ECSAPQ)의 비교($k=1, \eta=1$)
 Fig. 5. Comparison of the proposed entropy constrained sample adaptive product quantizer (ECSAPQ) for various bit rates ($k=1, \eta=1$)

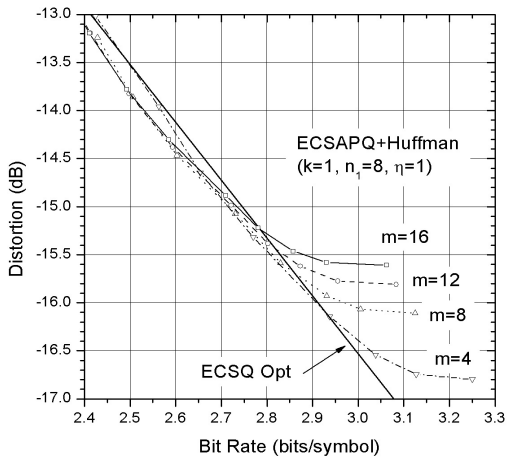


그림 4. 여러 m 에 대한 제안한 엔트로피 제한 SAPQ(ECSAPQ)의 성능($k=1, n_1=8, \eta=1$)
 Fig. 4. Performance of the proposed entropy constrained sample adaptive product quantizer (ECSAPQ) for various m ($k=1, n_1=8, \eta=1$)

그림 2의 경우보다 더 낮은 왜곡 곡선을 관찰할 수 있다. 그런데 그림 3의 경우는 그림 2의 경우와는 다르게 부가 비트 η 를 증가시킬수록 더 좋은 성능을 얻을 수 있다. 이때의 부호화 복잡도를 고찰하면, 필요한 곱셈과 메모리는 2차원 VQ의 경우에 대하여 2^η 배가 되는데, 왜곡 곡선은 ECVQ의 경우보다 약 0.5dB 이상 좋은 경우도 있음을 알 수 있다. 만일 ECVQ의 성능을 올리기 위하여 차수를 더 올리면 고 전송률에서는 부호화 복잡도가 ECSAPQ보다 훨씬 올라가게 된다. 따라서 제안한

ECSAPQ는 비슷한 복잡도의 ECVQ보다 성능이 좋을 수 있다.

그림 4에는 여러 m 에 대하여 제안한 ECSAPQ의 성능을 비교해 본 것으로 $m \geq 8$ 에서 좋은 성능을 얻을 수 있다. 따라서 그림 5에는 그림 2의 $k=1$ 인 경우의 실험 결과와 그림 4의 결과에 따라서 $m=12$ 에 대하여 여러 전송률에 대한 ECSAPQ 결과를 도시하였다. 제안한 ECSAPQ는 여러 전송률에서 스칼라 양자기에 대한 이론적 곡선 'ECSQ Opt'보다 좋거나 비슷한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 고 전송률에서도 구현이 가능한 엔트로피 제한(entropy constrained) 양자화를 제안하였다. 양자화는 프로덕트 부호화를 사용하는 프로덕트 표본 적응 양자기(sample-adaptive product quantizer)를 사용하였으며 엔트로피 제한 SAPQ(ECSAPQ) 설계 알고리즘을 제안하고 실험을 통하여 성능을 비교해 보았다. 제안한 ECSAPQ는 비슷한 복잡도의 ECVQ보다 약 0.5dB 정도 성능이 좋을 수 있었다. 또한 스칼라 양자기에 기초한 ECSAPQ는 Shannon의 최저 왜곡 곡선과 1.53dB의 차이를 가지는 ECSQ의 이론적 곡선보다 더 낮은 왜곡 곡선을 가짐을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

- [1] A. J. Viterbi and J. K. Omura, *Principles of Digital Communication and Coding*. McGraw Hill, 1979.
- [2] A. Gersho and R. M. Gray, *Vector Quantization and Signal Compression*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [3] P. A. Chou, T. Lookabaugh, and R. M. Gray, "Entropy-constrained vector quantization," *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 1, pp. 31-42, Jan. 1989.
- [4] F. Kossentin, M. J. T. Smith, and C. F. Barnes, "Entropy-constrained residual vector quantization," in *Proc. IEEE ICASSP*, 1993, pp. V-598 - V-601.
- [5] A. Gersho, "Asymptotically optimal block quantization," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 25, pp. 373-380, July 1979.
- [6] M. Antonini, P. Raffy, M. Barlaud, "Towards entropy constrained lattice vector quantization," in *Proc IEEE ICIP*, vol. 1, 1995, pp.121 - 124.
- [7] D. S. Kim and N. B. Shroff, "Quantization based on a novel sample-adaptive product quantizer (SAPQ)," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, no. 7, pp. 2306-2320, Nov. 1999.
- [8] D. S. Kim and N. B. Shroff, "Sample-adaptive product quantization: asymptotic analysis and examples," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 48, no. 10, pp. 2937-2947, Oct. 2000.
- [9] J. H. Conway and N. J. A. Sloane, "Voronoi regions of lattices, second moments of polytopes, and quantization," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 28, no. 2, pp. 211-226, Mar. 1982.
- [10] 김동식, "부호책 제한을 가지는 표본 적응 프로덕트 양자기를 이용한 1차 마르코프 과정의 고 전송률 양자화," *대한전자공학회*, 제 49권 SP편 제 1호, 19~30쪽, 2012년 1월.
- [11] Z. Raza, F. Alajaji, and T. Linder, "Design of sample adaptive product quantizers for noisy channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 4, pp. 576-580, April 2005.
- [12] D. S. Kim and Y. Park, "Sample-adaptive product quantizers with affine index assignments for noisy channels," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E92-B, no. 10, pp. 3084-3093, Oct. 2009.

————— 저 자 소 개 —————

김 동 식(정회원)
 대한전자공학회 논문지
 제 48권 SP편 제 4호 참조