

논문 2012-49TC-3-3

고속 대각 하중 행렬을 이용한 MIMO LTE 프리코딩 코드북

(A MIMO LTE Precoding Codebook Based on Fast Diagonal Weighted Matrices)

박 주 용*, 팡 부 쉬**, 이 문 호***

(Ju Yong Park, Bu Shi Peng, and Moon Ho Lee)

요 약

본 논문에서는 직교 구조를 갖는 고속 대각 하중 재킷 행렬(DWJM:diagonal-weighted Jacket matrices)을 제안 한다. 고속 알고리즘을 이용해 높은 차수의 DWJM을 낮은 차수의 희소 행렬로 분해를 통해 연속적인 DWJM의 계산 수를 줄인다. 원소연산 역행렬 특성을 가진 대각 하중 프레임워크(framework)의 결과로, 제안되는 DWJM은 프리코딩(precoding) MIMO(Multiple Input and Multiple Output) 무선통신에 적용된다. DWJM의 성질에 기반하여, DWJM은 대체 오픈 루프 순환 지연 다이버시티(CDD : Cyclic Delay Diversity) 프리코딩으로 사용될 수 있으며, 이는 셀룰러(cellular) 통신 시스템에 이용될 수 있다. 이와 같은, DWJM에 기반한 프리코딩 시스템의 성능에 대해 OSTBC (Orthogonal Space-Time Block Code) MIMO LTE 시스템과 비교 한다.

Abstract

In this paper, a fast diagonal-weighted Jacket matrices (DWJMs) is proposed to have the orthogonal architecture. We develop the successive DWJM to reduce the computational load while factorizing the large-order DWJMs into the low-order sparse matrices with the fast algorithms. The proposed DWJM is then applied to the precoding multiple-input and multiple output (MIMO) wireless communications because of its diagonal-weighted framework with element-wise inverse characteristics. Based on the properties of the DWJM, the DWJM can be used as alternative open loop cyclic delay diversity (CDD) precoding, which has recently become part of the cellular communications systems. Performance of the DWJM-based precoding system is verified for orthogonal space-time block code (OSTBC) MIMO LTE systems.

Keywords : Diagonal weighted Jacket matrix, 3GPP-LTE, MIMO precoding.

I. 서 론

이산 푸리에 변환(DFT:Discrete Fourier Transform), 왈쉬 하다마드(WHT:Walsh Hadamard Transorm) 등과 같은 이산 직교 변환은 영상 처리, 데이터 압축 및 부호화, 다중화 등 여러 분야에 이용 되고 있다^[1~2]. 통

신 기술이 발달함에 따라 많은 클라이언트(client)의 데이터 전송을 위해 더 많은 채널의 데이터율(data rate)과 저장용량이 요구 된다.

고속 대각 하중 재킷행렬(Fast DWJMs : Fast Diagonal Weighted Jacket Matrices)^[5~9]은 직교 구조를 가지고 있다. 고속 알고리즘을 이용하여 높은 차수(large order)의 DWJM을 낮은 차수의 희소 행렬(sparse matrix)들로 분해(factorizing)를 통해 계산 로드(load)를 줄이기 위한 연속(successive) DWJM이 제안된다. 원소연산 역행렬 특성을 가진 대각 하중 프레임워크(framework) 때문에, 제안된 DWJM은 프리코딩(precoding) MIMO (Multiple Input and Multiple

* 평생회원, 신경대학교 인터넷정보통신학과 (Shyngyeong University)

** 학생회원, *** 평생회원, 전북대학교 정보통신공학과 (Chonbuk National University)

※ 본 연구는 세계수준의 연구 중심 대학(WCU) R32-2012-20014-0과 기초연구 2010-0020942 NRF (한국연구재단) 지원으로 이루어졌음.

접수일자: 2011년10월26일, 수정완료일: 2012년3월19일

Output) 무선통신에 적용된다. DWJM의 성질에 기초하여, 제안된 DWJM은 대체 개루프(open loop) 순환 지연 다이버시티(CDD : Cyclic Delay Diversity) 프리코딩으로 사용될 수 있으며, 이는 셀룰러(cellular) 통신 시스템에 이용될 수 있다.

본 논문에서는 MIMO 프리코딩을 위한 원소 연산(element-wise) 및 블록 연산(block-wise) DWJM을 제안하고, OSTBC(Orthogonal Space-Time Block Code) MIMO LTE(Long Term Evolution) 시스템^[20]과 성능을 비교한다. 3GPP LTE는 2~4개의 전송 안테나를 갖는 다운링크(downlink)의 프리코딩에 기반한 코드북(code book)을 제공한다. 2개의 안테나 포트는 DFT에 근거한 프리코더(precoder)이고, 4개의 안테나 포트는 하우스홀더(Householder)에 기초한 프리코딩이다. 4 비트 코드북은 2,3,4개의 스트림에 대한 빔포밍(beamforming)과 프리코딩을 위해 특정된다. 서브셋은 중첩된 구조(nested structure)를 가지도록 선택된다. 코드북에 기초한 프리코딩은 싱글 유저 MIMO 채널에 대한 공간 다중화 (spatial multiplexing)를 위해 제안되며, 여기에서 코드북(codebook) 및 대응되는 SINRs(Signal-to-Interference-and-Noise Ratios)내에서 제안된 프리코딩 행렬은 제한된 피드백 정보에 근거하며, 멀티유저 프리코딩 행렬은 총 처리능력(throughput)을 최대화할 수 있도록 선택된다. 프리코딩 행렬은 동질 시스템(homogeneous system) 내의 감소된 사용자간(inter-user) 간섭에 의해 처리 능력을 높이는 직교 빔(orthogonal beam)을 구성한다. 제안된 DWJM의 이점은 사이즈에 제한이 없다는 점 뿐만 아니라 협동 무선 네트워크(cooperative wireless network) 내에서 고속 분산 프리코딩 MIMO 채널에 응용이 가능하다는 점이 있다.

본 논문은 II장에서 순환 지연 다이버시티 자켓 행렬에 기반한 기존 LTE 시스템의 표준, III장에서는 제안된 원소 연산 인버스 대각 하중 재킷 행렬, IV장에서 페루프 프리코딩 MIMO에 적용되는 대각 하중 재킷 행렬 프리코딩에 대해 서술하며, V장에서 시뮬레이션 결과 그리고 결론을 VI장에서 맺는다.

II. 순환 지연 다이버시티 자켓 행렬에 기반한 기존 LTE 시스템의 표준

1. 페루프 다운링크 MIMO LTE

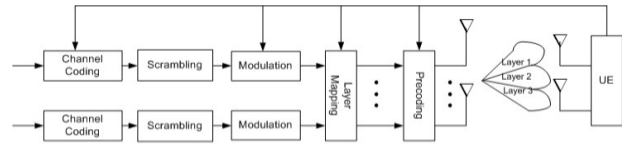


그림 1. 다운 링크 물리채널을 갖는 페루프 3GPP-LTE MIMO 구조

Fig. 1. 3GPP-LTE MIMO structure for loop with downlink physical channels.

페루프 MIMO 프리코딩 시스템에서 각 전송 안테나에 대해 eNB 및 UE 양측에서 프리코딩 행렬을 공통으로 설계할 수 있다. 행렬 집합의 MIMO 코드북은 $W = \{W_1, W_2, \dots, W_L\}$ 으로 정의되며, 여기서 $L = 2^r$ 은 코드북의 크기를, r 은 비트 수를 나타낸다. 그림 1은 다운링크 물리 채널을 갖는 페루프 3GPP-LTE MIMO의 블록 다이어그램을 나타낸다.

완전한 채널 상태의 피드백은 과도한 피드백 오버헤드를 초래한다. 이러한 채널 상태 정보(channel state information) 피드백 오버헤드를 줄이는 방법으로 코드북을 사용한다. 페루프 MIMO 프리코딩 시스템에서 각 전송 안테나 구조에 대해 프리코딩 행렬을 설계할 수 있으며, 기지국과 UE양측에서 서로 인지 하도록 설계할 수 있다. 사용자는 CQI(channel quality indicator)와 RI(rank indicator) 뿐 아니라 PMI(precoding matrix indicator)를 피드백 시킬 수 있다. MIMO 시스템에서, 수신단은 채널의 상태를 관찰 하고, 최적의 프리코딩 행렬을 수집하여 바로 사용하며, PMI를 송신단에 피드백 한다. 데이터가 전송되는 동안 전송된 rank와 CQI 측정치가 필터링 되고 결정단은 주기적으로 선호 전송 모드를 결정한다. 필터링된 rank와 CQI가 기준치를 만족하게 되면 공간 다중화 모드가 선택된다. 적당한 단

표 1. 2 안테나 DFT기반 프리코더 코드북
Table 1. Two Transmit Antennas DFT Based Precoder Codebook.

Index	1 layer	2 layer
0	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
1	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
2	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix}$
3	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$	

일 혹은 이중 스트림 선정을 위해서는 RI가 주기적이거나 비주기적인 리포트를 통해 DE로부터 기지국에 전해진다. 이와 같이 PMI 피드백에 근거해 기지국은 코드북으로부터 프리코더를 선택할 수 있다. 폐회로 프리코딩을 위한 프리코더 코드북은 식 (3)의 $W(i)$ 와 같은 행렬을 포함하고 있다. LTE 코드북에 근거한 두 개의 안테나는 표 1에 주어진 바와 같이 4개의 rank-1 프리코더와 3개의 rank-2 프리코더로 되어 있다. 첫 번째와 세 번째 rank-2 프리코더는 각각 DFT 행렬 W_0 와 W_2 이다.

2. 개루프 다운링크 MIMO LTE

만약 채널의 rank가 1보다 크면 개루프 전송 방법은 2-안테나 시스템에 대해, 고정 프리코더 행렬에 따라 지연 CDD를 이용한다. 반면에 프리코더 순환은 4-안테나 시스템서 사용된다. 그림 2는 LTE 시스템에서 개루프 MIMO의 블록 다이어그램을 보이고 있다. 개루프 MIMO 전송 모드는 고정 프리코딩 행렬이 이미 조정되었기 때문에 어떠한 PMI 피드백도 요구하지 않는다.

2-안테나 포트의 고정 프리코더는 단위 행렬이다. 그러나 큰 지연 CDD 프리코딩의 경우 공간 다이버시티가 인접 가입자들 사이에서 주파수 다이버시티로 변환된다. 따라서, 한 블록에 대해서만 부호화 하는 사용자는 전 공간 다이버시티를 택할 수 있고, 반면에 작은 지연 CDD 프리코딩을 갖는 사용자는 부분적인 공간 다이버시티를 택할 수 있다.

큰 지연 CDD에 대한 프리코딩은 행렬 $D(i)$ 로 정의되는 CDD기반 프리코딩의 합성으로 나타내지며, 프리코딩 행렬 $W(i)$ 는 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{pmatrix} y_t^{(1)} \\ \vdots \\ y_t^{(n_r)} \end{pmatrix} = W(i)D(i) \begin{pmatrix} x_t^{(1)} \\ \vdots \\ x_t^{(r_j)} \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서, $W(i)$ 는 프리코딩 행렬이며, $D(i)$ 는 원소 연산 대각 행렬이고, $y_t^{(n_r)}$ 는 안테나 n_r 로부터 전송된 심볼, $x_t^{(r_j)}$ 는 시간 t 때의 스트림 j 의 심볼, $i=0,1,\dots,n_s-1$ 는 가입자 인덱스 그리고 n_s 는 DFT의 사이즈이다. .

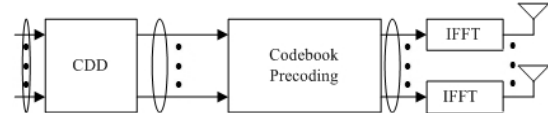


그림 2. LTE시스템의 개루프 MIMO

Fig. 2. Open-Loop MIMO in LTE system.

프리코더 행렬 $W(i)$ 는 고정되어 있고 순환 지연은 다음과 같은 대각 행렬에 의해 결정 된다.

$$D(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{-j2\pi i \tau_2 / n_s} & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & e^{-j2\pi i \tau_{n_r} / n_s} \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 τ_{n_r} 는 안테나 n_r 에서의 순환 지연이다. 3GPP-LTE에서 CDD 기반 프리코딩은 주파수 영역에서 정의 된다.

$$\begin{pmatrix} y_t^{(1)} \\ \vdots \\ y_t^{(n_r)} \end{pmatrix} = W(i)D(i)F \begin{pmatrix} x_t^{(1)} \\ \vdots \\ x_t^{(r_j)} \end{pmatrix} \quad (3)$$

여기서 F 는 DFT행렬이다. 만약 $\tau_2 = n_s / 2$ 이면 대각행렬은 다음과 같이 된다.

$$D(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{-j\pi i} & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & e^{-j2\pi i / n_r} \end{bmatrix} \quad (4)$$

예 2.1 : 3GPP-LTE에서 2×2 인 경우 CDD 대각 행렬은 다음과 같다.

$$D_2(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-j\pi i} \end{bmatrix}, \quad D_2^{-1}(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\pi i} \end{bmatrix}$$

따라서,

$$D_2(i)D_2^{-1}(i) = D_2^{-1}(i)D_2(i) = I_2 \quad (5)$$

즉, 대각 하중 CDD는 직교성을 만족한다.

식 (3)에서 2×2 DFT행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$F_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & e^{-j\pi} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

CDD 대각 행렬 $D(i)$ 는 홀수와 짝수 i 에 대해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D_2(i) = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} & i = 1, 3, \dots \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & i = 0, 2, \dots \end{cases} \quad (7)$$

따라서, CDD 대각 행렬 $D(i)$ 는 각각 홀수와 짝수의 i 에 대해 0도와 180도의 두 안테나 포트 사이의 상대 위상천이를 나타냄을 알 수 있다. 큰 지연 CDD 프리코딩과 DFT 행렬 F 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D_2(i) \times F_2 = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} & i = 1, 3, \dots \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} & i = 0, 2, \dots \end{cases} \quad (8)$$

효율적인 CDD기반 프리코더 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$W(i)D(i)F = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-j2\pi i \tau_2 / n_s} \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

만약 $i = \{\pm 1\}$ 이면 식 (9)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$W(i)D(i)F = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ or } \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

그림 3에 보인 것처럼 페루프 프리코딩은 30 Km/h 속도에서 개루프 CDD 프리코딩 보다 성능이 우수하다. 또한 30 Km/h속도에서 개루프 CDD 프리코딩 보다 상당한 이득을 보인다^[21]. 큰 지연 CDD 프리코딩은 공간 스트림을 분리해서 부호화 하는 경우 적은 지연 CDD 프리코딩에 비해 우수한 BER 이득을 보인다. 따라서 표 2에 보인 바와 같이 다른 레이어에 대해서는 다른 DFT, 대각 및 프리코딩 행렬을 선택 할 수 있음을 알 수 있다.

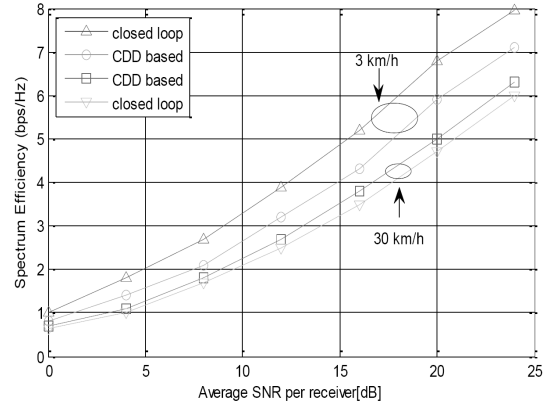


그림 3. 페루프와 개루프 CDD 기반 프리코딩의 스펙트럼 효율[21]

Fig. 3. Spectrum efficiency for closed-loop and open-loop CDD based precoding [21].

표 2. 개루프 MIMO-LTE의 프리코더
Table 2. Precoder For Open-Loop MIMO in LTE.

layers	DFT (F)	$D(i)$	$W(i)$
2	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & e^{-j\pi} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-j\pi} \end{bmatrix}$	$2Tx: \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $4Tx: W_n = I_2 - 2u_n u_n^H / u_n^H u_n,$ $n = 12, \dots, 15$
3	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{-j2\pi/3} & e^{-j4\pi/3} \\ 1 & e^{-j4\pi/3} & e^{-j8\pi/3} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j2\pi/3} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j4\pi/3} \end{bmatrix}$	$W_n = I_3 - 2u_n u_n^H / u_n^H u_n,$ $n = 12, \dots, 15$ Householder codebook
4	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{-j\pi/2} & e^{-j\pi} & e^{-j3\pi/2} \\ 1 & e^{-j\pi} & e^{-j2\pi} & e^{-j3\pi} \\ 1 & e^{-j3\pi/2} & e^{-j3\pi} & e^{-j9\pi/2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\pi/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j\pi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-j3\pi/2} \end{bmatrix}$	$W_n = I_4 - 2u_n u_n^H / u_n^H u_n,$ $n = 12, \dots, 15$ Householder codebook

III. 제안된 원소 연산 인버스(element-wise inverse) 대각 하중 재킷 행렬(DWJM)

원소연산 DWJM의 역행렬을 계산하기 위해, 다음과 같이 재킷 행렬^[10~12]을 정의한다.

정의 3.1 : $A^{-1} = \frac{1}{n} (\alpha_{ij}^{-1})^T$ 인 경우, $n \times n$ 행렬인 $A = (\alpha_{ij})_{n \times n}$ 는 원소연산 인버스 재킷 행렬이다. 여기에서, $(.)^T$ 는 행렬의 전치(transpose)를 나타낸다.

또한, DWJM은 다음과 같이 정의된다.

$$J_n = \begin{bmatrix} a_n+1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a_n+1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & a_n+1 \end{bmatrix}, J_n^{-1} = \begin{bmatrix} (a_n+1)^{-1} & 1 & \dots & 1 \\ 1 & (a_n+1)^{-1} & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & (a_n+1)^{-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

이를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$J_n = a_n \mathbf{I}_n + T_{n \times n} = \begin{bmatrix} a_n & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_n & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} [1 \ 1 \ \cdots \ 1] \quad (12)$$

여기에서, \mathbf{I}_n 은 $n \times n$ 의 단위 행렬(identity matrix)을 나타내고, $T_{n \times n}$ 은 모든 원소가 1인 행렬을 나타낸다.

이론 3.1 : $n \geq 2$ 인 정수 n 에 대해 $a_n = \frac{-n \pm \sqrt{n^2 - 4n}}{2}$ 인 경우, 식 (1)의 $n \times n$ 대각 하중 행렬 J_n 은 재킷 행렬이다.

증명 : 정의 3.1에 의하면, 다음과 같다.

$$J_n J_n^{-1} = \frac{1}{n} (a_n \mathbf{I}_n + \mathbf{T}_n) \left(\frac{-a_n}{a_n + 1} \mathbf{I}_n + \mathbf{T}_n \right) = \frac{1}{n} \left(\frac{-a_n^2}{a_n + 1} \mathbf{I}_n + \frac{a_n^2 + na_n + n}{a_n + 1} \mathbf{T}_n \right). \quad (13)$$

결론적으로, 만약, $a_n = \frac{-n \pm \sqrt{n^2 - 4n}}{2}$ 이면, $J_n J_n^{-1} = \mathbf{I}_n$ 이 되게 된다. 왜냐하면, $n \geq 2$ 인 정수 n 에 대해 $a_n^2 + na_n + n = 0$ 이고 $n(a_n + 1) = -a_n^2$ 이기 때문이다.

예 3.1 : $n=2$ 이고 $a_n = -1+i$ 인 경우를 가정한다. 그러면, 식 (11)의 행렬에 따르면, 2×2 재킷행렬을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$J_2 = \begin{bmatrix} i & 1 \\ 1 & i \end{bmatrix} \text{이고, } J_2^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -i & 1 \\ 1 & -i \end{bmatrix}. \quad (14)$$

이는 $J_2 J_2^{-1} = \mathbf{I}_2$ 임을 쉽게 확인할 수 있으며, 이는 식 (14)의 행렬 J_2 가 DWJM임을 나타낸다.

예 3.2 : $n=4$ 이고, $a_4 = -2$ 인 경우, 4×4 재킷행렬은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$J_4 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad J_4^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기에서, $J_4 J_4^{-1} = \mathbf{I}_4$ 임을 알 수 있으며, 이는 식 (15)의 J_4 가 DWJM임을 나타낸다. J_4 는 프리코딩 MIMO 무선 통신에서의 공간 다중화에 이용된다.

예 3.3 : $n=5$ 이고 $a_5 = \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$ 인 경우, 다음과 같이 5×5 DWJM을 얻을 수 있다.

$$J_5 = \begin{pmatrix} \frac{-3+\sqrt{5}}{2} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \frac{-3+\sqrt{5}}{2} & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \frac{-3+\sqrt{5}}{2} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \frac{-3+\sqrt{5}}{2} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \frac{-3+\sqrt{5}}{2} \end{pmatrix} \quad (16)$$

그리고, 다음과 같이 역행렬을 얻을 수 있다.

$$J_5^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)^{-1} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)^{-1} & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)^{-1} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)^{-1} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \left(\frac{-3+\sqrt{5}}{2}\right)^{-1} \end{pmatrix} \quad (17)$$

결론적으로, $J_5 J_5^{-1} = \mathbf{I}_5$ 를 얻을 수 있다. 따라서, 정의 3.1에 따르면, 행렬 J_5 는 DWJM임을 확인할 수 있다. 이와 같이, 높은 차수(order)의 DWJM이 존재함을 표 3과 같이 확인할 수 있다.

표 3. DWJM의 구성
Table 3. Construction of DWJM.

Index \ n	2	3	4	5
a_n	$-1 \pm i$	$\frac{-3 \pm \sqrt{3}}{2}$	-2	$\frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$
$J_n J_n^{-1}$	I_2	I_3	I_4	I_5
Index \ n	6	7	8	9
a_n	$-3 \pm \sqrt{3}$	$\frac{-7 \pm \sqrt{21}}{2}$	$-4 \pm 2\sqrt{2}$	$\frac{-9 \pm 3\sqrt{5}}{2}$
$J_n J_n^{-1}$	I_6	I_7	I_8	I_9

이하에서는, DWJM의 중요한 특징에 대해 설명한다.

정리 3.1 : $n \times n$ 행렬 $J = (\alpha_{ij})_{n \times n}$ 는 다음의 식을 만족할 때 재킷 행렬이다.

$$\sum_{k=1}^n \frac{\alpha_{ik}}{\alpha_{jk}} = n \delta_{ij}, \quad 1 \leq i, j \leq n, \quad (18)$$

여기에서, δ_{ij} 는 이산-시간 디랙 델타 함수 (discrete-time Dirac delta function)이다.

증명 : 이론 3.1에서 주어진 파라미터 a_n 에 따르면, 다음의 식을 쉽게 구할 수 있다.

$$(a_n + 1) + \frac{1}{a_n + 1} = \frac{-n + 2 \pm \sqrt{n^2 - 4n}}{2} + \frac{2}{-n + 2 \pm \sqrt{n^2 - 4n}} = -n + 2 \quad (19)$$

$\sum_{k=1}^n \frac{\alpha_{ik}}{\alpha_{jk}} = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ n, & i = j, \forall i, j \in \{1, 2, \dots, n\} \end{cases}$ 이기 때문에, 위와 같은 식 (19)를 얻을 수 있다. 따라서, 이와 같은 정리를 증명할 수 있게 된다.

고속 알고리즘에 따른 재킷 행렬의 역행렬 계산의 관점에서, 재킷 행렬 및 역 재킷행렬은 다양한 분야에 적용된다^[6~9, 11].

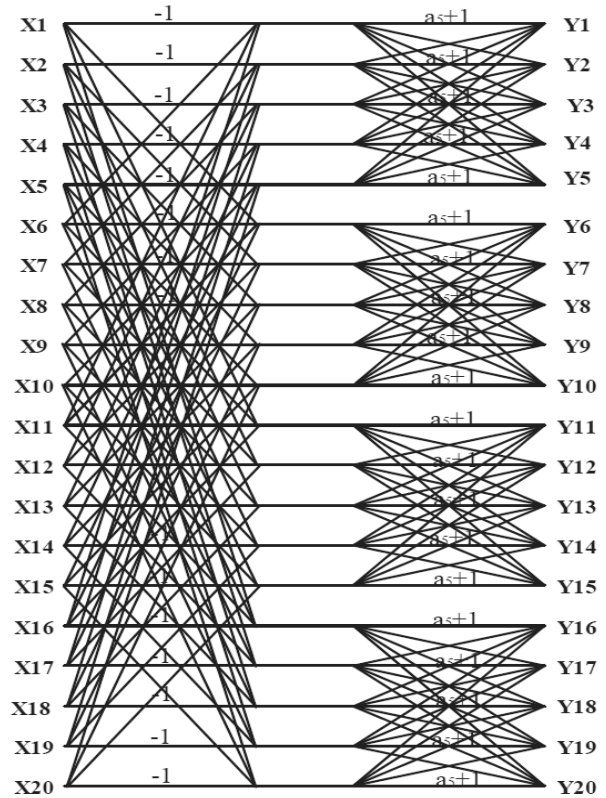
또한 높은 차수의 DWJM을 위한 컨스트럭션 (construction) 및 분해 (factorization) 알고리즘을 포함하는 고속 DWJM을 제안한다.

정리 3.2 : J_p 및 J_q 는 2개의 DWJM이고 p, q 는 음이 아닌 수이다. s 와 n 이 음이 아닌 정수라고 가정한다. 그러면, 높은 차수의 DWJM $J_{N=p^s q}$ 는 다음과 같이 정리할 수 있다.

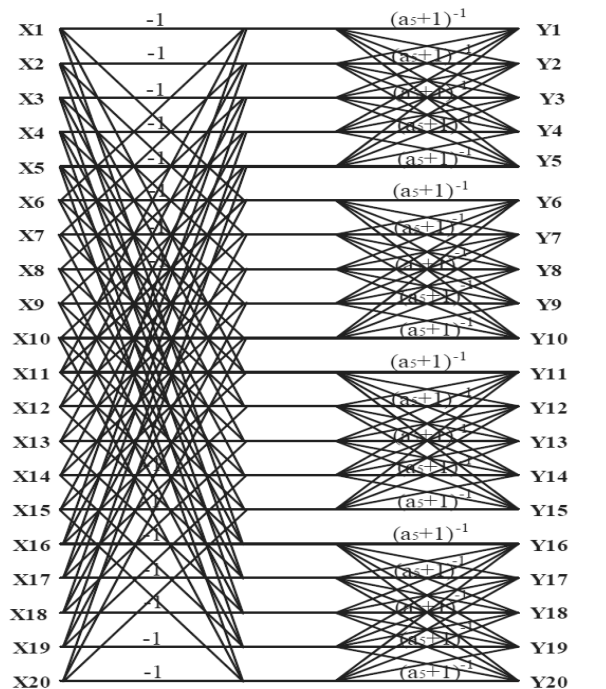
$$J_N = \left[\mathbf{I}_{p^s} \otimes \left(\prod_{i=0}^{s-1} \mathbf{I}_{p^{i+1}} \otimes J_q \otimes \mathbf{I}_{q^i} \right) \right] \times \left[\left(\prod_{i=0}^{s-1} \mathbf{I}_{p^{i+1}} \otimes J_p \otimes \mathbf{I}_{p^i} \right) \otimes \mathbf{I}_{q^s} \right] \quad (20)$$

여기서, \otimes 는 크로네커 곱(Kronecker product)을 나타낸다.

만약, J_N 이 J_p 와 J_q 로 분해 가능하다면, 분해 알고리즘을 적용할 수 있게 된다. 이 경우, 분해는 컨스트럭션의



(a) Forward Jacket Matrix.



(b) Inverse Jacket Matrix.

그림 4. 재킷 행렬 신호 흐름 그래프, N=20
Fig. 4. Signal flow graph for Jacket Matrix, N=20.

역순이 된다. N 차수의 DWJM J_N 이 주어지고, J_N 이 J_p 와 J_q 로 분해 가능하다면, J_N 은 식 (10)에 따라 분해가 가능하게 된다.

예 3.4 : $N = 20 = 4 \times 5$ 에 대해, $p=4$, $q=5$, $s=t=1$ 를 얻을 수 있다. 그리고, 두개의 DWJM인 J_4 및 J_5 가 있을 때, 높은 차수의 DWJM인 J_{20} 은 다음과 같이 분해된다.

$$J_{20} = J_4 \otimes J_5 = \begin{bmatrix} -J_5 & J_5 & J_5 & J_5 \\ J_5 & -J_5 & J_5 & J_5 \\ J_5 & J_5 & -J_5 & J_5 \\ J_5 & J_5 & J_5 & -J_5 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

$J_{20}J_{20}^{-1} = \mathbf{I}_{20}$ 임을 쉽게 보일 수 있으며, 식(21)의 결합행렬(combined matrix)은 재킷 행렬임을 알 수 있게 된다.

또한, 주어진 행렬 J_{20} 은 다음과 같이 분해됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} J_{20} &= J_4 \otimes J_5 = (\mathbf{I}_4 \cdot J_4) \otimes (J_5 \cdot \mathbf{I}_5) \\ &= (\mathbf{I}_4 \otimes J_5)(J_4 \otimes \mathbf{I}_5) \end{aligned} \quad (22)$$

이와 같은 식 (22)의 행렬 J_{20} 에 대한 팩터 그래프(factor graph)는 그림 4에 도시되어 있다. 이와 같이, 식 (22)의 행렬 분해는 140번의 덧셈과 40번의 곱셈이 필요하다. 그러나, 직접 계산에 따를 경우 380번의 덧셈과 160번의 곱셈이 필요하다. 따라서, DWJM에 대한 제안된 방법의 계산이 훨씬 간단해지게 된다. 또한, 높은 차수의 DWJM은 하다마드 행렬과 낮은 차수의 DWJM의 크로네커 곱을 이용하여 구축될 수 있게 된다.

예 3.5 : $N = 8 = 2 \times 4$, $p=2$, $q=4$, $s=t=1$ 일 때, 4×4 DWJM J_4 및 아래와 같은 2×2 하다마드 행렬 $u_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ 를 이용하여 8차 재킷 행렬 J_8 을 다음과 같이 분해할 수 있게 된다.

$$J_8 = J_4 \otimes H_2 = (\mathbf{I}_4 \otimes H_2)(J_4 \otimes \mathbf{I}_2). \quad (23)$$

이를 이용하여 $J_8 J_8^{-1} = \mathbf{I}_8$ 임을 쉽게 보일 수 있으며, 식 (23)의 결합행렬 J_8 은 또 다른 재킷 행렬임을 확인할 수 있다. 이와 같이 행렬 J_8 은 32번의 덧셈과 12번의 곱셈이 필요하게 된다. 반면 직접 계산할 경우 56번의 덧셈과 20번의 곱셈이 필요하게 된다.

이와 같이, 제안한 분해 방법은 계산의 복잡도를 감소시킬 수 있게 된다.

IV. 페루프 프리코딩 MIMO에 적용되는 대각 하중 재킷 행렬 프리코딩

앞에서 서술한 바와 같이, 블록연산 인버스 하중 행렬이 유도되었으며, 이러한 행렬을 MIMO LTE 프리코딩에 적용하였다. 이하에서는, 대각 하중 재킷 행렬에 기초하여 MIMO 채널의 프리코딩을 산출 한다. 재킷 행렬은 간단한 구조를 가진 직교행렬이기 때문에, 고속 알고리즘은 무선 통신을 위한 신호들의 행렬 및 역행렬에 쉽게 적용할 수 있다.

행렬 $U_n = F_n J_n$ 의 열벡터인 n 차원 벡터 u_i 에 대해, F_n 은 $n \times n$ DFT 행렬이다. 이때, 공간 다중화에 대하여 DFT에 기초한 프리코더(precoder) 코드북(codebook)을 얻을 수 있게 된다^[3, 14]. 여기에서, $n=4$, $a_n = -2$ 인 경우, 즉 rank가 4인 경우를 예로 들면, 4개의 송신 안테나에 대한 MIMO DFT 재킷 프리코딩 빔 패턴(beam pattern)을 얻을 수 있다.

따라서, 아래와 같은 테이블의 4×4 DFT와 식 (15)로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

여기에서, F_4 는 4×4 DFT 행렬이고, U_4 는 4×4 DFT 재킷 프리코더를 나타낸다. 결론적으로, 다음과 같은 대각 하중 하우스홀더 코드북(Householder codebook)을 얻을 수 있게 된다.

하우스홀더 코드의 u_k 는 식 (24)의 열벡터로 구성되는데, u_0^T 는 첫 번째 열벡터 $[1 - 1 - 1 - 1]^T$, u_1^T 은 두 번째 열벡터인 $[1 - j \ 1 \ j]^T$ 등과 같이 나타낼 수 있으며, 나머지 u_2^T 와 u_3^T 도 표 4에 보인 것처럼 같은

$$U_4 = F_4 J_4 = 2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -j & 1 & j \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & j & 1 & -j \end{bmatrix} \quad (24)$$

방법으로 얻을 수 있다.

$$W_k = \mathbf{I}_4 - 2u_k u_k^H / u_k^H u_k \quad (25)$$

여기에서, u_k 는 아래의 테이블에 주어진 U_4 의 k 번째 열을 나타낸다.

표 4. Jacket 프리코더 U_4 의 열벡터 u_k .
Table 4. Column Vector u_k From Jacket Precoding U_4 .

INDEX	u_k
1	$u_1 = [1, -1, -1, -1]^T$
2	$u_2 = [1, -j, 1, j]^T$
3	$u_3 = [1, 1, -1, 1]^T$
4	$u_4 = [1, j, 1, -j]^T$

또한, W_k 는 $\forall k \in \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대해 대칭(symmetric)이면서 직교(orthogonal)임을 알 수 있다.

$$W_k^H W_k = (\mathbf{I}_4 - 2u_k u_k^H / u_k^H u_k)^H (\mathbf{I}_4 - 2u_k u_k^H / u_k^H u_k) = \mathbf{I}_4 \quad (26)$$

4개의 안테나 포트 코드북은 총 16개의 생성 벡터(generating vector)를 이용한다. 이와 같이 16개의 생성 행렬은 16개의 4x4 하우스홀더 행렬로 귀결되며, 이들은 랭크 4(rank-4)의 전송을 위한 프리코더(precoder)를 형성하고, 코드북은 중첩된 성질(nested property)을 가진다.

알파벳 사이즈는 QPSK $\{\pm 1, \pm j\}$ 및 8-PSK $\{\pm 1, \pm j, \pm 1, \pm j\}$ 알파벳으로 제한된다. 코드북에 근거한 하우스홀더의 장점은 중첩된 구조를 가지고 복잡도가 낮다는 점이다.

예를 들어, 식 (25)에서 열벡터 u_1 로부터 다음과 같이 코드워드를 얻을 수 있다.

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

마찬가지로, 다른 코드워드들은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$W_2 = \begin{bmatrix} 1 & -j & -1 & j \\ j & 1 & j & 1 \\ -1 & -j & 1 & j \\ -j & 1 & -j & 1 \end{bmatrix}, \quad W_3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$W_4 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j & 1 & -j \\ -j & 1 & j & 1 \\ 1 & -j & 1 & j \\ j & 1 & -j & 1 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

앞에서 언급한 예에 따르면, DWJM은 간단한 대각 하중 구조 및 직교성(orthogonality)를 가지기 때문에, 낮은 복잡도를 가진 MIMO 무선 네트워크에서 프리코딩 변조에 이용될 수 있게 된다. 최적의 파워가 할당되는 직교 시공간 전송(orthogonal space-time transmission)을 디자인하기 위해, DWJM을 이용하여 전송신호를 프리코딩할 수 있다. 이와 같이 프리코딩 변조는 높은 차수의 DWJM에 대한 고속 알고리즘을 이용하여 효율성을 높일 수 있게 된다.

V. 시뮬레이션 결과

제안한 방법에 따른 송신장치는 앞에서 소개된 고속 DWJM 알고리즘이 적용된다. 구체적으로, 그림 5는 제안 방법에 따른 4차 대각 하중 재킷 행렬이 적용된 프리코딩에 의해 공간 다중화가 수행되는 송신장치를 나타낸 블록도이다. 그림 5의 송신장치에 적용된 4차 대각 하중 행렬은 다양한 차수의 대각 하중 행렬이 적용된다.

따라서, 송신장치는 신호처리부, 프리코딩부 및 MIMO 안테나부를 포함한다. 신호처리부는 입력된 복수의 코드워드 데이터에 대해 스크램블링(scrambling),

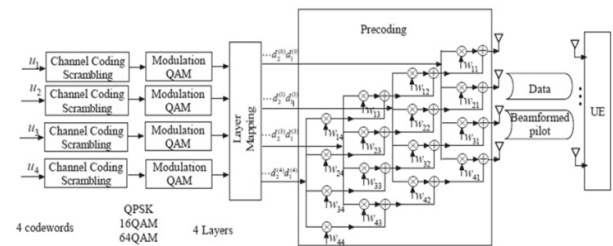


그림 5. 4차 대각 하중 재킷 행렬의 공간 다중화 통신
Fig. 5. Precoded spatial multiplexing communications with the 4th order diagonal weighted Jacket matrices.

변조(modulation), 레이어 맵핑(layer mapping) 등의 신호처리를 하게 된다.

그리고, 프리 코딩부는 DWJM을 이용하여 신호처리 부에서 처리된 복수의 데이터를 프리코딩하게 되며, 이와 같이, 프리코딩부는 대각 하중 재킷행렬을 이용하여 복수의 데이터에 대해 공간 다중화를 수행하게 된다. 또한, 프리코딩부는 대각 하중 재킷행렬을 구현하기 위한 회로 구성이 폐루프(closed loop)로 구성된다. 그리고, 프리코딩부는 대각 하중 재킷행렬을 이용하여 MIMO LTE(Long Term Evolution) 프리코딩을 수행하게 된다.

따라서, 프리코딩부에 적용된 대각 하중 재킷행렬은, 원소 연산 인버스 대각 하중 재킷 행렬이다. 구체적으로, 원소 연산 인버스 대각 하중 재킷 행렬이 $n \times n$ 행렬인 $A = (\alpha_{ij})_{n \times n}$ 일 때, $A^{-1} = \frac{1}{n} (\alpha_{ij}^{-1})_{n \times n}^T$ 를 만족하게 된다. 또한, 원소 연산 인버스 대각 하중 재킷 행렬은 $n \geq 2$ 인 정수 n 에 대해 $a_n = \frac{-n \pm \sqrt{n^2 - 4n}}{2}$ 를 만족하게 된다.

이 때, 대각 하중 재킷행렬은, 단위 행렬(identity matrix)과 자신보다 낮은 차수의 대각 하중 재킷행렬로 분해된다. 구체적으로, 대각 하중 재킷행렬(J_N)은 상술된 식 (20)으로 표현되게 된다. DFT기반 코드북 설계는 부록에 첨부 하였다.

또한, 대각 하중 재킷행렬은 $np \times np$ 블록 행렬인

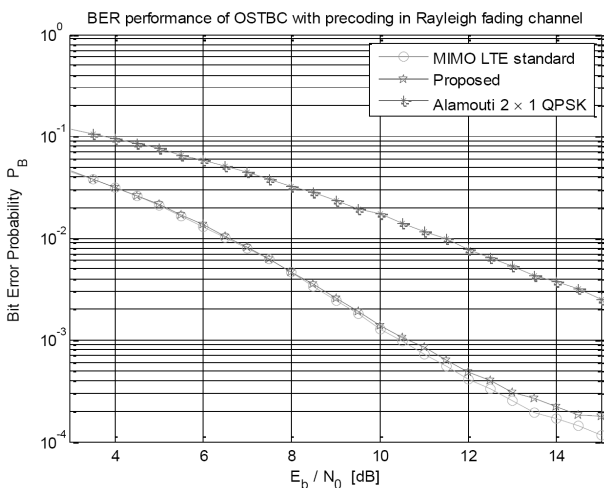


그림 6. 하중 재킷 행렬에 기반한 레일리 페이딩에서 프리코딩을 갖는 OSTBC의 BER 성능

Fig. 6. BER Performance of OSTBC with precoding in Rayleigh fading channel based on Weighted Jacket Matrices.

$[A]_{np} = ([\alpha_{ij}]_{p \times p})_{n \times n}$ (여기에서, $[\alpha_{ij}]_{p \times p}$ 은 사이즈 $p \times p$ 의 행렬 단위)이고, $[A]_{np}^{-1} = a([\alpha_{ij}^{-1}]_{p \times p}^T)_{np \times np}$ 을 만족하는 경우 n 차 블록 연산 인버스 재킷 행렬이 된다.

따라서, 식 (28)의 행렬에 의하여, $NT=4$, $M=2$, 및 $L=64$ 인 코드북을 생성할 수 있다. 제안한 방법에 따라 생성된 코드북을 이용한 경우의 BER 성능과 MIMO LTE 표준의 코드북의 BER 성능을 분석하면, 그림 6과 같다.

그림 6은 제안된 방법에 따른, 레일리 페이딩 채널(Rayleigh fading channel) 상의 $NT=2$ 및 $NR=1$ 인 Alamouti scheme의 BER을 나타낸 그래프이다. 그림 6의 그림에 보인 바와 같이, 제안된 방법에 따른 행렬의 코드북은 MIMO LTE 표준에서의 코드북보다 향상된 성능을 낼 수 있게 된다.

VI. 결 론

본 논문에서는 고속 DWJM 알고리즘 개선하는 간단한 방법이 제시 되었다. 제안된 방법은 어느 차원의 DWJM이라도 단위행렬과 저차원의 DWJM으로 분해할 수 있음을 보여 주었다. 따라서, 본 알고리즘은 고차원뿐 적용 될 수 있다. DWJM은 무선통신 네트워크의 공간 다중화 실현에 유용하게 적용 될 수 있고, 제안한 코드북 성능이 MIMO LTE 표준 코드북의 성능과 비슷함을 보여 주었다.

또한 폐루프 프리코딩이 2개 이상의 송신 안테나를 갖는 시스템에서 개방루프 CDD 기반 프리코딩에 대해 잠재적인 성능 개선을 보여 주었을 뿐 아니라 optical Jones 행렬 확장에 적용 될 수 있음을 보여 주었다.

참 고 문 헌

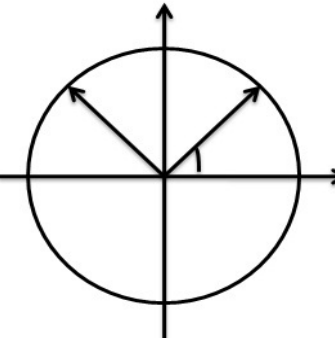
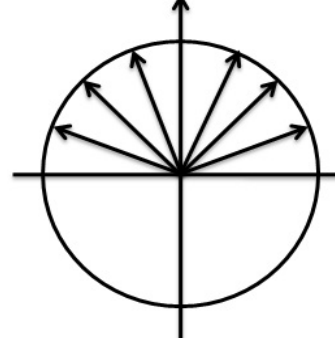
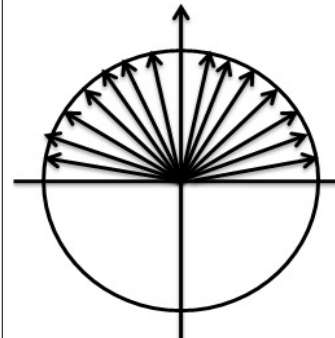
- [1] N. U. Ahmed and K. R. Rao, *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*, Springer-Verlag, 1975.
- [2] R. C. Gonzalez, *Digital Image Processing*, Addison Wesley, 1977.
- [3] M.H. Lee, M.M. Matalgah, W. Song, "Fast method for precoding and decoding of distributive multi-input multi-output channels in relay based decode-and-forward cooperative wireless networks," *IET communications*, Vol. 4

- No.2, pp.144-153, Jan. 2010.
- [4] M. H. Lee, "The Center Weighted Hadamard Transform," *IEEE Trans. Circuits System*, vol.CAS-36, pp.1247-1252, Sep. 1989.
- [5] M.H. Lee and Y.L. Borrisov, "Class of jacket matrices over finite characteristic fields," *Electron. Letter*, vol. 46, no.13, pp.916-918, Feb. 2010.
- [6] M.H. Lee, "A new reverse jacket transform and its fast algorithm," *IEEE Trans. Circuits and SystemsII*, Analog Digit. Signal Process, vol.47, no.1, pp.39-47, Jan. 2000.
- [7] M.H. Lee, B. S. Rajan and J. Y. Park, "A generalized reverse Jacket transform," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol.48, no.7, pp.684-688, July 2001. C. J. Kaufman, Rocky Mountain Research Lab., Boulder, CO, private communication, May 1995.
- [8] M.H. Lee and Y. Guo, "Construction of Jacket Matrix from Characters on finite Abelian Group," *Electronics Letters*, vol.46, no.17, pp.1199- 1120, Aug. 2010.
- [9] Z. Chen, M.H. Lee and G. Zeng, "Fast Cocyclic Jacket transform," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol.56, no.5, pp.2143-2148, 2008.
- [10] M.H. Lee and J. Hou, "Fast block inverse Jacket transform," *IEEE Signal Processing Letter*, vol.13, no.8, pp.461-464, Aug. 2006.
- [11] G.Zeng and M. H. Lee, "A generalized reverse block Jacket transform," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol.55, no.7, pp.1589-1599, July 2008.
- [12] M. H. Lee, X.D. Zhang, "Fast Block Center Weighted Hadamard Transform," *IEEE Transactions on Circuit & Systems*, vol.54, no.12, pp.2741-2745 Dec. 2007.
- [13] Chen Zhu, Moon Ho Lee, "One Bit feedback for Quasi-Orthogonal Space-time Block Codes Based on Circulant Matrix," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 7, pp. 3386 - 3389, July 2009.
- [14] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*, Cambridge University Press, May 2005.
- [15] David J. Love, Robert W. Heath, Jr., "Limited Feedback Unitary Precoding for Spatial Multiplexing Systems," *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 51, No. 8, August 2005.
- [16] Conway, J.H., Hardin, R.H., Sloane, N.J.A., "Packing lines, planes, etc.: packing's in Grassmannian spaces," *Experimental Math*, 5, 139-159, 1996.
- [17] Barg, A., Nogin, D.Y., "Bounds on packings of spheres in the Grassmannian manifold," *IEEE Trans. Information Theory*, 48(9), 2450-2454, 2002.
- [18] Strohmer, T., Heath, R.W. Jr., "Grassmannian frames with applications to coding and communications," *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, 14, 257-275, 2003.
- [19] 3GPP2, "Physical Layer for Ultra Mobile Broadband (UMB) Air Interface Specification," in 3GPP2 C.S0084-001-0, Apr. 2007.
- [20] Yong Soo Cho, J. Kim, W. Y. Yang, C. G. Kang, *MIMO-OFDM wireless Communications with Matlab*, John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd.
- [21] Gerhard Bauch, Tetsushi Abe, "On the Parameter Choice for Cyclic Delay Diversity Based Precoding with Spatial Multiplexing," *IEEE GLOBECOM 2009*, 30 Nov. - 4 Dec. 2009, Hawaii, USA.
- [22] Moon Ho Lee, X. D. Zhang, Wei song, X. G. Xia, "Fast Reciprocal Jacket Transform with Many Parameters," accepted in *IEEE Transactions on Circuits and System-I*, Regular paper, 2011.
- [23] Farooq Khan, *LTE for 4G Mobile Broadband Air Interface Technologies and performance*, Cambridge University press, 2009.

부 록

DFT (Family of element-wise Inverse Diagonal Jacket 행렬) 기반 코드북 설계

DFT에 기반해 코드북을 설계하기 위해서는 부밴드를 위해 권고된 precoder C 를 $C = C_2 \times C_1$ 처럼 설계한다. 여기서 C_1 은 DFT행렬이고 C_2 는 대각행렬이다. 행렬 $C_1 \in D$ 은 $DFT_{N \times N}$ 단일 선부호화 행렬로 정의되고, 행렬 $C_2 \in \Theta$ 는 $\Theta_{N \times N}$ 각도 천이 행렬로 정의된다. 즉, Complex 영역 180° 상에 각도위상만을 안테나 수에 따라 Recursive하게 나누어 가고, 수학적으로는 Diagonal Element-wise Inverse Jacket 행렬 기법이다.

Antenna 2	Antenna 4	Antenna 8
 <p>(0, 45°, 90°, 135°)</p>	 <p>(0, 22.5°, 45°, 67.5°, 90°, 112.5°, 135°, 157.5°)</p>	 <p>(0, 11.25°, 22.5°, ..., 157.5°, 168.75°)</p>
$DFT_{2 \times 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & e^{j\pi} \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $\Theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\pi\theta} \end{bmatrix}$ $C = \Theta \times DFT_{2 \times 2}$	$DFT_{4 \times 4} = \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix}$ $\Theta_1 = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & e^{j\pi\theta} & & \\ & & e^{j2\pi\theta} & \\ & & & e^{j3\pi\theta} \end{bmatrix}$ <p>Θ_2 is the element-wise inverse of Θ_1</p> $C = \Theta \times DFT_{4 \times 4}$	$DFT_{8 \times 8} = \begin{bmatrix} DFT_1 & -DFT_2 \\ DFT_1 & DFT_2 \end{bmatrix}$ $DFT_1 = DFT_{4 \times 4}$ $= \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix}$ $DFT_2 = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & e^{j\pi\theta} & & \\ & & e^{j2\pi\theta} & \\ & & & e^{j3\pi\theta} \end{bmatrix} DFT_{4 \times 4}$ $= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1+i}{\sqrt{2}} & \frac{-1+i}{\sqrt{2}} & \frac{-1-i}{\sqrt{2}} & \frac{1-i}{\sqrt{2}} \\ j & -j & j & -j \\ \frac{-1+i}{\sqrt{2}} & \frac{1+i}{\sqrt{2}} & \frac{1-i}{\sqrt{2}} & \frac{-1-i}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ $\Theta_{8,1} = \text{diag} \left\{ 1, e^{j\frac{\pi}{32}}, e^{j\frac{2\pi}{32}}, \dots, e^{j\frac{7\pi}{32}} \right\}$ $\Theta_{8,2} = \text{diag} \left\{ 1, e^{-j\frac{\pi}{32}}, e^{-j\frac{2\pi}{32}}, \dots, e^{-j\frac{7\pi}{32}} \right\}$ $\Theta_{8,3} = \text{diag} \left\{ 1, e^{j\frac{3\pi}{32}}, e^{j\frac{6\pi}{32}}, \dots, e^{j\frac{21\pi}{32}} \right\}$ $\Theta_{8,4} = \text{diag} \left\{ 1, e^{-j\frac{3\pi}{32}}, e^{-j\frac{6\pi}{32}}, \dots, e^{-j\frac{21\pi}{32}} \right\}$

$C_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\pi/4} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\pi/4} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1+j}{\sqrt{2}} & \frac{-1-j}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ $C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{j\pi/2} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix}$ $C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & e^{j\pi/4} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1+j & \frac{1-j}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$	$C_0 = \Theta_1 \times DFT_{4 \times 4}$ $= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\frac{\pi}{32}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\frac{2\pi}{32}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{j\frac{3\pi}{32}} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{j\frac{\pi}{32}} & je^{j\frac{\pi}{32}} & -e^{j\frac{\pi}{32}} & -je^{j\frac{\pi}{32}} \\ e^{j\frac{2\pi}{32}} & -e^{j\frac{2\pi}{32}} & e^{j\frac{2\pi}{32}} & -e^{j\frac{2\pi}{32}} \\ e^{j\frac{3\pi}{32}} & -je^{j\frac{3\pi}{32}} & -e^{j\frac{3\pi}{32}} & je^{j\frac{3\pi}{32}} \end{bmatrix}$ $C_1 = \Theta_2 \times DFT_{4 \times 4}$ $= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{\pi}{32}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j\frac{2\pi}{32}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-j\frac{3\pi}{32}} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{j\frac{\pi}{32}} & je^{j\frac{\pi}{32}} & -e^{j\frac{\pi}{32}} & -je^{j\frac{\pi}{32}} \\ e^{-j\frac{2\pi}{32}} & -e^{-j\frac{2\pi}{32}} & e^{-j\frac{2\pi}{32}} & -e^{-j\frac{2\pi}{32}} \\ e^{-j\frac{3\pi}{32}} & -je^{-j\frac{3\pi}{32}} & -e^{-j\frac{3\pi}{32}} & je^{-j\frac{3\pi}{32}} \end{bmatrix}$ $C_2 = \Theta_1 \times DFT_{4 \times 4}$ $= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\frac{3\pi}{32}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\frac{6\pi}{32}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{j\frac{9\pi}{32}} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{j\frac{3\pi}{32}} & je^{j\frac{3\pi}{32}} & -e^{j\frac{3\pi}{32}} & -je^{j\frac{3\pi}{32}} \\ e^{j\frac{6\pi}{32}} & -e^{j\frac{6\pi}{32}} & e^{j\frac{6\pi}{32}} & -e^{j\frac{6\pi}{32}} \\ e^{j\frac{9\pi}{32}} & -je^{j\frac{9\pi}{32}} & -e^{j\frac{9\pi}{32}} & je^{j\frac{9\pi}{32}} \end{bmatrix}$ $C_3 = \Theta_2 \times DFT_{4 \times 4}$ $= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{3\pi}{32}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-j\frac{6\pi}{32}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-j\frac{9\pi}{32}} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & j & -1 & -j \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -j & -1 & j \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ e^{-j\frac{3\pi}{32}} & je^{-j\frac{3\pi}{32}} & -e^{-j\frac{3\pi}{32}} & -je^{-j\frac{3\pi}{32}} \\ e^{-j\frac{6\pi}{32}} & -e^{-j\frac{6\pi}{32}} & e^{-j\frac{6\pi}{32}} & -e^{-j\frac{6\pi}{32}} \\ e^{-j\frac{9\pi}{32}} & -je^{-j\frac{9\pi}{32}} & -e^{-j\frac{9\pi}{32}} & je^{-j\frac{9\pi}{32}} \end{bmatrix}$	$\Theta_{8,5} = \text{diag} \left\{ 1, e^{j\frac{\pi}{32}}, e^{j\frac{2\pi}{32}}, e^{j\frac{3\pi}{32}} \right\}$ $\Theta_{8,6} = \text{diag} \left\{ 1, e^{-j\frac{\pi}{32}}, e^{-j\frac{2\pi}{32}}, e^{-j\frac{3\pi}{32}} \right\}$ $\Theta_{8,7} = \text{diag} \left\{ 1, e^{j\frac{3\pi}{32}}, e^{j\frac{6\pi}{32}}, e^{j\frac{9\pi}{32}} \right\}$ $\Theta_{8,8} = \text{diag} \left\{ 1, e^{-j\frac{3\pi}{32}}, e^{-j\frac{6\pi}{32}}, e^{-j\frac{9\pi}{32}} \right\}$
<p>안테나가 2개인 경우 DFT에 기반한 코드북 설계는 $C = \Theta \times DFT_{2 \times 2}$ 와 같이 한다.</p>	<p>안테나가 4개인 경우 DFT 기반한 코드북 설계는 $C = \Theta \times DFT_{4 \times 4}$, $\Theta_1, \Theta_2 \in \Theta$와 같이 하며, 천이 각도의 짝수 인덱스에 대해서는 Θ_1을 사용하고, 홀수 인덱스에 대해서는 Θ_2를 사용한다.</p>	<p>안테나가 8개인 경우 DFT 기반한 코드북 설계는 $C = \Theta \times DFT_{8 \times 8}$, $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4 \in \Theta$와 같이 한다.</p>

— 저 자 소 개 —



박 주 용(정회원)
1982년 전북대학교
전자공학과 학사
1994년 전북대학교
전자공학과 박사
1991년 3월~2006년 2월 서남대학
교 전자공학과부 교수

2007년 3월~현재 신경대학교 인터넷정보통신학
과 부교수

<주관심분야 : 무선이동통신>



이 문 호(평생회원)-교신저자
1984년 전남대학교
전기공학과 박사
1985년~1986년 미국 미네소타대
학포스트닥터
1990년 동경대학
정보통신공학과 박사

1980년 10월~2010 2월 전북대학교 전기전자컴퓨터공학부 교수

2010년 2월~현재 WCU-2 연구책임교수

<주관심분야 : 무선이동통신>



BU SHI PENG(학생회원)
2010년 中南大學校 Mechanical
Engineering B. S.

2010년 全北大學校 전자정보
공학부 석사 과정

<주관심분야 : STBC(시공간 블
록 부호), MIMO, OFDM,
Network Coding>