

댐 군 월별 운영 정책의 도출을 위한 추계적 동적 계획 모형*

임동규** · 김재희*** · †김승권****

A Stochastic Dynamic Programming Model to Derive Monthly Operating Policy of a Multi-Reservoir System

DongGyu Lim** · Jaehee Kim*** · †Sheung-Kown Kim****

■ Abstract ■

The goal of the multi-reservoir operation planning is to provide an optimal release plan that maximize the reservoir storage and hydropower generation while minimizing the spillages. However, the reservoir operation is difficult due to the uncertainty associated with inflows. In order to consider the uncertain inflows in the reservoir operating problem, we present a Stochastic Dynamic Programming (SDP) model based on the markov decision process (MDP). The objective of the model is to maximize the expected value of the system performance that is the weighted sum of all expected objective values. With the SDP model, multi-reservoir operating rule can be derived, and it also generates the steady state probabilities of reservoir storage and inflow as output. We applied the model to the Geum-river basin in Korea and could generate a multi-reservoir monthly operating plan that can consider the uncertainty of inflow.

Keywords : Stochastic Dynamic Programming, Markov Decision Process, Multi-reservoir Operating

논문접수일 : 2011년 07월 04일 논문수정일(1차 : 2011년 09월 15일, 2차 : 11월 18일)

논문게재확정일 : 2011년 11월 21일

* 이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임 (2009-0069607).

** EXE c&t Business Consulting Team

*** 전북대학교 경영학부

**** 고려대학교 기술경영전문대학원

† 교신저자

1. 서 론

수자원의 효율적 활용을 위한 댐 군 연계 운영은 댐에 저장된 저수량과 향후 예상되는 유입량을 고려하여 각 댐에 대한 최적의 방류량 또는 저수량을 결정하는 것을 의미한다. 그리고 이 문제의 해결을 위해 다양한 형태의 확정적(Deterministic) 모형과 추계적(Stochastic) 모형이 연구되었다[11, 23]. 먼저, 확정적 모형은 미래의 유입량을 정확히 예측할 수 있다는 가정 하에 운영정책을 수립하는 것으로서 복잡한 시스템 운영 문제에 대한 해를 빠르게 도출할 수 있다는 장점이 있어, RiverWare, CoMOM(Coordinated Multi-reservoir Operating Model) 등의 모형이 국내외에서 적용되고 있다[6, 10]. 그러나 확정적 모형에서는 유입량이 갖는 확률적 변동성을 고려하지 못한다는 단점이 있다. 그 결과 심한 가뭄이나 홍수와 같이 유입량이 평균치로부터 크게 벗어나는 경우에는 현실과 동떨어진 운영정책을 도출할 가능성이 커지게 된다. 물론 이러한 확정적 모형의 결점을 보완하기 위해 유입량에 대한 민감도 분석(Sensitivity Analysis) 등을 행할 수도 있지만, 매개변수 조정에 따른 사후 분석의 한계 상 입력 자료의 불확실성 문제를 선제적으로 해결하는 데는 한계가 있다[23]. 따라서 댐 운영 문제에는 유입량 예측의 정확도를 높이는 문제와 별개로, 미래 유입량에 대한 불확실성을 체계적으로 고려할 수 있는 추계적 접근이 바람직하다.

추계적 모형에서 유입량은 확률을 갖는 확률변수로 취급되기 때문에 확정적 모형보다 복잡해진다. 또한, 유입량을 확률적으로 고려하는 방법에 따라 다양한 형태를 가질 수 있다. 대표적으로 확률제약 조건을 포함한 선형계획법(Chance Constrained Programming, CCP), 2단계 (또는 다단계) 추계적 선형계획법(Stochastic Linear Programming, SLP), 그리고 마코프 의사결정(Markov Decision Process, MDP)을 토대로 한 모형 등을 들 수 있는데, MDP 기반의 모형은 그 해법으로 SLP를 사용하는 MDP/SLP 모형과 추계적 동적계획법(Stochastic Dyna-

mic Programming, SDP)을 적용하는 MDP/SDP로 나눌 수 있다[15].

먼저, CCP는 일반적인 선형제약 대신 제약식을 만족할 수 있는 확률값을 부여하는 방식을 사용하며[23], 최근의 사례로 Azaiez et al.[3]은 유입량에 대한 조건 제약식과 물 부족에 대한 벌점을 사용하는 방법으로 댐 군 연계운영 문제를 해결하였다.

한편, 2단계 또는 다단계 SLP 모형에서는 시나리오에 따라 변하지 않는 1단계 변수와 시나리오마다 변하게 되는 2단계 이후의 변수들로 구성된 대응함수(recourse function)를 사용하여 전체 기댓값을 최적화한다. 관련 연구로 Lee et al.[13]은 댐 방류량을 1단계 의사결정 변수로 설정하고, 1단계 의사결정 변수의 값이 결정되었을 때 유입량 시나리오 경로에 의해 결정되는 댐 저수량을 대응 변수(Recourse Variable)로 취하는 대응함수 기반의 2단계 추계적 선형계획 모형 수립한 바 있다. 이후 Lee et al.[12]은 향후 2일간에 대해서는 기상자료를 활용한 지역 수치예보자료, 그 이후 10일까지는 광역 수치예보자료, 그리고 유입량 예측이 어려운 향후 10일 이후에 대해서는 앙상블 유량 예측(Ensemble Streamflow Prediction, ESP) 절차에 기반한 과거 유량 자료를 적용하는 다단계(Multi-stage) SLP를 제시하였다.

MDP/SLP는 유입량의 시계열 자료에 마코프 속성을 가정한 MDP 모형에 기반하며, 선형계획법을 활용하여 최적해를 구하는 방법론을 말한다. 이 분야에 속한 연구로 Manne[17]은 순차적 의사결정을 하는 SLP 모형을 세우고 이를 통해 최적의 재고 정책을 도출하였고, Thomas and Watermeyer[21]는 Manne[17]의 모형을 수자원 분야로 확장하여 SLP를 이용한 단일 댐 운영 방안을 제시하였다. 그리고 Loucks et al.[15]은 유입량이 전 달의 유입량에 영향을 받는 마코프 프로세스를 가정한 확률적 모형을 바탕으로 목표 저수량의 확률값을 결정변수로 취하는 MDP/SLP 모형을 제시하였다.

마지막으로 MDP/SDP는 MDP 이론에 근간을 두며, 목적함수나 제약 조건에 존재하는 비선형성을

동적계획법의 순환식(recursive equation)을 통해 직접적으로 다룰 수 있다[15, 18]. MDP/SDP를 활용한 방법은 저수량, 유입량을 몇 개의 구간으로 이산화하고 각 구간에 대한 대푯값과 그에 대응하는 확률값을 적용하여 목적함수의 기댓값을 최적화한다. 이 방법을 적용한 선구적인 연구로 Little[14]을 들 수 있는데, 그는 유입량에 대한 마코프 속성을 가정한 후 단일 댐 수력발전 시스템의 최적화를 시도하였다. 그 밖에 Gablinger and Loucks[8]는 전이 확률 및 연간 할인율을 적용한 MDP/SDP와 MDP/SLP를 활용하여 단일 댐의 수문 조건 별 유지해야 할 저수위와 방류량의 정책을 제시하였다. 그리고 Butcher[4]는 Little[14]의 모형을 바탕으로 해서 SDP의 종료 시간을 충분히 크게 잡으면 안정화(stationary)상태에 도달하여 최적 정책을 얻을 수 있음을 보였다. 한편, Russell[19]은 임의 기간의 유입량이 직전 기간의 유입량에 영향을 받지 않는다는 시간별 독립을 가정한 댐 운영 모형을 제시하였다. 최근 Archibald et al.[2]는 간단한 가상의 댐 군 연계 예제를 대상으로 한 해법을 제시하였고, Cervellera et al.[5]는 상태(State)를 효율적으로 이산화하는 방법을 통해 댐의 수가 증가할 경우 문제의 복잡도가 기하급수적으로 증가하는 결과를 야기하는 ‘Curse of Dimensionality’ 문제를 완화한 해법을 제시하기도 하였다. 그 밖에 유입량 자료의 시·공간적 상관관계와 유량자료의 연속성을 반영할 수 있는 표본 추계적 기법을 활용한 연구도 제시되었다. 이에 대표적인 연구자로 Kelman et al.[9]은 SDP의 순환식에 유량자료를 직접 적용하여 유입량의 불확실성을 표현하는 동시에, 자료에 존재하는 시·공간적 상관관계를 고려할 수 있는 표본 추계적 동적계획모형(Sampling SDP, SSDP)을 제시하였다. 이후 Faber and Stedinger[7]는 기존의 SSDP에 ESP 자료를 접목한 모형을 제시하였다. 여기서 사용된 ESP는 과거의 기상패턴이 미래에 재현 가능하다는 가정을 기본 전제로 하여 다양한 변형이 가능한데, 이 중 대표적인 방법으로 n개의 과거연도의 기상 현상이 재현될 확률을 $1/n$ 로 모두 동일하

게 가정하는 방법을 활용하였다.

이상의 방법 중 MDP/SDP는 유입량의 시계열을 바로 이전기간의 값에 영향을 받는 마코프 속성을 가진 분포로 가정함으로써 과거 유입량 자료만 확보되면 전이확률분포를 비교적 쉽게 도출하여 활용할 수 있고, 동적계획법의 속성상 목적함수나 제약 조건에 존재하는 비선형성을 간편하게 고려할 수 있다는 점에서 장점이 있다. 이에 본 연구에서는 MDP/SDP를 이용하여 확률변수가 반영된 목적함수의 기댓값을 최적화함으로써, 유입량의 불확실성을 고려한 최적의 댐 군 운영 정책을 제시하고자 하였다. 이를 위해 단일 댐 운영을 목적으로 설계된 Loucks et al.[16]의 MDP/SDP 모형을 두 개의 댐이 직렬로 연결된 수계에 적용될 수 있도록 확장하였으며, 수립된 모형을 활용하여 최적의 저수량 정책을 도출한 후, 이를 적용한 모의운영을 수행하고 그 결과를 실적치와 비교함으로써 제시된 결과의 적절성을 검증하였다.

본 연구의 이후 구성은 다음과 같다. 먼저, 제 2장에서는 댐 군 연계 운영을 위한 추계적 모형의 이론적 배경을 설명하고 제 3장에서는 금강 수계 댐 군 연계 운영을 위한 MDP/SDP 해법을 제시한다. 그리고 제 4장에서는 금강 수계에 적용한 결과를 제시하고, 마지막으로 제 5장에서는 결론과 추후 연구 과제를 제시한다.

2. 댐 군 연계 운영을 위한 추계적 모형의 이론적 배경

2.1 유입량 불확실성의 고려 방법

댐 운영 문제에서 유입량의 불확실성은 해결해야 할 중요한 이슈다. 따라서 미래 유입량에 대한 불확실성을 체계적으로 고려할 수 있는 방법이 필요하다. 이 과정에서 중요한 것이 유입량의 전개과정인데, 시계열 상관계수, $\beta(t)$ 에 의해 설명될 수 있다. 시계열 상관계수 $\beta(t)$ 는 각 유입량이 선행하는 전 기간의 유입량과 어느 정도 상관관계를 갖는

가를 나타내며 상관성이 최소일 경우 이론적으로 $\beta(t)=0$ 이며, 상관성이 최대인 경우에는 $\beta(t)$ 가 1이 된다. 모든 $\beta(t)$ 의 값에 의해 지속성이 없는 것으로 판정이 나면, 유입량의 과정을 설명하는 모형은 독립 모형이 되고, 그렇지 않고 기간 $t+1$ 의 유입량이 기간 t 의 유입량에 직접적인 영향을 받는 종속성이 있다면, 마코프 모형이 유입량의 전개 과정을 설명해 줄 수 있다. 즉, 독립모형의 경우에는 식 (1)에서 사용되는 유입량의 발생 확률 P_i^t 값만을 구하면 되지만, 마코프 모형일 경우에는 기간 $t+1$ 의 유입량이 기간 t 의 유입량에 직접적인 영향을 받는다고 가정하므로 식 (2)로 정의되는 전이확률(transition probability)을 구해야 한다[22].

$$\sum_i P_i^t = 1 \quad (1)$$

$$P_{ij}^t = Pr[Q_{t+1} = q_j | Q_t = q_i] \quad (2)$$

$$\sum_j P_{ij}^t = 1, \forall i$$

본 연구에서 다루는 댐 군 연계운영 문제는 월별 운영을 목적으로 하며, 매월 유입량이 전 달의 유입량에 영향을 받는 마코프 종속성이 있다는 가정을 토대로 한다. 그리고 이러한 가정을 토대로 수립된 MDP 모형을 기반으로 하여 SDP로 최적해를 도출하는 MDP/SDP 모형을 적용하고자 한다.

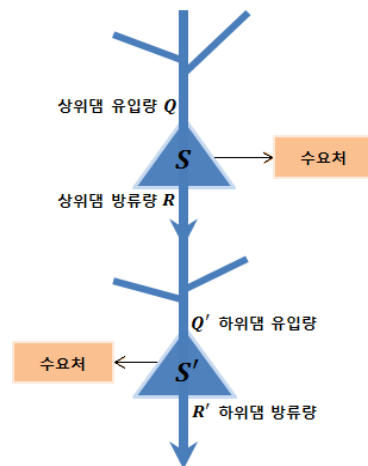
2.2 댐 군 연계운영을 위한 MDP/SDP 모형

MDP/SDP 모형은 불확실성 하에서 매 의사결정 시점마다 순차적인 의사결정을 내려야 할 때 이용되는 추계적 최적화 기법 중의 하나이다. 이 모형의 설명을 위해서는 마코프 체인을 기반으로 현 시스템의 상태로부터 차기 시스템 상태로의 전이확률, 그리고 각 상태에서 의사결정자가 선택하는 정책으로 야기되는 비용, 또는 이익 함수가 중요한 역할을 한다.

MDP/SDP의 설명에 앞서 동적계획 모형의 단계(Stage)를 정의할 필요가 있다. 본 연구에서 활용

하는 MDP/SDP 모형은 유입량의 마코프 속성을 반영하고 월별 최적 저수 정책을 수립해야 하는 문제의 특성상, 일반적인 추계적 동적모형과 다소 다른 방법으로 단계를 정의한다. 이 개념은 Loucks et al. [16]을 활용한 것으로, 1년을 주기로 동일한 속성을 갖는 기간(t)이 반복되고 연도에 관계없이 특정 기간(월)의 운영 정책을 제시하는 데 적합하다. 본 연구의 경우 분석기간이 월(月)이고, 따라서 12월 다음에는 1월과 2월 등이 순차적으로 뒤따르게 된다. 이에 따라 전체 단계의 수는 12의 배수가 된다. 이런 배경에서 동적계획모형의 각 단계를 나타내는 n 과 구별하여, (1, 2, ..., $T-1$, T , 1, 2, ...)의 값을 순차적으로 갖는 t 를 추가로 사용하고자 한다.

댐 군 연계 운영을 위한 MDP/SDP 모형 수립을 위해 저수량의 상태, 전이 확률, 목적함수를 구성하는 편차, 정책 등을 다음과 같이 정의하였다. 여기서 설명되는 내용은 Loucks et al.[16]을 기초로 하고 있으나, 그들의 모형이 단일 댐의 운영을 가정한 것과 달리, 본 연구에서 제시하는 모형은 2개의 댐이 연계 운영되는 상황을 위한 것이다. 이해를 돕기 위해 제 3장에서 적용할 금강 수계 네트워크, 즉 <그림 1>과 같이 2개 댐이 직렬로 연계되어 있고 댐에서 직접 취수를 하는 수요가 걸린 경우를 상정하여 설명하고자 한다.



<그림 1> MDP/SDP의 수행을 위한 수계 네트워크

① 상태 : 몇 개의 대푯값으로 이산화시킨 저수량 값이 댐 군 연계 운영을 위한 MDP/SDP 모형의 상태 변수가 된다. 이때의 저수량 값들은 이산화한 유입량 값을 고려하여 각 댐에서 취할 수 있는 값으로 사전에 정의하였다. 아울러 본 연구에서는 2개 댐으로 이루어진 시스템의 연계운동을 고려하기 위해 기간 t 에서의 상위댐과 하위댐에 대한 초기 저수량의 이산화한 값을 나타내는 첨자를 각각 k, k' 으로, 다음 기간 $t+1$ 의 상·하위 댐의 초기 저수량 값의 첨자를 l, l' 으로 정의하였다. 본 논문의 이후 내용에서는 k 나 l' 과 같이 기호에 위첨자(')가 붙인 경우 하위댐에 대한 상수나 변수로 이해하면 된다.

② 전이 확률 : 전이 확률 분포는 유입량의 불확실성을 반영할 수 있는 중요한 요소이며, MDP/SDP 모형을 구축하는 기반이 된다. 식 (3)~식 (4)는 앞서 제 2장에 설명된 식 (1)~식 (2)로 정의되는 전이 확률을 다시 표현한 것으로 식 (3)은 상위 댐의 유입량이 기간 t 에서 구간 i 에 속한 후, 다음 기간 $t+1$ 에는 구간 j 에 속하게 될 확률을 나타내며, 위첨자를 붙인 기호를 사용한 식 (4)는 하위 댐 유입량에 대한 전이확률을 나타낸다.

$$P_{ij}^t = Pr\{Q_{t+1} = q_j | Q_t = q_i\} \quad (3)$$

$$P_{i'j'}^t = Pr\{Q_{t+1} = q'_{j'} | Q_t = q'_{i'}\} \quad (4)$$

본 연구는 댐 군 연계 운영을 위한 것으로 상·하위 댐에 유입되는 유입량의 모든 경우의 수를 고려해야 한다. 식 (5)는 기간 t 에서 상위 댐에 유입되는 유입량의 전이확률과 하위 댐에 유입되는 유입량의 전이확률을 서로 독립이라 가정하고, 다음 기간 $t+1$ 에 유입될 상·하위 댐 유입량에 대한 전이확률을 나타낸다.

$$P_{ii'jj'}^t = Pr[Q_{t+1} = q_j, Q_{t+1} = q'_{j'} | Q_t = q_i, Q_t = q'_{i'}] \quad (5)$$

$$\sum_j \sum_{j'} P_{ii'jj'}^t = 1, \forall (i, i') \quad (6)$$

$P_{ii'jj'}^t$ 는 기간 t 에서의 상·하위 댐 유입량 $q_i, q'_{i'}$ 가 다음 기간 $t+1$ 에 $q_j, q'_{j'}$ 로 전이될 확률이며, 이들의 전체 합은 1이 된다.

③ 편차 : 목적함수에 해당하는 편차는 목표저수량과 실제 저수량의 오차제곱에 목표 방류량과 실제 방류량의 오차제곱의 합을 더한 것으로 정의하며, 이를 최소화 하는 것을 목적으로 한다. 편차의 설명을 위해 우선 미래의 유입량을 정확히 예측할 수 있다는 가정 하에 운영정책을 수립하는 확정적 DP를 소개하고자 한다. 이에 앞서 편차함수를 정의하는데 필요한 주요 변수를 설명하면 다음과 같다.

• 상수 정의

TS_t 기간 t 의 상위 댐의 목표 저수량

TR_t 기간 t 의 상위 댐의 목표 방류량

TS'_t 기간 t 의 하위 댐의 목표 저수량

TR'_t 기간 t 의 하위 댐의 목표 방류량

• 확정적 모형을 위한 변수 정의

S_t 기간 t 의 상위 댐의 초기 저수량

S'_t 기간 t 의 하위 댐의 초기 저수량

R_t 기간 t 의 상위 댐의 방류량

R'_t 기간 t 의 하위 댐의 방류량

이상의 기호 정의를 토대로 편차를 정의하면 식 (7)과 같다. 이 식은 사전에 정의된 목표 저수량과 목표 방류량을 충족하지 못할 경우의 벌점의 합을 나타낸다.

$$Min \sum_t \{(S_{t+1} - TS_t)^2 + (R_t - TR_t)^2\} + \{(S'_{t+1} - TS'_t)^2 + (R'_t - TR'_t)^2\} \quad (7)$$

한편, 위 모형은 유입량을 알고 있다는 확정적 모형을 가정한 것으로서, 유입량의 확률분포를 고려한 추계적 모형으로의 변환이 필요하다. 이때 유

입량의 전이확률을 활용하기 위해서, 앞서 언급한 바와 같이 유입량 값을 이산화하고 이에 따라 계산되는 저수량 값 역시 몇 개의 값으로 이산화 하였다. 그리고 각 유입량과 저수량에 대응하는 첨자를 도입하여 변수를 새롭게 표현하였다. 그 결과 식 (7)에서 사용된 변수를 표시하는데 다수의 첨자가 사용되기도 한다. 다음은 MDP/SDP 모형의 편차 함수 정의를 위해 필요한 변수를 정의한 것이다.

- MDP/SDP 모형을 위한 첨자 정의
 - k 상위 댐의 초기 저수량 구간
 - k' 하위 댐의 초기 저수량 구간
 - l 상위 댐의 기말 저수량 구간
 - l' 하위 댐의 기말 저수량 구간
 - i, j 상위 댐의 유입량 구간
 - i', j' 하위 댐의 유입량 구간
- MDP/SDP 모형을 위한 상수 정의
 - $Q_{i,t}$ 구간 i 에 해당하는 상위 댐 유입량
 - $Q'_{i',t}$ 구간 i' 에 해당하는 하위 댐 유입량
- MDP/SDP 모형을 위한 변수 정의
 - $S_{k,t}$ 기간 t 의 상위 댐 저수량으로서, 저수구 간 k 에 해당하는 양
 - $S_{k,i,t}$ 유입량이 구간 i 에 해당할 때의 기간 t 의 상위 댐 초기 저수량으로서, 저수구 간 k 에 해당하는 양
 - $R_{k,i,l,t}$ 유입량이 구간 i 에 해당할 때의 기간 t 의 상위 댐 방류량으로서, 다음 기간의 저수량으로 구간 l 의 값을 취할 경우의 방류량
 - $S'_{k',t}$ $S_{k,t}$ 에 준하며, 하위 댐에 해당
 - $S'_{k',i',t}$ $S_{k,i,t}$ 에 준하며, 하위 댐에 해당
 - $R'_{k',i',l',t}$ $R_{k,i,l,t}$ 에 준하며, 하위 댐에 해당

식 (8)은 앞서 정의한 기호와 전이확률을 적용해서 MDP/SDP 순환식을 정의한 것이다. 이 식에서 n 은 맨 마지막 기간에서 역으로(Backward) 계산

하는 방식을 취할 때, 남아 있는 기간의 수를 의미한다. 가령, 36개의 단계를 진행한다고 가정할 때, 맨 마지막 연도의 12월에 해당하는 n 은 남아 있는 기간이 한 개 이므로 1이 되며, 이때의 t 는 12가 된다. 그리고 그 다음 단계에서는 $n=2$, $t=11$ 이 되고, 맨 첫 번째 기간에 해당하는 최종 단계에서는 $n=36$, $t=1$ 이 되는 방식이다.

목적함수 $F_t^n(S_{k,t}, S'_{k',t}, Q_{i,t}, Q'_{i',t})$ 는 두 댐에서의 목표 저수량(TS_t, TS'_t)과 저수량($S_{k,i,t}, S'_{k',i',t}$)간 오차의 제곱과 목표방류량(TR_t, TR'_t)과 방류량($R_{k,i,l,t}, R'_{k',i',l',t}$) 간 오차 제곱의 합을 최소화하기 위한 것이다. 이 식은 MDP/SDP의 순환 함수로서 직전 단계, $n-1$ 에서 도출한 최적 정책을 반영한 $F_{t+1}^{n-1}(i, i', j, j')$ 에 기간 t 에 유입되는 유입량의 전이 확률, $P'_{ii'jj'}$ 를 곱한 기댓값을 구하고, 여기에 현재(t) 시점에서의 목표저수량과 목표 방류량을 충족하지 못한 벌점을 더한 후, 총 벌점을 최소화할 수 있도록 다음 단계(n)의 최적 저수량 l, l' 을 구하는 개념이다.

$$F_t^n(S_{k,t}, S'_{k',t}, Q_{i,t}, Q'_{i',t}) = \min_{ll'} \left\{ (S_{k,i,t} - TS_t)^2 + (R_{k,i,l,t} - TR_t)^2 + (S'_{k',i',t} - TS'_t)^2 + (R'_{k',i',l',t} - TR'_t)^2 + \left[\sum_j \sum_{j'} P'_{ii'jj'} F_{t+1}^{n-1}(S_{l,t+1}, S'_{l',t+1}, Q_{j,t+1}, Q'_{j',t+1}) \right] \right\} \quad (8)$$

- ④ 정책 : 댐 군 연계운동을 위한 정책은 댐 초기 저수량 상태 k, k' 와 유입량 i, i' 에 따라 결정되는 상·하위댐 기말 저수량 구간의 대푯값인 l, l' 으로 정의한다. 이때, 기말 저수량 정책은 앞서 정의된 기대 편차함수를 최소화할 수 있도록 결정 된다.

2.3 댐 군 연계운동을 위한 MDP/SDP 해법

제 1장에서 서술한 바와 같이 MDP 모형을 위한 해법으로는 LP나 DP가 활용될 수 있다. 이 중 DP는 'Curse of Dimensionality'로 인해 다수의 댐 군

이 존재하는 유역에는 적용성이 떨어진다 단점이 있다. 하지만, 목적함수나 제약조건에 존재하는 비선형성과 추계적인 문제를 순환식을 통해 직접적으로 다룰 수 있다는 장점으로 인해 댐 운영에 널리 사용되었다[23].

본 연구에서는 Loucks[16]이 제시한, 단일 댐 운영을 위한 MDP/SDP 모형을 바탕으로 하여, 2개 댐의 연계를 고려할 수 있도록 제 2.2절에서 새롭게 구성한 MDP/SDP 모형의 개념을 적용하였다. 이 경우 마코프 속성을 가정한 전이확률을 반영하여 문제를 풀게 되면 같은 기간(월)에 대해서는 연도에 관계없이 동일한 최적값(정책)이 도출된다는 최적성의 원리(Principle of Optimality)에 근간을 둔 것이다[16].

식 (9)는 목적함수로서, 앞서 정의된 첨자 k, k', l, l' 을 바탕으로 정의될 수 있다. 즉, 방류량과 목표방류량과의 오차의 제곱에 저수량과 목표 저수량과의 오차의 제곱을 더한 값을 별점으로 나타내며, 이때의 목표 방류량과 목표 저수량은 한국수자원공사에서 사전에 정해 놓은 값을 적용하였다[1]. 이 식은 기간 t 의 초기 저수량 상태가 k, k' 이고 유입량이 i, i' 인 조건에서 기간 t 의 기말 저수량으로 l, l' 을 취할 때 야기되는 별점의 합을 의미한다.

한편, 본 모형은 동적계획 모형의 원리에 의해 각 초기 저수량(k)과 유입량(i)의 조건별로 최적 저수량을 구하게 되는데, 이때 기본적으로 댐 운영과 관련한 물리적인 제약을 준수해야 한다. 먼저

식 (10)은 상위댐의 저수량에 대한 흐름량 보존식으로서 다음 기간 $t+1$ 의 초기 저수량이 전 기간 t 의 초기 저수량에 유입량을 더한 후, 하위 방류량과 댐에서의 수요량(D_t)을 뺀 값으로 계산된다는 것을 의미한다. 식 (11)은 하위댐에 대한 흐름량 보존식에 해당하며, 댐의 저수량에 상류댐에서의 방류량(R_{kilt})이 더해진다는 점에서 식 (10)과 차이가 있다. 그리고 식 (12)와 식 (13)은 댐의 저수량에 대한 상·하한 제약을 의미한다. 결과적으로 식 (10)~식 (13)을 준수하면서 식 (9)를 이용하여 각각의 초기저수량(k)과 유입량(i)의 조건에 대해 최적의 저수량 정책을 구하는 것으로 요약할 수 있다.

이 문제를 MDP/SDP 모형으로 풀기 위해서는 순환식을 정의해야 한다. 식 (15)의 $f_T^1(k, k', i, i')$ 는 맨 마지막 기간에서 계산되는 것으로서, 선택 가능한 최적의 저수량 l, l' 을 적용 할 경우의 별점에 해당한다. 즉, 다양한 l, l' 의 적용에 따른 $C_{k,k',i,i',l,l',t}$ 들 중에서 가장 작은 최적값에 해당한다. 식 (16)은 앞서 식 (8)의 도입과정에서 설명한 바와 같이 MDP/SDP의 순환 함수이다. 즉, 직전 단계, $n-1$ 에서 도출한 최적 정책을 반영한 $f_{t+1}^{n-1}(i, i', j, j')$ 에 기간 t 에 유입되는 유입량의 전이 확률, $P_{ii'jj'}^t$ 를 곱한 기댓값을 구한 후, 여기에 현재(t) 시점에서의 별점 $C_{k,k',i,i',l,l',t}$ 을 더한 전체 별점의 총합을 최소화할 수 있도록 다음 단계, n 의 최적 저수량 l, l' 을 구한다. 이때 주의할 점은 식 (16)의 $f_{t+1}^{n-1}(i, i', j, j')$ 에

$$\text{Min} \sum_t \left\{ (S_{k,i,t} - TS_t)^2 + (R_{k,i,l,t} - TR_t)^2 + (S'_{k',i',t} - TS_t)^2 + (R'_{k',i',l',t} - TR_t)^2 \right\} \quad (9)$$

$$\text{s.t. } S_{k,t} + Q_{i,t} - R_{k,i,l,t} - D_t = S_{i,t+1} \quad \forall t \quad (10)$$

$$S'_{k',t} + Q'_{i',t} + R_{k,i,l,t} - D'_t - R'_{k',i',l',t} = S'_{i',t+1} \quad \forall t \quad (11)$$

$$S_L \leq S_{k,t} \leq S_U \quad \forall t \quad (12)$$

$$S'_L \leq S'_{k',t} \leq S'_U \quad \forall t \quad (13)$$

$$C_{k,k',i,i',l,l',t} = \left\{ (S_{k,i,t} - TS_t)^2 + (R_{k,i,l,t} - TR_t)^2 + (S'_{k',i',t} - TS_t)^2 + (R'_{k',i',l',t} - TR_t)^2 \right\} \quad (14)$$

$$f_T^1(k, k', i, i') = \text{Min}_{l, l'} \{ C_{k,k',i,i',l,l',t} \} \quad \forall k, k', i, i' \quad (15)$$

$$f_t^n(k, k', i, i') = \text{Min}_{l, l'} \left\{ C_{k,k',i,i',l,l',t} + \sum_j \sum_{j'} P_{ii'jj'}^t f_{t+1}^{n-1}(l, l', j, j') \right\} \quad \forall k, k', i, i' \quad (16)$$

서 $t+1$ 의 번호가 순환된다는 점이다. 즉, 단계 번호 n 이 연중 개월 수(T)보다 커지면 t 는 다시 1로 초기화되어, 결과적으로 t 는 (1, 2, ..., $T-1$, T , 1, 2, ...)의 값을 갖게 된다. 아울러 단계 번호는 맨 처음 식 (15)를 계산할 때 1이 되며, 이후에는 순환식 (16)을 반복 계산할 때 마다 하나씩 증가하여 T 의 배수만큼 진행된다.

이 반복이 어느 단계까지 진행되면 MDP/SDP 모형의 속성상 1년 중 같은 기간에 대해서 식 (14)에서 구한 별점의 변화가 없어지는 시점이 있다. 즉, 식 (17)에서 구한 함수값 f_t^{n+T} 와 f_t^n 의 차이가 일정 수준에 머물게 되거나, 초기 저수량 구간과 유입량 구간(k, k', i, i')에 해당되는 최적의 기말 저수량 값에 변화가 없게 되는데, 이때 MDP/SDP의 순환식이 안정화 상태에 도달한 것으로 보고, 동적 계획법의 반복을 멈추게 된다[16, 22]. 이상의 과정은 특정한 초기 저수량 k, k' 와 유입량 i, i' 에 대한 최적 저수 정책을 구하는 것으로서, 모든(k, k', i, i')의 조합에 대해 동일한 방법으로 최적 정책을 구하면 된다.

$$f_t^{n+T}(k, k', i, i') - f_t^n(k, k', i, i') \quad \forall k, k', i, i' \quad (17)$$

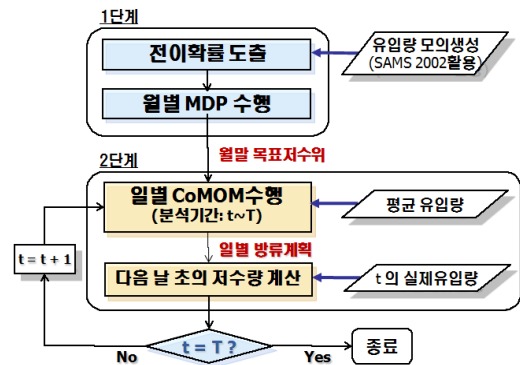
결과적으로 위의 과정을 통해 MDP/SDP 모형은 유입량의 불확실성을 고려한 기댓값 최소화 개념 하에서 저수량과 방류량에 대한 목표값과의 편차를 줄일 수 있는 최적의 저수 정책을 제시할 수 있게 된다.

3. MDP/SDP 모형을 활용한 금강수계 댐 군 연계 운영

앞서 소개한 MDP/SDP 모형을 금강 수계 댐 군 연계운영 문제에 적용하고 최적해를 도출해 보았다. 분석 대상기간은 2005~2007년의 3개 년 중 비교적 물이 부족한 기간인 11월과 12월로 정하였다.

전체 과정은 <그림 2>에 나타난 바와 같이 MDP/

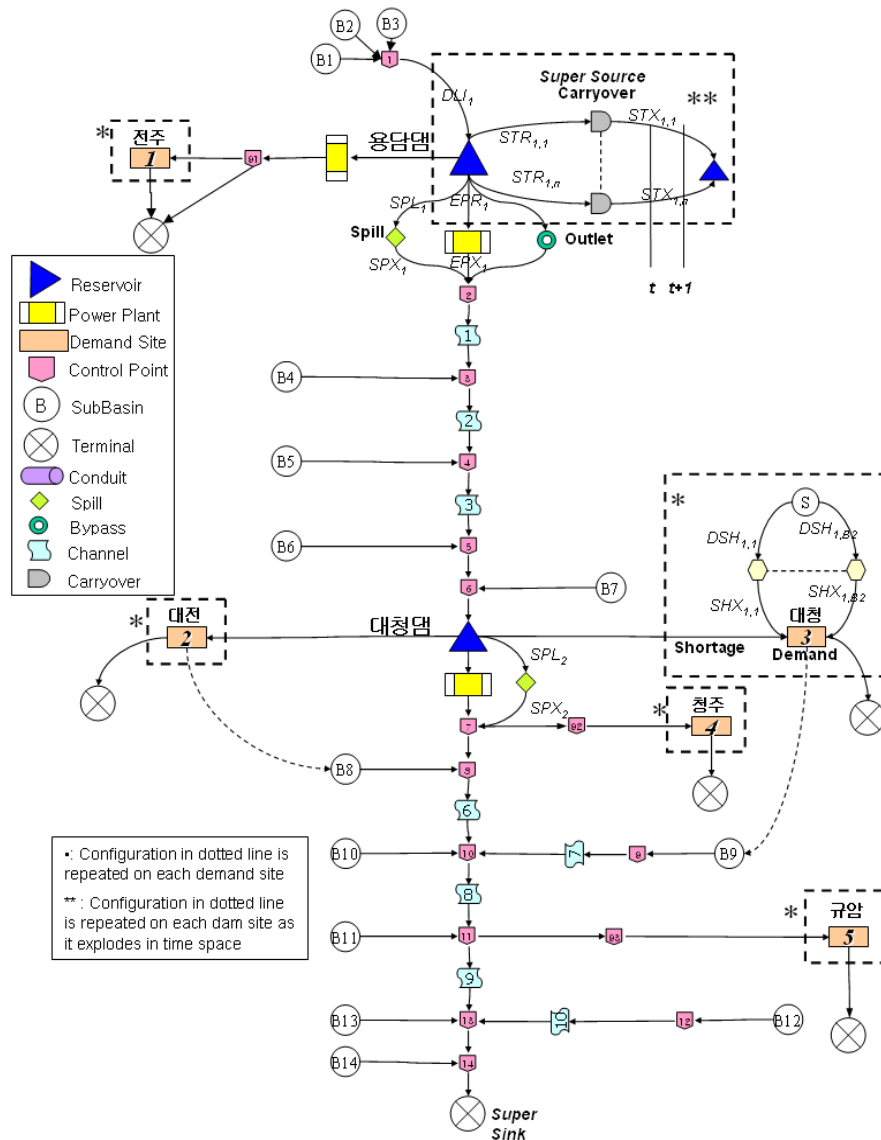
SDP 모형을 통해 운영 정책을 설정하는 1단계, 그리고 앞서 결정된 운영 정책을 적용하여 실제 댐 운영 상황을 가정한 모의운영을 수행하는 2단계로 나눌 수 있다. 여기서 1단계는 본 연구의 주요 부분으로서 제 2장에서 제시된 MDP/SDP를 적용하여 비교적 거시적인 차원에서 월말 목표 저수위를 도출하는데 그 목적이 있다. 그리고 2단계는 본 연구에서 제시한 월말 목표 저수위의 적합성을 일별 운영을 통해 미시적으로 평가하기 위한 단계에 해당한다.



<그림 2> MDP/SDP를 활용한 댐 군 모의 운영 절차

이에 따라 1단계의 MDP/SDP를 수행하는 과정에서는 일별이 아닌 월별 운영이라는 점과 동적 계획법의 계산상의 어려움을 고려해서 <그림 1>과 같이 개략적으로 나타난 금강 수계 네트워크를 기반으로 하였다. 즉, 상류에 용담댐, 하류에 대청댐이 있으며 각 댐에서 직접 취수하는 수요처를 고려하였다. 참고로 다음에 설명할 <그림 3>를 보면 <그림 1>과 달리 대청댐의 하류에도 수요처에 있는데, 이 수요량은 MDP/SDP 수행 과정에서 대청댐의 하류 목표 방류량에 포함하는 방법으로 고려하였다.

먼저 MDP/SDP 모형 수립을 위한 유입량의 전이확률 분포를 구하기 위해서 1984년부터 2004년까지의 21개년의 유입량 자료를 사용하였다. 용담댐 유입량의 경우 과거 실적 자료 부족으로 인해 월별 유입량과 같은 시계열 수문자료에 대한 매개변수 보정 및 자료 생성에 적합하도록 개발된 통계 프로



〈그림 3〉 CoMOM을 활용한 일별 운영 금강 수계 네트워크 모식도

그림인 SAMS(Stochastic Analysis, Modeling, and Simulation)2002[20]를 이용하여 1984년~2004년까지 21개년의 유입량을 생성하였고, 이를 토대로 월별 유입량의 전이 확률을 구하였다. SAMS에 입력된 자료는 과거 강우량 자료를 토대로 계산된 유역별 유출량 값으로, 댐의 방류량과는 무관하다. 따라서 유입량이 이전 기간의 유입량에 영향을 받을

것이라는 전이 행렬 도출의 기본 전제 조건을 충족한 것으로 판단된다. <표 1>은 이 자료에 대한 통계치를 정리한 것이며, <표 2>, <표 3>은 용담댐과 대청댐의 10월에서 11월로 유입되는 유입량의 전이 확률을 예시한 표이다.

MDP의 상태변수에 해당하는 저수량 값은 2000년부터 2007년까지의 실제 저수량의 최대, 최소값

〈표 1〉 과거 금강 월별 유입량의 통계치(1984~2004)

(단위 : MCM)

구 분	용담			대청		
	10월	11월	12월	10월	11월	12월
유입량 합의 평균	29.57	24.15	20.45	108.41	73.84	63.53
유입량 합의 최대(년도)	86.58(1998)	58.66(1993)	51.75(1997)	402.20(1998)	187.12(1997)	160.51(1997)
유입량 합의 최소(년도)	5.22(1988)	4.53(1988)	6.74(1988)	17.50(1988)	14.64(1988)	17.77(1988)
표준 편차	20.59	15.27	10.60	92.02	44.04	33.09
상관 계수	0.62		0.67	0.38		0.69

〈표 2〉 용담댐 10월 → 11월 전이확률

(단위 : million cubic meter, MCM)

구 분	기간 t = 2					
	i = 1 ($Q_{it} = 12$)	2 (24)	3 (36)	4 (48)	5 (60)	
기간 t = 1	1(12)	0.60	0.20	0.20	0.00	0.00
	2(24)	0.14	0.57	0.29	0.00	0.00
	3(36)	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
	4(48)	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
	5(60)	0.00	0.00	0.33	0.33	0.33

〈표 3〉 대청댐 10월 → 11월 전이확률

(단위 : million cubic meter, MCM)

구 분	기간 t = 2					
	i = 1 ($Q_{it} = 40$)	2 (80)	3 (120)	4 (160)	5 (200)	
기간 t = 1	1(40)	0.43	0.29	0.14	0.14	0.00
	2(80)	0.00	0.50	0.50	0.00	0.00
	3(120)	0.00	0.67	0.33	0.00	0.00
	4(160)	0.00	0.50	0.25	0.25	0.00
	5(200)	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00

을 저수량 구간의 상하한 값으로 설정해서 20개의 이산화된 값을 적용하였다. MDP 모형의 최적해 도출을 위해서는 SDP 기법을 사용하였으며, 그 결과 단계의 총 수를 5,844(= 12개월×487년)로 MDP/SDP를 수행한 결과, 식 (17)에 의해 계산한 값에 거의 차이가 없었으며, 11월과 12월에 대한 최적 저수 정책에 변화가 전혀 없어 수렴성을 확인하였다.

〈표 4〉는 MDP/SDP 모형을 통해 도출된 결과의 일부를 보여준다. 예를 들어 용담의 초기 저수량이 No. 13(555 MCM)이고, 대청의 초기 저수량이 No. 11(951 MCM), 유입량이 각각 No. 4(48 MCM), No. 3(120 MCM)이라고 한다면 용담과 대청댐의 MDP/SDP를 통한 최적 목표저수량이 No. 15(581 MCM)와 No. 20(1,104 MCM)임을 뜻한다.

2단계에서는 MDP/SDP 모형을 통해 도출된 운영 정책을 반영하여 실제 댐 운영 상황을 상정한 모의 운영을 수행하였다. 이를 위해 2005~2007년 11월과 12월 각각에 대해 실제 초기 저수량 조건과 11

월과 12월의 평균 유입량 조건에 대응되는 월말 목표 저수량을 〈표 4〉에서 찾아서 이를 일별 댐 준 최적 연계운영 모형의 월말 목표 저수량으로 설정하고 이를 가이드라인으로 1개월 동안의 모의 운영을 수행하였다. 이 과정에서는 분석 단위 기간을 일별로 해서 비교적 미시적인 분석을 해도 무방하다. 이에 따라 〈그림 3〉에 나타난 바와 같이 수력 발전까지 고려하고 작은 양이지만 댐 하류의 소규모 수요처까지 별도로 고려한 보다 정교한 네트워크를 바탕으로 모형화한 CoMOM을 활용하였다 [10]. 즉, CoMOM은 MDP/SDP가 제공한 월말 목표저수량을 가이드라인으로 하여 매 일별 순차적 의사결정을 위한 도구로 활용된다. CoMOM은 지역별 시기 별로 가용성이 다른 수자원을 수요-공급의 관점에서 효율적으로 할당하고자 하는 Spatio-Temporal Water Resource Allocation의 운영 방식을 따르고 있다. 이는 수계 내 물의 물리적 또는 논리적 흐름 과정을 네트워크로 표현하여 댐 운

〈표 4〉 MDP/SDP를 활용한 금강 수계 11, 12월의 최적 운영 정책

기간 월 (= t)	초기 저수량(k, k')		유입량(i, i')		기말 저수량 정책(l, l')	
	용담 저수구간 (구간 No, MCM)	대청 저수구간 (구간 No, MCM)	용담 유입량구간 (구간 No, MCM)	대청 유입량구간 (구간 No, MCM)	용담기말 저수구간 (구간 No, MCM)	대청기말 저수구간 (구간 No, MCM)
11	1(399)	1(782)	1(12)	1(40)	4(438)	2(799)
11	1(399)	1(782)	1(12)	2(80)	4(438)	8(901)
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴
11	13(555)	11(951)	4(48)	3(120)	15(581)	20(1,104)
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴
11	20(646)	20(1,104)	5(60)	4(160)	20(646)	20(1,104)
11	20(646)	20(1,104)	5(60)	5(200)	20(646)	20(1,104)
12	1(188)	1(756)	1(11)	1(32)	10(381)	3(786)
12	1(188)	1(756)	1(11)	2(64)	10(381)	6(830)
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴
12	13(446)	11(904)	4(44)	3(96)	18(554)	20(1,037)
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴
12	20(597)	20(1,037)	5(55)	4(128)	20(597)	20(1,037)
12	20(597)	20(1,037)	5(55)	5(160)	20(597)	20(1,037)

영의 다양한 현실을 반영한, 최소 비용 네트워크 모형을 근간으로 한 혼합정수계획 모형으로 설계된 모형이며, 수력 발전식을 제 1차 Taylor Series로 근사하여 수력 발전을 직접 고려하고 있다[12]. 한편, 본 연구의 목적이 MDP/SDP를 통해 월별 저수 정책을 수립하는데 있고, CoMOM은 단순히 저수 정책의 적절성을 검증하기 위한 모의운영의 도구임을 고려할 때, CoMOM에 대한 자세한 내용은 생략하기로 한다.

한편, CoMOM을 수행하기 위해서는 유입량 정보가 필요한데, 이때의 일별 유입량은 미래 유입량에 대한 정보가 없다는 가정 하에서 11월, 12월 각각에 대한 2005~2007년의 3개년에 대한 평균값을 적용하였다. 그리고 CoMOM을 통해 일별 최적 방류량을 결정한 후에는 결정된 방류량과 당일의 실제 유입량을 반영하여 다음 날의 초기저수량을 구하고, 이 저수량을 기초로 다음 날($t+1$)부터 월 말까지를 분석기간으로 하여 CoMOM을 수행하는 과정을 반복하였다.

4. 모형수행 결과

MDP/SDP 모형을 통해 도출된 저수 정책에 대한 적절성을 검토하기 위해 <그림 2>에서 보는 바와 같이 MDP/SDP가 결정한 기말 목표 저수위를 준수하는 모의 운영을 수행하고 그 결과를 실적치와 비교해 보았다. <표 5>는 그 결과를 정리한 것이다. 먼저, 기말저수량 측면에서 살펴보면, 용담댐의 경우 MDP 모형의 적용결과 평균적으로 실적치보다 1.6% 감소하였지만, 대청댐에서 평균 2.29% 증가하여 수계 전체적으로는 0.97% 증가한 것으로 나타났다. 반면, 발전량 측면에서는 용담댐에서 8.29% 증가하고 대청댐에서는 16.8% 감소하여 시스템 전체적으로는 2.04% 감소한 것으로 나타났다. 여기서 발전량이 실적치보다 감소한 것은 MDP 모형을 통한 운영에서 저수량의 확보를 우선했기 때문인데, 기말 저수량의 증대를 통해 미래의 불확실한 유입량에 대한 대비를 했다는 관점에서 전체적으로 바람직한 결과라고 할 수 있다.

〈표 5〉 MDP 모형 수행 결과 및 비교

		목표 저수량	운영결과 : 기말 저수량(MCM)		운영결과 : 발전량(GWh)		운영결과 : 여수로방류(MCM)	
			실적	MDP	실적	MDP	실적	MDP
2005~2007		MDP						
용담	2005. 11	438.00	386.11	392.63	8.94	8.06	0.00	0.00
	2006. 11	464.00	443.67	422.55	7.05	12.26	0.00	0.00
	2007. 11	542.00	598.68	598.42	15.73	12.62	0.00	0.00
	11월 평균	481.33	476.15	471.20	10.57	10.98	0.00	0.00
	2005. 12	381.00	350.43	340.65	7.34	9.28	0.00	0.00
	2006. 12	424.00	415.60	390.23	6.51	12.55	0.00	0.00
	2007. 12	360.00	539.84	546.19	16.83	12.80	0.00	0.00
	12월 평균	388.33	435.29	425.69	10.23	11.54	0.00	0.00
	전체평균	434.83	455.72	448.45	10.40	11.26	0.00	0.00
	실적대비 증감(%)	-	-	-1.60	-	8.29	-	0.00
대청	2005. 11	935.00	906.55	934.40	8.56	4.82	0.00	0.00
	2006. 11	799.00	765.60	805.39	5.07	2.89	0.00	0.00
	2007. 11	985.00	1038.10	1053.41	8.51	10.33	0.00	0.00
	11월 평균	906.33	903.41	932.74	7.38	6.01	0.00	0.00
	2005. 12	904.00	893.33	885.23	8.77	4.83	0.00	0.00
	2006. 12	786.00	741.32	785.88	5.14	2.87	0.00	0.00
	2007. 12	948.00	993.74	996.40	7.42	10.46	0.00	0.00
	12월 평균	879.33	858.13	889.17	7.11	6.05	0.00	0.00
	전체평균	892.83	889.77	910.12	7.25	6.03	0.00	0.00
	실적대비 증감(%)	-	-	2.29	-	-16.8	-	0.00
수계 전체	평균	663.83	672.75	679.29	8.83	8.65	0.00	0.00
증감(%)	-	-	0.97	-	-2.04	-	0.00	

위에서 얻은 결과를 자세히 살펴보면 용담댐에서 발전방류를 늘려서 발전량 증대, 저수량 감소를 가져왔고, 대신 대청댐에서 발전방류를 줄여 발전량 감소, 저수량 증가의 결과를 얻은 것인데, 이는 두 댐의 발전 특성에서 기인한 것이다. 즉, 두 댐 간 유효낙차의 차이를 보면 이해가 되는데, 용담과 대청댐의 제한수위가 261.4 El. M., 76.4 El. M이고 용담 제 1, 2 발전소의 방수위(Tailwater Elevation)가 79.7 El. M., 205.0 El. M., 그리고 대청댐의 방수위가 28.4 El. M.로서 전체적으로 용담댐의 유효낙차가 훨씬 큰 상황이다. 따라서 동일한 방류량에

대한 발전이득이 대청댐보다 용담댐에서 더 크다. 이런 상황에서 가급적 발전 손실을 줄이면서 수계 전체적인 저수량을 늘리려면 용담댐에서의 발전량을 늘리고 대신 대청댐에서의 발전량은 줄이는 것이 바람직하기 때문으로 해석된다.

결과적으로, 본 연구에서 제시한 MDP/SDP를 활용할 경우 수력발전에서는 다소 손해를 보겠지만, 그 손실을 최소화할 수 있도록 효율적인 운영을 도모하고, 댐 저수량을 증대시킴으로써 다목적댐에서 가장 중요한 목적인 용수 공급의 신뢰성을 제고시킬 수 있음을 확인할 수 있었다.

5. 결론 및 향후 연구과제

본 연구에서는 댐의 연계 운영 과정에서 유입량의 불확실성을 고려하기 위한 목적으로, 마코프 의사 결정 기반의 추계적 동적계획(MDP/SDP) 모형을 수립하고, 이를 금강 수계 댐 군 연계운영 문제에 적용해 보았다. 본 연구의 MDP/SDP 모형을 통해 댐에 대한 월별 최적 저수정책을 도출하고 여기서 도출된 월별 최적 저수정책을 준수하는 모의운영을 수행한 결과, 실적보다 많은 저수량을 확보함으로써 본 연구에서 제시하고 있는 방법이 안정적인 용수공급에 기여할 수 있음을 확인하였다.

그러나 상·하위 유입량의 발생과 그에 따른 상태 변이가 독립적으로 발생한다는 가정으로 인하여 본 연구에서 도출된 운영 정책이 시·공간적 상관관계(Serial Correlation)를 충분히 반영하지 못한 점과 설계된 유입량과 실제 유입량의 분포가 일치 하지 않아 운영 정책의 한계 값을 벗어나게 되는 특별한 상황에 대한 보완 연구가 필요하다. 아울러, 본 연구는 저수량과 유입량을 이산화 하여 각 구간의 대표 값으로 최적 운영 정책을 도출 하지만, 저수량의 이산화 구간을 보다 세분화하여 최적 운영 정책을 도출 한다면 더 나은 결과가 나올 것으로 기대된다. 부가적으로, 본 연구에서 적용한 금강수계의 경우는 문제가 없었지만, 댐의 수가 많은 다른 수계의 경우 상태 변수가 기하급수적으로 증가하는 문제 역시 계산상의 어려움을 수반할 수 있으므로 적절한 보완 연구가 필요한 부분이다.

참 고 문 헌

- [1] 한국수자원공사, 「댐 운영 실무편람」, 2008.
- [2] Archibald, T.W., C.S. Buchanan, L.C. Thomas, and K.I.M. McKinnon, "Controlling Multi-reservoir systems," *European Journal of Optimal Research*, Vol.129, No.3(2001), pp. 619-626.
- [3] Azaiez, M.N., M. Hariga, and I. Al-Harkan, "A chance-constrained multi-period model for a special multi-reservoir system," *Computers and Operations Research*, Vol.32, No.5(2005), pp.1337-1351.
- [4] Butcher, W., "Stochastic Dynamic Programming for optimum reservoir operation," *Journal of the American Water Resources Association*, Vol.7, No.1(1971), pp.115-123.
- [5] Cervellera, C., V.C.P. Chen, and A. Wen, "Optimization of a large-scale water reservoir network by stochastic dynamic programming with efficient state space discretization," *European Journal of Operational Research*, Vol.171, No.3(2006), pp.1139-1151.
- [6] Eschenbach, E.A., T. Magee, E. Zagana, M. Goranflo, and R. Shane, "Goal Programming Decision Support System for Multiobjective Operation of Reservoir Systems," *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol.127, No.2(2001), pp.108-120.
- [7] Faber, B.A. and J.R. Stedinger, "Reservoir optimization using sampling SDP with ensemble streamflow prediction (ESP) forecasts," *Journal of Hydrology*, Vol.249, No.1/4(2001), pp.113-133.
- [8] Gablinger, M. and D.P. Loucks, "Markov Model for Flow Regulation," *Journal of the Hydraulics division, ASCE*, Vol.96, No.HY1 (1970), pp.165-181.
- [9] Kelman, J., J.R. Stedinger, L.A. Cooper, A. Hsu, and S.Q. Yuan, "Sampling stochastic dynamic programming applied to reservoir operation," *Water Resources Research*, Vol. 26, No.3(1990), pp.447-454.
- [10] Kim S.K., Y.D. Lee, J.H. Kim, and, I.H. Ko, "A multiple objective mathematical model for daily coordinated multi-reservoir operation,"

- Water Science and Technology : water supply*, Vol.5, No.3/4(2005), pp.81-88.
- [11] Labadie, J.W., "Optimal Operation of Multi-reservoir Systems : State-of-art Review," *Journal of Water Resources Planning and Management*, Vol.130, No.2(2004), pp.93-111.
- [12] Lee, Y., S.-K. Kim, and I.H. Ko, "Multistage stochastic linear programming model for daily coordinated multi-reservoir operation," *Journal of Hydroinformatics*, Vol.10, No.1(2008), pp.23-41.
- [13] Lee, Y., S.-K. Kim, and I.H. Ko, "Two-Stage Stochastic Linear Programming Model for Coordinated Multi-Reservoir Operation," *Proceedings of the Operations Management 2006 Conference*, Sacramento, USA, 2006.
- [14] Little, J.D., "The use of storage water in a hydroelectric system," *Operation Research*, Vol.3, No.2(1955), pp.187-197.
- [15] Loucks, D.P., J.R. Stedinger, and D.A. Haith, *Water Resources System Planning And Analysis*, Prentice-Hall, Englewood cliffs, N.J., (1981), pp.320-390.
- [16] Loucks, D.P., J.R. Stedinger, J.P.M. Dijkman, and M.T. Villars, *Water Resources System Planning and Management*, UNESCO PUBLISHING, (2005), pp.231-251.
- [17] Manne, A.S., "Linear Programming and Sequential Decisions," *Management Science*, Vol.6, No.3(1960), pp.259-267.
- [18] Reznicek, K. and T.C.E. Cheng, "Stochastic modelling of reservoir operations," *European Journal of Operational Research*, Vol.50, No.3 (1991), pp.235-248.
- [19] Russell, C.B., "An optimal policy for operating a multipurpose reservoir," *Operation Research*, Vol.20(1972), pp.1181-1189.
- [20] Sveinsson, O.G.B., J.D. Salas, W.L. Lane, and D.K. Frevert, *Stochastic Analysis, Modeling, and Simulation (SAMS) Version 2007 User's Manual*, Colorado State University, 2007.
- [21] Thomas, H.A. and P. Watermeyer, "Mathematical Models : A stochastic Sequential Approach," *Design of Water Resource Systems*, A. Maas, M.M. Hufschmidt, R. Dorfman, H.A. Thomas, Jr., S.A. Marglin, and G.M. Fair (eds.), Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1962.
- [22] White, C.C. and D.J. White, "Markov Decision Process," *European Journal of Operation Research*, Vol.39(1989), pp.1-16.
- [23] Yeh, W.W.-G., "Reservoir management and operation models : A state-of-art review," *Water Resources Research*, Vol.21, No.12 (1985), pp.1979-1818.