

Serendipity 요소법에 의한 전기비저항 3차원 모델링

이근수 · 조인기* · 강혜진

강원대학교 지구물리학과

Three-Dimensional Resistivity Modeling by Serendipity Element

Keun-Soo Lee, In-Ky Cho*, and Hye-Jin Kang

Department of Geophysics, Kangwon National University

요 약: 전기비저항 탐사는 자동측정과 정밀한 자료 획득이 가능해 지면서 토목 및 환경문제 등 다양한 분야에 적용되고 있다. 이에 따라 시간에 따른 지하의 변화를 정밀하게 파악할 수 있는 전기비저항 모니터링 기법이 도입되면서 시간경과 모니터링 자료의 보다 정확한 모델링 기법과 역산 기법의 개발이 요구된다. 여기서는 3차원 전기비저항 모델링으로 요소의 변형을 통해 임의 형상의 이상체 및 복잡한 지형의 굴곡을 표현하기 쉬운 유한요소법을 사용하였다. 유한요소법에서 선형요소(1차 요소)는 시스템 방정식의 구성이 간단하고 대역폭이 좁다는 장점이 있다. 하지만 선형요소는 요소 또는 절점의 수에 따라 해의 수렴속도가 느리며 또한 정확성에 한계가 있다. 일반적으로 유한요소법에서 해의 정확성을 높이기 위해 고차요소를 사용한다. 본 논문에서는 고차의 Serendipity 요소를 사용하는 3차원 전기비저항 모델링 프로그램을 개발하였다. 선형요소법과 Serendipity 요소법의 비교를 위해 직육면체의 이상체 모델에 적용하였을 때, 선형요소법의 결과에 비해 Serendipity 요소를 사용하는 3차원 전기비저항 모델링의 결과에서 보다 정확하게 나타나는 것을 확인하였다.

주요어: 전기비저항 탐사, 3차원 모델링, Serendipity 요소

Abstract: A resistivity method has been applied to wide range of engineering and environmental problems with the help of automatic and precise data acquisition. Thus, more accurate modeling and inversion of time-lapse monitoring data are required since resistivity monitoring has been introduced to quantitatively find out subsurface changes With respect to time. Here, we used the finite element method (FEM) for 3D resistivity modeling since the method is easy to realize complex topography and arbitrary shaped anomalous bodies. In the FEM, the linear elements, also referred to as first order elements, have certain advantages of simple formulation and narrow bandwidth of system equation. However, the linear elements show the poor accuracy and slow convergence of the solution with respect to the number of elements or nodes. To achieve the higher accuracy of finite element solution, high order elements are generally used. In this study, we developed a 3D resistivity modeling program using high order Serendipity elements. Comparing the Serendipity element solutions for a cube model with the linear element solutions, we assured that the Serendipity element solutions are more accurate than the linear element solutions in the 3D resistivity modeling.

Keywords: resistivity method, 3-D modeling, Serendipity element

서 론

전기비저항 탐사는 매우 광범위한 분야에서 효과적으로 사용되고 있는 물리탐사 방법이다. 하지만 우리나라의 경우 국토의 70% 이상이 산악지형으로 되어 있으며, 또한 매우 복잡한 지질구조로 이루어져 있는 경우가 대부분이다. 이러한 경우 일반적으로 수행되고 있는 1차원 또는 2차원적 해석방법은 국내

의 경우와 같이 복잡한 지질구조 및 지형을 정확히 근사하지 못하는 한계점으로 인하여 잘못된 지하구조를 도출할 가능성이 있다. 이러한 문제를 근본적으로 해결하기 위해서는 3차원 자료획득 및 3차원 해석이 요구된다. 한편 최근에는 측정방식의 기술적인 발달로 현장자료 획득시간이 단축되었으며, 동일 지역의 물성변화 파악을 위한 모니터링 기법이 도입되어 보다 정밀한 지하 이상대의 변화양상을 파악할 수 있게 되었다 (Barker and Moore, 1998). 특히 모니터링 기법은 시간에 따른 지하의 작은 전기비저항 변화양상도 효과적으로 파악하여야 하기 때문에 탐사 자료의 획득 및 해석에 매우 높은 정밀도를 요구한다. 또한 복잡한 지형구조 및 지질구조에서 나타날 수 있는 정밀도의 한계를 극복하기 위해서는 보다 높은 정확도의

2012년 2월 1일 접수; 2012년 2월 21일 수정; 2012년 2월 24일 채택;
*Corresponding author

E-mail: choik@kangwon.ac.kr

Address: Dept. of Geophysics, Kangwon National University,
Hyoja-2-dong, Chuncheon, Kangwon-do 200-710, Korea

모델링 기법과 역산기법의 개발이 요구된다.

이러한 관점에서 본 연구에서는 전기비저항 3차원 모델링의 정확성을 높이고자 하였다. 여기서는 지형을 포함할 수 있어 가장 널리 사용되는 모델링 기법인 유한요소법의 정확도 향상을 도모하기 위하여, 2차 형상함수를 사용하는 Serendipity 요소 전기비저항 3차원 모델링 프로그램을 개발하였다. 이를 간단한 모델에 적용하고, 기존의 선형요소법과 비교하여 그 정확성을 검토하고자 하였다.

3차원 전기비저항 모델링

기본 이론

전기비저항 탐사 모델링 기법에는 유한차분법, 유한요소법, 적분방정식법 등 다양한 수치 해석 기법이 사용된다. 이 중 유한요소법은 지형의 기복을 포함할 수 있으며, 역산에 효과적으로 사용할 수 있어 가장 널리 사용되는 모델링 기법이다. 유한요소법에 의한 전기비저항 탐사 모델링은 Coggon (1971)을 시작으로 Fox *et al.* (1980)에 의하여 제안되었으며, 국내의 경우에도 오석훈(1994), 박권규(1994) 등에 의하여 연구된 바 있다. 이해를 돕기 위해 유한요소법을 이용한 3차원 전기비저항 모델링의 이론과 선형요소, 고차요소의 형상함수에 대해 간단하게 기술한다.

3차원 매질에서 전기비저항 모델링 지배방정식은

$$\nabla \cdot [\sigma(x,y,z)\nabla\phi(x,y,z)] = -I\delta(x-x_s)(y-y_s)(z-z_s) \quad (1)$$

로 주어진다. 여기서 σ 는 전기전도도(conductivity), ϕ 는 전위(electrical potential), δ 는 Dirac delta function, I 는 주입된 전류의 크기, (x_s, y_s, z_s) 는 점전원의 좌표이다.

유한요소법에서 요소내의 전위는 다음의 근사식으로 표현할 수 있다.

$$\tilde{\phi} = \sum_{i=1}^N N_i \phi_i. \quad (2)$$

여기서 ϕ_i 는 각 절점에서의 전위이며, N_i 는 형상함수(shape function)이다. 이때 잔여값은

$$r(x,y,z) = -\nabla \cdot [\sigma(x,y,z)\nabla\tilde{\phi}(x,y,z)] - I\delta(x-x_s)(y-y_s)(z-z_s) \quad (3)$$

로 주어진다. 이제 가중잔여법의 정의에 따라 임의의 가중함수(weighting function) $w(x,y,z)$ 를 도입하여, 가중함수와 잔여값의 내적

$$\int_V r(x,y,z)w(x,y,z)dv = 0 \quad (4)$$

을 만족시키는 전위가 (1)식의 최적의 해가 된다. (4)식에 (3)식을 대입하면,

$$\int_V w(x,y,z)\{\nabla \cdot [\sigma(x,y,z)\nabla\tilde{\phi}(x,y,z)] + I\delta(x-x_s)(y-y_s)(z-z_s)\}dv = 0 \quad (5)$$

이 된다. 한편 Green의 정리를 이용하면 (5)식은

$$-\int_V \sigma \nabla w \cdot \nabla \tilde{\phi} dv + \int_S \sigma w \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n} ds + I\delta(x-x_s)(y-y_s)(z-z_s) = 0. \quad (6)$$

(6)식에서 두 번째 적분항은 다음의 혼합경계조건을 이용하여 간단하게 계산된다.

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial n} + \alpha \tilde{\phi} = 0. \quad (7)$$

(7)식에서 r 은 방사거리, 경계면에 수직인 벡터와 방사벡터 사이의 각도를 θ 라 할 때, $\alpha = \cos\theta$ 로 주어진다. 이제 (7)식을 (6)식에 대입하면,

$$\int_V \sigma \nabla w \cdot \nabla \tilde{\phi} dv + \int_S \sigma \alpha w \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial r} ds = I\delta(x-x_s)(y-y_s)(z-z_s). \quad (8)$$

유한요소법에 의하여 (8)식의 해를 구하기 위하여 $N=w$ 인 Galerkin 법을 적용하면

$$\sum_j^N \left[\int_V \sigma \nabla N_i \cdot \nabla N_j dv + \int_{S_j^e} \sigma \frac{\alpha}{r} N_i \cdot N_j ds \right] \tilde{\phi}_j \quad (9)$$

이 된다. (9)식에 주어진 선형방정식을 풀면 (1)식의 해를 얻을 수 있다. 즉

$$K \tilde{\phi} = f, \quad (10)$$

여기서

$$K_{ij} = \int_{V_j^e} \sigma \nabla N_i \cdot \nabla N_j dv + \int_{S_j^e} \sigma \frac{\alpha}{r} N_i \cdot N_j ds, \\ f_i = I\delta(x_i-x_s)(y_i-y_s)(z_i-z_s).$$

3차원 선형 요소의 형상함수

3차원 유한요소법에서는 주로 사면체와 육면체 요소가 사용된다. 사면체 요소의 경우 지형의 굴곡을 효과적으로 분할할 수 있다는 장점이 있으나, 요소의 절점번호 부여에 어려움이 있다. 본 논문에서는 절점번호 부여에 용이한 육면체 요소를 사용하였다. 육면체 요소는 8개의 절점을 가지며, 각 절점에서의 형상함수는 해당 절점에서는 1이 되고 나머지 절점에서는 0을 만족하는 임의의 함수가 사용된다. 여기서 형상함수를 1차 선형(linear) 함수로 설정할 경우 이를 선형요소(1차 요소)라 하며, 이 경우 시스템 방정식의 구성이 간단하다. 그러나 육면체 요소의 경우에는 지형의 변화를 표현하기 어렵다는 단점이 있다. 따라서 전기비저항 탐사 모델링에서 지형의 굴곡을 포함한 모델을 근사시키기 위해서는 Fig. 1의 (a)와 같이 hexahedral

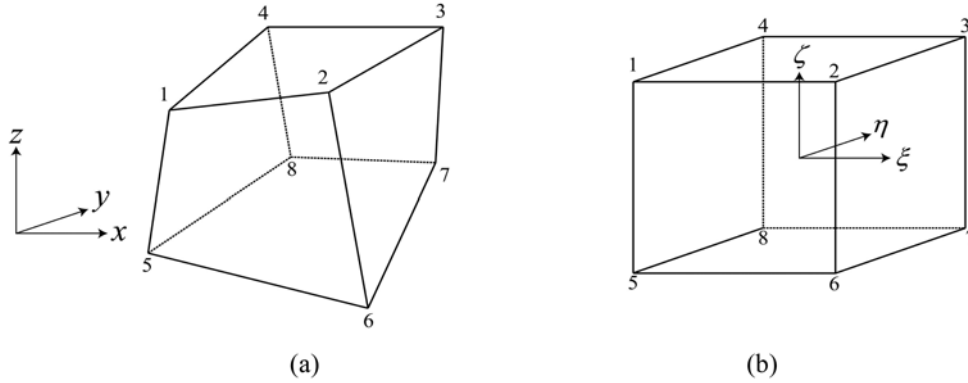


Fig. 1. Hexahedral element (a) and transformed cubic element (b).

요소로 표현해야 한다. 그러나 hexahedral 요소의 적분은 계산을 복잡하게 만들므로 요소의 적분을 쉽게 수행하기 위하여 Fig. 1의 (b)와 같이 좌표계 변환을 통하여 $\xi\eta\zeta$ 좌표계상의 정육면체 요소(cubic element)로 변환한다.

선형 좌표계 변환은

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i, \quad y = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i, \quad z = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i \quad (12)$$

으로 정의되며, 이때 $\xi\eta\zeta$ 좌표계상의 형상함수는

$$N_i(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta), \quad (-1 \leq \xi, \eta, \zeta \leq 1) \quad (13)$$

여기에서 (ξ_i, η_i, ζ_i) 는 i 번째 절점의 $\xi\eta\zeta$ 좌표계상 좌표값이다.

유한요소법에서 해의 정확성을 확보하기 위한 가장 일반적인 방법은 요소를 조밀하게 분할하는 것이다. 그러나 조밀한 선형요소의 경우 기억용량의 한계와 계산시간의 증가라는 문제점을 가지고 있다. 또한 요소의 크기가 어느 정도 이상으로 작아지면 정확도의 향상속도가 급격하게 둔화되는 특성이 있다(Kotiuga and Silvester, 1982). 이러한 단점에도 불구하고 지금까지의 3차원 전기비저항 탐사 모델링은 선형요소를 사용하는데 국한되었다. 이러한 이유는 컴퓨터의 발전과 긴밀한 관계를 가지고 있으며, 현재의 컴퓨터 수준으로 미루어 봤을 때 조밀한 선형요소를 사용하는 경우 단점으로 여겨지던 계산시간 및 기억용량의 한계는 어느 정도 극복할 수 있을 것으로 예상된다. 하지만 복잡한 지질구조 및 지형구조로 이루어져 있는 경우 선형요소를 사용하는 모델링 프로그램은 정확도 측면에서 한계를 가질 수밖에 없다.

3차원 Serendipity 요소의 형상함수

선형요소법의 정확도의 한계를 극복하기 위한 해결방안으로 고차요소를 사용하는 방법이 있을 수 있다. 일반적으로 고차요소는 Lagrange 계열과 Serendipity 계열로 나눌 수 있으며, 이들의 형상함수는 고차함수이므로 선형방정식의 구성에 복잡한 계산이 요구되지만 구하고자 하는 변수의 변화를 보다 정밀하

게 묘사할 수 있어 정확도가 향상되는 것으로 알려져 있다. 따라서 변수의 변화가 심한 경우에는 고차요소가 선형요소에 비하여 유리할 것으로 판단된다. 실제로 Chun and Kassegne (2005), Horlin *et al.* (2001) 등의 연구에 의하면 선형요소에 비해 고차의 형상함수를 이용할 경우 수치 실험의 결과가 보다 정확하게 나타나는 것을 보여준다. 이러한 관점에서 여기서는 형상함수를 2차함수로 설정하는 2차 요소법(quadratic element)에 관하여 설명한다.

2차 요소법에서 형상함수는 다음과 같이 Lagrange 다항식의 곱으로 표현된다.

$$n_k(x, y, z) = L_k(x)L_k(y)L_k(z), \quad \text{where } L_k(x) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^n \frac{x - x_m}{x_k - x_m} \quad (14)$$

하지만 3차원 모델링에서 직육면체 요소를 사용할 경우 Lagrange 다항식을 이용하게 되면 육면체 내부에 절점이 설정되어야 하며, 이 경우 계산이 복잡해지기 때문에 사용이 제한적이다(Rathod and Sridevi, 2001). 이에 비해 Ergatoudis *et al.* (1968)이 제안한 Serendipity 요소는 육면체 내부에 절점을 설정하지 않아도 되므로 상대적으로 계산이 간단하며, 고차의 형상함수를 사용하기 때문에 선형요소를 이용하는 경우보다 높은 정확도를 확보할 수 있을 것으로 예상된다. 본 연구에서는 육면체 내부에 절점을 설정하지 않고 각 면에 절점을 하나씩 추가하여 총 20개의 절점으로 이루어진 Serendipity 요소를 사

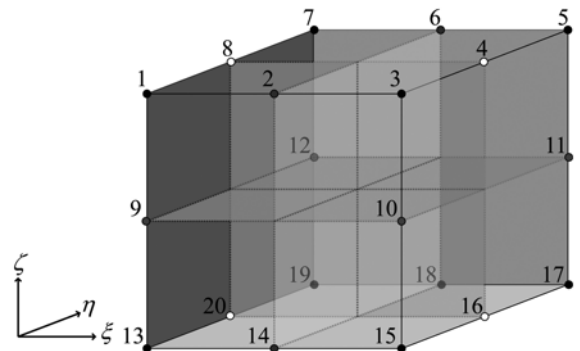


Fig. 2. Quadratic serendipity element.

용하였다.

Serendipity 요소법에서도 선형요소법과 마찬가지로 지형을 포함하기 위해서는 hexahedral 요소로 요소분할이 이루어져야 하며, 효과적인 적분계산을 위하여 xyz 좌표계에서의 hexahedral 요소를 $\xi\eta\zeta$ 좌표계에서의 정육면체 요소(cubic element)로 변환시킨다. 우선 두 좌표계는 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$x = \sum_{i=1}^{20} N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i, \quad y = \sum_{i=1}^{20} N_i(\xi, \eta, \zeta) y_i, \quad z = \sum_{i=1}^{20} N_i(\xi, \eta, \zeta) z_i. \quad (15)$$

Fig. 2는 이차(Quadratic) Serendipity 요소의 예를 나타낸 것으로, 이차 Serendipity 요소($-1 \leq \xi, \eta, \zeta \leq 1$)에서 2차 형상함수는 다음과 같이 주어진다.

$$N_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta)(\xi_i \xi + \eta_i \eta + \zeta_i \zeta - 2)$$

(at the corner nodes),

$$N_i = \frac{1}{4}(1 - \xi^2)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta) \quad (\text{at midside nodes } 2, 6, 14, 18),$$

$$N_i = \frac{1}{4}(1 - \eta^2)(1 + \zeta_i \zeta)(1 + \xi_i \xi) \quad (\text{at midside nodes } 4, 8, 16, 20),$$

$$N_i = \frac{1}{4}(1 - \zeta^2)(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta) \quad (\text{at midside nodes } 9, 10, 11, 12). \quad (16)$$

본 연구에서 사용한 20절점 Serendipity 요소의 형상함수는 비록 incomplete 다항식이지만 육면체 내부에 절점을 따로 설정하지 않아도 되므로 계산이 상대적으로 간단하고, 2차 다항식이므로 변수의 변화가 심한 경우에 효과적인 방법이다.

결과 및 고찰

모델링 정확성 검토

Serendipity 요소법을 사용하여 전기비저항 3차원 모델링을 수행하였다. Fig. 3은 반무한 균질매질에서의 직육면체 전도성 이상체를 가정한 모델이다.

여기서 배경매질의 전기비저항은 1000 ohm-m로 가정하였으며, 이상체는 1 ohm-m의 전도성 직육면체로 크기는 20 m × 20 m × 10 m이고, 이상체 상부까지의 깊이는 10 m로 설정하였다. 축선의 총 길이는 200 m, 축점간격은 10 m로 하였으며, 축선이 이상체 중심을 통과하도록 설정하였다. 사용된 배열은 쌍극자 배열이며, 전극전개수는 12로 설정하였다. 정확도를 검증하기 위하여 수치 해 중 정확도가 가장 뛰어난 것으로 알려진 적분방정식법(Hohmann, 1975; 조인기, 1989)을 통하여 얻은 3차원 모델링 결과를 기준으로 일반적인 선형요소법과 Serendipity 요소법의 결과를 비교하였다.

일반적으로 3차원 모델링에서는 축점간격 당 요소수를 4개 이상으로 분할하면 적절한 정확도의 결과를 얻을 수 있으며, 2

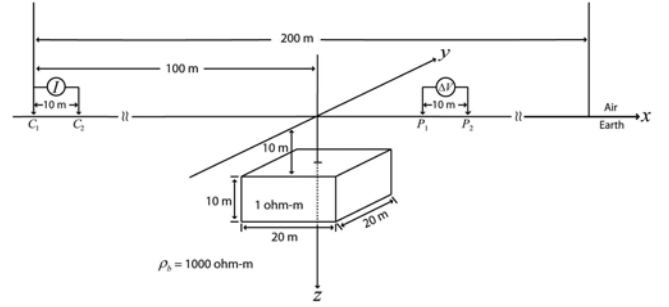


Fig. 3. Conductive anomalous model embedded in a homogeneous half-space of 1000 ohm-m.

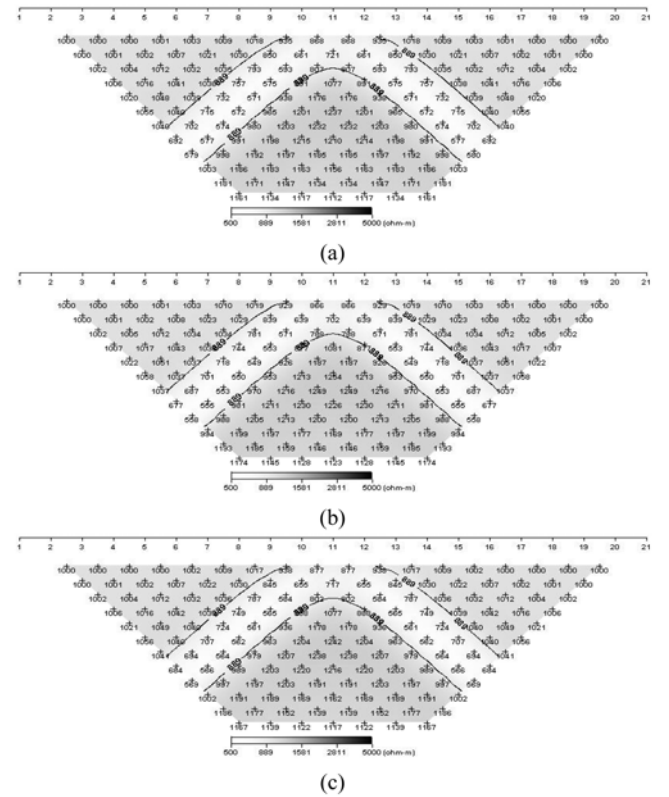


Fig. 4. Apparent resistivity pseudo-sections obtained from (a) integral equation method, (b) linear FEM, and (c) quadratic FEM for the model given in Fig. 3.

개 이하의 경우에는 정확도에 문제가 있는 것으로 알려져 있다. 이에 따라 Fig. 4에 나타낸 선형요소법과 Serendipity 요소법의 가단면도는 축점간격 당 4개의 요소로 분할했을 때의 결과를 이용하였다. 이때, 각 방법의 가단면도는 거의 동일한 영상이 나타나며, 이상체 영향으로八字 효과가 나타나는 것을 확인할 수 있다.

정밀한 분석을 위해 적분방정식법을 통해 얻은 결과를 기준으로 가단면도에 오차(misfit, %)를 표현하고, 요소수의 증가에 따른 해의 정확도를 검증하기 위해 RMS 오차를 비교하였다.

$$error_i(\%) = \left| \frac{\rho_F - \rho_I}{\rho_I} \right| \times 100 \quad (17)$$

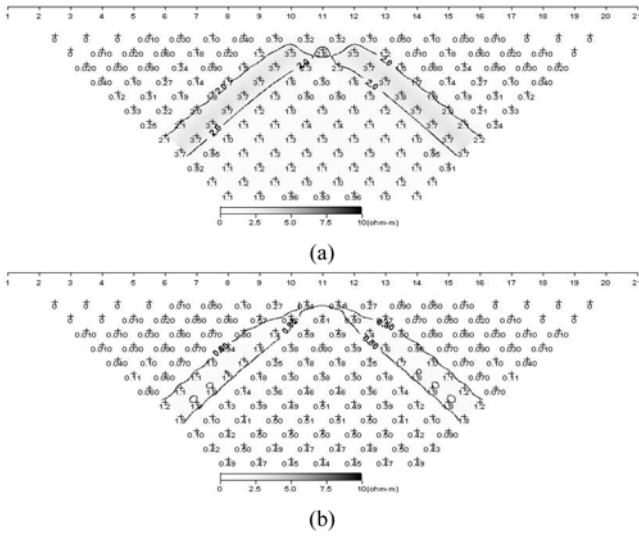


Fig. 5. Misfit sections of (a) linear and (b) quadratic FEM with respect to the integral equation method when a dipole spacing was divided to 4 elements.

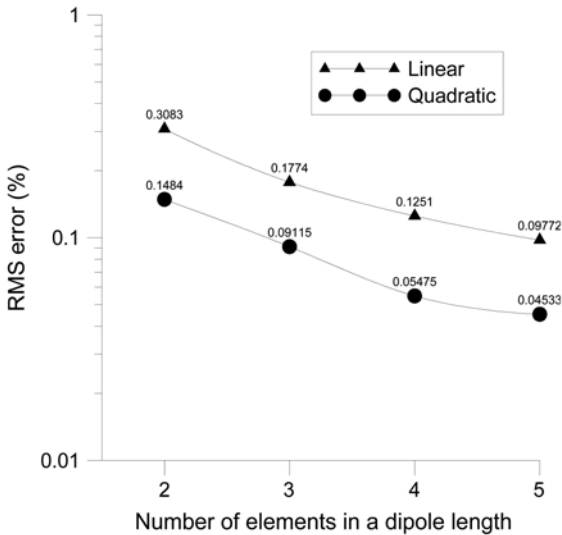


Fig. 6. Comparison of misfit of the linear and quadratic element method with respect to the integral equation method for the model given in Fig. 3.

$$RMS\ error(\%) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (error_i)^2} \quad (18)$$

Fig. 5의 오차 가단면도에서 보면, 8자 형태가 나타나는 영역과 그 아랫부분에서 일반적인 선형요소법이 Serendipity 요소법에 비해 오차가 약 2배 이상 높게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 6의 RMS 오차를 비교한 결과에서 두 방법 모두 요소수가 증가함에 따라 RMS 오차가 감소하는 양상이 나타나지만, Serendipity 요소법에서 약 2배 이상의 높은 정확도를 보여준다. 이 같이 Serendipity 요소법을 이용한 모델링 결과에서 보다 높은 정확도를 보이는 이유는 이상체 주변의 비교적 복잡한 전위분포를 2차 다항식의 형상함수를 사용하는

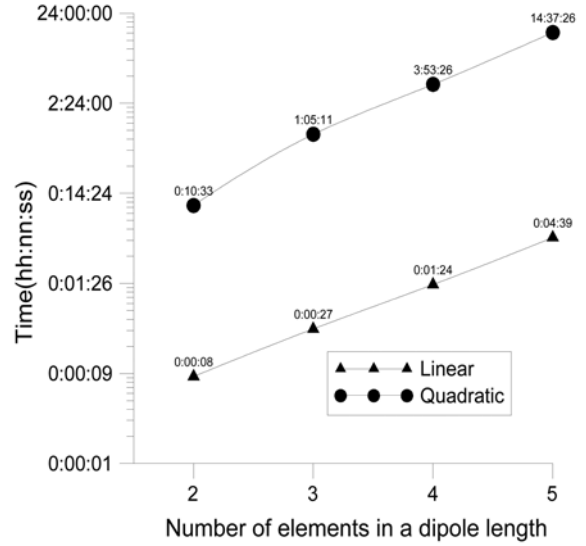


Fig. 7. Execution times of linear and quadratic FEM for the model given in Fig. 3.

Serendipity 요소법에서 보다 정확히 계산하기 때문인 것으로 판단된다.

모델링 소요시간

Fig. 7은 각 방법의 모델링 소요시간을 나타내는 그래프이다. 두 방법 모두 같은 컴퓨터와 OS를 사용하였으며, 컴퓨터 사양과 이용한 OS는 다음과 같다.

- AMD phenom(tm) II x 4 995 processor 3.2 GHz, RAM 8.00GB.
- win 7(64비트), VS C++ 2010(64비트).

이때, 일반적인 선형요소법은 요소 2개로 분할 시 약 8초, 5개로 분할 시 약 4분 39초 정도 소요되는 것으로 나타났다. Serendipity 요소법은 요소 2개로 분할 시 약 10분 33초, 5개로 분할 시 약 14시간 37분 26초 정도의 시간이 소요된다. 즉 Serendipity 요소법은 일반적인 선형요소법에 비해 정확한 모델링을 수행할 수 있지만, 모델링 소요시간이 지나치게 오래 걸리는 단점이 있다. Serendipity 요소법에서 계산시간의 대부분은 선형방정식의 해를 구하는데 할애된다. 본 연구에서는 선형방정식의 해를 구하기 위하여 직접해법인 LU-분해법을 이용하였다. 따라서 선형요소법에 비하여 선형방정식의 크기가 증가하기 때문에 그 해를 구하는데 많은 시간이 소요된다. 수렴시간이 짧은 반복적 방법이나 병렬계산을 적용하거나, 향후 컴퓨터의 계산 능력이 향상되면 계산시간의 단축이 가능할 것으로 기대된다.

결론

최근 전기비저항 탐사는 다중채널 자동측정 기술이 도입되

면서 단시간 내에 대량의 자료획득이 가능해졌다. 이에 따라 그동안 자료획득에 많은 시간이 소요되는 전기비저항 3차원 해석 및 모니터링 기법이 다양한 응용분야에 적용되면서 보다 정확한 모델링 기법과 역산기법의 개발이 요구되고 있다. 기존의 전기비저항 3차원 모델링 연구에는 선형요소를 이용하는 것에 국한되어 있었으며, 이러한 경우 물성변화가 복잡할 때 정확도에 한계가 있다. 따라서 본 논문에서는 물성변화가 복잡할 때 유용한 Serendipity 요소를 사용하는 3차원 전기비저항 모델링 프로그램을 개발하였다. 본 연구에서 사용한 Serendipity 요소는 육면체 내부에 절점을 설정하지 않고 각 변에 절점을 하나씩 추가하여 총 20개의 절점을 사용한다. 형상함수가 비록 incomplete 다항식이지만, Lagrange 다항식을 이용하는 것보다 상대적으로 계산이 간단하고, 2차 다항식의 형상함수를 사용하기 때문에 선형요소보다 변수의 변화가 심한 경우에 효과적인 방법이다.

Serendipity 요소법을 사용하는 3차원 전기비저항 모델링 기법의 정확도를 검증하고자 간단한 모델에 적용하였다. 선형요소법과 Serendipity 요소법의 오차 수준은 매우 만족할 만한 결과를 나타냈으나, 2차 다항식을 이용하는 Serendipity 요소법에서 비교적 정확한 결과를 보이는 것을 확인하였다. 물론 복잡한 모델을 설정한 후 Serendipity 요소법의 정확도 검증이 이루어진다면 좀 더 명확한 결과를 도출할 수 있으나, 복잡한 모델을 설정할 경우, 적분방정식법의 결과가 더 높은 정밀도를 나타낸다고 확신할 수 없다. 즉 비교대상이 없는 복잡한 모델의 정확도 분석은 그 의미가 크지 않다. 비록 본 논문에서는 단순한 모델에 적용하였지만, 정확도 측면에서 Serendipity 요소법이 보다 효과적인 방법이라고 판단되며, 물성의 변화가 심한 임의의 지하 구조를 가정할 경우 Serendipity 요소법을 적용하면, 보다 정확한 모델링을 수행할 수 있을 것으로 기대된다.

한편, 조밀한 선형요소 분할의 단점으로 알려진 계산시간과 기억용량의 한계는 컴퓨터의 발달로 인해 어느 정도 극복하였다고 할 수 있다. 그러나 Serendipity 요소법은 선형요소법에 비해 절점의 수가 많기 때문에 시스템 행렬의 밴드폭이 크고, 따라서 모델링 소요시간이 선형요소법에 비해 오래 걸리는 단점이 있다. 효율성 측면에서 보면, 모델링 시간이 더 오래 걸리는 Serendipity 요소법을 이용하는 것보다 선형요소법을 이용하는 것이 더 효과적이라고 생각될 수도 있으나, 조금이라도 정확한 결과의 확보가 요구되는 경우 Serendipity 요소법이 의미를 갖게 된다. 또한 향후 컴퓨터의 지속적 발달로 인하여 모

델링 소요시간의 단점이 극복되면 Serendipity 요소법의 적용이 확대될 것으로 기대된다.

감사의 글

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구 사업임(No. 2011-0002440).

참고문헌

- 박권규, 1994, 유한요소법을 이용한 3차원 전기비저항 모델링 및 지형보정에 관한 연구, 공학석사 학위논문, 서울대학교.
- 오석훈, 1994, 유한요소법을 이용한 2차원 전기탐사의 지형보정, 교육학석사 학위논문, 서울대학교.
- 조인기, 1989, 전기 및 자기 비저항법의 3차원 모델링 및 해석, 공학박사학위논문, 서울대학교.
- Baker, R. and Moore, J., 1998, The application of time-lapse electrical tomography in groundwater studies, *The Leading Edge*, 1454-1458.
- Chun, K. S., and Kassegne, S. K., 2005, A new, efficient 8-node Serendipity element with explicit and assumed strains formulations, *International Journal for Computational Methods in Engineering Science Mechanics*, **6**, 285-292.
- Coggon, J. H., 1971, Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method, *Geophysics*, **36**, 132-155.
- Ergatoudis, J. G., Irons, B. M., and Zienkiewicz, O. C., 1968, Curved isoparametric quadrilateral elements for finite element analysis, *International Journal of Solids Structure*, **4**, 31-42.
- Fox, R. C., Hohmann, G. W., Killpack, T. J., and Rijo, L., 1980, Topographic effects in resistivity and induced-polarization surveys, *Geophysics*, **45**, 75-93.
- Hohmann, G. W., 1975, Three-dimensional induced polarization and electromagnetic modeling, *Geophysics*, **40**, 309-324.
- Horlin, N. E., Nordstrom, M., and Goransson, P., 2001, A 3-D hierarchical FE formulation of BIOT'S equations for elasto-acoustic modelling of porous media, *Journal of Sound and Vibration*, **245**, 633-652.
- Kotigua, P. R., and Silvester, P. P., 1982, Vector potential formulation for three-dimensional magnetostatics, *Journal of Applied Physics*, **53**, 8399-8401.
- Rathod, H. T., and Sridevi, K., 2001, General complete Lagrange interpolation with applications to three-dimensional finite element analysis, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **190**, 3325-3368.