

대중교통 환승센터 입지선정 모형 연구

유경상*

전 서울대학교 건설환경종합연구소

A Model and Algorithm for Optimizing the Location of Transit Transfer Centers

YOO, Gyeong-Sang*

Department of Civil and Environmental Engineering, Seoul National University, Seoul 151-744, Korea

Abstract

This paper deals with the passenger transfer trips counted from smart bus-card data from Seoul transit network to understand the current operational condition of the system. Objective of this study is to relocate the location of the transit transfer centers. It delivers a bi-level programming model. The upper model is a linear 0-1 binary integer program having the objective of total travel cost minimization constrained by the number of transfer centers and the total construction budget. The lower model is an user equilibrium assignment model determining the passengers' route choice according to the transfer center locations. The proposed bi-level programming model was tested in an example network. The result showed that the proposed was able to find the optimal solution.

본 논문에서는 스마트카드 데이터를 이용하여 서울시의 대중교통 환승통행 현황을 분석하고, 이를 통해 환승체계 효율화의 필요성을 살펴보았다. 특별히 환승효율성 제고를 위한 환승센터 건립 시 그 입지선정을 위한 수리모형을 이중구조모형으로 구축/제시하였다. 상위모형은 입지결정 모형으로 지역별 환승센터 개수 및 총건설비용 예산 제약 하에서 총통행비용을 최소화하는 선형 0-1 정수모형이고, 하위 모형은 환승센터 입지 여부에 따른 사용자 평형 경로 선택 모형으로 구성된다. 모형의 해법으로 상위 및 하위 모형의 해를 순차적으로 구하는 방법을 제시하였고, 예제네트워크 적용을 통해 해법의 수렴성과 모형의 적용성을 평가하였다. 그 결과 본 논문에서 구축된 모형과 해법을 이용하여 효과적으로 최적의 환승센터 입지를 결정할 수 있음을 확인하였다. 마지막으로, 실제 네트워크에 적용하기 위한 방법론을 검토한 결과 본 논문의 모형과 해법이 현실에서도 충분히 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

Key Words

Public Transportation, Transfer Trip, Transfer Center Location, Bi-Level Model, Smart Card, User Equilibrium
대중교통, 환승통행, 환승센터 입지, 이중구조모형, 스마트카드, 사용자평형

*: Corresponding Author
uygs@naver.com, Phone: +82-10-3211-9383, Fax: +82-2-873-2684

I. 서론

서울과 같은 도시부의 도로용량 부족으로 인한 심각한 교통혼잡 및 각종 사고 위험성 증가, 차량통행으로 인한 대기오염 및 소음 문제 발생 등 개인교통으로 인한 문제는 이루 다 헤아릴 수 없다. 특히, 21세기 들어 온실가스 감축을 통한 지구 온난화 규제 및 방지, 급격한 기후 변화에 대한 대처 등에 세계 각국의 관심이 날로 증대하고 있어 친환경 교통에 대한 중요성이 더욱 커졌다. 따라서 대규모 교통 수요 처리가 가능하면서도 상대적으로 친환경적이고 비용효율적인 버스, 도시철도 등 대중교통의 중요성도 지속적으로 커지고 있다. 이에, 우리나라도 개인차량 통행 감소를 유도하고 대중교통 수요 진작을 위해 도시철도 확충, 버스 노선 개편 및 노선입찰제 실시, 수익금 공동관리 기반의 버스 준공영제 시행, 통행거리에 따른 대중교통 통합요금제 시행 등 대중교통 정책 개선에 많은 노력을 경주하고 있다. 그러나 이러한 거시적인 차원의 인프라 건설 및 정책 수단 외에도 교통시설 개선, 개인차량과 대중교통 수단간, 버스간, 버스-도시철도간 효율적인 환승체계 구축, 환승시설 개선 등 미시적 관점에서의 세심한 배려도 또한 필요하다. 대중교통 네트워크에서의 편리한 환승체계 구축은 대중교통 통행시간 감축 및 지역 접근성 향상을 통해 환승으로 인해 대중교통 이용을 꺼리는 잠재 수요를 이끌어내는데 큰 도움을 줄 수 있을 것이다. 특히 환승센터는 지역간 통행에 있어 수단내/수단간 환승을 용이하게 하여 대중교통 이용자가 환승에 큰 부담을 느끼지 않고도 쾌적한 환경 속에서 대중교통을 이용할 수 있게 하고 대중교통 허브로서의 역할을 동시에 수행할 수 있는 중요한 교통시설이다. 그럼에도 불구하고, 환승센터에 관해서는 그 설계기준 및 입지적합도 평가 등에 대한 국내 연구는 간혹 있으나(권영종과 황영배, 2005, 김감영, 2008), 환승센터의 입지 선정 모형에 대한 연구는 많이 부족한 실정이다. 환승센터 입지 선정은 일반적으로 환승통행의 지역별 분포 및 통행량, 대중교통 네트워크 현황, 토지이용 현황 등을 분석하고 지역 균형발전 등 정책적인 고려를 통해 이루어지고 있으나, 과학적이고 공학적인 모델링에 대한 연구는 많지 않은 편이다.

Yu et al.(2008)은 클러스터 기반의 허브 앤 스포크(hub & spoke) 모형으로 대중교통 허브 입지선정을 위한 수리모형을 구축하였으며, 그 해법에 대해 연구하였다. 이 모형은 각 클러스터내 1개의 허브가 입지하도록 하는 제약식을 가진 총통행시간 최소화 정수모형이

나, 교통존간 O/D 통행을 최소비용 경로에 전부 배정하는 것을 전제로 구축된 한계를 가지고 있다. 또, Yu et al.(2009)은 위의 정수모형을 토대로 각 클러스터를 관리 측면에서 계층화하고 각 계층별로 허브 입지를 선정하는 모형으로 확장 구축하였는데, 확장된 모형 또한 이전 모형의 한계를 극복하지는 못하였다. Lifan et al.(2009)은 허브 입지에 따른 환승 통행량의 변화를 고려하기 위해 2개의 목적함수를 갖는 수리모형을 구축하고 Particle Swam 알고리즘의 적용에 대해 연구하였고, Wang et al.(2010)은 대중교통 노선계획과 환승터미널 입지간 상호작용을 고려하여 두 가지를 동시에 최적화하는 휴리스틱한 방법론을 제시하고 그 적용에 관해 연구한 바 있다. Yu et al. (2011)은 대중교통 허브의 입지 선정을 위한 Fuzzy AHP 기법 적용에 대해 연구하였으며, 입지 선정 기준으로 네트워크 효율성(총통행시간), 환승강도(transfer intensity), 허브 접근성, 입지된 허브가 서비스하는 지역의 동질성, 토지이용과의 정합성, 허브 입지시 주변지역 개발가능성 등을 평가지표로 활용하였다.

본 논문에서는 서울시의 대중교통 환승통행 현황 분석을 통해 환승체계 효율화의 중요성 및 필요성을 살펴보고, 특별히 환승센터의 입지 선정을 위한 수학적인 모형을 구축함과 동시에 그 해법 및 적용에 대해 연구하는 것을 목적으로 하였다. 본 논문의 구성은 II장에서 서울시의 대중교통 환승통행 현황을 알아보기 위해 스마트카드 일일 데이터로부터 개별 O/D 통행을 생성하고 이를 분석하였다. III장에서는 지역별(클러스터) 환승센터 입지의 개수 제약 및 총건설비용 예산 제약 하에서 사용자 총통행비용을 최소화하는 이중구조(bi-level) 입지 선정 모형을 구축/분석하였고, IV장에서 구축된 모형에 대한 해법을 제시하고 예제네트워크 적용을 통해 이를 평가하였다. 또한, 구축된 모형과 해법을 실제 네트워크에 적용하기 위한 방안도 검토하였다. 마지막으로 V장에서는 본 논문의 연구 성과를 정리하고, 향후 추가로 연구되어야 하는 부분에 대하여 간략히 논하였다.

II. 서울시 대중교통 환승통행 현황

본 논문에서는 서울시의 대중교통 환승통행 현황을 살펴보기 위해 2009년 10월 28일(수요일)의 스마트카드 데이터를 활용하였다. 이 데이터는 서울 시내를 유출입하는 통행 및 서울시 내부에서 통행하는 카드 이용자

<Table 1> Transit O/D trips in Seoul

	Total trips	10,534,250
Region	Internal	6,314,315 (59.9%)
	Inter-regional	4,219,935 (40.1%)
Transfer	Non-transfer	7,465,382 (70.9%)
	Transfer	3,068,868 (29.1%)
	- 1 transfer	2,620,848 (85.4%)
	- 2 transfer	390,824 (12.7%)
	- 3 or more	57,196 (1.9%)
Mode	Bus only	4,609,548 (43.8%)
	Subway only	4,039,280 (38.3%)
	Multimodal	1,885,422 (17.9%)

<Table 2> Number of transfers by transfer type

Transfer type	# of transfers
Bus to Bus	1,062,163 (38.1%)
Bus to Subway	927,760 (33.3%)
Subway to Subway*	13,774 (0.5%)
Subway to Bus	784,709 (28.1%)

* Transfers between Seoul Metro, Subway line 9, and Airport line.

약 682만 명의 약 1,850만 카드 트랜잭션 레코드로 구성되어 있다. 현재 스마트카드 시스템에서 환승여부 판단을 위해 사용되는 환승시간 임계치(transfer threshold time) 30분¹⁾을 그대로 이용하여 이들 개별적인 트랜잭션 레코드를 서로 연결한 후 완전한 통행(linked trips)으로 가공하면 <Table 1> 및 <Table 2>와 같이 O/D 통행량 및 유형별 환승횟수를 얻을 수 있다.

서울시의 대중교통 통행은 <Table 1>에서 보는 바와 같이 서울시 내부통행이 약 60%, 유출입통행이 약 40%로 구성되어 있고, 수단별로는 버스와 지하철이 각각 43.8%, 38.3%로 버스가 근소하게 더 많이 이용되고 있으며, 환승통행이 전체 통행의 약 29%를 차지하고 있는 것으로 나타났다. 또 <Table 2>를 보면, 서울시 내부에서 이루어지는 일일 총 환승 횟수는 약 280만 건으로 동일 수단간 환승이 38.6%, 이종 수단간 환승이 61.4%로 수단간 환승이 활발히 이루어지고 있는 것을 알 수 있다.

한편, 동일한 스마트카드 데이터로부터 서울시내의 대중교통을 이용한 일일 총통행시간을 계산하면 약 240만 시간으로, 이를 교통시설 투자평가지침서상의 업무통행 시간가치 15,485원을 적용하여 통화가치로 환산하면 일일 약 371억원, 연간 약 13.5조원의 총통행비용이 드는 것

로 나타났다. 반면, 총통행시간에서 환승에 소요되는 시간은 약 29만 시간으로 일일 약 45억원, 연간 약 1.6조원의 비용이 발생하여 총통행비용의 약 12%를 차지하는 것으로 나타났다. 만일, 차내통행시간 대비 환승시간에 대한 승객의 부정적인 인식(negative perception, 환승패널티)을 감안한다면 이 환승비용은 훨씬 늘어날 것이다.

이러한 대중교통 통행비용 절감을 위해서는 신대중교통수단 도입, 노선의 신설 및 개편, 차량의 운행빈도 조정, 도로 용량의 확대 등을 통해 차내통행비용 절감 정책을 시행하거나, 환승센터 건설 등 환승체계를 효율화함으로써 환승비용을 줄이려는 다각적인 정책시행이 요구된다. 서울시의 경우 막대한 비용이 요구되는 차내통행시간 절감을 위한 정책보다는 총통행비용의 약 12%를 차지하는 환승비용 절감에 역점을 두고 관련 정책을 개발하는 것이 투자비용 대비 효과 측면에서 보다 나은 것으로 사료된다.

따라서, 본 논문에서는 환승체계 개선의 핵심인 환승센터에 초점을 두고 센터 건설시 요구되는 최적 입지선정 방법론 및 관련 수리모형에 대해 연구하였다.

III. 환승센터 입지선정 모형

환승센터 입지선정 모형은 다수의 대안 후보지를 대상으로 예산/비용 제약 하에 분석하고자 하는 시스템 또는 네트워크의 특정 성과지표를 가장 좋게 해주는 입지를 최적 입지로 결정하는 방식으로 모델링하는 것이 일반적이다. 본 논문에서 구축하고자 하는 환승센터 입지선정 모형은 이중구조(bi-level) 모형으로서 상위 대중교통 운영자 입지결정 모형과, 하위 사용자 경로선택 모형으로 구성된다. 이는 환승센터 입지 여부에 따라 사용자의 경로선택이 많은 영향을 받는 것을 전제로 하는 것이 보다 합리적이기 때문이다. 또한, 상위모형은 전체 네트워크를 지역단위로 클러스터링한 후, 환승센터 건설비용 총예산 제약 하에 지역(cluster)별로 한 개 이하의 환승센터가 입지하도록 하는 선형 0-1 정수모형(Binary Integer Programming)으로, 하위모형은 일반적인 사용자 평형 경로선택 모형으로 각각 수식화하였다. 본 논문의 모형을 기존 연구와 비교하면 <Table 3>과 같다.

1) 통행자의 일련의 통행 트랜잭션 레코드가 독립적인 통행인지 아니면 서로 연결된 하나의 통행인지 판별하기 위한 값으로서 앞 레코드의 도착 시간과 뒤 레코드의 출발시간 Gap이 30분 이내이면 환승으로 판단함.

〈Table 3〉 Difference between location models

Models	Structure	Obj.	Cons.	Assignment	Algorithm
Yu et. al. (’08, ’09)	MIP	Min. Total travel time	# of hubs	All-or- Nothing	MIP Solver (LINGO)
Lifan et. al. (’09)	Multi-obj. MIP	Min. Construction Cost, Hub-node distance	# of hubs	N/A	Particle Swam
Wang et. al. (’10)	N/A	Importance of Terminal	-	N/A	Heuristic
the Proposed Model	Bi-level BIP/NLP	Min. Total travel time	# of centers, Budget	User Equilibrium	B&B, F-W

note) N/A : Not Available.
 MIP : Mixed-integer Programming
 BIP : Binary Integer programming
 NLP : Nonlinear programming
 B&B : Branch and Bound, F-W: Frank-Wolfe

다음은 환승센터 입지선정 모형을 수식화하기 위해 사용된 기호를 정리한 것이다.

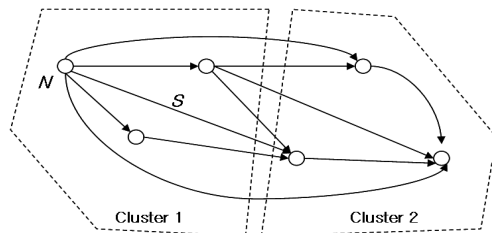
〈사용 기호〉2)

- $G(N, S)$: 경로구간 네트워크
- N : 환승노드 집합($=\{n\}$)
- S : 링크(경로구간) 집합($=\{s=(s_t \rightarrow s_h)\}$)
- S_n^- : 노드 n 으로 들어오는 링크 집합
- O_i : 노드 i 를 기점으로 하는 통행량
- D_j : 노드 j 을 종점으로 하는 통행량
- T_{ij}, \mathbf{T} : 기종점 i, j 간 통행량
- N_z : 클러스터 z 에 속한 노드 집합
- i, j, r : 기점노드, 종점노드, 경로(route)
- q : 클러스터 수
- y_n, \mathbf{y} : 노드 n 에 환승센터가 입지할 경우 1, 아니면 0
- b_n : 노드 n 에 환승센터 입지시 건설비용
- B : 환승센터 건설 총 예산
- p_{ij}^r, \mathbf{P} : 기종점 i, j 간 경로 r 의 통행량
- v_s, \mathbf{V} : 링크 s 의 통행량
- v_n : 노드 n 에서의 환승 통행량 ($= \sum_{s \in S_n^-} v_s - D_n$)
- c_{ij}^r : 기종점 i, j , 경로 r 의 통행비용
- c_s, \mathbf{c} : 링크 s 의 총통행비용 ($= \alpha w_{s_t} + t_s$)
- $t_s (t_s^0)$: 링크 s 의 차내통행비용 (비혼잡시)
- $w_n (w_n^0)$: 노드 n 에서의 대기/환승비용 (비혼잡시)
- Δw_n : 노드 n 에 환승센터 입지시 환승비용 감소분
- α : 환승패널티
- κ_s, κ_n : 링크 s 의 용량, 노드 n 의 용량

- $\delta_{ij}^r, \mathbf{\Delta}$: 경로 r 이 기종점 i, j 에 속할 경우 1, 아니면 0
- δ_s^r : 링크 s 가 경로 r 상에 포함되면 1, 아니면 0
- $\mathbf{\Delta}$: 링크-경로 incidence 행렬 ($= \{\delta_{ij}^r, \delta_s^r\}$)
- δ_n^r : 노드 n 이 종점노드가 아니고 경로 r 상에 있으면 1, 아니면 0
- a, a', b, b' : BPR 함수 parameter

1. 네트워크 표현

본 논문에서는 De Cea & Fernández(1993)의 경로구간(route-section) 네트워크를 기반으로 수식화된 입지선정 모형을 구축하였다. 경로구간 네트워크는 노선간 환승이 가능한 지점만을 노드로 하고 이들 노드를 서로 연결하는 경로구간을 링크로 한다(〈Figure 1〉 참조). 이 경우 링크는 최소 1개 이상의 운행 노선을 갖는다. 경로구간 네트워크는 노드의 수가 많아질수록 링크의 수가 급격히 증가하는 단점이 있으나, 일반적인 사용자평형 경로선택 모형과 해법을 그대로 적용하여 링크 총통행량을 쉽게 추정할 수 있는 장점이 있다. 추정된 링



〈Figure 1〉 Route-section network $G(N, S)$

2) 굵은 글씨는 좌측변수의 벡터 또는 행렬을 의미함.

크 총통행량은 해당 링크를 운행하는 각 노선의 차량운행빈도에 비례하여 노선통행량으로 다시 배분된다. 하지만, 대중교통 환승센터 입지선정에 있어서는 대중교통 각 노선의 세부적인 통행량보다는 전체적인 관점에서의 기중점 통행의 경로선택 현황(링크 통행량), 각 노드의 환승 통행량, 환승 시간 등이 중요하므로 본 논문의 대중교통 네트워크에는 세부적인 노선의 표현 및 노선통행량 배분은 분석에서 제외하였다.

2. 입지선정 모형

분석 네트워크의 각 클러스터내 환승센터 개수 제약과 환승센터 건설비용 총예산 제약 하에서 사용자의 총통행비용을 최소화해 주는 노드를 최적의 환승센터 입지로 하는 입지선정 모형을 수식으로 간단히 나타내면 식(1)~식(4)와 같다.

$$Min_{\{y_n\}} Z_1 = \sum_{ijr} p_{ij}^{r*} c_{ij}^{r*} \quad (1)$$

$$s.t \quad \sum_{n \in N_z} y_n \leq 1, \quad z = 1, 2, \dots, q \quad (2)$$

$$\sum_n y_n b_n \leq B \quad (3)$$

$$y_n = (0 \text{ or } 1), \quad \forall y_n \quad (4)$$

여기서, p_{ij}^{r*} : 사용자평형 경로통행량

c_{ij}^{r*} : 사용자평형 경로통행비용

위의 입지선정 모형에서 식(2)는 분석 네트워크에서 미리 정의된 각 클러스터내에 최대 1개의 환승센터만이 입지할 수 있도록 하는 제약이고, 식(3)은 건설비용 총예산 제약을 나타낸다.

일반적으로 사용자평형 경로통행량(p_{ij}^{r*})은 유일하지 않을 뿐만 아니라(Sheffi, 1985), 식(1)의 목적함수인 총통행비용에 모형의 의사결정변수(y_n)가 명시적으로(explicitly) 나타나 있지 않으므로, 위 모형을 링크통행량 기반으로 재정의 할 필요가 있다. 이를 위해 우선 경로통행비용을 링크 차내통행비용과 해당 링크를 통행하기 위한 시작노드에서의 대기/환승비용으로 구성된 링크 총통행비용을 사용하여 식으로 나타내면 식(5)와 같다.

$$\begin{aligned} c_{ij}^r &= \sum_s c_s^r \delta_s^r \delta_{ij}^r = \sum_s (\alpha w_{s_t} + t_s) \delta_s^r \delta_{ij}^r \\ &= \alpha \sum_s w_{s_t} \delta_s^r \delta_{ij}^r + \sum_s t_s \delta_s^r \delta_{ij}^r \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)에서 노드의 대기/환승비용(w_{s_t})은 해당 노드에 환승센터 입지 시 Δw_{s_t} 만큼 감소한다고 가정하고 모형의 의사결정변수를 이용하여 다시 나타내면 $w_{s_t} = w_{s_t} - \Delta w_{s_t} y_{s_t}$ 와 같다. 또, 식(5)의 첫 번째 항의 링크기반 합을 가변수 δ_n^r 을 도입하여 노드기반 합으로 재정리 하면 식(6)과 같이 경로통행비용을 나타낼 수 있다.

$$c_{ij}^r = \alpha \sum_n (w_n - \Delta w_n y_n) \delta_n^r \delta_{ij}^r + \sum_s t_s \delta_s^r \delta_{ij}^r \quad (6)$$

식(6)을 이용하여 식(1)을 링크통행량 기반으로 다시 정리 하면 식(7)과 같이 입지선정 모형의 목적함수를 재정의 할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{ijr} p_{ij}^{r*} c_{ij}^{r*} &= \sum_{ijr} p_{ij}^{r*} \left[\alpha \sum_n (w_n^* - \Delta w_n y_n) \delta_n^r \delta_{ij}^r + \sum_s t_s^* \delta_s^r \delta_{ij}^r \right] \\ &= \alpha \sum_{ijr} p_{ij}^{r*} \left(\sum_n w_n^* \delta_n^r \delta_{ij}^r \right) - \alpha \sum_{ijr} p_{ij}^{r*} \left(\sum_n \Delta w_n y_n \delta_n^r \delta_{ij}^r \right) \\ &\quad + \sum_{ijr} p_{ij}^{r*} \left(\sum_s t_s^* \delta_s^r \delta_{ij}^r \right) \\ &= \alpha \sum_n w_n^* \left(\sum_{ijr} p_{ij}^{r*} \delta_n^r \delta_{ij}^r \right) - \alpha \sum_n \Delta w_n y_n \left(\sum_{ijr} p_{ij}^{r*} \delta_n^r \delta_{ij}^r \right) \\ &\quad + \sum_s t_s^* \left(\sum_{ijr} p_{ij}^{r*} \delta_s^r \delta_{ij}^r \right) \\ &= \alpha \sum_n w_n^* (v_n^* + O_n) - \alpha \sum_n \Delta w_n (v_n^* + O_n) y_n \\ &\quad + \sum_s t_s^* v_s^* \end{aligned} \quad (7)$$

한편, 링크의 총통행비용을 구성하는 차내통행비용과 노드에서의 대기/환승비용은 링크통행량 및 대기/환승통행량의 증가에 따라 각각 증가하는 것으로 가정하였다. 차내통행비용의 경우 탑승한 노선의 통행량 증가에 따라 승객이 차내에서 느끼는 불편함도 증가하는 것이 일반적이며, 노드에서의 대기/환승비용의 경우도 발생통행량 및 환승통행량 증가에 따라 승객이 이용하고자 하는 노선의 처음 도착하는 차량에 탑승하지 못할 경우가 발생할 수 있으므로 대기/환승비용이 증가하게 된다. 그러므로, 본 논문에서는 링크 차내통행비용 및 노드에서의 대기/환승비용 함수로 식(8)과 같은 BPR 함수를 각각 사용하기로 한다.³⁾

3) 노드에서의 대기/환승비용은 일반적으로 링크를 운행하는 노선의 차량운행빈도 및 대기 통행량(발생통행량 및 환승통행량)에 영향을 받으나, 노선의 차량운행빈도는 외생적으로 결정되므로 BPR 함수의 상수(w_n^*) 부분에 포함된 것으로 볼 수 있음.

$$\begin{aligned} t_s &= t_s^0(1+a(v_s/\kappa_s)^b) \\ w_n &= w_n^0(1+a'((v_n+O_n)/\kappa_n)^{b'}) \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)의 비용함수를 사용할 경우 링크의 총통행비용은 해당 링크의 통행량뿐만 아니라 다른 링크의 통행량에도 영향을 받는 비대칭 비용함수(asymmetric cost function)로 나타남을 식(8)로부터 쉽게 알 수 있다. 이 경우에는 사용자평형 링크통행량 해를 갖는 경로선택 최적화 문제(mathematical program)는 일반적으로 알려져 있지 않지만(Sheffi, 1985), 변동부등식(Variational Inequality)을 이용하여 사용자평형 경로선택 모형을 수식으로 표현할 수 있다.

따라서, 식(7)과 변동부등식을 이용하여 앞의 입지선정 문제 식(1)~(4)를 상위 운영자 모형과 하위 사용자 모형의 이중구조(bi-level)로 재구성 하면 다음과 같다.

[상위: 운영자 모형 - 입지선정]

$$\text{Min}_{\{y_n\}} Z_1 = \sum_s t_s^* v_s^* + \alpha \sum_n w_n^* (v_n^* + O_n) - \alpha \sum_n \Delta w_n (v_n^* + O_n) y_n \quad (9)$$

$$\text{s.t.} \sum_{n \in N_z} y_n \leq 1, \quad z=1, 2, \dots, q \quad (10)$$

$$\sum_n y_n b_n \leq B \quad (11)$$

$$y_n = (0 \text{ or } 1), \quad \forall y_n \quad (12)$$

[하위: 사용자 모형 - 경로선택]

$$\alpha(\mathbf{V}^*, \mathbf{y}^*)^T (\mathbf{V} - \mathbf{V}^*) \geq 0, \quad \mathbf{V}, \mathbf{V}^* \in \Omega \quad (13)$$

$$\Omega = \{\mathbf{V} \mid \mathbf{V} = \Delta \mathbf{P}, \Delta \mathbf{P} = \mathbf{T}, \mathbf{P} \geq 0\} \quad (14)$$

여기서, $v_s^*, v_n^*, t_s^*, w_n^*$: 하위모형의 사용자평형 해
 \mathbf{y}^* : 상위모형의 해

식(9)~식(12)의 상위 모형은 의사결정변수(y_n)에 대해 목적함수 및 제약식이 모두 선형인 선형 0-1 정수프로그래밍(linear binary integer programming) 문제로 비교적 해를 쉽게 구할 수 있으나, 식(13)~식(14)의 하위 모형은 해법의 매 단계에서 전 단계의 링크통행량을 사용하여 비대칭 링크 총통행비용 함수의 Jacobian을 대각화(diagonalization)하는 방식의 복잡한 과정을 통해 사용자평형 통행량 및 통행비용을 구하게 된다. 이 때, 해법의 k번째 단계에서 식(15)~식(17) 경로선택 모형의 해를 구하면 사용자평형 링크통행량을 얻을 수 있다.

$$\text{Min}_{\{v_s^{k+1}\}} \sum_s \int_0^{v_s^*} [\alpha w_{s_i}(\mathbf{V}_{s-}^k, x) + t_s(x)] dx \quad (15)$$

$$\text{s.t.} \sum_r p_{ij}^r = T_{ij}, \quad \forall i, j \quad (16)$$

$$p_{ij}^r \geq 0, \quad \forall i, j, r \quad (17)$$

여기서, $\mathbf{V}_{s-}^k = (v_1^k, v_2^k, \dots, v_{s-1}^k, v_{s+1}^k, \dots)$,

$$v_s = \sum_{ijr} p_{ij}^r \delta_s^r \delta_{ij}^r$$

식(15)~식(17)의 사용자 경로선택 모형의 라그랑지안(Lagrangian) 함수에 대해 K.K.T 1차 조건(first-order condition)을 구해보면 식(18)과 같다.

$$\begin{aligned} & \left(\sum_s (\alpha w_{s_i}(\mathbf{V}_{s-}^k, v_s^{k+1}) + t_s(v_s^{k+1})) \delta_s^r \delta_{ij}^r - u_{ij}^k \right) p_{ij}^{r, k+1} = 0 \\ & \sum_s (\alpha w_{s_i}(\mathbf{V}_{s-}^k, v_s^{k+1}) + t_s(v_s^{k+1})) \delta_s^r \delta_{ij}^r - u_{ij}^k \geq 0, \quad \forall i, j, r \end{aligned} \quad (18)$$

여기서, u_{ij}^k : 제약식(16)에 대한 라그랑지승수

만일, 하위 경로선택 모형의 대각화 알고리즘이 수렴하면, 즉 $\mathbf{V}^k \simeq \mathbf{V}^{k+1}$ 이면 식(19)가 성립됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} & \sum_s (\alpha w_{s_i}(\mathbf{V}_{s-}^k, v_s^{k+1}) + t_s(v_s^{k+1})) \delta_s^r \delta_{ij}^r \\ & = \sum_s (\alpha w_{s_i}(\mathbf{V}_{s-}^k, v_s^k) + t_s(v_s^k)) \delta_s^r \delta_{ij}^r = t_{ij}^{r, k} \end{aligned} \quad (19)$$

식(19)를 식(18)에 대입하여 정리하면 식(20)이 되어 사용자평형 조건을 만족하므로 대각화 알고리즘을 통해 얻은 해 \mathbf{V}^k 는 사용자평형 해가 됨을 알 수 있다. (Sheffi, 1985)

$$(t_{ij}^{r, k} - u_{ij}^k) p_{ij}^{r, k} = 0, \quad t_{ij}^{r, k} - u_{ij}^k \geq 0, \quad \forall i, j, r \quad (20)$$

IV. 모형의 해법 및 평가

1. 모형의 해법

본 논문의 이중구조 모형은 우선 환승센터가 전혀 입지하지 않은 상태($y_n^* = 0, \forall n$)에서 하위 모형을 통해 주어진 O/D 통행을 네트워크에 배정하여 사용자평형 상태의 링크통행량(v_s^*), 노드 환승통행량(v_n^*), 링크 차내통행비용(t_s^*) 및 노드에서의 대기/환승비용(w_n^*)을 얻은 후, 이 값을 기반으로 상위 모형의 해를 구하여 환승센터가 입지할 노드(y_n^*)를 찾는다. 선정된 환승센터 입지 노드를 바탕

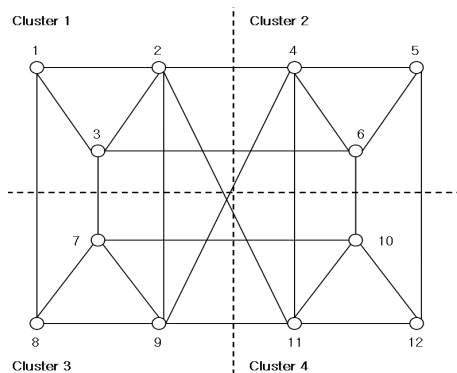
으로 각 노드의 대기/환승 비용($w_n - \Delta w_n y_n^*$)을 갱신하고 하위모형을 통해 O/D 통행을 네트워크에 재배정한 후, 또 다시 상위 모형을 통해 환승센터가 입지하는 노드를 갱신한다. 위와 같이 상/하위 모형의 해를 순차적으로 구해 나가면서 상위모형의 목적함수 값이 일정한 값에 수렴할 때까지 반복수행 한다. 이 때, 상위모형은 정수프로그래밍 문제의 가장 일반적인 해법인 Branch and Bound 알고리즘을 통해 해를 구하고, 하위모형은 시작노드에서의 대기/환승비용을 포함한 링크 총통행비용 함수를 대각화 한 후 Frank-Wolfe 알고리즘을 이용하여 해를 구한다.

Branch and Bound 알고리즘은 매 단계에서 식 (12)의 정수제약을 부등제약으로 완화한 선형프로그램의 해를 구하고, 이때 얻은 목적함수 값을 하위경계값(lower bound)으로 하여 다음 단계에 완화할 변수를 선택한 후 다시 선형프로그램을 구성하여 해를 반복적으로 구하는 절차로 진행된다.(Daskin, 1995)

2. 모형의 평가

본 논문의 모형 평가를 위해 <Figure 2>와 같이 4개의 클러스터를 갖는 가상 예제네트워크를 이용하였다. 여기서 각 클러스터는 동일하게 3개의 노드를 갖는 것으로 하였으며, 모든 노드는 양방향으로 서로 직접 연결되어 있는 것을 전제로 하였다. 따라서, 예제네트워크의 총 노드의 개수는 12개이고, 총 링크의 수는 132개로 구성된다. <Figure 2>에서는 네트워크의 가독성을 위해 전체링크의 일부만 나타낸 것이다.

모형의 적용을 위해 노드간 기종점 O/D 통행량은 모두 1,000, 각 링크의 용량은 300, 식(12)의 링크 비용 함수 및 노드 대기/환승비용함수의 파라미터는 각각



<Figure 2> Example network

(Table 4) Link in-vehicle time (minutes)

노드	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0	15	10	30	45	30	25	35	40	35	45	65
2	15	0	10	10	20	20	15	30	35	20	40	35
3	10	10	0	15	30	20	10	20	20	20	25	35
4	30	10	15	0	15	10	20	35	30	20	30	35
5	45	20	30	15	0	10	25	55	45	30	30	35
6	30	20	20	10	10	0	25	30	25	15	20	25
7	25	15	10	20	25	25	0	10	15	20	20	30
8	35	30	20	35	55	30	10	0	15	25	20	30
9	40	35	20	30	45	25	15	15	0	20	10	20
10	35	20	20	20	30	15	20	25	20	0	10	10
11	45	40	25	30	30	20	20	20	10	10	0	15
12	65	35	35	35	35	25	30	30	20	10	15	0

0.15, 4.0으로 가정하였다. 노드 용량의 경우 환승센터가 입지하지 않은 노드의 경우 5,000, 환승센터가 입지한 노드의 경우는 10,000으로 가정하였으며, 각 노드간 링크 차내통행비용의 경우 혼잡하지 않을 때를 기준으로 <Table 4>의 값을 사용하였다.

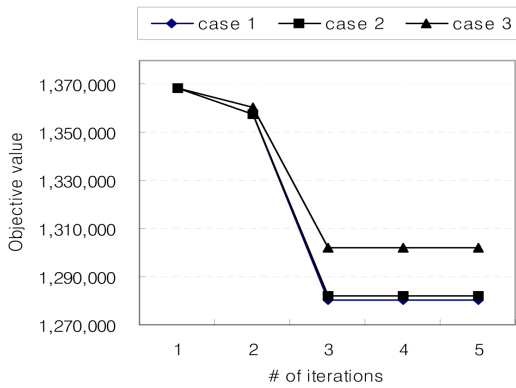
또한, 혼잡하지 않을 시 각 노드에서의 환승비용은 모두 10분으로 가정하였으며, 환승센터가 입지할 경우 5분의 환승비용 절감을 가정하였다. 마지막으로, 각 노드의 환승센터 건설비용 예산은 100, 환승패널티(α)는 링크통행비용(차내시간) 대비 3배를 전제로 하였다.

본 논문에서 제시한 알고리즘의 수렴성 및 해의 특성을 살펴보기 위해, 각 노드의 환승센터 건설비용을 모두 25로 한 경우(case 1), case 1에서 노드 3번/10번의 환승센터 건설비용을 각각 30으로 증가시킨 경우(case 2), case 2에서 노드 11번, 12번의 환승센터 건설비용을 각각 30으로 증가시킨 경우(case 3)에 대해 분석하였다. <Figure 3>은 각 case에 대해 알고리즘 반복에 따른 상위모형 목적함수 값의 수렴성을 보여주고 있으며, <Table 5>는 각 노드에서의 환승통행량 및 최종 해(환승센터 입지 여부)를 나타낸다.

<Figure 3>의 알고리즘 수렴성을 살펴보면, 환승센터가 전혀 입지하지 않을 경우의 초기 총통행비용 값으로부터 알고리즘의 반복횟수에 따라 빠르게 일정한 값으로 수렴하는 것을 알 수 있다. <Table 5>의 모형의 해를 살펴보면, case 1의 경우 각 클러스터마다 환승통행량이 가장 많은 노드에 환승센터가 입지함을 알 수 있으나, case 2의 경우 노드 3 및 노드 10의 환승센터 건설비용 상승으로 인해 각 클러스터내 환승센터의 입지가 변한 것을 볼 수 있다. 이 때 클러스터 4의 노드 10에는 환승통행량이 있음에도 불구하고 총건설비용 제약으로 인해 환승센터가 입

〈Table 5〉 Solution of the model

Node	case 1		case 2		case 3	
	Transfer Volume	Center Location	Transfer Volume	Center Location	Transfer Volume	Center Location
1	0		0		0	
2	20		87	★	20	
3	167	★	54	★	167	★
4	0		0		0	
5	0		0		0	
6	88	★	87	★	16	
7	143	★	155	★	150	★
8	0		0		0	
9	0		0		0	
10	182	★	47		182	★
11	0		0		0	
12	0		0	★	0	



〈Figure 3〉 Convergence of the algorithm

지하지 못하고, 대신 환승통행량이 없는 노드 12에 환승센터가 입지하는데, 이는 환승통행량이 없더라도 주어진 예산으로 노드 12에 환승센터를 입지시킴으로써 총통행비용을 줄일 수 있음을 의미한다. 이는 노드에서의 대기/환승비용이 환승통행량 뿐만 아니라 발생통행량에도 영향을 받기 때문이다(식(8) 참조). case 3의 경우는 클러스터 2에 환승센터가 입지하는 것보다는 건설비용이 조금 더 들더라도 클러스터 4의 노드 10에 환승센터가 입지하는 것이 총 통행비용 절감 측면에서 보다 나은 것으로 나타났다.

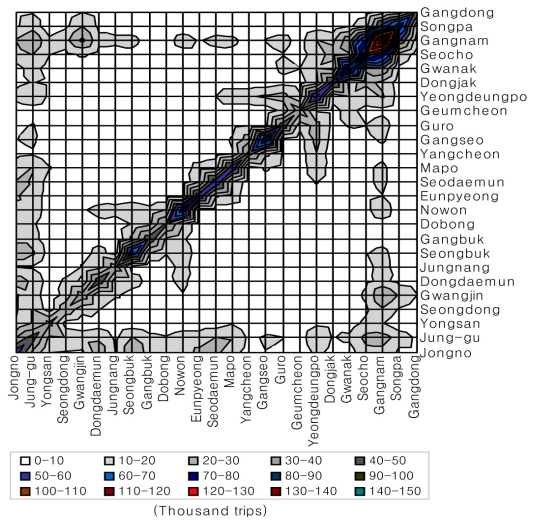
3. 모형의 적용성 검토

서울/경기지역의 스마트카드 데이터로부터 서울시내 교통존별 일일 실제 대중교통 O/D 통행량과 교통존간 평균 통행시간 및 교통존내 평균 대기/환승시간을 추출해 낼 수 있다. 일례로 2009년 10월 28일자 스마트카드 데이터의 경우 서울시내 행정동 기반 교통존이 465개로 나

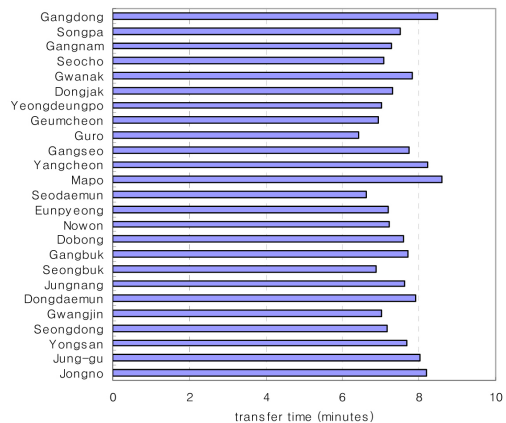
타났으며, 이들 존간 일일 O/D 통행량은 약 631만여 통행으로 이를 구별로 집계하면 〈Figure 4〉와 같이 분포되어 있는 것을 알 수 있다. 또, 교통존별 평균 대기/환승시간을 계산하여 구별로 집계하면 〈Figure 5〉와 같다.

본 논문에서 구축된 환승센터 입지선정 모형을 서울시내 대중교통망에 적용하기 위해서는 거시적인 관점에서 25개 자치구를 클러스터로, 행정동 기반의 465개 교통존을 노드로, 이들 노드를 서로 연결한 경로구간 링크로 분석 네트워크를 다시 구성할 필요가 있다.

이 경우 총 경로구간 링크의 수는 215,760개로 대단히 많으나, 실제 스마트카드 데이터로부터 사용되지 않은 경로구간 링크를 추출하여 삭제하면 27,817개 링크로 분석 네트워크를 구성할 수 있다. 이 네트워크를 대상



〈Figure 4〉 O/D trip distribution



〈Figure 5〉 Average transfer time by districts

으로 스마트카드 데이터로부터 추출된 노드간 통행량, 노드에서의 대기/환승시간, 각 경로구간 링크의 통행시간을 기본 데이터로 이용하고 각 노드의 토지이용 현황 및 평균지가 등을 반영한 환승센터 건설비용을 고려하여 본 논문의 모형을 적용하면 환승센터가 입지할 최적의 노드(교통존)를 찾을 수 있을 것으로 사료된다⁴⁾.

V. 결론 및 향후 연구과제

환승센터 입지선정 모형의 구축 및 해법에 대한 본 연구의 성과 및 의의는 다음과 같다.

첫째, 대중교통 운전자 입장에서 건설비용 예산 및 클러스터내 환승센터 수 제약 하에서 사용자의 총통행비용을 최소화 하는 상위 모형과, 환승센터 입지여부에 영향을 받는 사용자 경로선택의 하위모형을 이용하여, 최적의 환승센터 입지를 결정하는 수리 모형을 이중구조(bi-level)로 구축/분석하였다. 둘째, 구축된 모형의 해법을 제시하였고 예제네트워크 적용을 통해 제시된 해법이 최적해에 안정적으로 수렴함을 확인하였다. 셋째, 구축된 모형과 해법을 서울시 네트워크에 적용하기 위한 방법론을 검토/제시하였다. 마지막으로, 실제 스마트카드 데이터를 분석하여 서울시의 대중교통 환승통행 현황을 살펴봄으로써 환승체계 효율화의 필요성을 증명하였다.

본 논문을 통해 구축된 모형 및 해법은 서울시와 같은 도시부의 대중교통 환승 효율성을 높이기 위한 환승센터 입지 선정시 이론적인 토대로 충분히 활용될 수 있을 것으로 사료된다. 향후에는, 환승센터 입지 선정시 고려되어야 할 다양한 제약을 모형에 추가하고 본 논문에서 검토한 방법에 따라 실제 네트워크에 적용한 후 그 결과를 도출하여 모형을 보다 세부적으로 평가하는 것이 필요하다.

REFERENCES

1. Daskin, M.S.(1995), Network and discrete location: models, algorithms, and applications, John Wiley & Sons, New York.
2. Kim, K.(2008). Evaluating location suitability of park-and-ride facilities using GIS, Journal of the Korean association of regional geographers, Vol.14, No.6, pp.718~735.
3. Kwon, Y.J. and Kim, H.B.(2005), Establishment of the function and design criteria of

different types of transit centers, Journal of Korea Planners Association, Vol.40, No.2, pp.121~131.

4. Lifan, L. and Weihua, Z. and Jinxin, H. and Qian, S.(2009), A study on the location selection of public traffic transfer hub based on Improved Particle Swarm Algorithm, ICCTP 2009, ASCE, pp.1216~1222.
5. Sheffi, Y.(1985), Urban transportation networks: equilibrium analysis with mathematical programming methods, Prentice-hall, New Jersey.
6. Wang, Z.B. and Chen, Y.Y. and Mao, Y.Y.(2010), Development of a planning method for coordinating a public transport network with the location of transfer terminals, ICCTP 2010, ASCE, pp.2530~2539.
7. Yu, J. and Liu, Y. and Chang, G.L. and Yang, X.G.(2008), Cluster-based optimization of urban transit hub locations: methodology and case study in china, Transportation Research Record, No.2042, pp.109~116.
8. Yu, J. and Liu, Y. and Chang, G.L. and Ma, W. and Yang, X.G.(2008), Cluster-based hierarchical model for urban transit hub location planning: formulation, solution, and case study, Transportation Research Record, No.2112, pp.8~16.
9. Yu, J. and Liu, Y. and Chang, G.L. and Ma, W. and Yang, X.G.(2011), Locating urban transit hubs: a multi-criteria model and case study in china, Accepted paper at March 18 by Journal of Transportation Engineering (posted ahead of print).

✉ 주 작성자 : 유경상
 ✉ 교신저자 : 유경상
 ✉ 논문투고일 : 2011. 8. 18
 ✉ 논문심사일 : 2011. 11. 16 (1차)
 2012. 1. 11 (2차)
 ✉ 심사판정일 : 2012. 1. 11
 ✉ 반론접수기한 : 2012. 6. 30
 ✉ 3인 익명 심사필
 ✉ 1인 abstract 교정필

4) NMath, EMME/3 등의 상용 소프트웨어를 이용하면 모형의 해를 쉽게 구할 수 있을 것으로 판단됨.