

## 거부 및 무차별 선호 조건을 고려한 다기준 그룹 의사결정

최지윤<sup>1</sup> · 김재희<sup>2</sup> · 김승권<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup>고려대학교 산업경영공학과/<sup>2</sup>전북대학교 경영학부

<sup>3</sup>고려대학교 기술경영전문대학원

## Multi-Criteria Group Decision Making Considering the Willingness to Reject and the Indifferent Preference

Ji Yoon Choi<sup>1</sup> · Jaehee Kim<sup>2</sup> · Sheung-Kown Kim<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Department of Industrial Management Engineering, Korea University

<sup>2</sup>Division of Business Administration, Chonbuk National University

<sup>3</sup>Graduate School of Management of Technology, Korea University

The paper deals with the development of a model for group decision making under multiple criteria. The Multi-criteria group decision making (MCGDM) is the process to determine the best compromise solution in a set of competing alternatives that are evaluated by decision makers having their own preferences on conflicting objectives. For MCGDM, we propose a Mixed-Integer Programming (MIP) model that implements a revised median approach by noticing that the original median approach cannot consider the willingness to reject and the indifferent preference conditions. The proposed MIP model tries to select a common best Pareto-optimal solution by maximizing the overall desirability considering the willingness to reject and the indifferent preference that represent the tolerance measure of each decision maker. To evaluate the effectiveness of the proposed model, we compared the results of the proposed model with those of the median approach. The results showed that the proposed MIP model produces more realistic and better compromised alternative by incorporating the decision maker's willingness to reject and the indifferent preferences over each criteria.

**Keywords:** Median Approach, Willingness to Reject, Indifference, Mixed-Integer Programming, Multi-Criteria Group Decision Making

### 1. 서론

사회가 다변화함에 따라 의사결정 문제들은 그 복잡성이 증가하는 추세이다. 대부분의 의사결정 문제는 단일 의사결정자가 아닌 다수의 이해당사자간의 이해 조정을 요하며, 동시에 복수의 목적을 고려해야 한다. 이러한 의사결정과정을 다기준 그룹 의사결정(Multi-Criteria Group Decision Making, MCGDM)이라 하며, 서로 다른 목표나 기준을 갖는 이해당사자들 간의 의견을 효율적으로 수렴시켜 최종 합의를 찾는 것을 목적으로 한다. 이러한 다기준 의사결정은 개인이 아닌 다수의 의견

을 고려함으로써 의사결정 결과에 대한 책임을 분담할 수 있다는 장점이 있지만, 참여 인원이 많아질수록 각 의사결정자들의 주관적인 평가 의견을 체계적으로 종합하기가 더욱 어려워진다. 이 문제의 해결을 위해서 다수의 대안에 대한 각 의사결정자들의 평가 의견을 활용해서 합의를 도출할 수 있는 방법에 대한 연구가 이루어져 왔다.

대표적으로 Borda(1781)가 제안한 Borda Count Method는 순위 기반 선호조건(ordinal preference)에 의해서 그룹 의사결정을 하는 방법 중의 하나이다. Borda Count Method는 각 의사결정자가 대안들에 대한 선호순위(preference ranking)를 부여하

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. 2010-0004572).

\* 연락저자 : 김승권 교수, 136-701 서울시 성북구 안암동 5가 1번지 고려대학교 기술경영전문대학원, Tel : 02-924-3864, Fax : 02-929-5888,

E-mail : kimsk@korea.ac.kr

2011년 11월 9일 접수; 2012년 2월 15일 게재 확정.

고, 이를 대안들의 가치로 인식하여 순위 값의 합이 최소인 대안을 합의안으로 선택하는 방법이다. 이러한 순위기반 선호도를 활용하는 그룹 의사결정 방법은 여러 개의 대안을 선호 정도에 따라 우열순위만 정하고, 따라서 그룹 의사결정 과정에 대안별 선호도 차이를 상세히 반영하지 못하는 단점을 가지고 있다. 한편 의사결정자로부터 대안별 주관적인 선호 가중치가 주어졌을 경우, 즉 기수적 선호조건(cardinal preference)이 주어졌을 경우의 그룹 의사결정법은 거리척도(distance measure) 최소화법을 이용한다. 이 연구는 의사결정자들이 각 대안에 대하여 선호도를 부여하고 이들의 중위(median)나 산술평균 또는 기하평균을 그룹의 기준으로 삼아, 각 대안별 선호도와 거리척도를 최소화하는 방법이다. 이러한 방법론은 대표적으로 Borda-Kendall Method, Minimum Variance Method, 그리고 Geometric-mean Consensus Matrix Method 등이 있다(Cook and Seiford, 1978; Armstrong *et al.*, 1982; Cook and Seiford, 1982; Jensen, 1986).

이와 같은 방법들은 여러 기준들을 구분해서 취급하지 않고, 다수의 기준들을 함축적으로 고려해서 평가한 선호도 평점을 이용하고 있으며, 특히 의사결정자가 각 대안에 대해 평가점수나 등수를 매겨야 하는 어려움이 있다.

Xanthopoulos *et al.*(2000)은 의사결정자가 각 대안에 대해 평가점수나 등수를 매길 필요 없이 각자 가장 선호하는 대안을 제시하고 이들 중 하나를 최종 합의안으로 선택하는 다기준 그룹 의사결정기법을 제안하였다. 그가 제안한 Median Approach는 개별 의사결정자들이 선택한 선호대안들의 중위점을 구하고 중위점에서 가장 가까운 대안을 합의안으로 선택함으로써 양보(concession)값 최소화의 개념을 추구하였다. 이는 의사결정자가 각 대안에 대하여 등수나 점수를 매기는 번거로움 없이 단순히 의사결정자가 선호하는 대안 하나씩만 선택하기 때문에 의사결정 과정이 간편하다는 장점이 있다.

그러나 이 방법은 단순히 개별 의사결정자의 선호대안과 합의안과의 거리만을 고려함으로써, 실제 개별 의사결정자들이 목적값들에 대해 갖고 있는 다양한 효용을 고려하지 못한다는 한계가 있다. 그 예로, 실제 의사결정 현실에서는 어떤 목적이 일정한 기준에 미달할 경우 그에 해당하는 대안을 거부(rejection)하고 싶거나, 또는 목적값이 일정 기준을 충족하는 경우 무차별(indifference)하게 간주할 수 있음에도 기존의 Median Approach는 이에 대한 고려가 없다.

이에 본 연구에서는 기존의 Median Approach를 개선시켜, 의사결정자가 갖는 거부 또는 무차별 선호 조건을 반영할 수 있는 모형을 제시하고자 한다. 이 모형은 의사결정자가 개별 목적에 대한 거부 또는 무차별 선호 조건을 설정하면, 이를 토대로 그룹의 최대 만족도를 가진 대안이 한 번에 선택되도록 하는 혼합정수계획 모형(Mixed-Integer Programming, MIP)으로 수립되었다. 그러나 순수한 의미의 거부권 행사 방식과 같이 거부 영역에 속한 대안을 완전히 배제하도록 한다면 의사결정자의 주관적인 선호에 의한 거부 조건들이 상충되어 합의

안이 아예 도출되지 못할 가능성이 있다. 따라서 제안한 모형은 거부 영역에 속한 대안을 완전히 배제하지 않고 계속 고려하도록 하였다. 그리고 제안한 모형에서 거부 선호조건을 갖는 의사결정자의 수와 거부 영역의 크기가 합의안 선정의 결과에 미치는 영향을 분석하였다.

본 연구의 이후 구성은 다음과 같다. 먼저 제 2장에서는 기존 연구를 고찰하여 문제점을 파악하고, 제 3장에서는 거부 및 무차별 선호 조건을 고려한 그룹의 의사결정을 위한 혼합정수계획 모형을 제시한다. 그리고 제 4장에서는 수립된 모형을 검증하고 그 결과를 분석하였다. 마지막으로 제 5장에서는 결론과 향후 연구 과제를 제시한다.

## 2. 기존 연구 고찰

Xanthopoulos *et al.*(2000)은 의사결정자가 각자 가장 선호하는 대안을 제시하면 이들 중 하나를 합의안으로 결정하는 다기준 그룹 의사결정기법으로, Median Approach를 제안하였다. Median Approach는 기준  $i$ 에 대한 목적값  $f_i$ 을 갖는 다수의 대안들 중에서 합의안을 정하는 방법으로, 각 의사결정자가 선택한 후보 대안 중에서 대안들의 중위점과 가장 가까운 것을 최종 합의안으로 선정하는 방법이다. <Figure 1>은 이 개념을 나타낸 것으로, 기준이 2개이고 참여하는 의사결정자가 5명인 그룹 의사결정 문제에서 Median Approach가 선택하는 합의안을 보여준다.

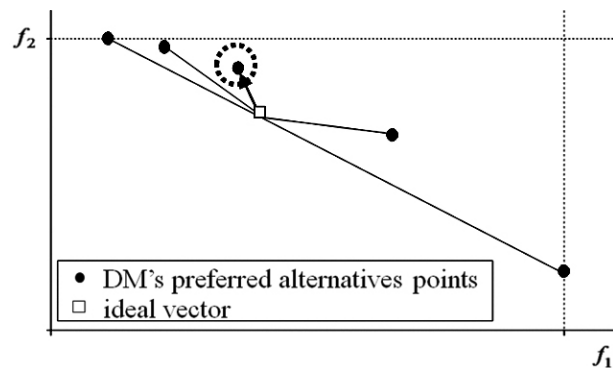


Figure 1. The concept of the Median Approach

기준의 수가  $M$ 개 이고,  $N$ 명의 의사결정자가 참여하는 그룹 의사결정에서,  $f^j = [f_1^j, f_2^j, \dots, f_M^j]$ ,  $j = 1, \dots, N$ 를  $j$ 번째 의사결정자의 선호대안이라 할 때, Median Approach는 크게 두 단계를 거쳐 합의안을 선정한다. 첫 번째 단계는 중위점(ideal vector)을 구하는 단계로, 아래와 같은 제약식이 없는  $M$ 개의 최적화 문제를 반복적으로 푼다.

$$\min_{i=1, \dots, M} f_i |f_i - f_i^1| + |f_i - f_i^2| + \dots + |f_i - f_i^N|, \quad (1)$$

위 문제들의 최적해를  $f_i^*$ ,  $i = 1, \dots, M$ 라 한다면, 중위점은

$f^* = [f_1^*, f_2^*, \dots, f_M^*]$ 이 된다. 두 번째 단계에서는 합의안을 선정한다. 만약 의사결정자가 선택한 대안 중에서 중위점과 일치하는 대안이 존재한다면 그 대안을 합의안으로 선정하면 되며, 그렇지 않은 대부분의 경우는 아래의 식을 활용해서 각 대안을 평가한다.

$$A_j = \sum_{i=1}^M \frac{|f_i^j - f_{i^*}^j|^p}{|f_i^* - f_{i^*}^*|^p}, \quad j = 1, \dots, N \quad (2)$$

식 (2)은 중위점으로부터 의사결정자가 선택한 대안까지의 오차거리를 계산하는 식으로, 여기서  $p$ 값은  $L^p$  metric을 의미한다. 이 식을 이용해서 중위점과의 근접한 정도를 나타내는 척도인  $A_j$ 를 계산하고, 최종적으로  $A_j$ 값이 가장 작은 대안을 합의안으로 선정한다.

한편, Cho *et al.*(2006)은 Xanthopoulos *et al.*(2000)이 제안한 Median Approach를 개선시킨 혼합정수계획 모형을 제안하였다. 이 모형은 기존의 Median Approach를 개선하여 중위점과의 거리오차의 합이 최소인 대안을 한 번에 구할 수 있도록 구현되었다.

$$\min Z = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \frac{|\bar{f}_i - f_i^j|}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \quad (3)$$

$$s.t. \bar{f}_i = \sum_{j=1}^N f_i^j \cdot y^j, \quad \forall i \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^N y^j = 1 \quad (5)$$

$$y^j \text{ is binary, for } j = 1, \dots, N \quad (6)$$

식 (3)~식 (6)은 그들의 연구에서 제시된 혼합정수계획 모형이다. 기준의 수가  $M$ 개 이고,  $N$ 명의 의사결정자가 참여하는 그룹 의사결정에서,  $f^j = [f_1^j, f_2^j, \dots, f_M^j]$ ,  $j = 1, \dots, N$ 를 각 의사결정자,  $j$ 가 선호하는 대안이라 할 때, 식 (3)의 목적함수는 의사결정자들이 선택한 각 대안들과 합의안( $\bar{f}_i$ )간의 거리오차를 정규화하고 그 합을 최소화함을 의미한다. 식 (4)와 식 (5)는 그룹의 합의안을 의사결정자들이 선택한 대안들 중 하나에서 선정되도록 한다. 즉, 이 모형에서 결정변수는  $\bar{f}_i$ 가 된다. 따라서 기존의 Median Approach가 중위점을 찾고 이점에서 가장 가까운 대안을 찾는 반복절차를 갖는 것보다 달리 한 번에 합의안을 찾을 수 있게 된다. 이 혼합정수계획 모형을 수립함으로써 Median Approach에 수반되는 번거로운 연산을 줄이고, 잘못된 중위점 선정으로 이상점과의 거리오차의 합이 가장 작은 즉 우수한 대안을 놓치는 문제를 해결할 수 있었으며, 거리오차의 합을 최소화하는 대안을 한 번에 구할 수 있었다(Cho *et al.*, 2006).

그러나 이 방법으로는 일정 수준 이하의 목적값을 갖는 구간을 거부(rejection)하고 싶거나, 특정 구간의 값에 대해 동일

한 가치를 부여하는 무차별(indifference)한 선호 조건을 가지는 경우를 고려할 수 없다. 이에 본 연구에서는 거부 의사 및 무차별 선호 조건을 고려한 효용함수(utility function)를 도입함으로써 그룹의사결정 과정에서 의사결정자들의 주관적인 선호도를 보다 정교하게 반영하고자 하였다. 이를 위해 본 연구에서는 각 의사결정자의 기준별 선호정보가 반영된 효용함수(utility( $i, j$ ))가 있다고 가정하고, 이를 바탕으로 최대 효용, 즉 최대의 만족도를 갖는 대안을 최종 합의안으로 선정되는 혼합정수계획 기반의 그룹 의사결정 모형을 수립하였다.

### 3. 거부 및 무차별 선호 조건을 고려한 그룹의사결정 모형을 위한 혼합정수계획 모형

#### 3.1 거부 및 무차별 선호 조건을 고려한 효용 함수(Utility function)의 개념

현실 의사결정 과정에서는 특정 목적함수에 대해서 일정 수준에 미달하는 대안들에 모두 최저점을 부여해서 이들이 배제되기를 희망하는 경우가 있다. 또한 일정 수준 이상에 대해서는 무차별(indifference)하게 동일한 가치를 부여할 수도 있다. 이에 본 연구에서는 그룹의사결정 과정에서 거부 의사나 무차별 선호조건을 고려하고자 하였다.

<Figure 2>은 이 개념을 도시한 것으로,  $j$ 번째 의사결정자가 갖는  $i$ 번째 기준의 목적값에 대한 효용함수 그래프를 보여준다. 먼저, <Figure 2>(a)는 Xanthopoulos *et al.*(2000)나 Cho *et al.*(2006)에서 제시한 Median Approach의 개념을 도시한 것으로, 의사결정자가 선호하는 대안의 목적값( $f_i^j$ )에 가까울수록 효용(utility)이 일정하게 증가한다고 가정한 것이다. 그러나 현실적으로는 일정 수준을 벗어날 경우 해당 구간에 속한 대안을 모두 배제하고자 하는 의향으로, 여기에 속한 목적값들에 대해 그 가치를 최소치로 부여할 수 있다. <Figure 2>(b)의  $[a_{i1}^j, a_{i2}^j]$  구간은 이 개념을 표현한 것이다. 또한 개별 의사결정자가 선호했던 대안에 완전히 일치하지 않더라도 일정 범위 내에 있으면 차별을 두지 않고 동일한 선호도를 가질 수도 있다. <Figure 2>(b)의  $[a_{i3}^j, a_{i4}^j]$  구간은 이러한 무차별 선호 구간을 표현한 것이다. 그리고  $[a_{i2}^j, a_{i3}^j]$ 와  $[a_{i4}^j, a_{i5}^j]$ 의 구간은 목적값이 증가함에 따라 만족도가 선형으로 증가하거나 감소하는 영역이다. 결국 효용함수는 선형 구간을 나누는 좌표점( $a_{ik}^j, u_i^j(a_{ik}^j)$ )에 의해 정의되며,  $a_{ik}^j$ 와 이에 대응하는 만족도  $u_i^j(a_{ik}^j)$ 의 값은 각 의사결정자가 사전에 갖고 있다고 가정한다. 당연히,  $a_{ik}^j$ 와  $u_i^j(a_{ik}^j)$ 의 값을 어떻게 설정하느냐에 따라 다양한 형태의 효용함수를 반영할 수 있으며, 본 연구에서는 이러한 효용함수를 반영해서 그룹 의사결정을 하고자 하였다. 참고로, 효용함수를 <Figure 2>(a)의 형태로 정의하고 본 연구에서 제시한 모형을 수행하면, 기존의 Median Approach와 동일한 셈이 된다. 이에 대한 내용은 다음 절에 자세히 소개한다.

한편, 그룹 내 어떤 의사결정자가 <Figure 2>(b)의  $[a_{i1}^j, a_{i2}^j]$  구간에 대한 효용값을 낮게 부여해서 해당 영역에 속한 대안을 배제하고자 하더라도, 다른 의사결정자들이 이 구간에 대해 탁월한 효용값을 부여할 경우는 이 영역에 속한 대안이 선택될 가능성을 배제하지 못한다. 여기서, 순수한 의미의 거부권 행사 방식과 다르게, 거부 영역에 속한 대안을 완전히 배제하지 않고 계속 고려하는 이유는 거부 영역의 대안에 대한 거부권을 보장할 경우 의사결정자의 주관적인 선호에 의한 거부 조건들이 상충되어 합의안이 아예 도출되지 못할 가능성이 있기 때문이다. 즉, 그룹 구성원이 갖는 거부 의사의 표명을 보장하는 대신, 그룹 의사결정의 타협의 취지를 고려해서 거부 영역에 대한 효용가치를 가능한 범위내의 최저값으로 부여하는 수준으로 해당 영역에 대한 거부 의사를 반영하였다.

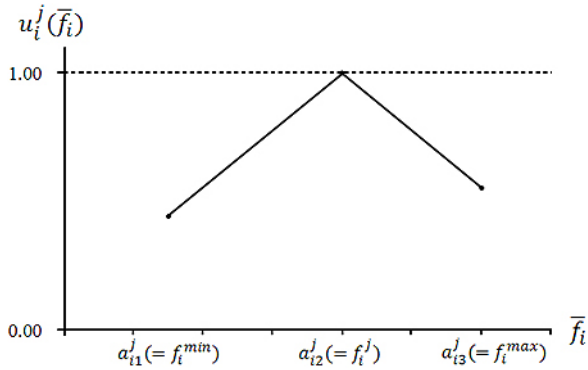


Figure 2(a). Utility function of the original median approach

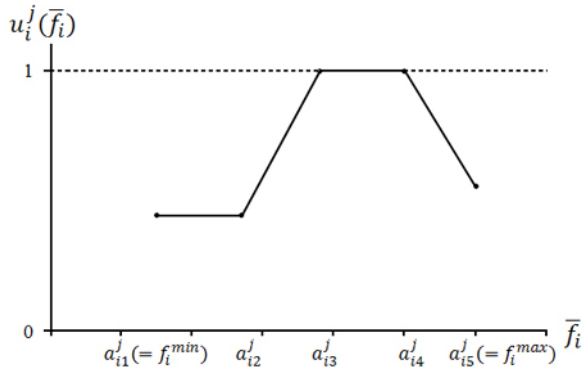


Figure 2(b). Utility function considering the rejection and indifference conditions

## 3.2 혼합정수계획 모형

### 3.2.1 변수 및 상수의 정의

#### • 상수 정의

$M$  : 기준의 수

$N$  : 의사결정자의 수

$R$  : 효용함수를 구획화한 점의 수

$f_i^j$  :  $j$ 번째 의사결정자가 선호하는 대안의  $i$ 번째 목적 값,

$i = 1, \dots, M, j = 1, \dots, N$

$a_{ik}^j$  :  $j$ 번째 의사결정자의  $i$ 번째 목적에 대한 효용함수를 선형 구획화하는 점의 가로축 값,  $k = 1, \dots, R$

$u_i^j(a_{ik}^j)$  :  $a_{ik}^j$ 에 대응하는 만족도,  $k = 1, \dots, R$

#### • 변수 정의

$\bar{f}_i$  : 합의안의  $i$ 번째 목적 값,  $i = 1, \dots, M$

$\lambda^j$  : 볼록 조합(Convex combination) 방식으로 목적값을 정의하기 위한 변수,  $j = 1, \dots, N$

$y^j$  : 대안의 선택 여부를 나타내는 이진변수,  $y^j = 1$ 이면 대안  $j$ 가 합의안으로 선택됨을 의미

$z_{i,l}^j$  : 목적값이 구간  $l$ 에 속하는 지 여부를 나타내는 이진 변수,  $l = 1, \dots, R-1$

### 3.2.2 수학적 모형

$$\max U = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M u_i^j(\bar{f}_i) \quad (7)$$

본 모형의 목적은 후보대안 중 만족도가 가장 큰 대안을 선택하는 것이다. 따라서 목적함수는 식 (7)과 같이 목적 값에 대한 각 의사결정자의 기준별 효용의 총합을 최대화하는 형태로 정의하였다. 여기서 목적함수의 값은 선택되는 합의안 ( $\bar{f}_i$ )에 의해 결정된다. 모형의 제약식은 식 (8)~식 (18)과 같다.

$$\bar{f}_i = \sum_{j=1}^N f_i^j \cdots y^j, \quad \forall i \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^N y^j = 1 \quad (9)$$

$$\bar{f}_i = \sum_{k=1}^R a_{ik}^j \lambda_{ik}^j \quad (10)$$

$$u_i^j(\bar{f}_i) = \sum_{k=1}^R u_i^j(a_{ik}^j) \lambda_{ik}^j \quad (11)$$

$$\sum_{k=1}^R \lambda_{ik}^j = 1, \quad \lambda_{ik}^j \in R_+^R \quad (12)$$

$$\lambda_{i,1}^j \leq z_{i,1}^j \quad (13)$$

$$\lambda_{i,l}^j \leq z_{i,l-1}^j + z_{i,l}^j \quad \text{for } l = 2, \dots, R-1 \quad (14)$$

$$\lambda_{i,R}^j \leq z_{i,R-1}^j \quad (15)$$

$$\sum_{l=1}^{R-1} z_{i,l}^j = 1 \quad (16)$$

$$z_{i,l}^j \in B^{R-1} \quad \text{for } i \in M, j \in N \quad (17)$$

$$y^j \in B^N \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, N \quad (18)$$

식 (8)과 식 (9)는 그룹의 합의안이 각 의사결정자들이 선호하는 대안( $f_i^j$ ) 중 하나에서 선정되도록 제약하며, 이 개념을 구현하기 위해 이진 정수변수를 포함한다. 나머지 식들은 <Figure

2>(b)와 같이 선형으로 구획화한 효용함수를 갖는 목적함수를 고려하기 위한 것이다. 식 (10)은 합의안의 목적 값,  $\bar{f}_i$  이  $a_{ik}^j$ 의 볼록 조합으로 정의됨을 나타내며,  $\lambda_{ik}^j$ 에 의해 결정된다. 식 (11)은 합의안에 대한 만족도를 계산하는 것으로 사전에 설정해 놓은  $a_{ik}^j$ 에 대응하는 만족도, 즉  $u_i^j(a_{ik}^j)$ 의 볼록 조합으로 정의됨을 의미하며, 식 (10)에서와 마찬가지로  $\lambda_{ik}^j$ 에 의해 결정된다. 식 (12)은 앞서 설명한 볼록 조합을 위한 제약으로,  $\lambda_{ik}^j$ 는 모두 0보다 크거나 같으며, 그 합이 1이 된다. 그리고 식 (13)~식 (16)에 의해서 연속된 두  $\lambda_{ik}^j$ 만 0이 아닌 값을 갖게 되므로,  $a_{ik}^j$ 와  $u_i^j(a_{ik}^j)$ 의 조합에 의해 정의되는 선형으로 구획화한 만족도 함수의 직선상에 한 점을 정의할 수 있다. 위 식들을 통해 결과적으로  $\bar{f}_i$ 는  $\lambda_{ik}^j$ 에 의하여 결정되는 형태를 갖는다.

## 4. 모형의 검증 및 결과분석

### 4.1 모형의 검증

본 연구에서 제시하는 모형은 Median Approach를 일반화한 모형으로 볼 수 있다. 따라서 제시된 모형의 효용함수를 <Figure 2>(a)와 같이 부여할 경우, 기존의 Median Approach와 동일한 결과를 도출해야 한다. 이에 본 절에서는 앞서 제시한 혼합정수

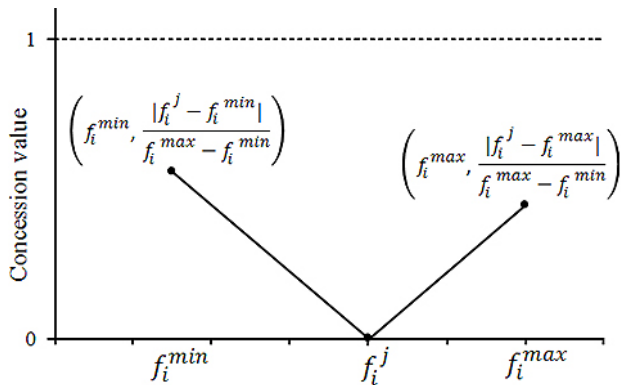


Figure 3(a). The concept of the concession value of the Median Approach

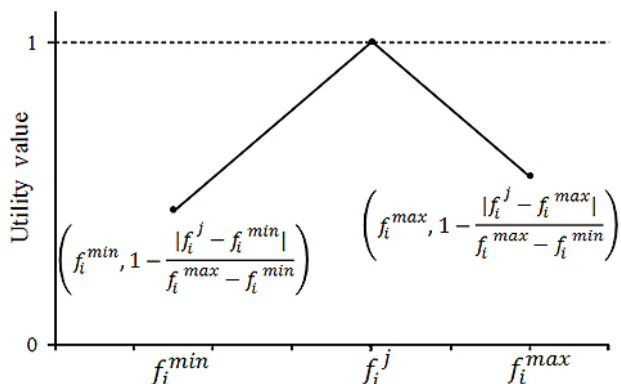


Figure 3(b). The concept of the utility value of the proposed method

계획 모형으로 기존 Median Approach와 동일한 결과를 도출할 수 있는지를 확인하였다.

하지만 Median Approach와 본 연구에서 제시하는 모형은 동일한 목표를 갖지만, 목적함수의 형태에서 차이가 있다. Median Approach는 의사결정자들의 의견을 취합한 중위점으로부터 가장 가까운 거리에 있는 대안을 최종안으로 선택함으로써 양보(concession)값을 최소화하는 반면, 본 연구의 모형은 효용 가치가 가장 큰 대안을 최종안으로 선택하는 방법을 사용한다. 따라서 <Table 1>에 제시된 설정을 통해서 <Figure 3>(a)의 양보값 최소화 대신, <Figure 3>(b)과 같은 효용함수 최대화 방식으로 변환하였다. 즉, <Figure 3>(b)는 각 의사결정자가 선호하는 대안과 자신이 선택한 선호대안간의 정규화한 거리오차에 비례하여 효용값이 감소하도록 목적함수를 구성한 것이다.

Table 1. The parameter setting for the proposed method implementing the Median Approach

	$a_{ik}^j$	$u_i^j(a_{ik}^j)$
$k = 1$	$f_i^{\min}$	$1 - \frac{ f_i^j - f_i^{\min} }{f_i^{\max} - f_i^{\min}}$
$k = 2$	$f_i^j$	1
$k = 3$	$f_i^{\max}$	$1 - \frac{ f_i^j(x) - f_i(x)^{\max} }{f_i(x)^{\max} - f_i(x)^{\min}}$

이해를 돕기 위해 2개 기준을 가진 간단한 문제에, 5명의 의사결정자가 참여하는 상황을 가정한 예를 제시하고자 한다. <Table 2>는 5명의 의사결정자가 선택한 대안을 나타낸다. 이 예제의 각 대안에 대한 양보값과 효용값을 하나씩 계산해서 합의안을 선정하고, 이를 제 3.2절의 혼합정수계획 모형에 <Table 1>의 설정을 적용해서 수행한 결과와 비교할 것이다.

Table 2. The alternatives selected by five decision makers

	$f_1^j$	$f_2^j$
DM1	10	100
DM2	25	90
DM3	50	65
DM4	80	40
DM5	90	20
Minimum	10	20
Maximum	90	100

먼저, 각 대안의 양보값과 효용값을 계산한다. 즉, 각 대안이 합의안으로 선정될 경우를 가정하고 그룹 전체의 양보값과 효

용값을 계산한다. 자세한 계산의 예를 위해 DM3의 선호대안을 합의안으로 가정해 보자. 이때의 양보값은 식 (19)에 의해 계산된다. 즉, 합의안으로 채택되지 못한 대안과 합의안과의 기준별 거리오차의 합을 양보에 대한 척도로 간주한다.

$$CV(DM3) = \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^2 \frac{|f_i^3 - f_i^j|}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \quad (19)$$

이 경우 DM3 자신의 양보값은 '0'이 되므로, 합의안으로 채택되지 못한 나머지 DM1, DM2, DM4, DM5의 양보값을 구해서 더하면, DM3의 선호대안이 합의안으로 선정되었을 때 전체 양보값이 된다. 이 예제를 대상으로 계산하면 DM3의 선호대안에 대하여  $3.31 (= |50-10|/80 + |65-100|/80 + |50-25|/80 + |65-90|/80 + |50-80|/80 + |65-40|/80 + |50-90|/80 + |65-20|/80)$ 의 양보값을 얻을 수 있다.

한편, 효용값은 1에서 양보값을 빼준 값으로 정의할 수 있으며, DM3의 선호대안이 합의안으로 선정되었을 경우의 전체 효용값은 식 (20)으로 계산한다. 즉, 합의안으로 채택되지 못한 대안과 합의안과의 목적별 거리오차의 합이 클수록 효용이 감소한다.

$$UV(DM3) = \sum_{j=1}^5 \sum_{i=1}^2 \left( 1 - \frac{|f_i^3 - f_i^j|}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \right) \quad (20)$$

이 경우 DM3는 자신의 선호대안이 합의안이므로 기준별 효용값이 각각 1이 된다. 그리고 합의안으로 채택되지 못한 나머지 DM1, DM2, DM4, DM5의 효용값을 계산해서 더하면, DM3의 선호대안이 합의안으로 선정되었을 때 그룹 전체 효용값이 되며, 그 결과는  $6.69 (= (1-|50-10|/80) + (1-|65-100|/80) + (1-|50-25|/80) + (1-|65-90|/80) + (1-|50-80|/80) + (1-|65-40|/80) + (1-|50-90|/80) + (1-|65-20|/80))$ 이다.

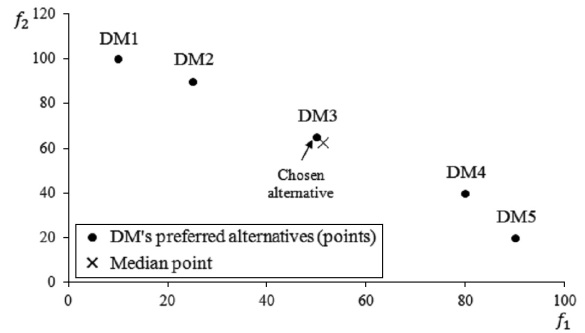
이상의 방법으로 각 대안이 합의안이 될 경우에 대한 그룹 전체 양보값과 효용값을 계산하면 <Table 3>과 같다.

**Table 3.** The concession value and utility value for each alternative

Alternative	Concession value	Rank	Utility value	Rank
DM1's choice	4.88	4	5.13	4
DM2's choice	3.94	2	6.06	2
DM3's choice	3.31	1	6.69	1
DM4's choice	4.00	3	6.00	3
DM5's choice	5.13	5	4.88	5

<Table 3>으로부터 양보 척도 대신 효용의 개념을 적용해도 동일한 결과가 도출되는 것을 알 수 있었다. 이 결과는 <Figure 4>를 통해 직관적으로도 확인할 수 있다. 즉, 중위점과 가장 가까운 대안인 DM3의 선호대안이 합의안으로 선정되는 것이 타

당하며, DM2, DM4, DM1, DM5순으로 중위점과의 거리가 멀어져서 만족도가 떨어짐을 알 수 있다.



**Figure 4.** Graphical representation of the result

이제 동일한 예제에 제 3.2절의 혼합 정수계획 모형을 적용할 경우, 앞서 구한 결과와 동일한 결과를 도출하는 지, 즉 DM3의 선호대안을 합의안으로 선정하는 지 여부를 확인해 보고자 한다. 이를 위해 혼합정수계획 모형이 기존의 Median Approach의 개념을 그대로 반영할 수 있도록, <Table 1>의 식을 통해서 구한 설정값을 적용해서 모형을 수행하였다.

혼합정수계획 모형에 대한 내용을 자세히 살펴보자. 먼저, 식 (8)의  $f_i^j$  ( $i=1, 2, j=1, \dots, 5$ )에는 <Table 2>에 주어진 각 대안의 목적값들을 대입한다. DM3의 선호대안을 예로 들면,  $f_1^3 = 50, f_2^3 = 65$ 가 된다. 식 (10)과 식 (11)의  $a_{ik}^j$ 와  $u_i^j(a_{ik}^j)$ 는 앞 절에서 설명한 바와 같이 대안의 기준별 효용함수를 정의하는 설정값을 의미하며, <Table 1>의 식을 통해 해당값을 구했다. <Table 4>은 이 과정을 거쳐 계산한 값을 정리한 것이다.

**Table 4.** The values of  $a_{ik}^j$  and  $u_i^j(a_{ik}^j)$  for implementing the Median Approach for the example

$i$	$j$	$a_{i1}^j$	$a_{i2}^j$	$a_{i3}^j$	$u_i^j(a_{i1}^j)$	$u_i^j(a_{i2}^j)$	$u_i^j(a_{i3}^j)$
1	1	10	10	90	1.0000	1.0000	0.0000
	2	10	25	90	0.8125	1.0000	0.1875
	3	10	50	90	0.5000	1.0000	0.5000
	4	10	80	90	0.1250	1.0000	0.8750
	5	10	90	90	0.0000	1.0000	1.0000
2	1	20	100	100	0.0000	1.0000	1.0000
	2	20	90	100	0.1250	1.0000	0.8750
	3	20	65	100	0.4375	1.0000	0.5625
	4	20	40	100	0.7500	1.0000	0.2500
	5	20	20	100	1.0000	1.0000	0.0000

이상의 자료를 이용하여 식 (7)~식 (18)의 모형을 수행한 결과, DM3의 선호 대안  $(\bar{f}_1^*, \bar{f}_2^*) = (f_1^3, f_2^3) = (50, 65)$ 가 합의안으로 선정되었다.

한편, DM3의 선호대안이 합의안으로 선정된 배경을 설명하면 다음과 같다. <Figure 5>(a)의 아래 부분의 직선은 기준 1에 대한 각 의사결정자의 효용함수이다. 그리고 맨 위의 직선은 각 의사결정자가 갖는 효용의 합으로, 아래의 5개 직선에 해당하는 값을 단순히 더한 것이다. 즉, 기준 1에 대한 효용의 총합을 의미한다. 그리고 <Figure 5>(b)는 기준 2에 대한 것이다. 마지막으로 기준 1과 기준 2에 대한 효용을 더하면 그룹 전체의 효용이 계산된다. <Figure 6>은 그 결과를 보여준다. 이 그림을 보면 DM3의 선호대안의 효용값이 가장 높은 것을 알 수 있다.

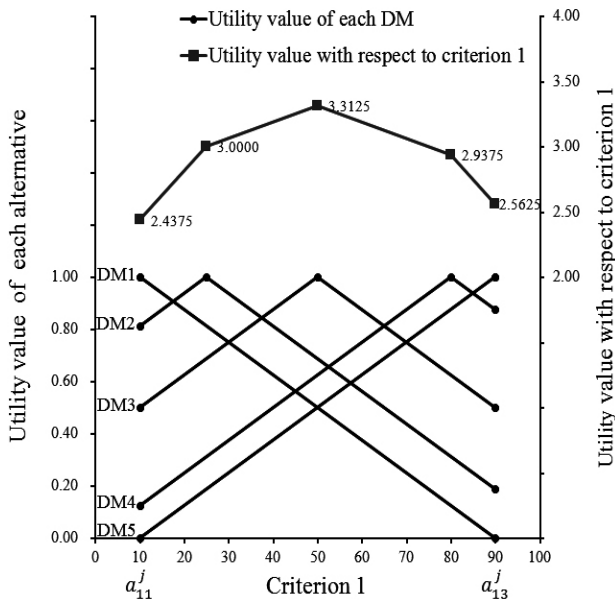


Figure 5(a). Utility functions of each DM and total utility function with respect to criterion 1

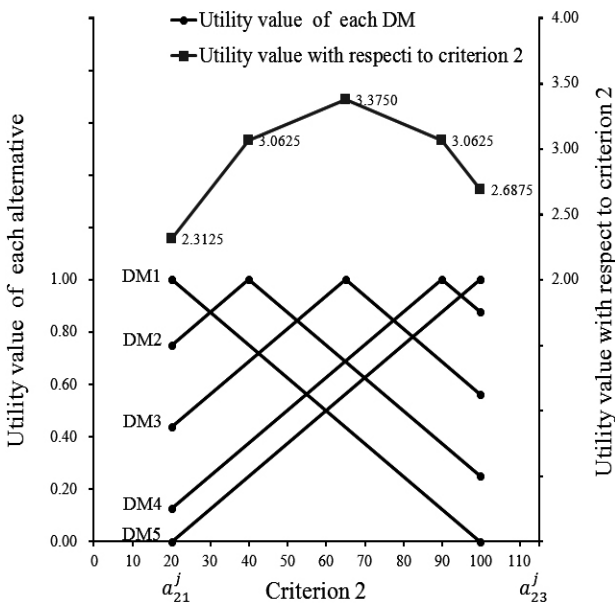


Figure 5(b). Utility functions of each DM and total utility function with respect to criterion 2

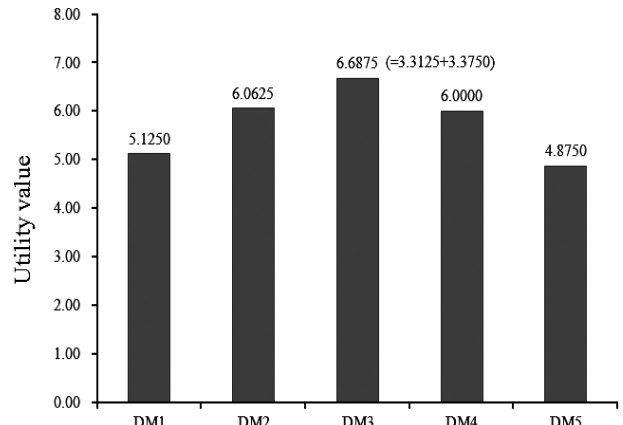


Figure 6. Utility value of each alternative

아울러, 비교를 위해 Cho *et al.*(2006)에서 제시한 식 (3)~식 (6)의 Median Approach를 수행한 결과, 앞서 구한 바와 마찬가지로 DM3의 선호대안을 최종 합의안으로 도출함을 확인하였다.

Table 5. Results of the Median Approach and the proposed method for the example

	Cho <i>et al.</i> (2006)'s Median Approach	Proposed method
$(\bar{f}_1^*, \bar{f}_2^*)$	(50, 65)	(50, 65)

한편, 본 연구에서 제시한 모형으로 Median Approach를 구현할 수 있는지를 검증하기 위해서, 추가적으로 다양한 조건의 문제들을 대상으로 모형을 적용해 보았다. 각 모형별로 2~4개의 기준과 3~10명의 의사결정자를 고려하여 가능한 24개의 조합에 대해 각각 100개의 문제를 생성해서, 총 2400회(기준수: 3 × 의사결정자수 : 8 × 반복횟수 : 100)의 실험을 수행하였다. 이때 다목적 계획 문제를 생성하기 위해서는 ADBASE(Steuer, 1992)를 활용하였다. ADBASE는 다목적 계획문제의 도구로서, 임의의 다수의 다목적 계획문제를 생성하는 기능을 갖추고 있다. ADBASE에서 임의의 다목적 계획문제를 생성하기 위한 모델은 Steuer(1994)에 자세히 설명되어 있다. 또한 모든 최적화 모형은 Visual C++ 6.0과 ILOG Concert Technology 2.0을 활용하여 구현하였으며, ILOG CPLEX 9.0을 이용하여 최적해를 도출하였다.

100개의 다른 문제에 Median Approach와 제 3.2절의 모형을 적용한 결과 두 방법 간의 불일치가 일어나지 않았다. 즉, 모든 경우에서 두 방법의 결과가 일치함을 알 수 있었다. 이를 통해, 본 연구에서 제시한 모형의 효용함수를 <Figure 3>(b)와 같이 설정할 경우 기존의 Median Approach를 구현할 수 있고, 나아가 식 (7)~식 (18)의 혼합정수계획 모형이 적절하게 구현되었음을 확인할 수 있었다.

4.2 거부 및 무차별 선호조건을 반영한 모형 수행

이제 앞서 소개된 혼합 정수계획 모형에 거부 및 무차별 선호 조건을 반영할 경우 어떤 결과가 나오는 지 살펴보고자 한다. 새롭게 거부 및 무차별 선호 정보를 부여하면, 그 정보에 따라서 Median Approach와 다른 결과를 도출할 수 있을 것으로 기대 된다. 예를 들어, 기존 Median Approach가 선택한 대안이 거부 영역에 속하거나, 혹은 거부영역에 매우 인접할 경우라면, 기존의 합의안 대신 거부영역을 벗어난 다른 대안을 최종 합의안으로 결정할 가능성이 높아진다. 또한 기존에 Median Approach에서 최종 합의안으로 선택되지 않았던 차선의 대안이 무차별 영역에 속하거나, 혹은 무차별영역에 매우 인접할 경우에 그 대안의 만족도가 상대적으로 높아져 최종 합의안으로 선택될 가능성도 배제하지 못한다. 이 같은 개념을 확인하기 위해 <Table 2>의 예제를 대상으로 일부 의사결정자가 거부 혹은 무차별 선호조건을 갖는다고 가정하고 모형을 수행한 후, 합의안이 어떻게 달라지는지 확인해 보았다.

먼저, DM4와 DM5가 첫 번째 기준에 대하여 목적값이 60이하인 대안을 거부하고자 한다고 가정하였다. <Table 6>은 설정한 거부 영역과 각 대안의 효용값, 그리고 모형을 통해 결정된 합의안(\*)을 보여준다.

Table 6. Results of the proposed method under the condition that DM4 and DM5 have willingness to reject a certain region

	The region corresponding to the lowest utility value	Utility value	Rank
DM1	-	5.13	4
DM2	-	5.69	2
DM3	-	5.69	2
DM4	$[f_1^{\min}, 60.00]$	5.79	1*
DM5	$[f_1^{\min}, 60.00]$	4.88	5

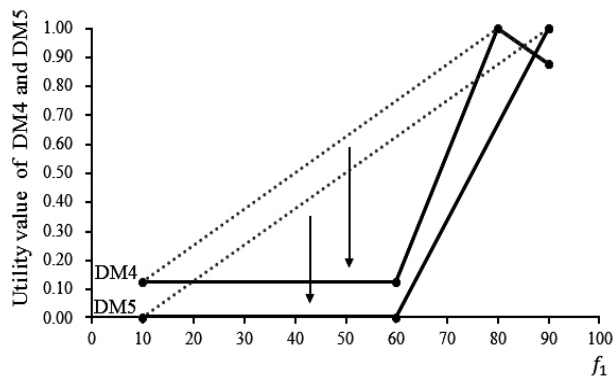


Figure 7. Utility values of DM4 and DM5 having willingness to reject a certain region of criterion 1

이 결과를 보면, Median Approach의 개념을 적용할 경우에 DM3의 선호대안이 합의안으로 선정되었던 것과 달리 DM4의

선호대안이 합의안으로 선정되었다. 이는 <Figure 7>에 나타난 바와 같이 DM4와 DM5가 기준 1의 목적값이 60 이하인 영역을 거부 영역으로 지정함으로써, 60보다 작은 50의 목적값을 갖는 DM3의 선호대안에 대한 만족도를 매우 낮게 평가했기 때문이다. 즉, DM4와 DM5의 거부 의사를 반영하여 DM3의 선호대안 대신 새로운 대안을 합의안으로 선정한 것이다.

다음으로 의사결정자의 무차별한 선호조건이 존재한다고 가정하여 모형을 수행하였다. DM2와 DM3이 첫 번째 기준에 대하여 자신의 선호 대안의 목적값 이상부터 80 이하를 무차별하게 동일하게 평가한다고 가정하였다. <Table 7>은 설정한 무차별 영역과 각 대안의 효용값, 그리고 그때 결정된 합의안(\*)을 보여준다.

Table 7. Results of the proposed method under the condition that DM2 and DM3 have indifferent preferences

	The region corresponding to the indifferent preference	Utility value	Rank
DM1	-	9.31	4
DM2	$[25.00, 80.00]$	11.41	2
DM3	$[50.00, 80.00]$	11.28	3
DM4	-	11.51	1*
DM5	-	8.37	5

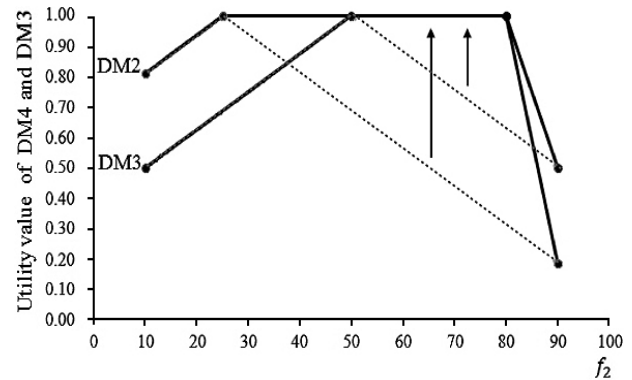


Figure 8. Utility functions of DM4 and DM5 having indifference preference on a certain region of criterion 2

이 결과를 보면, Median Approach의 개념을 적용했을 경우에 DM3의 선호대안이 합의안으로 선정되었던 것과 달리 DM4의 선호대안이 합의안으로 선정되었다. 이는 <Figure 8>에서 보는 바와 같이 DM4와 DM5가 첫 번째 기준에 대하여 80까지를 무차별 영역으로 설정함으로써 첫 번째 기준값이 80인 DM4의 만족도가 상대적으로 높게 평가되었기 때문이다.

이상의 예제를 통하여 의사결정자가 갖는 거부 혹은 무차별 선호정보의 영향으로, 선정되는 합의안이 달라지는 결과를 확인하였다. 즉, 제시된 모형을 활용함으로써 의사결정자의 주관적인 선호정보를 활용하여 높은 만족도를 갖는 합의안으로 제시함을 확인할 수 있다.



### 4.3 다양한 거부 조건에 대한 모형 수행

본 절에서는 거부 조건을 갖는 의사결정자의 수와 거부 영역의 크기가 합의안 선정의 결과에 미치는 영향을 분석하였다. 거부 조건이 최종 합의안 선정에 미치는 영향은 몇 명의 의사결정자가 거부 조건을 갖는지에 따라 달라질 수 있다. 즉, 거부 조건을 갖는 의사결정자 수가 많을수록 그 선호조건이 합의안 선정에 미치는 영향은 클 것이다. 또한, 거부 조건이 최종 합의안 선정에 미치는 영향은 거부 영역의 크기에 따라서도 달라질 수 있다. 이는 거부 의사의 강도(strength)라고 할 수 있는데, 거부 영역이 클수록 이 강도가 세다고 할 수 있다.

거부 조건을 갖는 의사결정자의 수와 거부 영역의 크기를 다양하게 적용해서 반복실험을 수행하고, 선호조건을 반영하지 않는 Cho *et al.*(2006)에서 제시한 모형의 수행 결과와 비교하였다. 이를 위해 ADBASE를 활용해서 3개의 기준을 가진 최대화 목적 문제 100개를 생성하였다. 그리고 각 문제별로 10개의 파레토 최적해를 생성하고, 5명의 의사결정자가 있다는 가정 하에서 5개를 선호 대안으로 무작위로 선정하였다. 각 의사결정자는 자신의 선호 대안과 거리가 먼 대안을 거부할 의향을 가질 수 있다. 이러한 거부 조건을 갖는 의사결정자가 1~3명인 경우를 고려하였으며, 상황을 단순화하기 위해 3개의 기준 중 하나의 기준에 대해서만 거부 조건을 갖는다고 가정하였다. 다음으로 거부 영역의 크기를 10~90%까지 9단계로 변화시켰다. 여기서 10~90%로 표현되는 값은 거부의 강도를 의미하는 것으로, 해당 목적값이 취할 수 있는 구간의 범위에서 거부 구간 크기의 비율을 의미한다.

이렇게 선호조건을 갖는 의사결정자 수(1~3명)의 수와 거부 영역의 크기(1~9단계)에 따라서 총 27개의 경우를 고려하였으며, 100개의 문제를 임의로 생성해서 총 2700회의 모형을 수행하였다.

<Table 8>은 실험 결과를 정리한 것이다. 각 칸의 숫자는 선호조건을 반영하지 않는 Cho *et al.*(2006)의 모형 수행 결과와 본 연구의 모형에 거부 영역을 부여해서 수행한 결과 간의 불일치 횟수를 보여준다. 그리고 아래 백분율은 전체 실험횟수 대비 불일치 횟수의 비율을 나타낸다.

실험 결과를 보면, 거부 조건을 갖는 의사결정자의 수가 늘어날수록 불일치 횟수가 증가하는 것을 볼 수 있다. 이는 거부 선호조건을 갖는 의사결정자의 수가 많아질수록 그리고 거부 강도가 커질수록 거부 의향이 가중되어 합의안에 미치는 영향이 커지기 때문으로 분석된다. 즉, 수립한 모형에서는 거부 영역에서의 만족도를 최저점으로 부여했기 때문에 거부 조건을 갖는 의사결정자의 수가 많을수록 전체적인 만족도가 점차 낮아지게 되어 합의안 선정에 미치는 영향이 커진 것이다. 또한 거부 조건의 강도가 커질수록 불일치 비율이 대체로 증가하는 추세를 보인다. 그러나 거부 영역의 크기가 70% 이상이 되면, 불일치 비율이 더 이상 크게 증가하지 않는데, 이는 거부 영역이 지나치게 클수록 거의 모든 대안이 해당 목적함수에서 최저점을 받게 되어 상대적으로 공평해지기 때문으로 추정된다. 이러한 분석을 통해서 거부 조건을 갖는 의사결정자의 수가 많고, 거부 영역의 크기가 커질수록 거부 조건의 영향력이 대체로 증가한다는 것을 확인할 수 있었다.

**Table 8.** The results of the proposed method compared with Cho *et al.*(2006)'s method

		Proposed method(applied preference) vs. Cho <i>et al.</i> (2006)'s method			
		# of DMs having willingness to reject a certain region			
		1	2	3	sum
degree of veto strength	10%	4	4	4	12
		4%	4%	4%	4%
	20%	4	7	7	18
		4%	7%	71%	6%
	30%	6	9	11	26
		6%	9%	11%	9%
	40%	7	15	17	39
		7%	15%	17%	13%
	50%	10	31	33	74
10%		31%	33%	25%	
60%	20	48	50	118	
	20%	48%	50%	39%	
70%	35	55	60	150	
	35%	55%	60%	50%	
80%	35	52	65	152	
	35%	52%	65%	51%	
90%	38	51	63	152	
	38%	51%	63%	51%	
sum	159	272	310	589	
	18%	30%	34%	22%	

## 5. 결 론

본 연구에서는 기존의 다기준 그룹 의사결정 기법이 선호하는 값에 가까울수록 효용(utility)이 일정하게 증가하거나 감소하는 것으로 간주한 것과 달리, 의사결정자들이 갖고 있는 개별 목적에 대한 거부 또는 무차별 선호 조건을 반영해서 합의안을 결정할 수 있는 혼합정수계획 모형을 제시하였다.

제시된 기법을 적용한 결과, 의사결정자의 거부 혹은 무차별 선호 조건을 반영하지 않을 때와 달리, 의사결정자의 주관적인 선호 조건을 활용하여 보다 최대의 만족도를 갖는 대안을 합의안으로 결정함을 확인하였다. 또한, 거부 조건을 갖는 의사결정자의 수와 거부 영역의 크기를 다양하게 적용해서 반복실험을 수행한 결과, 거부 조건을 갖는 의사결정자의 수가 많고, 거부 영역의 크기가 커질수록 거부 조건의 영향력이 대체로 증가한다는 사실을 확인하였다.

제안된 모형과 같은 다기준 그룹 의사결정 기법은 개인 간에 의사결정 문제로만 국한시켜 사용하지 않고, 서로 다른 이익집단의 타협적 분석에도 활용할 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- Armstrong, R. D., Cook, W. D., and Seiford, L. M. (1982), Priority Ranking and Consensus Formation : The Case of Ties, *Management Science*, **28**(6), 638-645.
- Cho, N. W., Kim, J. H., and Kim, S. K. (2006), An Interactive Multi-criteria Group Decision Making with the Minimum Distance Measure, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*, **32**(1), 42-50.
- Cook, W. D. and Seiford, L. M. (1978), Priority Ranking and Consensus Formation, *Management Science*, **24**(16), 1721-1732.
- Cook, W. D. and Seiford, L. M. (1982), On the Borda-Kendall Consensus Method for Priority Ranking Problems, *Management Science*, **28**(6), 621-637.
- Jensen, R. E. (1986), Comparison of Consensus Methods for Priority Ranking Problems, *Decision Sciences*, **17**(2), 195-211.
- Steuer, R. E. (1992), Manual for the ADBASE multiple objective linear programming package, University of Georgia, Athens.
- Steuer, R. E. (1994), Random Problem Generation and the Computation of Efficient Extreme Points in Multiple Objective Linear Programming, *Computational Optimization and Applications*, **1994**(1), 333-347.
- Xanthopoulos, Z., Melachrinoudis, E., and Solomon, M. M. (2000), Interactive Multiobjective Group Decision Making with Interval Parameter, *Management Science*, **46**(12), 1585-1601.