

비정수압 자유수면 모형의 3차원 점성 흐름에의 적용

Application of Non-hydrostatic Free Surface Model for Three-Dimensional Viscous Flows

최 두 용*

Choi, Doo Yong

Abstract

A horizontally curvilinear non-hydrostatic free surface model that was applicable to three-dimensional viscous flows was developed. The proposed model employed a top-layer equation to close kinematic free-surface boundary condition, and an isotropic $k-\epsilon$ model to close turbulence viscosity in the Reynolds averaged Navier-Stokes equation. The model solved the governing equations with a fractional step method, which solved intermediate velocities in the advection-diffusion step, and corrects these provisional velocities by accounting for source terms including pressure gradient and gravity acceleration. Numerical applications were implemented to the wind-driven currents in a two-dimensional closed basin, the flow in a steep-sided trench, and the flow in a strongly-curved channel accounting for secondary current by the centrifugal force. Through the numerical simulations, the model showed its capability that were in good agreement with experimental data with respect to free surface elevation, velocity, and turbulence characteristics.

Keywords : non-hydrostatic model, free surface closure, viscous flows, top-layer equation, curved channel

요 지

본 연구에서는 3차원 점성 흐름에 적용될 수 있는 비정수압 자유수면 모형을 수평방향 직교 곡선좌표계에서 개발하였다. 개발된 수치모형은 엇갈린 격자를 사용함으로써 발생하는 자유수면에서의 경계조건 종결 문제를 수면층 방정식을 도입하여 해결하였으며, 난류의 유동 해석을 위한 폐합식으로 등방성의 $k-\epsilon$ 난류모형을 이용하였다. 본 연구에서 운동량방정식은 이송-확산항만으로 중간단계의 유속을 예측하고, 압력 및 중력을 포함하는 생성항과 연속방정식을 결합하여 다음 시간단계의 유동장을 결정하는 계산 단계 분리법을 이용하였다. 수치모형의 적용성 평가를 위하여 폐쇄된 2차원 수조에서의 취송류, 급경사를 가지는 2차원 수로에서의 흐름, 원심력에 의한 이차류 흐름특성 분석을 위한 3차원 급변 만곡류에 대한 모의를 실시하였다. 수치모의 예측치는 수리모형 실험값과 수위, 유속, 난류특성 등에서 일치하는 양상을 보이는 것이 확인되었다.

핵심용어 : 비정수압 모형, 자유수면 종결, 점성 흐름, 수면층 방정식, 만곡수로

1. 서 론

컴퓨터의 발달과 함께 다양한 형태의 수치모형들이 하천, 저수지, 해안 등 공학적 적용대상에 맞추어 개발되어

왔으며, 점성 흐름에 적용되는 대부분의 모형들은 정수압(hydrostatic pressure) 가정에 근거하여 개발되어 왔다. 그러나 정수압 기반의 수치 모형은 연직방향의 흐름 성분이 수평방향 운동에 비하여 작지 않은 흐름(예를 들어, 하

* 한국수자원공사 K-water 연구원 책임연구원 (e-mail: dooyong@kwwater.or.kr)

Principal Researcher, K-water Institute, Korea Water Resources Corporation, 462-1 Junmin-dong, Yuseong-gu, Daejeon 305-370, Korea

구나 급격한 하도 변화 지점)에서는 만족할 만한 결과를 기대하기 어려운 것으로 보고되어 왔다(Browning et al., 1990; Casulli and Stelling, 1998; Marshall et al., 1997). 비선형적인 압력분포를 가지는 흐름은 Navier-Stokes 방정식 또는 RANS(Reynolds averaged Navier-Stokes) 방정식을 지배방정식으로 하는 3차원 수치모형을 이용함으로써 해석할 수 있다. 자유수면을 가지는 비압축성 유체에서 비정수압 유동을 해석하는 대표적인 방법으로 MAC(marker and cell) 또는 VOF(volume of fluids)의 다중상(multi-phase) 추적기법들이 사용되어 왔다(Harlow and Welch, 1965; Nichols and Hirt, 1975). 이러한 기법들은 아주 복잡한 형태의 자유수면 거동(예를 들어, 쇄파나 유체의 비등)의 모의에도 적용이 가능한 장점이 있으나, 높은 계산비용으로 인하여 비교적 커다란 계산영역을 가지는 유동장의 해석에는 제한이 따른다(Casulli 1999; Lin and Li 2002).

상대적으로 적은 계산비용으로 대규모의 계산영역을 해석할 수 있는 수치모형에 대한 수요는 비정수압 자유수면 모형의 개발을 촉진시켜 왔다(Choi et al., 2011; Choi and Wu, 2006; Lin and Li, 2002; Stelling and Zijlema, 2003; Yuan and Wu, 2004). 이러한 유형의 모형은 기존의 다중상 추적기법과는 달리 수평위치에 대하여 단일 함수로 표시되는 동수역학적 경계조건(kinematic boundary condition)을 사용함으로써 계산의 효율성을 개선시켰다. 개발된 비정수압 모형은 단파(short wave)나 대륙붕(continent shelf)과 같이 급경사를 가지는 곳에서 비회전류를 가정한 파동 해석에 주로 적용되어 왔다. 반면, 유체의 점성을 고려한 흐름에 대한 적용은 상대적으로 관심의 영역에서 벗어나 있었으며, 최근에 이르러서 제한적인 적용사례를 찾아볼 수 있다(Lee et al. 2006; Leupi and Altinakar, 2005).

본 연구에서는 기 개발된 파랑해석 수치모형(Choi and Wu, 2006; Choi et al., 2011, Choi and Yuan, 2011)을 점성을 가지는 유동장의 해석에 적용할 수 있도록 확장하였다. 수평방향에서 비직교 곡선좌표계(non-orthogonal curvilinear coordinate system)로 변환되는 기존 모형과는 달리 난류 확산(turbulence diffusion) 항의 단순화를 위하여 직교 곡선좌표계(orthogonal curvilinear coordinate system)에서 비정수압 자유수면 모형을 개발하였다. 본 수치모형은 동수역학적 자유수면 경계조건을 중결을 위하여 수면층 경계조건(top-layer boundary condition)을 이용하였으며, 난류폐합식으로 등방성의 $k-\epsilon$ 난류모형을 사용하였다. 개발된 모형의 적용성 평가를 위하여 폐쇄된 2차원 수조에

서의 취송류(wind-driven current), 급경사를 가지는 2차원 수로에서의 흐름, 원심력에 의한 이차류 흐름특성 분석을 위한 3차원 급변 만곡류에 대한 모의를 실시하였으며, 수치시험 결과는 기존의 수리모형 실험 결과와 비교·검토하였다.

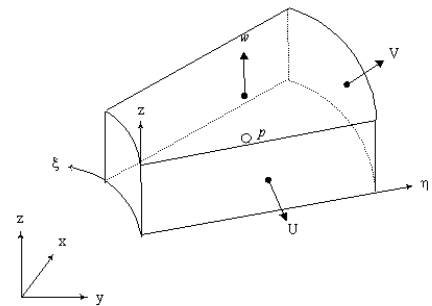
2. 지배방정식

2.1 좌표의 변환

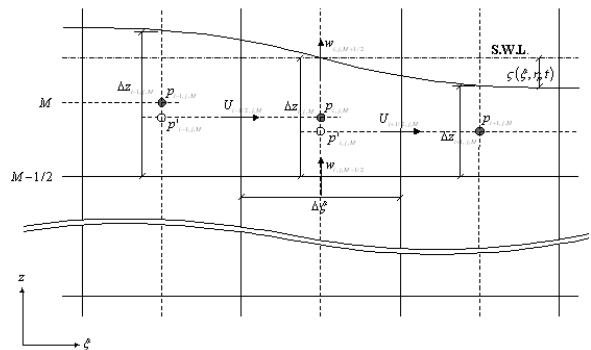
본 연구에서는 기존의 연구(Choi et al., 2011; Choi and Yuan, 2011)에서 제시된 비직교 곡선좌표계 변환 시 발생하는 추가항의 보간, 난류확산(turbulent diffusion) 항에 대한 처리 등이 가능하도록 직교 곡선좌표계를 사용하였다. Fig. 1에 나타나 있는 직각좌표(Cartesian coordinate)는 다음 식과 같이 곡선좌표로 표시될 수 있다.

$$\xi = \xi(x, y), \quad \eta = \eta(x, y), \quad z = z \quad (1)$$

여기서, (x, y, z) 는 직각의 물리적 영역에서 정의된 좌표, (ξ, η, z) 는 직교의 계산영역에서 정의된 좌표이다. 직각좌표계에서 부분호의 길이를 ds 라 정의하면,



(a) Orthogonal curvilinear coordinates in horizontal domain



(b) Partial cell Cartesian coordinates in vertical domain

Fig. 1. A Staggered Grid Layout and Variable Assignment

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 \quad (2)$$

직교 곡선좌표계에서 연쇄법칙(chain rule)과 직교조건(orthogonality condition)을 사용하면 다음의 관계식이 정의된다.

$$(ds)^2 = (h_1 d\xi)^2 + (h_2 d\eta)^2 + (dz)^2 \quad (3)$$

여기서, $(h_1)^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2$, $(h_2)^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)^2$ 이다.

새롭게 정의된 변수 h_1 과 h_2 를 이용하여 각 좌표계에서 정의된 지배방정식과 경계조건을 직교 곡선좌표계로 변환할 수 있다(Tannehill et al., 1998).

일반적인 3차원 곡선좌표계와는 다르게 시간에 대한 종속변수인 자유수면의 변화를 표면층에 한정하여 계산의 효율성을 도모할 수 있도록 연직방향으로 직각좌표계를 사용하였다. 직각좌표계를 사용 시 고정된 격자간격에서 발생하는 미세한 수위 및 지형변화를 모의할 수 있도록 Pacanowski and Gnanadesikan (1998)가 제안한 부분 격자법(partial cell treatment)을 사용하였다.

2.2 지배방정식

비압축성 흐름에서 동수역학적 해석을 위한 지배방정식은 직각좌표계에서 다음과 같이 RANS로 표시된다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial z} = -\mathbf{p} + \frac{\partial \mathbf{e}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{f}_v}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{g}_v}{\partial z} \quad (5)$$

여기서, t 는 시간, u, v, w 는 각각 x, y, z -방향의 유속, $\mathbf{u}, \mathbf{e}, \mathbf{f}, \mathbf{g}, \mathbf{p}, \mathbf{e}_v, \mathbf{f}_v, \mathbf{g}_v$ 는 다음과 같이 정리된다.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \mathbf{e} = \begin{bmatrix} uu \\ vu \\ uv \end{bmatrix}, \mathbf{f} = \begin{bmatrix} uv \\ vv \\ vw \end{bmatrix}, \mathbf{g} = \begin{bmatrix} uv \\ vw \\ ww \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \partial p / \partial x \\ \partial p / \partial y \\ \partial p / \partial z + g \end{bmatrix}, \mathbf{e}_v = \begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix}, \mathbf{f}_v = \begin{bmatrix} \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}, \mathbf{g}_v = \begin{bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

여기서, p 는 정규화된 압력, g 는 중력가속도, τ 는 정규화된 전단응력이다.

Eqs. (4) and (5)를 직교 곡선좌표계 (ξ, η, z) 에서 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 U) + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 V) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = -\mathbf{P} + \frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial z} \quad (7)$$

여기서 $\mathbf{U}, \mathbf{E}, \mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{P}, \mathbf{E}_v, \mathbf{F}_v, \mathbf{G}_v$ 는 다음과 같이 정리된다.

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ w \end{bmatrix}, \mathbf{E} = h_1^{-1} \begin{bmatrix} UU - h_1^{-1} V^2 \\ VU + h_1^{-1} VU \\ wU \end{bmatrix}, \mathbf{F} = h_2^{-1} \begin{bmatrix} UV + h_2^{-1} UV \\ VV - h_2^{-1} U^2 \\ wV \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} Uw \\ Vw \\ ww \end{bmatrix}, \mathbf{P} = \begin{bmatrix} h_1^{-1} (\partial p / \partial \xi) \\ h_2^{-1} (\partial p / \partial \eta) \\ \partial p / \partial z + g \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_v = h_1^{-1} \begin{bmatrix} \tau_{\xi\xi} - h_1^{-1} \tau_{\eta\eta} \\ \tau_{\xi\eta} + h_1^{-1} \tau_{\xi\eta} \\ \tau_{\xi z} \end{bmatrix}, \mathbf{F}_v = h_2^{-1} \begin{bmatrix} \tau_{\eta\xi} + h_2^{-1} \tau_{\eta\xi} \\ \tau_{\eta\eta} + h_2^{-1} \tau_{\xi\xi} \\ \tau_{\eta z} \end{bmatrix}, \mathbf{G}_v = \begin{bmatrix} \tau_{z\xi} \\ \tau_{z\eta} \\ \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

여기서, U, V 는 수평의 ξ, η -방향으로 정의된 유속으로, 직각좌표계의 유속과 다음의 관계 $u = (x_\xi / h_1)U + (x_\eta / h_2)V$, $v = (y_\xi / h_1)U + (y_\eta / h_2)V$ 를 가진다.

정규화된 전단응력(또는 레이놀즈 응력), τ_{ij} 는 Boussinesq 가정과 등방성 난류를 가정하여 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_{\xi\xi} &= 2\nu_e \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{V}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right), \\ \tau_{\xi z} &= 2\nu_e \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{U}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right), \tau_{zz} = 2\nu_e \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \tau_{\xi\eta} &= \nu_e \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial U}{\partial \eta} \right), \tau_{\xi z} = \nu_e \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial w}{\partial \xi} \right), \\ \tau_{\eta z} &= \nu_e \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, $\nu_e = \nu_t$ (난류동점성계수) + ν (동점성계수), 난류동점성계수는 다음의 Prandtl-Kolmogorov 식으로 구할 수 있다.

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (9)$$

여기서, C_μ 는 경험상수로 0.09의 값을 갖는다. 지배방정식의 종결문제를 해결하기 위하여 $k-\epsilon$ 모형을 사용하였으며, 난류동점성계수를 산정하기 위한 난류운동에너지(k)와 난류운동에너지 소산율(ϵ)의 수송방정식은 직교 곡선좌표계에서 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{U}{h_1} \frac{\partial k}{\partial \xi} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial k}{\partial \eta} + w \frac{\partial k}{\partial z} \\ &= \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial k}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial k}{\partial \eta} \right) \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P - \epsilon \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{U}{h_1} \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial \epsilon}{\partial \eta} + w \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \\ &= \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial \epsilon}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial \epsilon}{\partial \eta} \right) \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} P - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, P 는 난류운동에너지의 생성항, $\sigma_k, \sigma_\epsilon, C_{1\epsilon}, C_{2\epsilon}$ 는 난류상수를 나타내며, 본 연구에서는 Launder and Spalding (1974)이 제시한 $\sigma_k=1.00, \sigma_\epsilon=1.30, C_{1\epsilon}=1.44, C_{2\epsilon}=1.92$ 를 사용하였다.

3. 경계조건

3.1 벽 경계조건

속도경사가 큰 경계층 부근을 효율적으로 계산하기 위하여 벽 함수(wall function)를 적용하였다. 즉, 층류저층 밖의 유속분포를 다음과 같은 로그분포를 가지는 함수로 지정한다.

$$\frac{\vec{U}}{u_{w*}} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[z / \left(\frac{\nu}{9u_{w*}} + \frac{k_{eq}}{30} \right) \right] \quad (12)$$

여기서, \vec{U} 는 벡터형태의 유속, u_{w*} 는 벽에서의 마찰속도, k_{eq} 는 벽에서의 등가 조도계수, κ 는 von Kármán 상수이다. 벽 근처에서 난류의 국부적인 평형상태를 가정하면 전단응력은 벽에서의 전단응력과 유사하며, 난류에너지 및 난류에너지 소산율은 다음의 Dirichlet 형태의 경계조건으로 나타낼 수 있다.

$$k_w = \frac{u_{w*}^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \epsilon_w = \frac{u_{w*}^3}{\kappa z_w} \quad (13)$$

여기서, 아래첨자 w 는 벽을 나타낸다.

3.2 자유수면 경계조건

시간적으로 변화하는 자유수면 $\zeta(\xi, \eta, t)$ 에서의 동수역

학적 경계조건은 다음과 같이 나타낸다.

$$w|_{z=\zeta} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{U}{h_1} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} \quad (14)$$

연속방정식(Eq. (6))을 수심에 대하여(즉, $z = -d(\xi, \eta) - \zeta(\xi, \eta, t)$) 적분하고, Leibnitz 규칙을 이용한 후, Eq. (14)의 조건을 적용하면 다음과 같은 보존형태의 소위 자유수면 방정식(free surface equation)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\int_{-d}^{\zeta} h_2 U dz \right) + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\int_{-d}^{\zeta} h_1 V dz \right) = 0 \quad (15)$$

표준의 엇갈린 격자(standard staggered grid)에서 비정수압 모의를 위한 압력-수위관계식이 없으므로, Eq. (15)만으로는 자유수면에서의 종결문제를 해결할 수 없다. 그동안 해석적 방법에 기초한 수면층 방정식의 도입을 통하여 자유수면의 종결문제를 해결함으로써, 파랑의 모의에서 연직방향의 격자수를 줄이면서도 정확한 해를 얻는데 성공적인 성과를 거두어 왔다(Choi and Wu 2006; Young et al., 2009; Yuan and Wu, 2004). 이 방정식은 연직방향의 운동량방정식을 자유수면 격자의 중간점($z^*(\xi, \eta, t) = [\zeta(\xi, \eta, t) - \Delta z]/2$)으로부터 자유수면($\zeta(\xi, \eta, t)$)까지 적분함으로써 얻어질 수 있으며 압력과 수위의 함수로 표시된다.

$$\begin{aligned} p_{z=z^*} &= g_z (\zeta - z^*) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{z=z^*}^{z=\zeta} w dz - w|_{z=\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} \\ & \quad + w|_{z=z^*} \frac{\partial z^*}{\partial t} + ADVU + DIFU \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$\begin{aligned} ADVU &= \int_{z=z^*}^{z=\zeta} \left[\frac{\partial(h_1^{-1} w U)}{\partial \xi} \right] dz + \int_{z=z^*}^{z=\zeta} \left[\frac{\partial(h_2^{-1} w V)}{\partial \eta} \right] dz \\ & \quad + \int_{z=z^*}^{z=\zeta} \left[\frac{\partial(w w)}{\partial z} \right] dz \\ DIFU &= \int_{z=z^*}^{z=\zeta} \left[\frac{\partial(h_1^{-1} \tau_{\xi z})}{\partial \xi} \right] dz + \int_{z=z^*}^{z=\zeta} \left[\frac{\partial(h_1^{-1} \tau_{\eta z})}{\partial \eta} \right] dz \\ & \quad + \int_{z=z^*}^{z=\zeta} \left[\frac{\partial(\tau_{zz})}{\partial z} \right] dz \end{aligned}$$

자유수면에 바람 등에 의하여 유발되는 전단응력(u_{s*})에 의해 전단층(shear layer)이 형성되는 경우에 난류운동에너지 및 소산율은 벽에 작용하는 조건과 유사하게

주어진다.

$$k_s = \frac{u_{s*}^2}{\sqrt{C_\mu}}, \epsilon_w = \frac{u_{s*}^3}{\kappa z_s} \quad (17)$$

여기서, 아래첨자 s 는 자유수면을 나타낸다. 반면, 전단력이 없는 경우에는 다음의 조건을 사용한다.

$$\frac{\partial k_s}{\partial z} = 0, \epsilon_s = \frac{(k_s \sqrt{C_\mu})^{3/2}}{\kappa(z_s + 0.07d)} \quad (18)$$

여기서, d 는 수심을 나타낸다.

3.3 유입 및 유출 측 경계조건

유입 측에서는 Eq. (12)의 유속분포를 적용하며, 난류량은 다음의 식으로 주어진다(Stansby and Zhou, 1998).

$$k = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}} \left(1 - \frac{z}{d}\right), \epsilon = \frac{u_*^3}{\kappa z} \left(1 - \frac{z}{d}\right) \quad (19)$$

유출 측에서는 수심의 값이 Dirichlet 형태의 조건으로 주어지며, 유속 및 난류량은 Neumann 형태의 조건을 이용하여 법선방향으로 0의 경사가 유지되도록 한다.

4. 수치해석 기법

지배방정식은 Choi and Yuan(2011)에서 제시된 계산 단계 분리법(fractional step approach)의 일종으로 2차 정도의 시간미분이 가능하도록 음해계수 θ 를 도입하여 해석하였다. 본 절에서는 지배방정식을 계산 단계 분리법에 의해 이산화 하는 과정과, 자유수면 경계의 종결을 위한 수면층 방정식을 단계별로 적용하는 방법, 그리고 난류수송방정식의 수치해석 기법에 대하여 서술한다.

4.1 계산 단계 분리법에 의한 부정류 해석

본 연구에서는 기존의 계산 단계 분리법과는 달리 음해계수인 θ 를 도입하여 2차 정도의 시간 미분이 가능하도록 하였다. Eq. (7)에 대한 2차의 시간미분은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta t} = & -\frac{1}{2} \left[3 \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} \right)^n - \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} \right)^{n-1} \right] - \theta \mathbf{P}^{n+1} - (1-\theta) \mathbf{P}^n \\ & + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial z} \right)^{n+1} + \left(\frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial z} \right)^n \right] \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, Δt 는 시간간격, 위첨자 $n-1, n, n+1$ 은 $n-1$

th, n th, and $n+1$ th 시간, θ 는 0.5~1.0의 값을 가지는 음해계수(implicit factor)로 수면층 방정식의 계수와 적합하도록 선택하며, 본 연구에서는 0.5를 사용하였다.

먼저 제 1단계인 예측(predictor) 단계에서는 Eq. (20)에서 이송-확산 항만으로 다음의 식을 구성한다.

$$\begin{aligned} \frac{U^{n+*} - U^n}{\Delta t} = & -\frac{1}{2} \left[3 \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} \right)^n - \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} \right)^{n-1} \right] \\ & + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial z} \right)^{n+*} + \left(\frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial z} \right)^n \right] \end{aligned} \quad (21)$$

여기서, 위첨자 $n+*$ 은 중간단계의 시간을 의미한다. 위 식에서 이송항은 2차 정도의 Adams-Bashforth 방법을 이용하여 근사화시킨다. 확산항은 2차 정도의 Crank-Nicholson 방법으로 시간에 대한 차분식을 구성한 후, 다차원 행렬식의 기억용량과 계산효율을 위하여 Approximate Factorization을 이용하여 삼중대각행렬을 구성하여 푼다. 공간적으로는 이송항에 대하여 상류이송기법 또는 Eulerian-Lagrangian 방법 등이 사용될 수 있으며(Casulli, 1999), 본 연구에서는 상류이송기법 중의 하나인 QUICK(quadratic upwind differencing scheme)이 사용되었다. 확산항에는 일반적으로 이용되는 중앙차분법이 사용되었다.

제 2단계인 수정(corrector) 단계에서는 전 단계에서 생략된 생성항(즉, 압력경사 및 중력가속도)을 포함하여 다음과 같은 식이 된다.

$$\frac{U^{n+1} - U^{n+*}}{\Delta t} = -\theta \mathbf{P}^{n+1} - (1-\theta) \mathbf{P}^n \quad (22)$$

Eq. (22)를 Eq. (6)에 대입하면 압력에 대한 Poisson 방정식이 구성되며, 행렬식의 반복계산 알고리즘의 하나인 BI-CGSTAB(bi-conjugate gradient method)를 이용하여 풀 수 있다.

난류에너지 수송에 관한 Eqs. (10) and (11)은 Eq. (21)과 같은 수치해석 방법을 이용하여 다음 시간($n+1$)의 에너지 및 소산율을 계산한다. 이 때, 난류에너지 생성항은 이전 시간(n)의 유속을 이용한다.

4.2 자유수면에서의 종결방정식 구성

계산 단계 분리법의 절차를 수면층 방정식(Eq. (16))에 대하여 적용하면, 다음과 같이 시간에 대한 2차 정도의 이산화 방정식이 얻어진다.

$$\theta p_{z^*}^{n+1} + (1-\theta) p_{z^*}^n = \frac{g\Delta z^{n+1}}{2} + \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\int_{z^*}^{\zeta} w dz \right)^{n+1} - \left(\int_{z^*}^{\zeta} w dz \right)^n \right] - \frac{(2w_{\zeta}^{n+1} - w_{z^*}^{n+1})}{2\Delta t} (\zeta^{n+1} - \zeta^n) \quad (23)$$

$$+ \frac{1}{2} [3(ADVU)^n - (ADVU)^{n-1}]$$

$$+ \frac{1}{2} [(DIFU)^{n+1} + (DIFU)^n]$$

Eq. (23)에서 이송-확산 단계의 항들을 분리하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\left(\int_{z^*}^{\zeta} w dz \right)^{n+*} - \left(\int_{z^*}^{\zeta} w dz \right)^n \right] + \frac{1}{2} [3(ADVU)^n - (ADVU)^{n-1}] + \frac{1}{2} [(DIFU)^{n+*} + (DIFU)^n] = 0 \quad (24)$$

실제로 중간단계의 유속은 식 (21)만으로 계산될 수 있기 때문에 Eq. (24)는 이송-확산단계에서 사용되지 않는다. Eq. (23)로 부터 Eq. (24)를 감하면 수정단계에서의 압력, 수위 및 유속의 관계식은 다음과 같다.

$$\theta p_{z^*}^{n+1} + (1-\theta) p_{z^*}^n = \frac{g\Delta z^{n+1}}{2} + \frac{1}{\Delta t} \left[\left(\int_{z^*}^{\zeta} w dz \right)^{n+1} - \left(\int_{z^*}^{\zeta} w dz \right)^{n+*} \right] - \frac{(2w_{\zeta}^{n+1} - w_{z^*}^{n+1})}{2\Delta t} (\zeta^{n+1} - \zeta^n) \quad (25)$$

자유수면에서의 경계조건 종결을 위한 자유수면 방정식(Eq. (15))은 다음과 같이 이산화된다.

$$\frac{\zeta^{n+1} - \zeta^n}{\Delta t} + \frac{(1-\gamma)}{h_1 h_2} \frac{\Delta}{\Delta \xi} \left(\int_{-d}^{\zeta} h_2 U dz \right)^n + \frac{\gamma}{h_1 h_2} \frac{\Delta}{\Delta \xi} \left(\int_{-d}^{\zeta} h_2 U dz \right)^{n+1} + \frac{(1-\gamma)}{h_1 h_2} \frac{\Delta}{\Delta \eta} \left(\int_{-d}^{\zeta} h_1 V dz \right)^n + \frac{\gamma}{h_1 h_2} \frac{\Delta}{\Delta \eta} \left(\int_{-d}^{\zeta} h_1 V dz \right)^{n+1} = 0 \quad (26)$$

Eqs. (25) and (26)을 연립하면 다음 시간단계의 수위 (ζ^{n+1})이 소거되어 Eq. (22)와 유사한 압력에 대한 Poisson 방정식이 유도된다. 이 때 수평방향 압력경사 산정 시 부분 격자를 이용함으로써 초래될 수 있는 문제점은 동일한 연직방향 위치에서 평가될 수 있도록 보간법을 이용한다(Choi and Wu, 2006; Choi et al., 2011).

5. 개발모형의 적용

개발된 모형의 검증은 이용 가능한 수리모형 실험 결과와의 비교를 통하여 수행하였다. 먼저 유입 및 유출 측 경계조건의 영향이 없는 상태에서 개발 모형의 정확성 검증을 위하여 폐쇄된 2차원 수조에서 취송류의 생성을 모의하였다. 다음으로 지형의 연직방향 변화에도 격자의 수를 증가시키지 않고 흐름해석이 가능한 부분 격자법의 적용성을 평가하였다. 즉, 급격한 중단경사를 가지는 2차원 트렌치(trench)에서 점성흐름의 분리(separation) 및 재부착(reattachment) 현상에 대한 모의 결과를 수리실험 결과와 비교하였다. 마지막으로 직교 곡선좌표계에서의 개발모형 적용성을 3차원 급변 만곡류에 대한 모의를 통하여 수행하였다. 비정상류에 대하여 개발된 모형의 특성상 흐름이 완전히 발달된 상태(정상상태)가 된 후에 수치실험 결과를 기존의 수리모형 실험결과와 비교 검토하였다.

5.1 폐쇄된 2차원 수조에서의 취송류 해석

폐쇄된 수조(closed basin)에서 2차원 취송류를 개발모형의 유효성 검증을 위하여 적용하였다. 본 실험은 자유수면을 제외한 다른 경계면들이 벽으로 둘러싸여 있어 유입 및 유출 측의 영향을 배제할 수 있어 개발모형의 정확도를 예측하는데 유용하다. 본 수치실험에서 비교를 위하여 이용된 물리적 모형은 Baines and Knapp (1965)의 수리실험 조건 중 하나를 이용하였다. 수리실험은 9.144 m의 길이, 0.9144 m의 폭과 0.9144 m의 높이를 가지는 수로에서, 수심 0.3048 m에 6.096 m/s의 바람을 주입하여 수행되었다. 이 때, 자유수면에서의 마찰속도 $u_{*} = 9.416 \times 10^{-3}$ m/s, Reynolds수는 46,500으로 계산되었으며, 바닥면의 절대조도는 0.4795 mm로 측정되었다.

수치실험은 9.144 m의 길이와 0.3048 m의 수심을 가지는 계산영역을 60×20 의 균일한 격자로 나누어 수행하였으며, 시간간격(Δt)은 0.02 s로 충분히 발달된 정상류에 도달하는 시간인 200 s까지 모의를 실시하였다. 개발모형의 수치실험 결과는 Fig. 2(a)에서와 같이 수로의 중간에서 수심에 대한 평균유속 수리실험 결과와 비교하면 전방

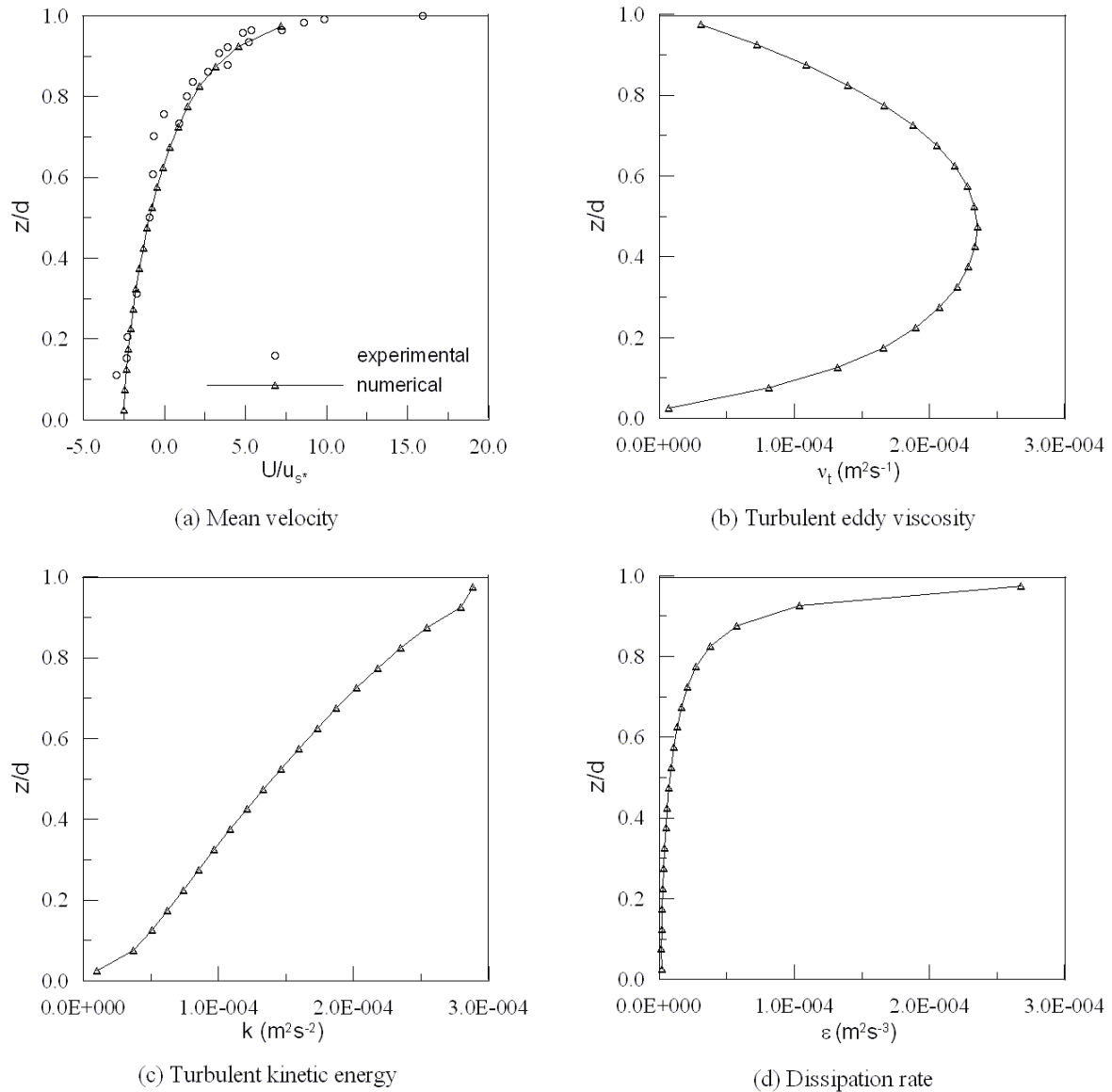


Fig. 2. Mean Velocity and Turbulence Characteristics

적으로 일치하게 됨을 알 수 있다. 난류 동점성계수, 난류 운동에너지 및 소산율에 대한 수치실험 예측치는 Figs. 2(b)~(d)에 나타내었다. 난류 동점성계수의 분포는 이중 로그분포(double-logarithm distribution)로부터 해석적으로 유도될 수 있는 포물선의 형상과 일치됨을 알 수 있다 (Spillane and Hess, 1978; Tsanis, 1989). 취송류에서의 난류의 운동에너지와 소산율은 Figs. 2(c)~(d)와 같이 자유수면에 집중되어 분포됨을 알 수 있다.

5.2 급경사 트랜치에서 와류의 해석

사다리꼴 모양의 급경사를 가지는 트랜치에서의 수리 실험은 van Rijn (1982)에 의하여 길이 17m, 폭 0.5m, 높

이 0.7m의 수로에서 수행되었으며, 이후 많은 수치모형들의 검증에 위하여 적용되었다(Stansby and Zhou, 1998; Lee et al., 2006). 다른 수치모형 검증과 마찬가지로, 본 연구에서는 컴퓨터 계산용량을 감소시키기 위하여 계산 영역의 길이를 2.6m로 축소된 영역에 대하여 모의를 실시하였다. 수리실험 시 측정된 수로에서의 평균적인 등가 조도계수 k_{eq} 는 0.02m이며, 유입부에서의 마찰속도는 0.033 m/s이다. Fig. 3에서 보이는 바와 같이 5개의 지점에서 흐름방향의 평균유속과 난류에너지에 대하여 측정이 수행되었다. 수치실험은 수평방향으로 120, 연직방향으로 40개의 격자를 사용하였으며, 시간간격(Δt)은 0.005s로 선정하였으며, 기존의 수치모형 실험에서 확인된 정상류

에 도달하는 시간인 100 s까지 모의를 실시하였다. 특히 경사면에는 직사각형 모양의 격자를 사용함으로써 인해 발생하는 해석오차를 최소화 하고자 부분 격자 방법을 이용하였다.

Fig. 3과 같이 수치모형 실험결과를 평균유속 벡터와 유선으로 나타내었다. 사다리꼴 트렌치의 가장자리(leading edge)를 지나서 흐름의 분리가 발생되어 단면(2)와(3) 사이에서 와류(eddy)에 의한 흐름의 순환(circulation)이 발생됨을 알 수 있다. 이러한 유동장의 형태는 다른 수치모형의 결과에서도 보고되어 왔다(Stansby and Zhou, 1998). Fig. 4에 흐름방향의 평균유속 분포를 수리

실험 결과와 비교하여 나타내었다. 상류측 단면(2) 및(3)을 제외한 대부분의 단면에서 수치모형의 결과는 수리실험 결과와 만족할만한 일치를 나타내고 있다. 단면(2) 및(3)에서는 (-)값을 가지는 유속분포의 예측 등에 있어 비슷한 경향을 나타내고 있으나, 역압력구배 분포에 의해 발생하는 흐름의 박리구간에서 등방성 $k-\epsilon$ 난류모형 및 벽 함수 적용에 있어 한계가 있음을 확인할 수 있었다. 난류 운동에너지의 수심에 따른 분포는 Fig. 5에 나타내었다. 난류 운동에너지의 최대치는 유입측(단면(1))에서는 바닥면에서 발생되나 흐름방향 단면의 변화에 따른 최대 유속경사가 발생하는 곳을 따라 이동함을 알 수 있다. 수치

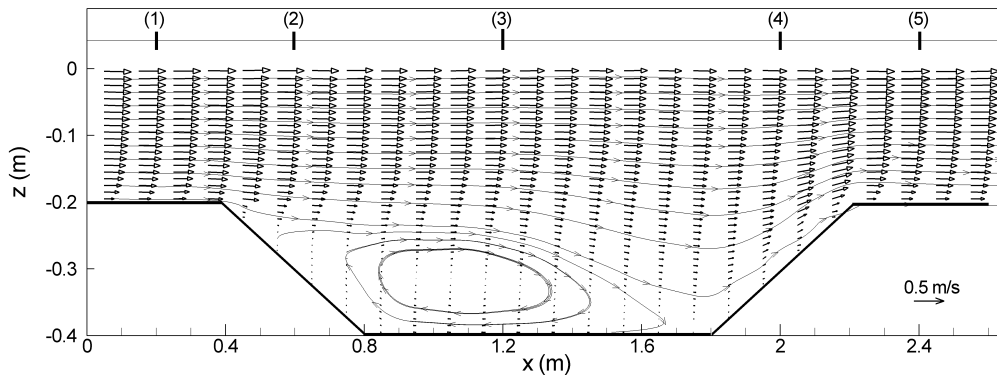


Fig. 3. Geometry and Flow Field over a Trench

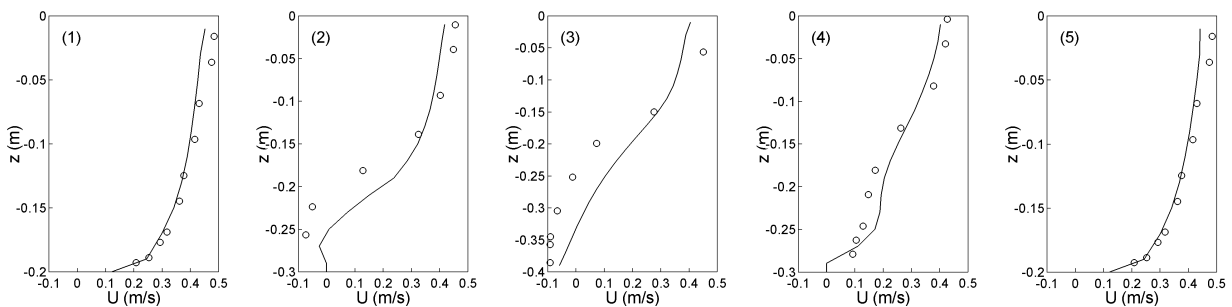


Fig. 4. Vertical Profiles of Velocity over a Trench at Different Locations

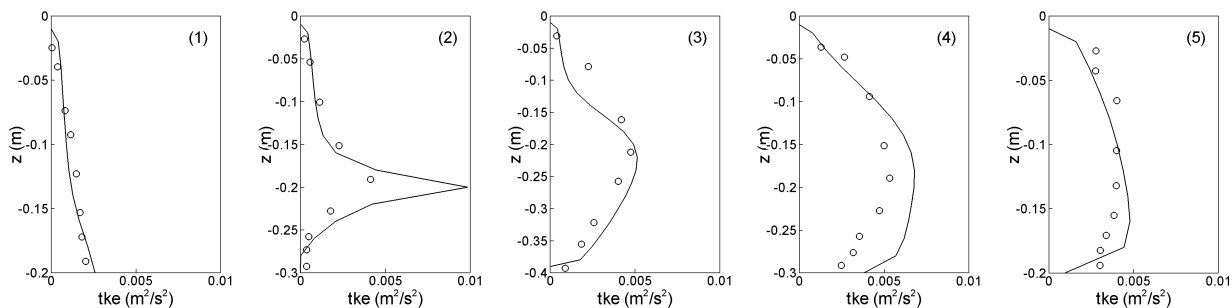


Fig. 5. Vertical Profiles of Turbulent Kinetic Energy over a Trench at Different Locations

모형 실험결과는 측정단면 5개소 중 단면 (2)에서 가장 큰 난류운동에너지가 나타나는 것으로 예측되었다.

5.3 급변 만곡류의 해석

만곡부를 가지는 수로에서의 흐름을 해석하는 것은 자연상태의 사행하천에서 발생할 수 있는 유사의 침식 및 퇴적, 취수 및 방류구의 위치 선정, 주운의 경로선정 등 많은 공학적 유용성을 가진다. 본 연구에서는 Rozovskii (1957)가 수행한 다양한 단면과 조도조건 하에서의 수리 실험 중 No. 1 실험을 대상으로 수치모형 실험을 실시하여 비교·검증하였다. 선택된 실험은 2차원 수심적분 모형 (Lien et al., 1999; Molls and Chaudhry, 1995)과 3차원 정수압 모형(Leschziner and Rodi, 1979) 등에서 개발된 모형의 신뢰성 검증을 위하여 널리 이용되어 왔다. 수리 실험은 6m의 직선 유입수로, 3m의 직선 유출수로, 그리고 180°의 급격히 만곡된 수로에서 실시되었다. 수로부의 폭은 0.8 m, 수심은 0.06 m, 곡률반경은 0.4 m, 수로의 경사는 0이다. 흐름조건은 상류의 유량이 0.0123 m³/s이며, Reynolds수와 Froude수는 각각 15,600과 0.114이다. 수로 바닥의 조도는 Chezy계수 값 $C=60 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$ 로 측정되었다.

본 수치실험에서는 이전에 수행된 수치실험들(Lien et al., 1999; Molls and Chaudhry, 1995; Leschziner and Rodi, 1979)과 마찬가지로, 계산비용 절감을 위하여 유입 수로를 3m로 설정하였다. 수치실험을 위한 격자는 흐름

방향으로 111개의 균일한 격자를, 횡방향 및 연직방향으로는 각각 40과 14개의 불균일 격자를 사용하였다. 횡방향 및 연직방향에서 격자는 벽면에 인접할수록 보다 조밀하도록 구성하여 급격한 속도경사를 추적할 수 있도록 하였다. 비정상류 모의를 위한 시간간격(Δt)는 0.02 s이며, 충분히 발달된 정상류에 도달하는 시간인 100 s까지 모의를 실시하였다.

Fig. 6에서 수로의 내벽과 외벽에서의 수위를 수리모형 실험결과와 같이 비교하였다. 수치모형 실험결과는 이전에 수행된 수치실험들과 마찬가지로 수로의 내측과 외측에서의 수심을 수리모형 실험치보다 낮게 예측하는 경향을 나타내었으며, 전반적으로 만족할만한 정확도의 모의 결과를 나타내었다. Fig. 7은 65° 횡단면에서 종방향 유속

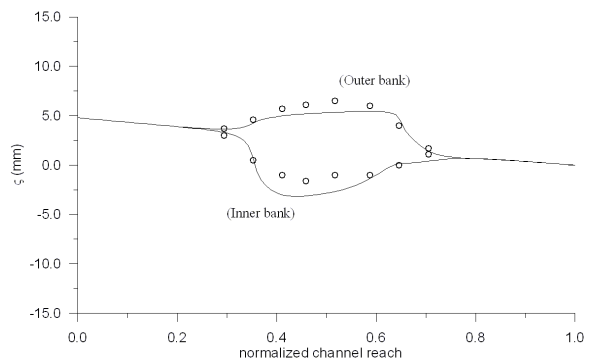


Fig. 6. Water Surface Super-elevation along Channel Reach

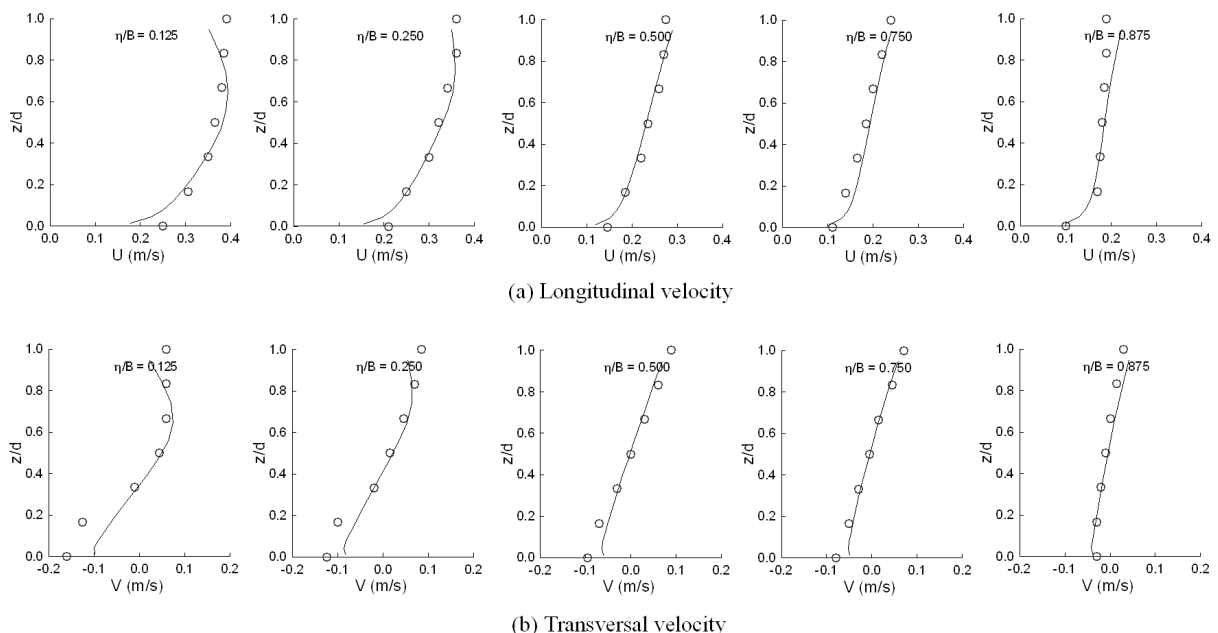


Fig. 7. Vertical Profiles of Velocity at 65° Cross-section

(U)과 횡방향의 유속 (V)의 예측치를 Rozovskii (1957)의 실험결과와 함께 나타내었다. 종방향 및 횡방향 유속 모두 물리적 실험결과와 비교하여 만족할만한 결과를 보여주었으나, 수로의 내측벽 부근($\eta/B=0.125$)의 횡방향 유속분포는 수로바닥과 자유수면 부근에서 실험치와 편차를 나타내었다. 수로의 만곡부를 0° , 60° , 120° , 180° 의 단면에서 절단하여 나타낸 이차류의 유속분포는 Fig. 8과 같다. 횡단면에서의 유속 분포에서 보는 바와 같이 이차류의 크기는 흐름방향 유속크기의 30%에 이른다. 만곡부 유입측

(Fig. 8(a))에서는 수로의 외측으로부터 내측으로 일방향이 흐름이 관측되며, Figs. 8(b) and (c)에서 보이듯이 60° , 120° 의 만곡부에서는 대칭형태의 와류가 발달됨을 알 수 있다. 하류측 수심을 0으로 설정하였을 때 수위의 평면적 분포를 Fig. 9(a)와 같이 나타내었다. 연속적인 수위의 상승이 외벽에서 관측되었으며, 반대로 내벽에서는 수위의 강하가 관측되었다. 유속의 평면적 분포는 자유수면 부근, 수심의 중간, 바닥면 부근의 유속분포를 Figs. 9(b)~(d)에 나타내었다. 그림의 유속분포를 통하여 만곡부 유입

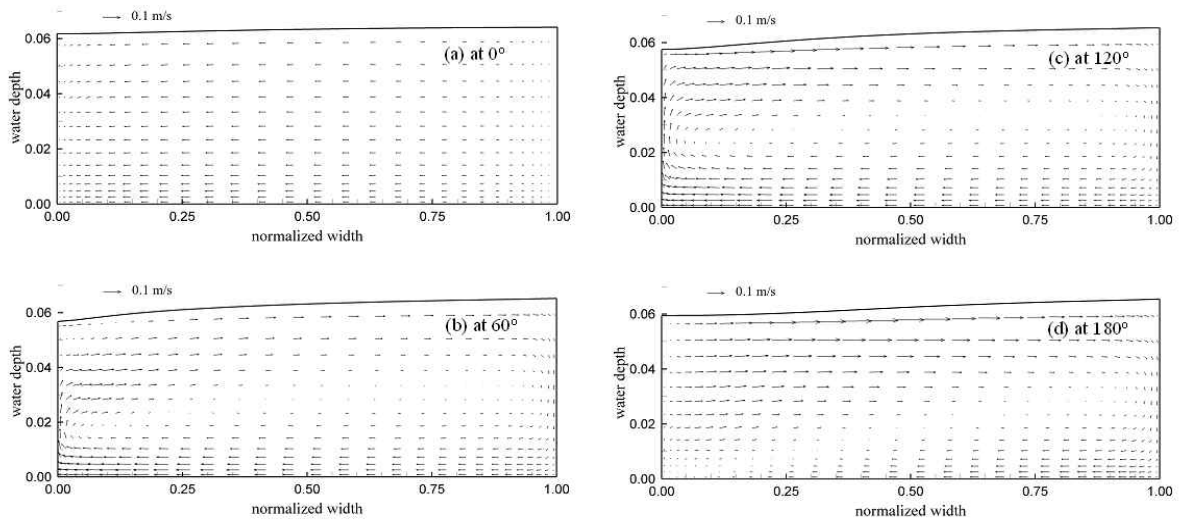


Fig. 8. Vector Type of Cross-sectional Velocity Plots

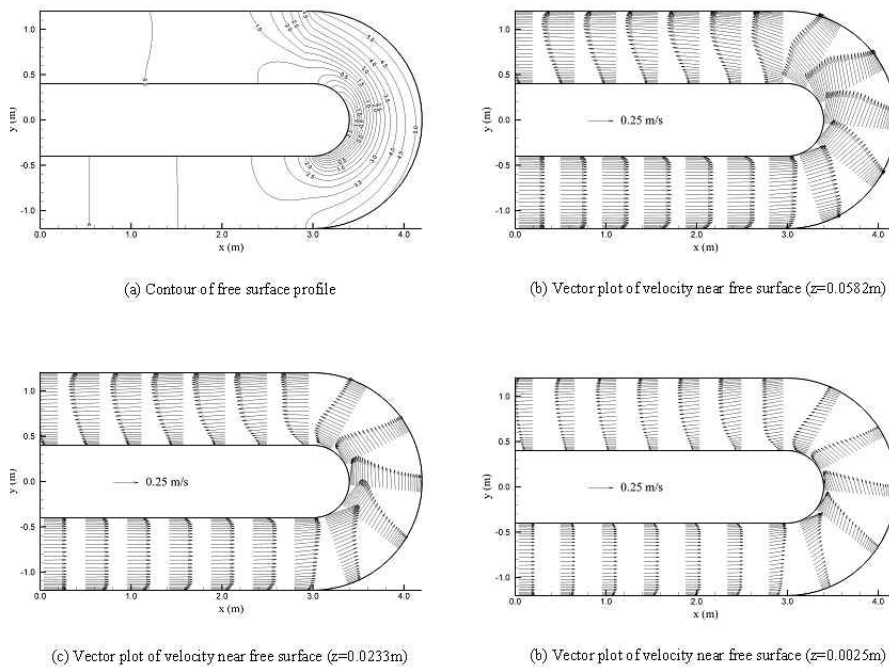


Fig. 9. Plan View of Free Surface and Velocities

측에서 수로의 내측에서 발생된 최대유속이 만곡부 유출 측에서는 외측으로 이동하는 유속의 전이현상(velocity shift)이 발생됨을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 비정수압 자유수면 모형을 직교의 곡선 좌표에서 개발하였으며, 제안된 수치모형은 비점성을 가정한 파랑의 모의뿐만 아니라 난류를 포함하는 점성유체의 해석이 가능하다. 개발된 모형은 엇갈린 격자를 사용함으로써 발생하는 자유수면에서의 경계조건 종결 문제를 수면층 방정식을 도입하여 자유수면 방정식과 연립하여 해결하였다. 본 연구에서는 기존에 이용된 계산 단계 분리법의 일종인 투영법과는 달리 음해계수인 θ 를 도입하여 2차 정도의 시간 미분이 가능하도록 하였다. 또한 부분격자법을 도입함으로써 연직방향으로 직각좌표계를 이용함으로써 발생하는 고정된 격자사이에서 발생하는 미세한 수위 및 지형변화를 모의할 수 있도록 하였다.

개발된 수치모형은 폐쇄된 2차원 수조에서의 취송류 생성 모의를 통하여 벽 함수를 이용하는 k- ϵ 난류 모형의 유효성을 검증하였다. 또한 급경사의 트랜치를 포함하는 수로에서 와류의 해석을 모의함으로써 부분 격자법의 적용성을 평가하였다. 다시 말하면, 급격한 중단경사로 인하여 발생하는 와류의 생성과 난류 운동에너지의 변화를 해석함으로써, 그동안 주로 시그마좌표 등의 곡선 좌표계에서만 가능한 모의를 연직방향의 직각좌표 모형을 사용하여 가능하게 하였다. 마지막으로 자연상태의 하천이나 인공적인 수로에서 많은 공학적 유용성을 가지는 3차원 급변 만곡류에 적용하여 이차류, 유속전이 등 만곡수로에서 발생하는 물리적 현상들을 기존의 수리실험 결과와 비교를 통하여 수치적으로 조사하였다.

이상과 같은 연구결과를 통하여 직교 곡선좌표계 상에서 개발된 비정수압 자유수면 모형은 정수압에 근거한 수치모형과의 비교를 통한 비정수압 영향 분석, 정수압 기반의 수치모형과의 결합을 통한 범용적 수리해석 모형 개발, 파랑과 점성흐름이 공존하는 영역에서의 유체해석 등 해안 및 수자원 분야에서 그 적용성이 강화될 것으로 기대된다.

참고문헌

Baines, D., and Knapp, D.J. (1965). "Wind driven water currents." *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, Vol.

91, No. 2, pp. 205-221.

Browning, G.L., Holland, W.R., Kreiss, H.O., and Worley, S.J. (1990). "An accurate hyperbolic system for approximately hydrostatic and incompressible oceanographic flows." *Dyn. Atmos. Oceans*, Vol. 14, pp. 303-332.

Casulli, V. (1999). "A semi-implicit finite difference method for non-hydrostatic, free-surface flows." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 30, No. 4, pp. 425-440.

Casulli, V., and Stelling, G.S. (1998). "Numerical simulation of 3D quasi-hydrostatic, free-surface flows." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 124, No. 7, pp. 678-686.

Choi, D.Y., and Wu, C.H. (2006). "A new efficient 3D non-hydrostatic free-surface flow model for simulating water wave motions." *Ocean Engineering*, Vol. 33, pp. 587-609.

Choi, D.Y., Wu, C.H., and Young, C.C. (2011). "An efficient curvilinear non-hydrostatic model for simulating surface water waves." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 66, No. 9, pp. 1093-1115.

Choi, D.Y., and Yuan, H. (2011). "A horizontally curvilinear non-hydrostatic model for simulating nonlinear wave motion in curved boundaries." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, DOI: 10.1002/flid.2676, published online.

Harlow, F.H., and Welch, J.E. (1965). "Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface." *Physics of Fluids*, Vol. 8, No. 12, pp. 2182-2189.

Launder, B.E., and Spalding, D.B. (1974). "The numerical computation of turbulence flows." *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 3, No. 2, pp. 269-289.

Lee, J.W., Teubner, M.D., Nixon, J.B., and Gill, P.M. (2006). "A 3-D non-hydrostatic pressure model for small amplitude free surface flows." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 50, No. 6, pp. 649-672.

Leschziner, M.A., and Rodi, W. (1979). "Calculation of strongly curved open channel flow." *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, Vol. 105, No. 10, pp. 1297-1314.

Leupi, C., and Altinakar, M.S. (2005). "Finite element modelling of free-surface flows with non-hydrostatic pressure and k-epsilon turbulence model." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 49, No. 2, pp. 149-170.

- Lien, H.C., Hsieh, T.Y., Yang, J.C., and Yeh, K.C. (1999). "Bend-flow simulation using 2D depth-averaged model." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 125, No. 10, pp. 1097-1108.
- Lin, P., and Li, C.W. (2002). "A σ -coordinate three-dimensional numerical model for surface wave propagation." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 38, No. 11, pp. 1045-1068.
- Marshall, J., Hill, C., Perelman, L., and Adcroft, A. (1997). "Hydrostatic, quasi-hydrostatic, and nonhydrostatic ocean modeling." *Journal of Geophysical Research*, Vol. 102, No. 3, pp. 5733-5752.
- Molls, T., and Chaudhry, M.H. (1995). "Depth-averaged open-channel flow model." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 121, No. 6, pp. 453-465.
- Nichols, B.D., and Hirt, C.W. (1975). *Methods for calculating multi-dimensional, transient free surface flows past bodies*. Technical Report LA-UR-75-1932, Los Alamos National Laboratory, LM.
- Pacanowski, R.C., and Gnanadesikan, A. (1998). "Transient response in a z-level ocean model that resolves topography with partial cell." *Monthly Weather Review*, Vol. 126, No. 12, pp. 3248-3270.
- Rozovskii, I.L. (1957). *Flow of water in bends of open channels*. Transl. 1961, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem.
- Spillane, K.T., and Hess, G.D. (1978). "Wind-induced drift in contained bodies of water." *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 8, No. 5, pp. 930-935.
- Stansby, P.L., and Zhou, J.G. (1998). "Shallow-water flow solver with non-hydrostatic pressure: 2D vertical plane problems." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 28, No. 3, pp. 541-563.
- Stelling, G.S., and Zijlema, M. (2003). "An accurate and efficient finite-difference algorithm for non-hydrostatic free-surface flow with application to wave propagation." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 43, No. 1, pp. 1-23.
- Tannehill, J.C., Anderson, D.A., and Pletcher, R.H. (1998). *Computational fluid mechanics and heat transfer*, Taylor & Francis.
- Tsanis, I.K. (1989). "Simulation of wind-induced water currents." *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 115, No. 8, pp. 1113-1134.
- van Rijn, L.C. (1982). *The computation of the flow and turbulence field in dredged trenches*. Report S 488-1, Delft Hydraulics Laboratory, Delft, The Netherlands.
- Yuan, H., and Wu, C.H. (2004). "An implicit 3D fully non-hydrostatic model for free-surface flows." *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 46, No. 7, pp. 709-733.
- Young, C.-C., Wu, C.H., Liu, W.-C., and Kuo, J.-T. (2009). "A higher-order non-hydrostatic σ model for simulating non-linear refraction-diffraction of water waves." *Coastal Engineering*, Vol. 56, No. 9, pp. 919-930.

논문번호: 11-072	접수: 2011.07.03
수정일자: 2012.01.04/01.13	심사완료: 2012.01.13