

복사 열손실을 받는 대향류 확산화염의 맥동 불안정성의 비선형 거동

이수룡^{*†} · 박성천^{**}

Nonlinear Behaviors of Pulsating Instabilities in Counterflow Diffusion Flames with Radiation Heat Loss

Su Ryong Lee and Sung Cheon Park

ABSTRACT

Nonlinear dynamics of pulsating instability in radiating counterflow diffusion flames is numerically investigated by imposing Damköhler number perturbation. Stable limit-cycle solutions occur in small ranges of Damköhler numbers past bifurcation point of instability. Period doubling cascade and chaotic behaviors appear just before dynamic extinction occurs. Nonlinear dynamics is also studied when large disturbances are imposed to flames. For weak steady flames, the dynamic extinction range shrinks as the magnitudes of disturbances are increased. However, strong steady flames can overcome relatively large disturbances, thereby the dynamic extinction range extending. Stable limit-cycle behaviors reappears prior to dynamic extinction when the steady flames are strong enough.

Key Words : Diffusion Flame(확산화염), Period Doubling(주기배중), Pulsating Instability(맥동불안정성), Radiation Heat Loss(복사열손실)

기 호 설 명

Alphabets

A_F : equivalence ratio
 a : strain rate
 Da : Damköhler number
 H : total enthalpy
 K_P : Planck mean absorption constant
 Q : heat release rate
 q : nondimensional heat release rate
 T : temperature
 T_a : activation temperature
 t : nondimensional time
 v : velocity
 x, y : spatial coordinate
 Y : mass fraction
 Z : mixture fraction

Greeks

Θ : nondimensional temperature
 κ : radiation intensity
 σ : Stefan-Boltzmann constant

Superscript

* : dimensional quantity

Subscripts

dy : dynamic
 ext : extinction condition
 F : fuel
 fi : final
 in : initial
 O : oxidizer
 st : steady state
 ∞ : oxidizer side
 $-\infty$: fuel side

1. 서론

선형 안정성 해석을 통하여 확산화염에서도 물질

확산-열전도의 차이에 의해 맥동불안정성(pulsating instability)이 나타날 수 있다고 밝혀진 이후, 확산화염의 맥동불안정성에 관한 연구가 많이 수행되었다 [1-3]. Lewis 수가 1보다 커서 열전도가 물질확산 보다 더 강할 때는 반응율의 감도가 큰 소염근처에서 맥동 불안정성이 나타나서 일차원 준 정상상태(quasi-steady

* 서울과학기술대학교 기계자동차공학과

** 여주대학교 자동차과

† 연락저자, srlee@seoultech.ac.kr

state) 화염의 소멸조건 전에 화염이 소멸된다. 이러한 물질확산-열전도 불안정성은 화염의 고유불안정성(intrinsic instability)에 해당한다. 그러나 확산화염의 맥동 불안정성은 물질확산 및 열전도의 차이뿐만 아니라 화염지역에서 복사 열손실이 존재하는 경우에도 일어날 수 있음이 밝혀졌다[4-7].

Sohn과 Kim[4]은 스트레치가 없는 정체 혼합층을 모델로 하여 Lewis 수가 1일 때 복사열전달을 받는 확산화염에 대하여 비선형 해석을 수행하였다. Damköhler 수가 큰 경우 복사열손실에 의하여 화염 온도가 감소하여 정상상태 화염의 소멸이 나타나며, 정상상태 소멸 전에 맥동불안정성이 나타날 수 있음을 보였다. 일단 맥동불안정성이 시작되면 화염온도가 시간에 따라 진동하면서 진폭이 증폭되어 소멸되는 경우, 진폭이 감쇄되어 정상상태 화염온도로 가는 경우, 일정한 진폭으로 계속 진동하는 안정된 한계순환(limit cycle)을 보이는 경우 등 세가지 형태로 화염이 전개됨을 보였다.

Milkavcic 등[5]은 Sohn과 Kim이 제시한 정체 혼합층을 모델로 하여 복사열손실을 고려하여 확산화염의 비선형 거동을 해석하였다. 복사열손실이 없을 경우에는 Lewis 수가 매우 큰 5에서 안정된 한계순환 거동과 함께 세가지 화염거동이 나타났으며, 복사열손실이 있을 경우에는 Lewis 수가 1인 경우에도 세가지 화염 거동이 나타남을 보여주었다. 또한 Milkavcic [6]은 후속 연구에서 안정된 한계순환 맥동 불안정성이 일어난 후 Damköhler 수가 증가하면 주기 배증 캐스케이드(periodic doubling cascade)에 의해 카오스(chaos)로 진행됨을 보여주었다.

Lee[7]는 복사열손실을 받는 대향류 확산화염에 대하여 선형 안정성 및 비선형 해석을 하였다. 반응속도 제한에 의한 소멸 근처에서는 정상상태 화염의 소멸점에서 화염의 불안정성이 나타나며 소멸 전에 화염 불안정성이 나타나지 않음을 보여주었다. 반면에 복사 열손실에 의한 소멸근처에서는 정상상태 화염의 소멸 전에 복소수의 고유값을 갖게 되며 맥동 불안정성이 나타난다. 비선형 해석을 통하여 맥동 불안정성이 시작되는 분기점(bifurcation point) 근처의 좁은 영역에서 안정된 한계 순환 맥동불안정성이 존재함을 보여주었다.

Park 등[8]은 대향류 확산화염에서 형성된 에지화염(edge flame)에 열손실이 미치는 영향에 대하여 연구하였다. 스트레치가 작은 경우 복사 열손실뿐만 아니라 반경방향 전도 열손실에 의하여 에지화염이 진동하며, 진동모드는 위와 같이 증폭모드, 감쇄모드 그리고 조화모드 등 세가지 형태가 있음을 실험적으로 밝혔다.

이전 Lee의 결과[7]는 복사 열전달을 받는 대향류

확산화염에서 매우 작은 외부 교란에 대한 선형 안정성 해석에 초점을 맞추어 맥동 불안정성의 분기점을 계산하고 분기점 근처의 맥동불안정성의 특성을 연구하였다. 본 연구는 그 후속 연구로 두가지 측면에서 맥동불안정성의 비선형 거동을 연구하였다. 첫째 분기점 이후 맥동불안정성이 Damköhler 수에 따라 어떻게 변하며 어떤 과정을 거쳐 동적 소멸(dynamic extinction)에 도달하는가에 대하여 연구하였다. 둘째 외부 교란이 비교적 클 경우에 대하여 정상상태 화염이 어떤 비선형 거동을 보이는지 그리고 맥동불안정성이 나타나는 임계값과 동적 소멸이 나타나는 임계값 등에 대하여 연구하였다.

2. 지배방정식 및 해석방법

2.1. 지배방정식 및 경계조건

본 연구에서는 층류화염소(laminar flamelet)의 연소해석에 널리 사용되고 있는 이차원 대향류 유동장을 모델로 채택하였으며, Fig. 1에 도시하였다.

유동장은 $(v_x^*, v_y^*) = (a^* x^*, -a^* y^*)$ 이며, 여기에서 a^* 는 dv_x^*/dx^* 로 정의된 유동장의 변형률(strain rate)이다. 공간좌표 및 시간은 열확산계수 D_T^* 로 정의된 혼합층의 특성길이 $\sqrt{2D_T^*/a^*}$ 와 특성시간 $2/a^*$ 로 무차원화하여 다음과 같이 정의되었다. 여기에서 *는 무차원화 되지 않은 값을 나타낸다.

$$(x, y) \equiv \sqrt{\frac{a^*}{2D_T^*}} (x^*, y^*), \quad t \equiv \frac{a^* t^*}{2} \quad (1)$$

온도는 산화제의 질량당 열발생 Q^* 와 정압비열 c_p^* 로 정의된 특성온도 $T_c^* \equiv Q^*(Y_{O,\infty}/L)/c_p^*$ 로 무차원화 하였고, 산화제 및 연료의 농도는 다음과 같이 무차원화 하였다.

$$\Theta = \frac{T^* - T_\infty^*}{T_c^*} = \frac{T^* - T_\infty^*}{q T_\infty^*} \quad (2)$$

$$Y_O = \frac{Y_O^*}{Y_{O,\infty}^*} \quad Y_F = \frac{Y_F^*}{\nu Y_{O,\infty}^*}$$

여기에서 T_∞^* 는 산화제측의 온도이며, q 는 T_c^*/T_∞^* 로 정의된 무차원화된 열발생이며, ν 는 연료-공기 화학양론비이다. 경계조건에서 나타나는 인자는 당량비로서 $A_F = Y_{F,-\infty}^*/(\nu Y_{O,\infty}^*)$ 이며, $Y_{F,-\infty}^*$ 는 연료측의 연료 질량분율이다.

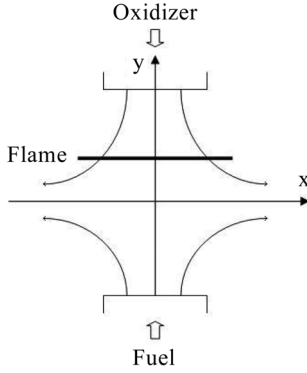


Fig. 1. Schematic diagram of counterflow diffusion flame.

해석을 간단하게 하기 위하여 여러 가지 가정을 도입하였다. 열적팽창을 무시하여 밀도 ρ 를 일정하게 두었고, Lewis 수는 1로 가정하였다. 화학반응은 일단계 총체 Arrhenius 반응을 채택하였다.

복사열손실을 계산하기 위하여, 기체복사는 광학적으로 얇다(optically thin)고 가정하였다[4,9]. 단위체 적당 복사열손실은 다음과 같다.

$$q_R^* = -4\sigma^* K_P^* (T^{*4} - T_b^{*4}) \quad (3)$$

여기에서 σ^* 는 Stefan-Boltzmann 상수이며 K_P^* 는 Planck mean absorption 상수이다. K_P^* 는 화학종 및 온도에 따라 변하는 물성치이지만, 본 연구에서는 해석상의 간편함을 위하여 상수 값으로 두고[4,5] 계산하였다. 일반적으로 K_P^* 는 화염지역근처에서는 약 $O(10)$ 의 값을 갖는다[9].

확산화염의 구조를 해석하는 경우, 혼합분율(mixture fraction) Z 와 총엔탈피(total enthalpy) H 와 같은 연계함수(coupling function)를 도입하면 편리하며 각각 다음과 같이 정의되었다.

$$Z \equiv \frac{Y_F - Y_O + 1}{A_F + 1}, \quad H \equiv \Theta + \frac{Y_F + Y_O}{2} \quad (4)$$

위에 정의된 Z 의 정의에 따라 연료측 및 산화제측에서 Z 의 값은 각각 1과 0이다.

이러한 가정 하에서 대향류 유동장에서 화학종 및 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial Y_O}{\partial t} - 2y \frac{\partial Y_O}{\partial y} - \frac{\partial^2 Y_O}{\partial y^2} = -Da Y_O Y_F \exp\left[-\frac{T_a}{1+q\Theta}\right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} - 2y \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} - 2y \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \kappa Da [(1+q\Theta)^4 - 1] = 0 \quad (7)$$

여기에서 T_a 는 무차원 활성화온도, Da 는 collision Damköhler 수이며[10], κ 는 복사열손실과 관련된 무차원 수로 다음과 같이 각각 정의되었다.

$$Da = 2B^* \nu Y_{O,\infty}^* / a^* \quad (8)$$

$$\kappa \equiv 4 \frac{\sigma^* K_P^* T_b^{*4}}{\rho^* Q^* B^* \nu} \quad (9)$$

여기에서 B^* 는 빈도인자(frequency factor)이다. κ 는 발생열에너지에 대한 복사열손실 에너지의 비를 표시하는 무차원 변수이다. 일반적으로 실험에서 복사열손실에 의한 소염 스트레인을 약 $a^* \approx 1$ 이므로 이에 해당하는 빈도인자는 약 $B^* \approx O(10^{12})$ 이다[11]. 화염지역에서 K_P^* 값이 약 $O(10)$ 이며, 탄화수소의 일반적인 값들을 이용하여 κ 를 계산하면 약 $O(10^{-12}) \sim O(10^{-13})$ 정도가 된다. 본 연구에서는 $\kappa = 10^{-12}$ 로 두고 계산하였다.

위 지배방정식의 경계조건은 다음과 같다.

$$Y_O \rightarrow 1, Z \rightarrow 0, H \rightarrow 1/2 \quad \text{as } y \rightarrow \infty \quad (10)$$

$$Y_O \rightarrow 0, Z \rightarrow 1, H \rightarrow A_F/2 \quad \text{as } y \rightarrow -\infty$$

2.2. 해석방법

비선형 거동을 연구하기 위하여 두 단계로 수치해석을 수행하였다. 먼저 정상상태 화염의 구조를 계산하여 소염점 즉 정상상태 소염 Damköhler 수 $Da_{ext,st}$ 를 구한다. 정상상태 화염의 해는 지배방정식 (5)~(7)에서 시간미분항들을 삭제하고 공간적으로 2차 유한 차분방법을 이용하고 Newton's method를 이용하여 비선형 차분방정식을 해석하였다. y 방향의 경계는 혼합경계층의 바깥 영역까지 고려하기 위하여 충분히 큰 값인 $y = \pm 5$ 로 두었고, 총 500개의 격자를 두었다. 모든 계산은 $T_a = 50$, $q = 10$ 그리고 $A_F = 1$ 로 두었다.

확산화염의 경우, 정상상태 소염점 근처에서 외부 교란에 대하여 화염이 가장 민감하므로 화염의 비선형 거동은 정상상태 소염점 근처에서 주로 일어난다. 일단 정상상태 소염점이 계산되면, 소염점 근처의 정상상태의 해를 초기조건으로 하여 Damköhler 수를 변화하면서 비정상 수치해석을 수행하여 비선형 거동을 해석하였다. 비선형 수치해석은 공간적으로 2차 유한차분방법 그리고 시간적분은 4차 Runge-Kutta 방

법을 이용하여 수행하였다. 시간 적분을 위한 time step 은 수치해석의 결과가 일치하는 최대크기인 $\Delta t = 5 \times 10^6$ 으로 두었다.

3. 결과 및 검토

복사 열손실을 받는 대향류 확산화염에서 D_a 에 따른 정상상태 화염의 온도를 Fig. 2에 도시하였다. 실선이 안정된 정상상태화염, 점선이 불안정한 정상상태 화염을 나타내며, ●는 정상상태 소멸점을 가리킨다. 안정된 정상상태 화염에서 D_a 가 감소하면 유동 시간에 비해 화학반응시간이 상대적으로 길어지기 때문에 화염온도가 감소한다. 만약 D_a 가 6.502×10^6 보다 작으면 화염이 더 이상 존재하지 못하고 소멸된다. 이 때 화염이 화학반응이 상대적으로 약해져서 소멸이 일어나므로 이를 반응속도 제한에 의한 소멸 D_a 라 한다[12]. D_a 가 증가하면 유동시간에 비해 화학반응시간이 짧아져서 온도가 높고 매우 강한 화염을 유지한다. 그러나 복사 열손실이 존재할 경우 D_a 가 크게 증가하면 복사열손실이 증가하여 온도가 감소하게 된다. 에너지 방정식 (7)에서 복사열손실에 의한 에너지 손실항이 κD_a 와 온도 4제곱에 비례한다. D_a 가 10^8 까지는 화염온도가 증가하지만 D_a 가 더 커지면 화염온도가 감소하며 1.647×10^{10} 보다 커지면 복사 열손실이 너무 커져서 더 이상 화염이 존재하지 못하고 소멸된다. 이 경우의 소멸은 복사 열손실에 의한 소멸이라고 한다[12]. 이와 같이 열손실이 존재할 경우, 소멸점이 두 개인 섬(island) 형태를 띠게 된다.

이전 선형 안정성 해석의 결과에 의하면[7], 반응속도 제한에 의한 소멸 근처에서는 정상상태 화염의

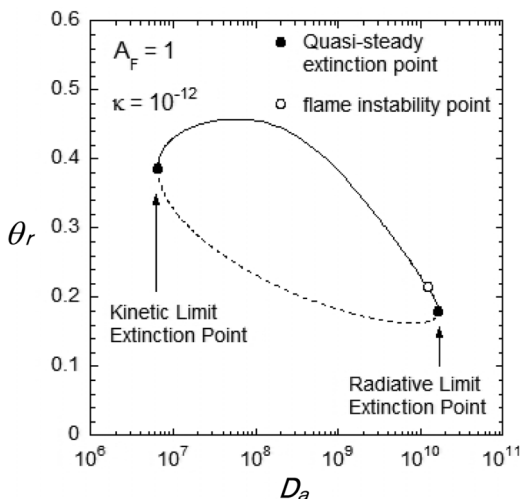


Fig. 2. Flame temperature response and bifurcation point as a function of Damköhler number.

소멸점에서 화염의 불안정성이 나타나며 소멸 전에 화염 불안정성이 나타나지 않는다. 반면에 복사 열손실에 의한 소멸근처에서는 정상상태 화염의 소멸 전에 복소수의 고유값을 갖게 되며 맥동 불안정성이 나타난다. D_a 가 1.2324×10^{10} 에서부터 맥동불안정성이 나타나기 시작하였으며, ○로 표시하였다.

일단 주어진 D_a 에 대하여 정상상태의 해가 계산되면, 방정식의 여러 가지 변수를 섭동(perturbation)시키거나 혹은 농도장이나 온도장등을 섭동시켜 화염이 시간에 따른 동적인 해(dynamic solution)를 구하여 비선형 거동을 해석할 수 있다. 일반적으로 주어진 Damköhler 수에서 정상상태의 해를 초기조건으로 하고 Damköhler 수를 일정한 값으로 섭동시켜 비선형 거동을 해석한다. 본 연구에서는 두가지 경우에 대하여 맥동 불안정성에 의한 화염의 비선형 거동을 연구하였다. 첫째 맥동 불안정성이 일어나는 분기점(bifurcation point)에서 D_a 에 따라 화염 특성의 변화를 연구하였다. 먼저 맥동 불안정성이 시작되는 D_a 에서 비정상상태 수치계산을 한 후, 그 결과를 초기조건으로 하여 다시 해석을 하는 방식으로 비선형 해석을 하여 화염의 특성을 연구하였다. 둘째, 안정된 준정상상태 화염에서 매우 큰 교란에 대한 비선형 거동을 연구하였다. 특정한 D_a 의 정상상태 화염을 초기조건으로 하여 D_a 를 크게 변화시켜 비정상 상태의 수치 해석을 수행하였다.

3.1. 분기점 이후의 비선형 거동

복사 열손실을 받는 대향류 확산화염에서 맥동 불안정성은 D_a 가 매우 큰 영역인 복사 열손실에 의한 정상상태 화염의 소멸 전에 일어난다. 선형 안정성 해석의 결과에 의하면 화염 불안정성이 나타나는 근처에서 고유값이 복소수 값이 되고, $D_a = 1.2324 \times 10^{10}$ 에서 실수 복소수 값이 0이 되어 맥동 불안정성의 분기점이었다.

$D_a > 1.2324 \times 10^{10}$ 에서 화염의 온도가 시간에 따라 계속 진동하는 안정된 한계 순환(stable limit cycle)이 나타났다. 본 연구에서는 D_a 가 증가함에 따라 안정된 한계 순환 형상의 화염특성이 어떤 과정을 거쳐 소멸되는지에 대하여 연구하였다.

$D_a = 1.2324 \times 10^{10}$ 인 정상상태의 화염 줄기(branch)에서 D_a 를 0.001% 섭동시켜 비정상상태 계산을 수행하였다. 시간에 따라 매우 느리게 진폭이 증가하면서 안정된 한계순환의 맥동 불안정성을 나타내었다. 이 결과를 다시 초기조건으로 하고, D_a 를 증가시킨 후 비정상상태 해석을 수행하였다. 이와 같이 비정상상태의 해석의 결과를 초기조건으로 하고 D_a 를 증가시켜 화염 해석을 수행하여 D_a 에 따른 화염의 비선형 거동을 관찰하였다.

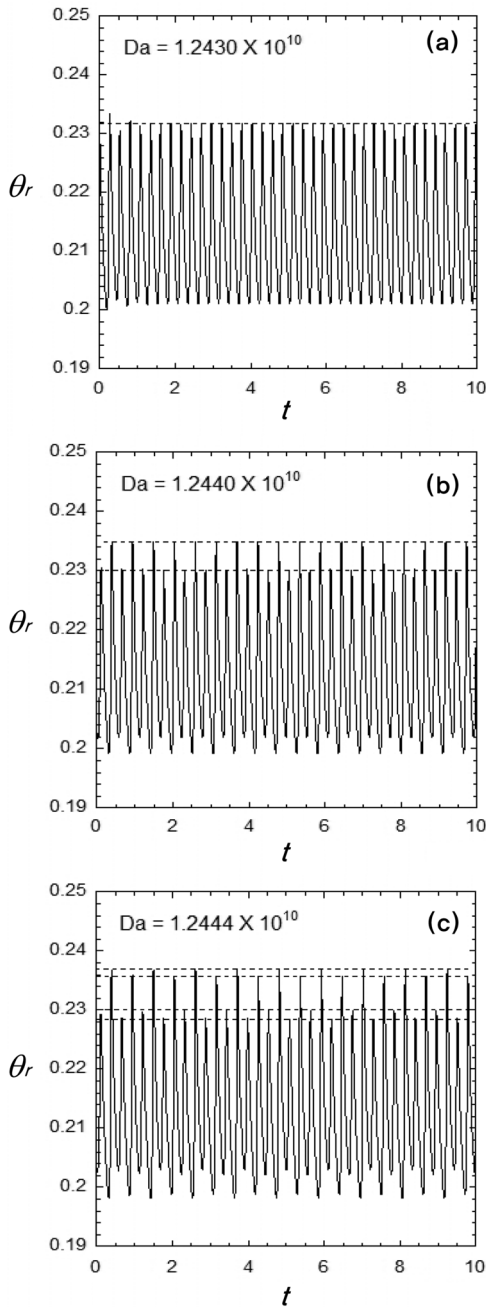


Fig. 3. Time evolutions of flame temperature for (a) simple stable limit cycle (b) period doubling (c) period quadrupling.

Fig. 3(a)에 $Da = 1.243 \times 10^{10}$ 일 때 시간에 따른 화염 온도를 나타내었다. 시간에 따라 화염온도는 맥동 불안정성에 의하여 안정된 한계순환의 진동을 보여주고 있다. 맥동의 주기는 약 0.27 정도이며, 진폭은 일정함을 알 수 있다. 그러나 $Da = 1.244 \times 10^{10}$ 이 되면 Fig. 3(b)에서 보는 바와 같이 주기는 변하지 않으나

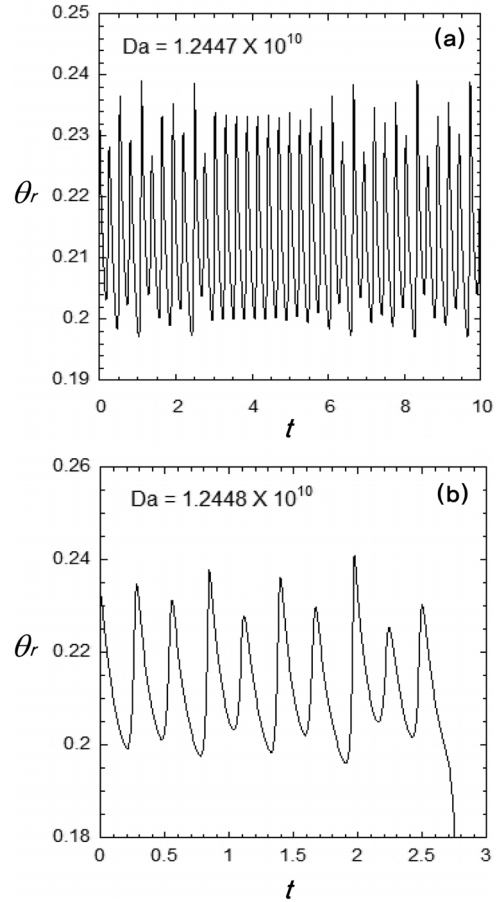


Fig. 4. Time evolutions of flame temperature for (a) chaos (b) dynamic extinction.

진폭의 크기가 2개가 되어 결과적으로 주기가 2배가 되는 주기배증(period doubling)이 나타난다. Fig. 3(c)에서와 같이 $Da = 1.2444 \times 10^{10}$ 이 되면 진폭의 크기가 4배가 되면서 다시 주기배증이 나타난다. 이러한 주기배증 현상은 정상상태 화염의 줄기에서 Da 를 매우 작게 섭동시킨 후 수행한 비정상상태 해석에서는 나타나지 않았다. 즉 정상상태의 화염 줄기(branch)에서 매우 작은 교란을 부가하면 주기 배증이 일어나기 전에 소멸된다. 따라서 안정된 한계 순환 맥동 불안정성이 일어나면 외부 교란에 대하여 주기배증을 통하여 화염이 소멸되지 않고 살아남을 수 있음을 알 수 있다.

Da 를 더 증가시켜 $Da = 1.2447 \times 10^{10}$ 이 되면 Fig. 4(a)에서 보는 것처럼 크기가 다른 수많은 진폭이 나타나게 된다. 즉 주기배증 캐스케이드를 통하여 카오스로 진행된다. 이러한 주기배증을 통한 카오스 현상은 연소 문제가 매우 비선형이므로 복사열손실을 받는 화염뿐만 아니라 맥동 데토네이션 등과 같은 여러 가지 다른 연소현상에서도 나타난다[13]. Da 가 $1.2448 \times$

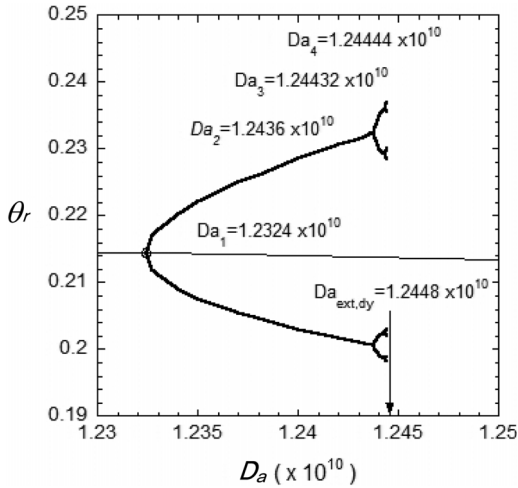


Fig. 5. Periodic doubling cascade for flame temperature as a function of Damköhler number.

10^{10} 이 되면 처음에는 맥동 불안정성이 나타나지만 결국 화염 온도가 낮아져서 화염이 소멸된다. 이러한 소멸을 정상상태 화염의 소멸과 구별하기 위하여 동적 소멸(dynamic extinction)이라 한다.

Fig. 5에 정상상태 화염 줄기에서 맥동 불안정성이 일어난 후 D_a 에 따라 안정된 한계 순환에서 주기 배증을 통하여 동적 소멸이 일어날 때까지 분기 과정을 나타내었다. ○는 맥동 불안정성이 시작되는 분기점을 나타내며, 이 때 Damköhler 수를 D_{a_1} 이라 하였다. 가는 실선은 정상상태 화염의 줄기이며, 굵은 실선은 맥동 불안정성이 나타난 후 최고 화염온도와 최저 화염온도를 나타내었다. $D_{a_1} < D_a < D_{a_2}$ 에서는 안정된 한계순환의 맥동불안정성을 갖는다. 맥동 불안정성이 일어난 후 D_a 가 증가함에 따라, 화염의 최대 온도(마루의 값)는 증가하고 화염의 최소 온도(골의 값)은 감소한다.

$D_{a_2} = 1.2436 \times 10^{10}$ 이 되면 화염온도의 마루 및 골의 값이 두 개로 분리되면서 주기 배증이 일어난다. 따라서 D_{a_2} 에서부터 마루와 골에서 두 개의 줄기가 나타난다.

$D_{a_3} = 1.24432 \times 10^{10}$ 이 되면 화염온도의 마루와 골에서 다시 주기배증이 일어나면서 네 개의 줄기가 나타난다. D_a 가 증가함에 따라 이러한 주기 배증과정을 거치면서 화염온도의 마루와 골의 값이 카오스 형태로 진행되고, 결국 동적 소멸이 일어나게 된다.

이러한 주기배증은 소멸 직전 매우 좁은 D_a 영역에서 나타나기 때문에 실험적으로 관찰하기에는 매우 어렵지만, 맥동 불안정성이 일어나는 화염에서 D_a 를 아주 작게 증가시키면 소멸 직전에 관찰할 수도 있을 것이다.

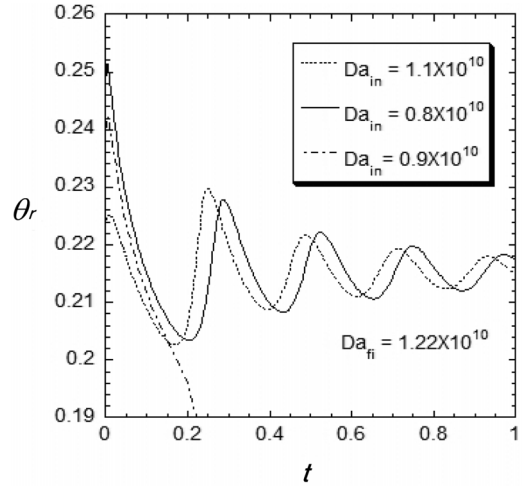


Fig. 6. Time evolutions of flame temperature with Damköhler number perturbation for fixed final Damköhler number.

3.2 매우 큰 교란에 대한 비선형 거동

정상상태의 해를 초기 조건으로 하여 Damköhler 수를 비교적 큰 값으로 섭동시키면서 화염의 비선형 거동을 연구하였다.

Fig. 6에 최종 D_a 인 $D_{a_{fi}} = 1.22 \times 10^{10}$ 일 때 정상상태의 초기조건의 변화, 즉 섭동된 D_a 값에 따른 화염 온도를 나타내었다. 최종 $D_{a_{fi}}$ 가 맥동불안정성이 일어나는 D_a 보다 작으므로 최종 $D_{a_{fi}}$ 에서 정상상태 화염은 안정되어 있다. 초기조건이

$D_{a_{in}} = 1.1 \times 10^{10}$ 에서 정상상태 화염일 경우에는 가해진 교란이 시간에 따라 감소하면서 정상상태 화염의 해로 수렴된다. 섭동된 D_a 를 조금 증가시켜 초기 조건이 $D_{a_{in}} = 0.9 \times 10^{10}$ 으로 되면 교란이 너무 커서 맥동도 일으키지 못하고 단조 감소하여 소멸된다. 초기 조건이 $D_{a_{in}} = 0.8 \times 10^{10}$ 이 되면 화염이 소멸되지 않고 교란이 감소하면서 화염이 안정된다. 위와 같이 교란의 크기가 증가함에 따라 화염이 소멸되었다가 교란이 더 커지면 화염이 소멸되지 않고 안정되는 이유는 다음과 같이 설명할 수 있다. 복사 열손실을 받는 화염에서 D_a 가 클 경우에는 화염의 온도가 낮아서 화염의 강도가 약하다. 이 때에는 교란이 증가하면 정상상태 화염의 온도가 낮기 때문에 교란이 감소되지 않고 증폭되어 화염이 소멸된다. 그러나 D_a 가 작아서 $D_{a_{in}} = 0.8 \times 10^{10}$ 가 되면 정상상태 화염의 온도가 높고 화염의 강도도 높아서 가해진 교란이 더 커져도 화염이 소멸되지 않고 안정화될 수 있다.

Fig. 7에 $D_{a_{in}} = 0.55 \times 10^{10}$ 에서 정상상태 화염의 해를 초기조건으로 하여 $D_{a_{fi}}$ 을 변화시키면서 화염의 온도를 시간에 따라 나타내었다.

$D_{a_{fi}} = 1.22 \times 10^{10}$ 일 때 교란은 점점 감소하여 정상

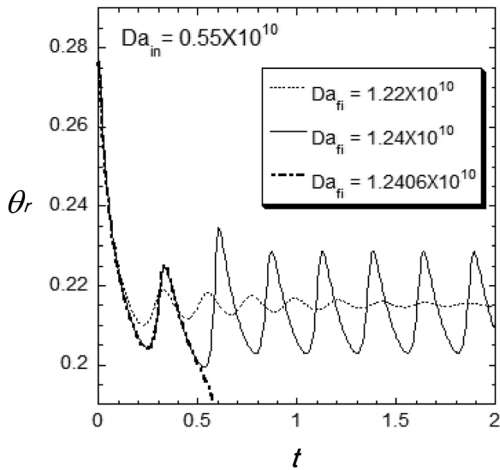


Fig. 7. Time evolutions of flame temperature with Damköhler number perturbation for fixed starting Damköhler number.

상태의 화염온도로 수렴되는 것을 볼 수 있다. $D_{afi} = 1.24 \times 10^{10}$ 으로 증가하면 가해진 교란이 크기 때문에 처음에는 교란이 감소하다가 2~3개의 주기 후에는 진폭의 크기가 일정하게 유지되는 안정된 한계 순환 형태를 보인다. Fig. 5의 그래프에서 $D_{afi} = 1.24 \times 10^{10}$ 는 진폭의 크기가 1개인 한계순환 영역에 해당한다. D_a 가 $D_{afi} = 1.2406 \times 10^{10}$ 로 증가하면 더 이상 맥동을 유지하지 못하고 화염이 소멸된다. $D_{am} = 0.55 \times 10^{10}$ 인 정상상태 화염의 해를 초기조건으로 할 경우 $D_{afi} = 1.2324 \times 10^{10}$ 이면 교란이 감소하여 정상상태 화염으로 수렴하고, $D_{afi} = 1.2324 \times 10^{10}$ 이면 한계안정 형태의 맥동 불안정성이 나타나고, $D_{afi} = 1.2405 \times 10^{10}$ 이면 화염이 소멸된다.

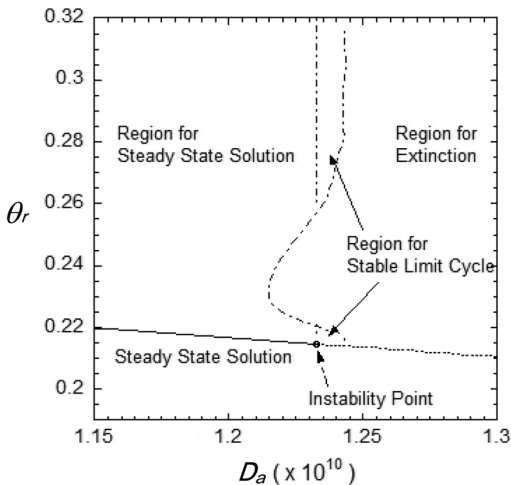


Fig. 8. Critical Damköhler number showing the regions of stable steady solution, stable limit cycle, and dynamic extinction.

위와 같이 각 정상상태 화염의 해를 초기조건으로 하여 큰 교란을 주었을 때 여러 가지 비선형 거동이 나타날 수 있는 D_a 의 영역을 Fig. 8에 도시하였다. 초기 조건은 맥동 불안정성이 일어나기 전 안정된 정상상태 화염의 해만 고려하였다. 정상상태 해의 영역은 외부로부터 야기된 교란이 점점 감소하여 정상상태의 해로 수렴되는 영역이며, 안정된 한계순환 영역은 교란이 점점 증폭되어 안정된 주기적 진동이 일어날 수 있는 지역이다. 반면에 소멸영역은 교란이 점점 증폭되어 화염이 소멸되는 동적 소멸지역이다. 맥동불안정성이 시작되는 정상상태 화염을 초기조건으로 할 경우 $D_{a_{ext,dy}} = 1.2436 \times 10^{10}$ 이며 소멸되기 전에 한계 순환 맥동불안정성이 일어난다. 초기조건이 D_{am} 가 증가하여 $D_{am} = 1.14 \times 10^{10}$ 으로 되면 더 이상 한계 순환 맥동 불안정성이 일어나지 않고 소멸된다. D_{am} 이 약 0.95×10^{10} 까지 증가할 때까지 $D_{a_{ext,dy}}$ 이 줄어들어 화염이 안정될 수 있는 영역이 좁아진다. 이는 맥동 불안정성이 발생하는 D_a 근처의 정상상태 화염은 비교적 약하기 때문에 외부 교란이 크면 화염이 소멸되기 쉽기 때문이다. 그러나 D_{am} 이 더욱 증가하면 $D_{a_{ext,dy}}$ 이 증가하면서 화염 안정화 영역이 확장된다. 이는 D_{am} 이 증가하면 정상상태 화염이 점점 강해져서 $D_{am} = 0.95 \times 10^{10}$ 에서는 외부의 큰 교란을 화염이 이겨낼 수 있기 때문이다. 이 영역에서는 D_{am} 이 증가하면 $D_{a_{ext,dy}}$ 이 증가하고, $D_{am} = 0.76 \times 10^{10}$ 이 되면 한계순환 맥동불안정성이 다시 나타나기 시작한다. $D_{am} \geq 0.5 \times 10^{10}$ 이면 $D_{a_{ext,dy}} \approx 1.242 \times 10^{10}$ 로 거의 일정하게 유지된다.

4. 결론

대향류 유동장을 모델로 하여 복사 열손실을 받는 확산화염의 비선형 해석을 수행하여 맥동 불안정성의 특성을 연구하였다. 열 및 물질 전달에 의한 불안정성을 배제하기 위하여 Lewis 수를 1로 가정하고 일차원 준정상상태의 화염의 해로부터 Damköhler 수를 섭동시켜 시간에 따른 화염의 전개를 계산하였다.

복사 열손실을 받는 대향류 확산화염에서 맥동 불안정성은 D_a 가 매우 큰 영역인 복사 열손실에 의한 정상상태 화염의 소멸 전에 일어난다. 맥동불안정성이 일어나는 분기점에서부터 화염온도는 시간에 따라 일정한 진폭으로 진동하는 한계순환 형태를 가진다. D_a 가 증가함에 따라 주기는 일정하게 유지하면서 진폭의 크기는 점점 커진다. 그러나 특정한 D_a 보다 커지면 진폭의 마루와 골의 값이 두 개로 분리되면서 주기배증이 일어난다. 계속 D_a 를 증가시키면 4배 및 8배의 주기배증이 일어나고, 이러한 주기배증은 매우 좁은 D_a 영역에서 일어난다. 주기배증 cas-

cade를 거쳐서 카오스로 진행되며, 결국 화염이 소멸된다.

정상상태 화염에 큰 교란을 가할 때 화염의 불안정성 및 동적 소멸을 연구하였다. 맥동불안정성이 일어나기 전 근처의 정상상태 화염은 작은 외부교란에도 화염이 민감하게 반응하여 교란이 조금 커지면 동적 소멸 Damköhler 수가 감소하였다. 그러나 Damköhler 수가 커져서 정상상태 화염이 강하게 되면 교란이 커져서 화염이 이겨낼 수 있어서 동적 소멸 Damköhler 수가 증가하면서 화염 안정 영역이 확장되었다. 또한 강한 정상상태 화염에서는 동적 소멸이 일어나기 전에 안정된 한계 순환 맥동 불안정성이 다시 생길 정도로 크게 확장되었다.

후 기

이 연구는 서울과학기술대학교 교내 학술연구비 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] J. S. Kim, "Linear analysis of diffusional-thermal instability in diffusion flames with Lewis numbers close to unity", *Combust. Theory Model.*, Vol. 1, 1997, pp. 13~40.
- [2] Kim, J. S., and Lee, S. R., "Diffusional-Thermal Instability in Strained Diffusion Flames with Unequal Lewis Numbers", *Combust. Theory Model.*, Vol. 3, 1999, pp. 123~146.
- [3] Kukuck, S. and Matalon, M., "The Onset of Oscillations in Diffusion Flames", *Combustion Theory and Modelling*, Vol. 5, 2001, pp. 217~240.
- [4] Sohn, C. H., Kim J. S., Chung, S. H. and Maruta, K., "Nonlinear Evolution of Diffusion Flame Oscillations Triggered by Radiative Heat Loss", *Combust. Flame*, Vol. 123, 2000, pp. 95~106.
- [5] Miklavcic, M., Moore, A. B., and Wichman I. S., "Oscillations and Island Evolution in Radiating Diffusion Flames", *Combust. Theory Model.*, Vol. 9, 2005, pp.403~416.
- [6] Miklavcic, M., "Period doubling cascade in diffusion flames", *Combust. Theory Model.*, Vol. 11, 2007, pp. 103-12.
- [7] Lee, S. R., "Instability Analysis of Counterflow Diffusion Flames with Radiation Heat Loss", *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 36, No. 8, to appear.
- [8] Park, J. S., Hwang D. J., Park J., Kim J. S., Kim S, Keel S. I., Kim T. K., Noh D. S., "Edge Flame Instability in Low-Strain-Rate Counterflow Diffusion Flames", *Combust. Flame*, Vol. 146, 2006, pp. 612~619.
- [9] Ju, Y, Guo, H., Liu, F., Maruta, K., "Effects of the Lewis number and Radiative Heat Loss on the Bifurcation and Extinction of CH₄/O₂-N₂-He Flames", *J. Fluid Mech.*, Vol. 379, 1999, pp. 165~190.
- [10] Law, C. K., *Combustion Physics*, Cambridge University Press, New York, 2006.
- [11] Nanduria, J. R., Sung, C. J., and T'ien, J. S., "Structure and Dynamic Response of Radiative Diffusion Flames", *Combust. Theory Model.*, Vol. 9, 2005, pp.515-548.
- [12] Wang, H. Y., Chen, W. H. and Law, C. K., "Extinction of Counterflow Diffusion Flames with Radiative Heat Loss and Nonunity Lewis Numbers", *Combust. Flame*, Vol. 148, 2007, pp. 100~116.
- [13] Ng, H. D., Higgins, A. J., Kiyanda, C. B., Radulescu, M. I., Lee, J. H. S., Bates, K. R., Nikiforakis, N., "Nonlinear dynamics and chaos analysis of one-dimensional pulsating detonations", *Combust. Theory Model.*, Vol. 9, 2005, pp. 159-70

접수일 : 2012. 07. 14

심사완료일 : 2012. 09. 14