

모멘트쌍 액추에이터가 적용된 PPF에 의한 평판의 능동진동제어 Positive Position Feedback Control of Plate Vibrations Using Moment Pair Actuators

신 창 주*·홍 진 숙†·정 의 봉*·유 호 영**

Changjoo Shin, Chinsuk Hong, Weuibong Jeong and Ho Young You

(2012년 3월 5일 접수 ; 2012년 3월 29일 심사완료)

Key Words : Active Vibration Control(능동진동제어), PPF(양변위 되먹임 제어), Open Loop Transfer Function(개루프 전달함수)

ABSTRACT

This paper reports the active vibration control of plates using a positive position feedback(PPF) controller with moment pair actuators. The equations of motion of the plates under a force and moment pairs are derived and the equations of PPF controllers are formulated. The numerical active control system is then achieved. The effect of the parameters - gain and damping ratio - of the PPF controllers on the open loop transfer function was investigated mainly in terms of the system stability. Increasing the gain of the PPF controller tuned at a mode, the magnitude of the open loop transfer function is increased at all frequencies without changing the phase behavior. The increase of the damping ratio of the PPF controller leads to decrease the magnitude of the open loop transfer function and to modify its phase characteristics, ie, system stability. Based on the behavior of the gain and the damping ratio of the controller, PPF controller for reduction of the plate vibration can be achieved. Two PPF controllers are designed with their connection in parallel to control the two modes simultaneously. Each PPF controller is tuned at the 1st and 2nd modes, respectively. Their parameters were determined to remain the system to be stable based on the results of the parametric study. A significant reduction in vibration at the tuned modes can be obtained.

1. 서 론

작동 중인 구조물은 반드시 진동을 수반하게 된다. 이때 작동 주파수와 구조물의 고유진동수가 일치할 경우 공진이 발생하게 되어 구조물의 진동크기

가 급격하게 증가하게 된다. 특히 가볍고 유연한 구조물에 저주파 공진이 발생할 경우 치명적인 문제점을 야기할 수 있다⁽¹⁾. 이러한 구조물의 저주파 공진 응답의 크기를 효과적으로 저감하기 위하여 능동진동제어가 적용되고 있다⁽²⁾.

대표적인 능동진동제어 기법으로 속도 되먹임 제어(direct velocity feedback : DVFB)가 있다⁽³⁾. DVFB는 skyhook 감쇠를 생성하여 구조물의 진동을 저감시킨다. 또한 DVFB는 단순비례제어 방식을 이용하기 때문에 제작비용이 매우 낮다. 하지만 PZT를 액추에이터로 사용하는 DVFB 제어시스템의 경우 제어기의 성능을 항상 보장할 수는 없다. 이것은

† 교신저자; 정희원, 울산과학기술대학교 디지털기계학부

E-mail : cshong@uc.ac.kr

Tel : (052)279-3134, Fax : (052)279-3137

* 정희원, 부산대학교 기계공학부

** 울산과학기술대학교 디지털기계학부

이 논문의 일부는 2012년 춘계 소음진동 학술대회에서 발표 예정임.

모멘트 쌍을 이용하는 PZT의 제어력 인가 위치와 센서의 위치가 서로 다르기 때문이다. Elliott⁽⁴⁾과 Balas⁽⁵⁾는 센서와 액추에이터가 동일한 지점에서 서로 작용하는 DVFB 제어시스템을 구성하면 적용 제어가 단순비례제어기와 같이 단순 제어기일지라도 강한 능동제어시스템을 만들 수 있다고 제시하였다. 반면, Cannon⁽⁶⁾과 Zhang⁽⁷⁾은 센서와 액추에이터가 동일한 지점에 있지 않을 경우 제어시스템의 안정성에 영향을 준다고 하였다. Gatti⁽⁸⁾는 PZT 액추에이터가 적용된 단순지지보에 DVFB를 적용 시 나타나는 제어시스템의 한계점을 고찰하였다. 액추에이터가 구조물에 제어력을 인가하는 위치와 센서의 위치가 서로 다를 경우 제어시스템은 조건부 안정성을 띄게 된다고 하였다. 이때 DVFB 제어기는 설계변수가 제어제인 하나 밖에 없기 때문에 제어시스템의 안정성을 확보하며 제어성능을 높이는 것이 쉽지 않다고 주장하였다.

또 다른 제어기법으로 양변위 되먹임 제어(positive position feedback : PPF)가 있다. Fanson과 Caughey⁽⁹⁾가 제안한 PPF는 모달변위를 기반으로 하는 제어기이다. 따라서 PPF 제어기는 특정 모드로 진동하는 구조물을 효과적으로 제어할 수 있다. Friswell⁽¹⁰⁾은 PPF 제어기와 출력신호의 관계를 조사하였다. Kwak⁽¹¹⁾은 PPF 제어기의 안정성과 성능 및 설계법에 대하여 고찰하였다. 또한 Kwak⁽¹²⁾은 거대격자 구조물에 MIMO PPF 제어기를 이용해 이론 및 실험적으로 구조물의 진동을 저감하였다.

모달변위를 기반하는 PPF 제어기는 모달좌표 상에서 정의되는 제어기인 반면, 실제 제어대상 구조물 및 제어시스템은 물리좌표 상에 존재한다. 즉, PPF 제어기가 정의되는 좌표와 실제 제어시스템이 정의되는 좌표계가 서로 다르다. 선행 연구된 PPF 제어기에 관한 대다수의 문헌들에서는 이에 관한 고찰이 없다. 따라서 이 논문에서는 모달좌표에서 정의되는 PPF 제어기를 물리좌표에서 정의되는 제어시스템에 적용시킬 수 있도록 고찰할 것이다. 평판을 제어대상으로 설정하고, 개루프 전달함수를 통해 PPF 제어기의 설계변수의 특성을 고찰할 것이다.

2절에서는 평판의 지배방정식과 일점 하중과 PZT 액추에이터가 제공하는 모멘트쌍에 의한 구조물의 거동에 대한 수학적인 모델을 설명하였다. 3절에서는

PPF 제어를 설명하였으며 4절에서는 개루프 전달함수를 이용하여 PPF 제어기의 설계변수 특징을 고찰하였다. 5절에서는 각각의 설계변수 영향을 고려하여 최종 제어를 제시하고 이를 적용하여 제어성능을 평가하였으며 6절에서 결론을 정리하였다.

2. 평판의 운동방정식

Fig. 1과 같이 집중하중과 모멘트쌍이 동시에 입력되는 균일 평판의 운동방정식은 식 (1)과 같다⁽¹³⁾.

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f_p(x, y, t) + \left(- \frac{\partial T_x}{\partial x} - \frac{\partial T_y}{\partial y} \right) \quad (1)$$

여기서 D 는 평판의 굽힘강성으로 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

여기서 E 는 Young률, h 는 평판의 두께, ν 는 푸아송비이다. 그리고 ρ 는 밀도, f_p 는 평판에 작용하는 집중하중의 크기, T_x 및 T_y 는 PZT 액추에이터의 x 축 및 y 축을 따라 각각 발생하는 모멘트 크기이다. 평판의 변위거동을 조화응답으로 가정하면 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn}(\omega) \theta_{mn}(x, y) e^{j\omega t} \quad (3)$$

여기서 m 과 n 은 평판의 x 축 방향 및 y 축 방향의 거동에 관한 모드첨자, p_{mn} 은 모달변위, 그리고 θ_{mn} 은 평판의 모드형상이다. 평판의 거동을 자유진동으로 가정하면 $f_p = T_x = T_y = 0$ 이다. 식 (3)을 식 (1)에 대입하고 모드형상 θ_{uv} 를 양변에 곱한 후 평판 전체에 대하여 적분하면 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$D \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \times \left(\frac{\partial^4 \theta_{mn}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \theta_{mn}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \theta_{mn}}{\partial y^4} \right) \theta_{uv} dx dy = \rho h \omega_{mn}^2 \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \theta_{mn} \theta_{uv} dx dy \quad (4)$$

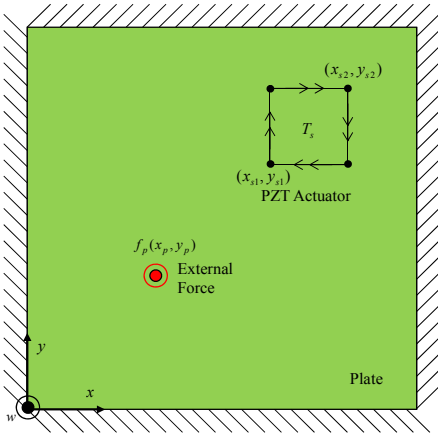


Fig. 1 A clamped plate subjected to an external force and a moment pair

여기서 \$L_x, L_y\$는 평판의 \$x\$축과 \$y\$축 방향의 길이이며, \$\omega_{mn}\$은 각 \$\Theta_{mn}\$에 해당하는 구조물의 고유진동수이다. 모드직교성을 이용하면 식 (5)와 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \Theta_{mn} \Theta_{uv} = \begin{cases} p_{mn} L_x L_y & \text{for } m, n = u, v \\ 0 & \text{for } m, n \neq u, v \end{cases} \quad (5)$$

식 (5)를 식 (4)에 대입하면 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$D \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \times \left(\frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial y^4} \right) \Theta_{uv} dx dy = \begin{cases} \rho h L_x L_y \omega_{mn}^2 p_{mn} & \text{for } m, n = u, v \\ 0 & \text{for } m, n \neq u, v \end{cases} \quad (6)$$

식 (6)을 유한개(\$x\$방향과 \$y\$방향에 대하여 각각 \$M\$개 및 \$N\$개 모드중첩)의 고유치 문제로서 행렬형식으로 표현하면 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}] \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (7)$$

여기서 모달강성행렬 \$\mathbf{K}\$, 모달질량행렬 \$\mathbf{M}\$, 그리고 모달변위행렬 \$\mathbf{p}\$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{K} = \rho h L_x L_y \text{diag}(\omega_{mn}^2) \quad (8)$$

$$\mathbf{M} = \rho h L_x L_y \mathbf{I} \quad (9)$$

$$\mathbf{p} = [p_{11} p_{21} p_{31} \cdots p_{12} p_{22} p_{32} \cdots p_{1k} p_{2k} p_{3k} \cdots p_{MN}]^T \quad (10)$$

구조물의 고유진동수를 대각행렬로 나타내면 식 (11)과 같다.

$$\text{diag}(\omega_{mn}^2) = \begin{bmatrix} \omega_{11}^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_{21}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{13}^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \omega_{1k}^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \omega_{2k}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \omega_{3k}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & \omega_{MN}^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Warburton은 \$x\$축과 방향으로 놓여있는 보의 거동과 \$y\$축 방향으로 놓여있는 보의 거동을 각각 곱함으로써 평판의 모드형상을 표현할 수 있다고 식 (12)와 같이 제시하였다⁽¹⁴⁾.

$$\Theta_{mn}(x, y) = \phi_m(x) \psi_n(y) \quad (12)$$

여기서 \$\phi_m\$과 \$\psi_n\$은 평판의 \$x\$축과 \$y\$축을 따라 각각 표현되는 양단지지보의 \$m\$차, 그리고 \$n\$차 모드형상이다. 양단지지보의 모드형상은 식 (13)과 같다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi(x) = \cos \gamma \left(\frac{x}{L_x} - \frac{1}{2} \right) \\ \quad + k \cosh \gamma \left(\frac{x}{L_x} - \frac{1}{2} \right) \text{ for } m = 2, 4, 6, \dots \\ \text{where } k = \frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\sinh \frac{\gamma}{2}}, \\ \text{and } \tan \frac{\gamma}{2} + \tanh \frac{\gamma}{2} = 0 \\ \phi(x) = \sin \gamma' \left(\frac{x}{L_x} - \frac{1}{2} \right) \\ \quad + k' \sinh \gamma' \left(\frac{x}{L_x} - \frac{1}{2} \right) \text{ for } m = 3, 5, 7, \dots \\ \text{where } k' = -\frac{\sin \frac{\gamma'}{2}}{\sinh \frac{\gamma'}{2}}, \\ \text{and } \tan \frac{\gamma'}{2} - \tanh \frac{\gamma'}{2} = 0 \end{array} \right. \quad (13)$$

식 (7)을 통하여 얻어진 각 고유진동수에 해당하는

첨자 m, n 을 식 (12), 그리고 식 (13)에 적용하여 평판의 모드형상을 구할 수 있다.

또한, Warburton은 평판의 고유진동수를 식 (14)를 이용하여 계산할 수 있다고 제시하였다.

$$f_{mn} = \frac{\lambda_{mn} h \pi}{L_x} \sqrt{\frac{E}{48\rho(1-\nu^2)}} \quad (14)$$

여기서 λ_{mn} 은 식 (15)와 같다.

$$\lambda_{mn}^2 = G_x^4 + G_y^4 \left(\frac{L_y}{L_x}\right)^4 + 2\left(\frac{L_y}{L_x}\right)^2 [\nu H_x H_y + (1-\nu) J_x J_y] \quad (15)$$

여기서 4면이 고정된 평판에 적용되는 각각의 계수 G_x, G_y, H_x, H_y, J_x , 그리고 J_y 는 Table 1과 같다.

구조물의 강제진동응답을 계산하기 위하여 외란이 집중하중으로써 (x_p, y_p) 에 작용한다면 식 (16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_p(x, y, t) = F_p(\omega) \delta(x - x_p, y - y_p) e^{j\omega t} \quad (16)$$

여기서 F_p 는 외란으로써 집중하중의 크기이며 δ 는 dirac delta 함수이다. Fig. 1에서 보인 PZT 액추에이터가 x 축 및 y 축 각 방향에 대하여 모멘트 크기 T_s 로 동일하게 작용한다면 PZT 액추에이터에 의한 가진력은 식 (17), 그리고 식 (18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_x(x, y, t) = T_s \left[\delta(x - x_{s2}) \{U(y - y_{s1}) - U(y - y_{s2})\} - \delta(x - x_{s1}) \{U(y - y_{s1}) - U(y - y_{s2})\} \right] e^{j\omega t} \quad (17)$$

$$T_y(x, y, t) = T_s \left[\delta(y - y_{s1}) \{U(x - x_{s1}) - U(x - x_{s2})\} - \delta(y - y_{s2}) \{U(x - x_{s1}) - U(x - x_{s2})\} \right] e^{j\omega t} \quad (18)$$

여기서 U 는 step 함수이다. 그리고 $x_{s1} = x_s - s$,

$x_{s2} = x_s + s, y_{s1} = y_s - s, y_{s2} = y_s + s$ 로서 이들 각각은 PZT 액추에이터의 가장자리에 해당하는 좌표를 의미한다. 또한, s 는 PZT 액추에이터 한변의 절반길이이다. 식 (3), (16), (17) 그리고 식 (18)을 식 (1)에 대입한 후 모드형상 Θ_{uv} 를 양변에 곱한다. 그리고 평판 전체 면적에 대하여 적분하면 식 (19)와 같다.

$$D \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \times \left(\frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Theta_{mn}}{\partial y^4} \right) \Theta_{uv} dx dy - \rho h \omega^2 \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \Theta_{mn} \Theta_{uv} dx dy = \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} F_p \delta(x - x_p, y - y_p) \Theta_{uv} dx dy + \left(- \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \frac{\partial T_x}{\partial x} \Theta_{uv} dx dy - \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \frac{\partial T_y}{\partial y} \Theta_{uv} dx dy \right) \quad (19)$$

식 (19)의 우변에 존재하는 외력항과 모멘트항은 이중적분에 의해 식 (20), 그리고 식 (21)과 같이 표현된다.

$$F_{uv} = \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} F_p \Theta_{uv} dx dy \quad (20)$$

$$T_{uv} = T_s \left(\frac{\partial \psi_v(y_{s1})}{\partial y} - \frac{\partial \psi_v(y_{s2})}{\partial y} \right) \int_{x_{s1}}^{x_{s2}} \phi_u(x) dx + T_s \left(\frac{\partial \phi_u(x_{s1})}{\partial x} - \frac{\partial \phi_u(x_{s2})}{\partial x} \right) \int_{y_{s1}}^{y_{s2}} \psi_v(y) dy \equiv T_s \check{\Theta}(x_s, y_s) \quad (21)$$

평판이 점성감쇠를 가진다고 가정하고 식 (19)를 행렬식으로 나타내면 식 (22)와 같다.

$$[-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} + \mathbf{K}] \mathbf{p} = \mathbf{F} \quad (22)$$

여기서

$$\mathbf{D} = \rho h L_x L_y \text{diag}(2\zeta_{mn} \omega_{mn}), \quad (23)$$

그리고 $\mathbf{F} = F_{uv} + T_{uv}$ 이다. 따라서 (x_s, y_s) 위치에서 평판의 강제진동응답은 식 (24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$W(x_s, y_s) = \Theta(x_s, y_s) [-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} + \mathbf{K}]^{-1} \mathbf{F} \quad (24)$$

Table 1 Coefficients for λ_{mn}

m, n	2	3, 4, 5, ...
G_x, G_y	1.506	$m - 0.5$
H_x, H_y	1.248	$(m - 0.5)^2 \left[1 - \frac{2}{(m - 0.5)\pi} \right]$
J_x, J_y	1.248	$(m - 0.5)^2 \left[1 - \frac{2}{(m - 0.5)\pi} \right]$

여기서 $\Theta(x,y)$ 는 식 (25)와 같다.

$$\Theta(x,y) = \begin{Bmatrix} \Theta_{11}(x,y) \\ \Theta_{21}(x,y) \\ \Theta_{31}(x,y) \\ \vdots \\ \Theta_{1k}(x,y) \\ \Theta_{2k}(x,y) \\ \Theta_{3k}(x,y) \\ \vdots \\ \Theta_{MN}(x,y) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_1(x)\psi_1(y) \\ \phi_2(x)\psi_1(y) \\ \phi_3(x)\psi_1(y) \\ \vdots \\ \phi_1(x)\psi_k(y) \\ \phi_2(x)\psi_k(y) \\ \phi_3(x)\psi_k(y) \\ \vdots \\ \phi_M(x)\psi_N(y) \end{Bmatrix} \quad (25)$$

Table 2 Mechanical properties of the plate

Parameters	Symbol	Unit	Values
Young's modulus	E	GPa	60
Density	ρ	kg/m ³	2950
Poisson's ratio	ν		0.3
Damping ratio	ζ		0.012
Half length of the PZT	s	m	0.012
Thickness of the plate	h	m	0.001
Width of the plate	L_x	m	0.52
Length of the plate	L_y	m	0.42
x coordinate of the primary source	x_p	m	0.208
y coordinate of the primary source	y_p	m	0.21
x coordinate of the secondary source	x_s	m	0.156
y coordinate of the secondary source	y_s	m	0.294

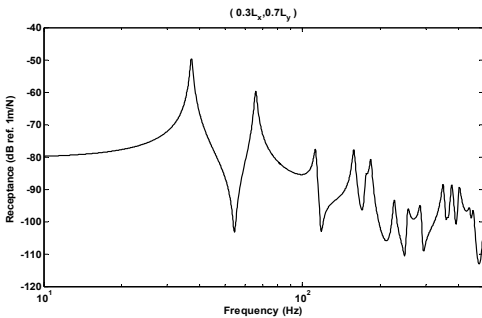


Fig. 2 Calculated receptance at (x_s, y_s) of the plate which is excited by a concentrated force at (x_p, y_p)

Table 2의 물성치가 적용된 평판에 집중하중이 (x_p, y_p) 의 위치에서 입력되었을 때 (x_s, y_s) 의 위치에서 관찰되는 변위 응답은 Fig. 2와 같다. 각 좌표들은 임의로 $x_p = 0.4L_x$, $y_p = 0.5L_y$, $x_s = 0.3L_x$, 그리고 $y_s = 0.7L_y$ 로 설정하였다. 구조물의 응답을 효과적으로 저감하기 위해서는 기여도가 높은 모드의 응답부터 우선적으로 줄여나가야 한다. Fig. 2에서 1차 모드(37.2 Hz)와 2차 모드(65.8 Hz) 응답의 크기는 각각 -49.7 dB, -59.8 dB를 나타내었다. 해당 모드의 응답 크기는 3차 모드 이상의 응답 크기보다 15 dB 이상 크게 나타났다. 따라서 이 논문에서는 기여도가 높은 응답인 1차 그리고 2차 모드의 응답을 제어하고자 한다.

3. Positive Position Feedback Control

PPF 제어기의 방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_{ci}\omega_{ci}\dot{q}_i + \omega_{ci}^2 q_i = g_i \omega_{si}^2 \omega_{ci}^2 p_i, \quad i = 1, 2, \dots, N_c \quad (26)$$

여기서 q_i 는 제어기의 i 번째 제어모드 변위, ζ_{ci} 는 제어기의 i 번째 제어모드 감쇠비, ω_{ci} 는 제어기의 i 번째 제어모드 튜닝 주파수, g_i 는 제어기의 i 번째 제어게인, ω_{si} 는 제어기의 i 번째 제어모드 튜닝 주파수에 해당하는 구조물의 고유진동수, 그리고 N_c 는 PPF 제어기 수이다. PPF 제어시스템은 Fig. 3과 같이 블록다이어그램으로 나타낼 수 있다.

제어시스템이 작동되는 과정은 다음과 같다. 최초 외란에 의해 구조물이 섭동 시 센서로부터 획득되는 변위신호는 $W_r = W_p$ 이다. 이것은 제어신호가 아직 생성되지 않아서 $W_s = 0$ 이기 때문이다. 물리좌표 상에서 정의되는 W_r 은 제어기로 입력된다. 하지만, 식 (7)의 우변에서 보인바와 같이 PPF 제어기의 입력

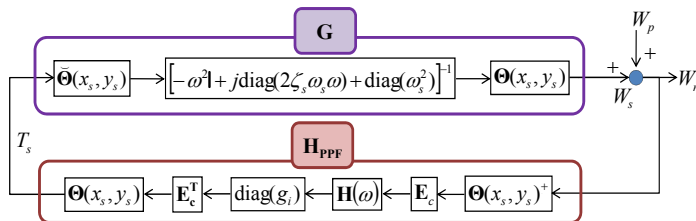


Fig. 3 Block diagram of PPF control system

신호는 모달좌표 상에서 정의되는 구조물의 모달변위가 되어야 한다. 구조물의 모달변위는 센서위치 (x_s, y_s) 에 해당하는 모드형상행렬에 pseudo inverse를 취하여 W_r 에 전치함으로써 획득할 수 있다.

$$p = \Theta(x_s, y_s)^+ W_r \quad (27)$$

여기서 윗첨자 +는 pseudo inverse를 나타낸다. 제어모드 추출행렬 E_c 을 이용하여 구조물의 모달변위에서 제어를 원하는 모드를 선별하여 추출한다. 추출된 제어모드는 PPF 제어기의 전달함수로 입력된다. PPF 제어기의 전달함수는 식 (28)과 같다.

$$H(\omega) = \text{diag}\left(\frac{\omega_{si}^2 \omega_{ci}^2}{\omega_{ci}^2 - \omega^2 + 2\zeta_{ci} \omega_{ci} \omega}\right) \quad (28)$$

그리고 제어모드별 게인 $\text{diag}(g_i)$ 을 곱한 후, 모달좌표에서 정의된 제어신호에 E_c^T 와 $\Theta(x_s, y_s)$ 를 곱함으로써 물리좌표의 제어신호로 변환할 수 있다. 따라서 PPF 제어기의 행렬식 H_{PPF} 과 제어신호 T_s 은 식 (29), (30)과 같다.

$$H_{PPF}(\omega) = \Theta(x_s, y_s) E_c^T \text{diag}(g_i) H(\omega) E_c \Theta(x_s, y_s)^+ \quad (29)$$

$$T_s = H_{PPF} W_r \quad (30)$$

그리고, PPF 제어시스템에서 구조물의 플랜트 응답 G 는 $T_s = 1$ 일 때 센서위치에서의 변위신호로써 식 (31)과 같다.

$$G(\omega) = \Theta(x_s, y_s) [-\omega^2 I + j \text{diag}(2\zeta_s \omega_s \omega) + \text{diag}(\omega_s^2)]^{-1} \times \check{\Theta}(x_s, y_s) \quad (31)$$

G 는 T_s 에 의해 변위신호 W_s 를 생성한다. 따라서 외란에 의한 거동신호 W_p 와 제어력에 의한 거동신호 W_s 의 신호가 합쳐져 최종적으로 W_r 신호가 센서로부터 획득된다. 이것은 식 (32)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} W_r(\omega) &= W_p(\omega) + W_s(\omega) \\ &= W_p(\omega) + G(\omega) T_s(\omega) \\ &= W_p(\omega) + G(\omega) H_{PPF}(\omega) W_r(\omega) \end{aligned} \quad (32)$$

따라서 센서로부터 획득되는 제어된 구조물의 최종거동 W_r , 그리고 제어신호 T_s 는 다음과 같다.

$$W_r = [I - G H_{PPF}]^{-1} W_p \quad (33)$$

$$T_s = H_{PPF} [I - G H_{PPF}]^{-1} W_p \quad (34)$$

식 (33)에 의해 개루프전달함수(OLTF)는 식 (35)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{OLTF}(\omega) = -G H_{PPF} \quad (35)$$

식 (35)는 Nyquist 안정성 판별법을 적용하기 위하여 음수 되먹임 제어(negative feedback control)의 표준 관계식과 비교하여 표현한 것이다.

4. PPF 제어기의 설계변수 고찰

이 장에서는 PPF 제어기를 구성하는 설계변수인 감쇠비, 그리고 게인 변화에 따른 제어시스템의 안정성 및 제어성능의 특성을 개루프전달함수를 이용하여 분석한다.

Fig. 4는 2차 모드에 튜닝된 PPF 제어기의 감쇠비를 0.05로 고정 후 게인을 4, 15, 그리고 20.76으로 변화시켰을 때 (x_s, y_s) 위치에서 관찰한 PPF 제어시스템의 개루프전달함수를 bode 선도로 나타낸 것이다. 제어기가 튜닝된 2차 모드 응답의 크기가 가장 크게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 또한 해당 모드의 위상응답이 $\pm 90^\circ$ 사이에 존재하므로 제어시스템에 능동감쇠력을 제공함을 예측할 수 있다. 또한 제어기의 게인이 증가함에 따라 개루프전달함수 응답의 크기는 전주파수 대역에서 동일하게 증가하였다. 반면 제어기의 게인 변화에 따른 위상변화는 보이지 않았다. 이것은 Fig. 5를 통하여 확인할 수 있다. Fig. 5는 PPF 제어시스템의 개루프전달함수 응답을 해당 게인으로 정규화시킨 결과이다. 게인에 의해 정규화된 모든 개루프전달함수는 전주파수 대역에 대하여 완전히 일치하였다. 이를 통하여 PPF 제어기의 게인은 개루프전달함수 응답의 크기변화에는 영향을 주지만 위상응답에는 영향을 주지 않는다는 것을 알 수 있다. 제어기가 튜닝된 2차 모드의 응답은 Nyquist diagram의 우반면에 존재하므로 능동감쇠력을 제공하는 것을 예측할 수 있다. 하지만 수를 확인할 수 있다. 게인이 증가할 경우 좌반면에

존재하는 응답은 $(-1, j0)$ 에 접근하게 되며, 결국에는 제어시스템의 불안정성을 야기시키게 된다.

Nyquist diagram의 좌반면에 존재하는 개루프전달함수 Fig. 6은 2차 모드에 튜닝된 PPF 제어기의 감쇠

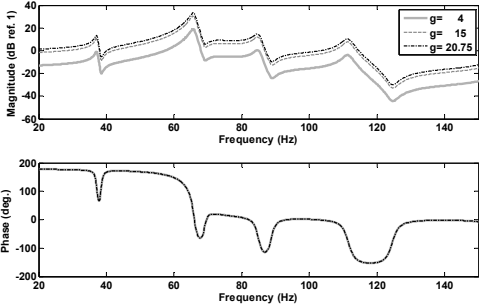


Fig. 4 Bode diagram of the open loop transfer functions of the variation of the controller gain

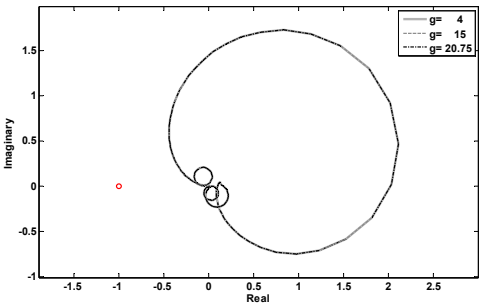


Fig. 5 Normalized Nyquist diagram of the open loop transfer functions corresponding each gain

비를 0.05로 고정 후 계인을 4, 15 그리고 20.76으로 변화시켰을 때 임의의 4곳에서 관찰한 제어 성능을 보이고 있다. 여기서 임의의 관찰지점은 $(0.3L_x, 0.7L_y)$, $(0.7L_x, 0.7L_y)$, $(0.3L_x, 0.3L_y)$, 그리고 $(0.7L_x, 0.3L_y)$ 로 설정하였다. 여기서 PPF 제어기가 설치된 곳은 $(0.3L_x, 0.7L_y)$ 이다. 제어기가 설치된 지점의 2차 모드 응답의 크기는 계인이 증가함에 따라 저감되는 것을 확인할 수 있다. 그리고 1차 모드 이하에 존재하는 응답의 크기가 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이것은 Fig. 5에서 보인 계인 증가에 따른 개루프전달함수의 크기 증가를 통해 설명할 수 있다. Nyquist diagram의 좌반면에 존재하는 1차 모드 이하에 존재하는 응답이 계인 증가에 의해 $(-1, j0)$ 에 접근하였기 때문에 제어 후 해당 응답의 크기가 증가한 것이다. 또한 $(0.7L_x, 0.7L_y)$ 지점의 응답도 제어기가 설치된 지점의 응답과 유사하게 계인이 증가함에 따라 1차 모드 이하에 존재하는 응답의 크기가 증가하였다. 그러나 해당 지점에서 증가한 응답의 크기는 제어기가 설치된 지점에서 나타난 응답의 크기 증가보다 작았다. $(0.3L_x, 0.3L_y)$, 그리고 $(0.7L_x, 0.3L_y)$ 의 지점에서는 계인이 증가하더라도 2차 모드의 응답 저감이 두드러지게 나타나지 않았다.

Fig. 7은 2차 모드에 튜닝된 PPF 제어기의 계인을 0.4로 고정 후 감쇠비를 0.01, 0.06, 그리고 0.2로 변화시켰을 때 (x_s, y_s) 위치에서 관찰한 PPF 제어시스템의 개루프전달함수를 bode 선도로 나타낸 것이다. 감쇠비가 증가함에 따라 튜닝 모드의 응답

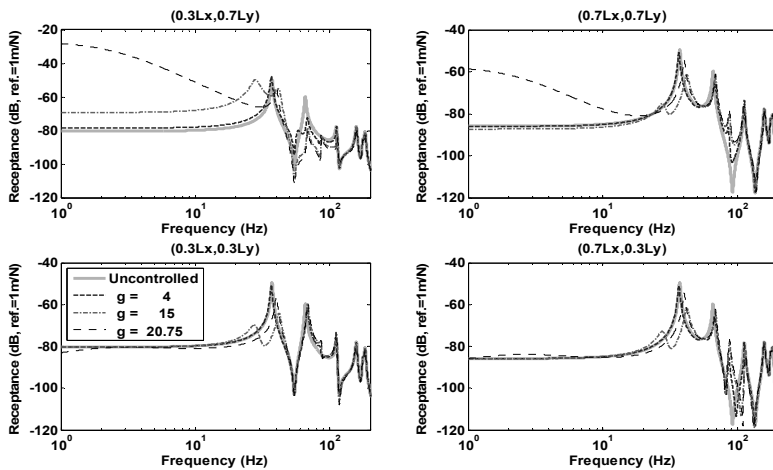


Fig. 6 Calculated control performance of the variation of the controller gain

크기가 줄어들었다. 계인의 변화는 전주파수 대역의 응답 크기를 변화시켰으나 감쇠비의 변화는 제어기가

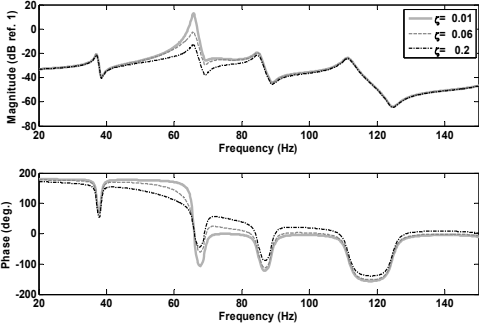


Fig. 7 Bode diagram of the open loop transfer functions of the variation of the controller damping ratio

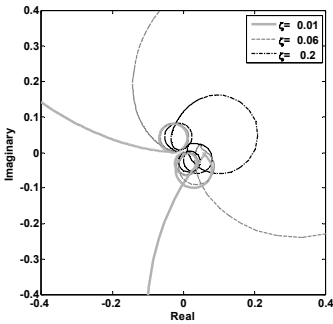


Fig. 8 Nyquist diagram of the open loop transfer functions of the variation of the controller damping ratio

튜닝된 모드의 응답 크기에만 영향을 주었다. 그러나 감쇠비가 증가함에 따라 개루프전달함수의 위상 응답이 영향을 받는 범위가 튜닝모드를 중심으로 넓어졌다. 제어기의 감쇠비 변화가 개루프전달함수에 미치는 Fig. 8의 Nyquist diagram에서 두드러지게 확인할 수 있다. 감쇠비가 증가함에 따라 제어기가 튜닝된 모드의 Nyquist 원의 크기가 급격하게 줄어들었다. 동시에 감쇠비의 증가는 튜닝 모드 주변의 위상 응답을 뒤처지게 만들어 위상복원을 느리게 하는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 9는 2차 모드에 튜닝된 PPF 제어기의 계인을 0.04로 고정 후 감쇠비를 0.01, 0.065 그리고 0.2로 변화시켰을 때 임의의 4곳에서 관찰한 제어 성능을 보이고 있다. 여기서 임의의 관찰지점은 $(0.3L_x, 0.7L_y)$, $(0.7L_x, 0.7L_y)$, $(0.3L_x, 0.3L_y)$, 그리고 $(0.7L_x, 0.3L_y)$ 로 설정하였다. 여기서 PPF 제어기가 설치된 곳은 $(0.3L_x, 0.7L_y)$ 이다. 제어 후 2차 모드 응답의 크기는 감쇠비가 증가함에 따라 증가하였다. 이것은 Fig. 7과 8에서 보인 것과 같이 제어기의 감쇠비가 증가함에 따라 튜닝된 모드의 개루프전달함수 응답의 크기가 감소하였기 때문이다.

5. PPF 제어기의 성능 평가

PPF 제어기는 제어를 원하는 하나의 특정 모드를 강력하게 제어하는 제어기이다. 따라서 다중모드를 제어하기 위해서는 제어를 원하는 모드 개수만

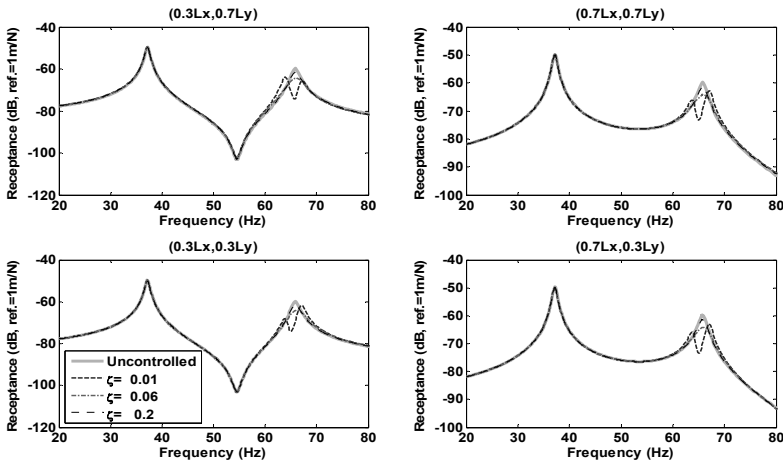


Fig. 9 Calculated control performance of the variation of the controller damping ratio

크의 제어기가 소요된다. 따라서 제어기 설계 변수의 특성을 반영하여 PPF 제어기를 병렬로 연결하고 단일입출력(single input single output : SISO) 형태의 진동제어시스템을 구성하였다. 1차 모드에 튜닝된 제어기의 감쇠비는 0.08, 게인은 5로 설계되었으며, 2차 모드에 튜닝된 제어기의 감쇠비는 0.03, 게인은 0.2로 설계되었다. 제어기의 설계변수는 시행착오법을 통해 결정되었다.

Fig. 10은 1차, 그리고 2차 모드 제어기가 병렬 형태로 적용된 개루프전달함수를 Nyquist diagram으로 나타낸 것이다. 개루프전달함수가 $(-1, j0)$ 을 내포하는 응답이 나타나지 않았으므로 제어시스템은 안정하다. 제어기에 의해 튜닝된 1차 그리고 2차 모드의 대다수 위상응답이 $\pm 90^\circ$ 안에 존재하므로 해당 모드들의 응답이 줄어들 것으로

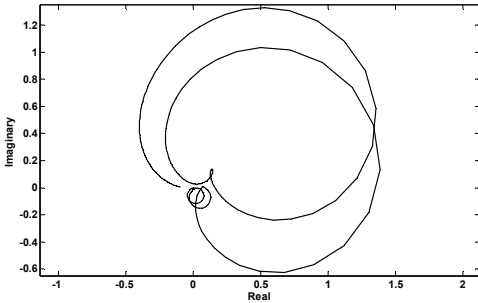


Fig. 10 Nyquist diagram of the open loop transfer functions with the final designed PPF controller

판단되었다.

Fig. 11에서는 (x_s, y_s) 의 위치에 제어기가 설치된 평판에 집중하중이 (x_p, y_p) 의 위치에서 입력되었을 때 임의의 4곳 $((0.3L_x, 0.7L_y), (0.7L_x, 0.7L_y), (0.3L_x, 0.3L_y),$ 그리고 $(0.7L_x, 0.3L_y))$ 에서 관찰된 receptance를 통해 제어기의 성능을 나타내었다. 제어기가 튜닝된 1차, 그리고 2차 모드의 응답크기가 관찰된 4 지점에서 7.46 dB, 그리고 6.84 dB 내외의 진동저감을 나타냈다.

6. 결론

이 연구에서는 평판에 PPF 제어기를 적용하여 능동진동제어를 시도하였다. 개루프전달함수를 이용하여 PPF 제어기의 설계변수 특징을 고찰하였다. 제어기의 설계변수는 게인과 감쇠비로 이들은 다음과 같은 특징을 보였다.

- (1) 고정된 감쇠비 조건 아래 게인이 증가하면 전주파수 대역에서 개루프전달함수 응답의 크기가 증가한다. 그러나 개루프전달함수의 위상 응답에는 영향을 미치지 않는다.
- (2) 고정된 게인 조건 아래 감쇠비가 증가하면 튜닝된 모드의 개루프전달함수 응답의 크기를 감소시킨다. 또한 감쇠비가 증가하면 개루프전달함수 위상응답의 영향을 미치는 범위가 튜닝 주파수를 중심으로 넓어진다.

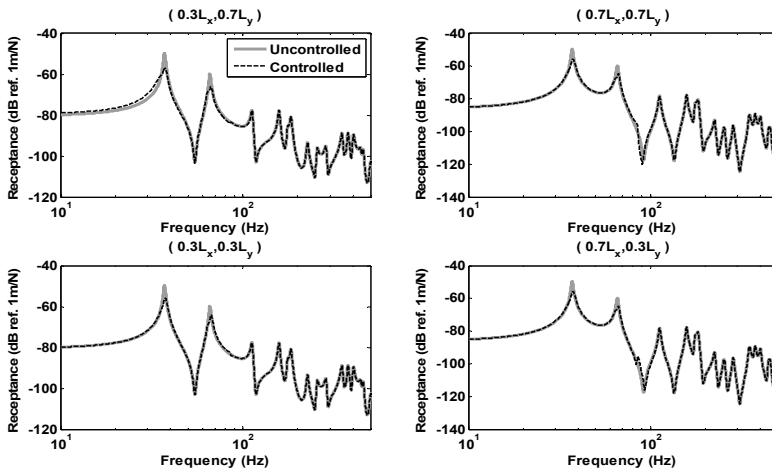


Fig. 11 Performance of the final designed PPF controller

PPF 제어기의 설계변수를 고려하여 1차, 그리고 2차 모드를 병렬로 결합하여 평판의 능동진동제어를 시도한 결과 해당모드에서 각각 7.46 dB, 그리고 6.84 dB 내외의 진동이 저감되었다.

참 고 문 헌

(1) Oh, J., Park, S., Hong, J. and Shin, J., 1998, Active Vibration Control of Flexible Cantilever Beam Using Piezo Actuator and Filtered-X LMS Algorithm, Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 12, No. 4, pp. 665~671.

(2) Reza Moheimani, S. O., Halim, D. and Fleming, A. J., 2003, Spatial Control of Vibration Theory and Experiments, World Scientific.

(3) Preumont, A., 1997, Vibration Control of Active Structures, Kluwer Academic Publishers.

(4) Elliott, S. J., Gardonio, P., Soros, T. C. and Bernan, M. J., 2002, Active Vibroacoustic Control with Multiple Local Feedback Loops, Journal of the Acoustic Society of America, Vol. 111, Issue 2, pp. 908~915.

(5) Balas, M. J., 1979, Direct Velocity Feedback Control of Large Space Structure, Journal of Guidance and Control, Vol. 2, Issue 3, pp. 252~253.

(6) Cannon Jr., R. H. and Rosenthal, D. E., 1984, Experiments on Control of Flexible Structure with Noncollocated Sensors and Actuators, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 7, Issue 5, pp. 546~553.

(7) Zhang, Q., Shelley, S. and Allemang, R. J., 1991, Active Damping Design of Flexible Structures Based on SISO and SIMO Noncollocated

Sensor/Actuator Velocity Feedback, Journal of Dynamic System Measurement and Control - Transactions of the ASME, Vol. 113, Issue 2, pp. 259~266.

(8) Gatti, G., Brennan, M. J. and Gardonio, P., 2007, Active Damping of a Beam Using a Physically Collocated Accelerometer and Piezo Electric Patch Actuator, Journal of Sound and Vibration, Vol. 303, Issues 3-5, pp. 798~813.

(9) Fanson, J. L. and Caughey, T. K., 1987, Positive Position Feedback Control for Large Space Structures, Proceedings of the 28th Structural Dynamics Conference, Monterey, CA, pp. 588~598.

(10) Friswell, M. I. and Inman, D. J., 1999, The Relationship between Positive Position Feedback and Output Feedback Controllers, Smart Materials and Structures, Vol. 8, Issue 3, pp. 285~291.

(11) Kwak, M. K., Han, S. B. and Heo, S., 2004, The Stability Conditions, Performance and Design Methodology for the Positive Position Feedback Controller, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 14, No. 3, pp. 208~213.

(12) Kwak, M. K. and Heo, S., 2007, Active Vibration Control of Smart Grid Structure by Multiinput and Multioutput Positive Position Feedback Controller, Journal of Sound and Vibration, Vol. 304, Issue 1-2, pp. 230~245.

(13) Meirovitch, L., 1967, Analysis Methods in Vibration, The Macmillan Company.

(14) Warburton, G. B., 1951, The Vibration of Rectangular Plates, Proceeding of Institute of Mechanical Engineering, Vol. 168, pp. 371~384.